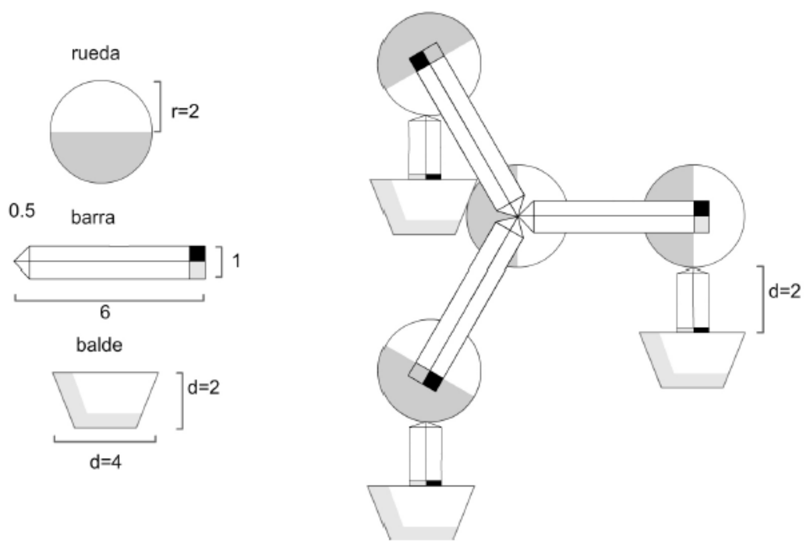
# iGuía de Ejercicios – Sistemas Gráficos - 2016

## Ejercicios de Transformaciones

**ET1**

La escena de la figura 2 está compuesta a partir de los 3 modelos de la izquierda (barra, rueda y balde). El sistema gira con una velocidad angular w1 y la rueda central permanece estática.
Notar que los 3 conjuntos formados por una barra y un balde (por ejemplo *1) deben permanecer verticales durante la rotación del sistema, pero no así la rueda a la que están conectados.
Considerando que los parámetros mencionados son variables de la escena y que están definidos los métodos dibujarA(), dibujarB() y dibujarC():




a) Definir un sistema de coordenadas para cada uno de los modelos.

b) Definir una estructura jerárquica que permita generar la escena. Graficar el árbol que corresponde dicha estructura indicando que transformaciones se aplican en cada rama.

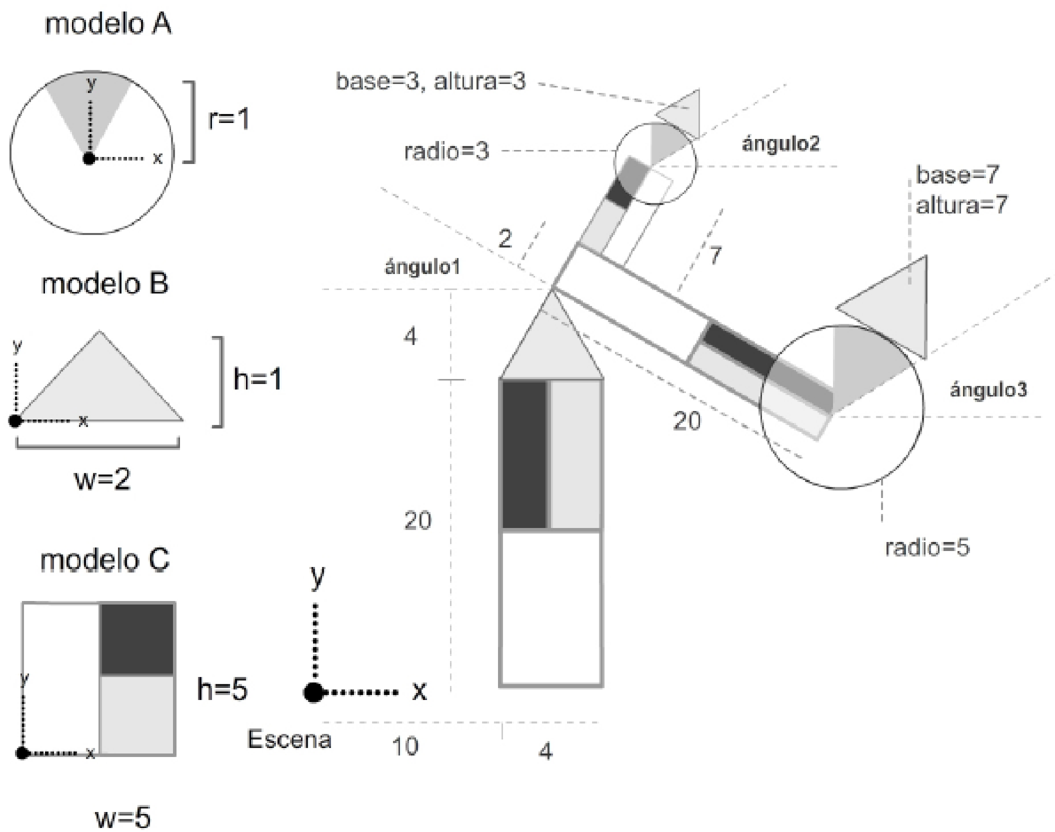
c) Escribir en pseudocódigo el ciclo de dibujado completo detallando como se calculan las matrices de transformación involucradas y como son aplicadas a cada primitiva gráfica utilizando gl-matrix. Indique donde intervine la variable w1 en la conformación de las matrices.

d) Indique con un ejemplo como se conforma una matriz de Rotación y una de Traslación

(Prestar atención a la orientación de los modelos que no son todos simétricos).

**ET2**

La escena de la figura  está compuesta a partir de los 3 modelos A, B y C. Los ángulos 1, 2 y 3 son parámetros dados. Considerando que están definidas las funciones dibujar (matriz4x4 m), dibujarB (matriz4x4 m), y dibujarC (matriz4x4 m) se pide:



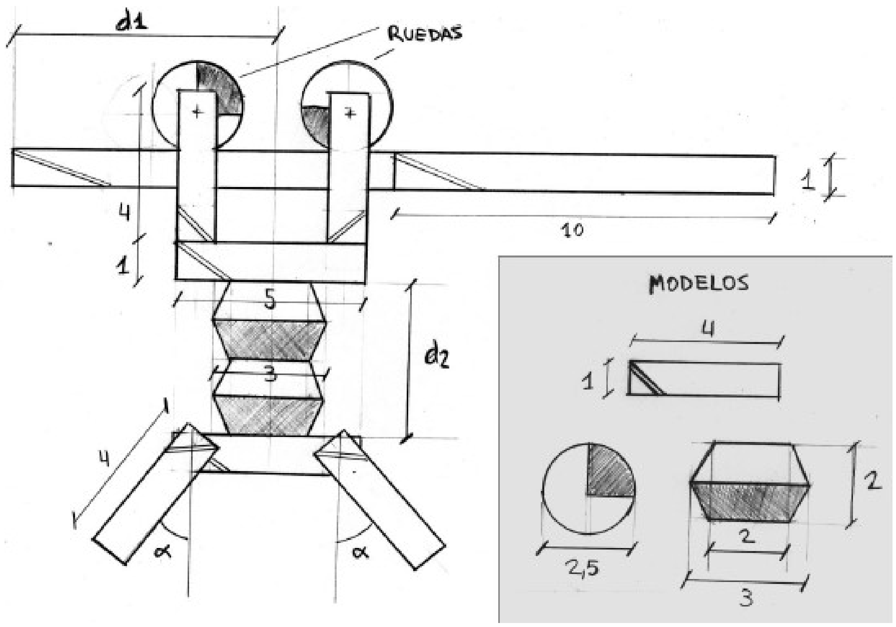

a) Definir una estructura jerárquica que permita generar la escena de manera eficiente. Graficar el árbol que corresponde dicha estructura indicando que transformaciones se aplican en cada nodo y cada rama.

b) Escribir en pseudocódigo el ciclo de dibujado completo detallando como se calculan las matrices de transformación involucradas y como son aplicadas a cada primitiva gráfica.

(Prestar atención a la orientación de los modelos que no son todos simétricos. Debe quedar claro como los parámetros (ángulos 1,2 y 3 afectan a las matrices de transformación)

## ET3

La escena de la figura está compuesta a partir de los 3 modelos de la derecha. El parámetro d1 representa el desplazamiento lateral sobre el riel. Las ruedas rozan contra el riel por lo tanto su rotación deberá tener relación con d1. El parámetro d2 define el estiramiento del "fuelle". El ángulo alfa es un parámetro.




Considerando que los parámetros mencionados son variables de la escena:

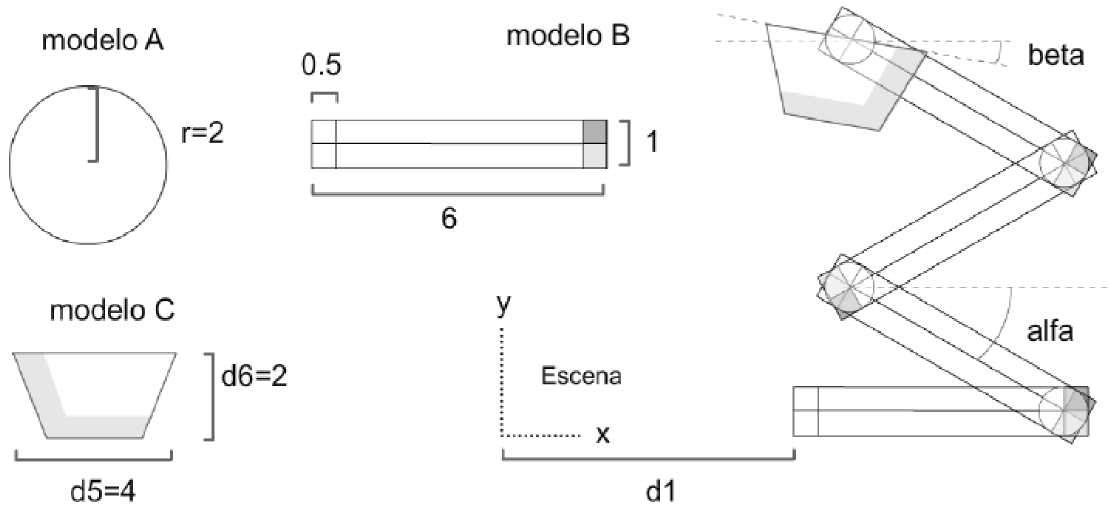
a) Definir un sistema de coordenadas para cada uno de los modelos y para la escena

b) Definir una estructura jerárquica que permita generar la escena. Graficar el árbol que corresponde dicha estructura indicando que transformaciones se aplican en cada rama.

c) Escribir en pseudocódigo el ciclo de dibujado completo detallando como se calculan las matrices de transformación involucradas y como son aplicadas a cada primitiva gráfica (modelos).

(* Prestar atención a la orientación de los modelos que no son todos simétricos)
(** Debe quedar claro como los parámetros afectan a las transformaciones)

**ET4**




La escena de la figura está compuesta a partir de los 3 modelos A, B y C. El parámetro d1 representa el desplazamiento lateral de la estructural. Los parámetros alfa (vale para las 3 barras) y beta (inclinación del balde respecto del eje X) definen el estado de rotación de las articulaciones.

Considerando que los parámetros mencionados son variables de la escena y que están definidos los métodos dibujar A, dibujar B y dibujar C

a) Definir un sistema de coordenadas para cada uno de los modelos

b) Definir una estructura jerárquica que permita generar la escena. Graficar el árbol que corresponde dicha estructura indicando que transformaciones se aplican en cada rama.

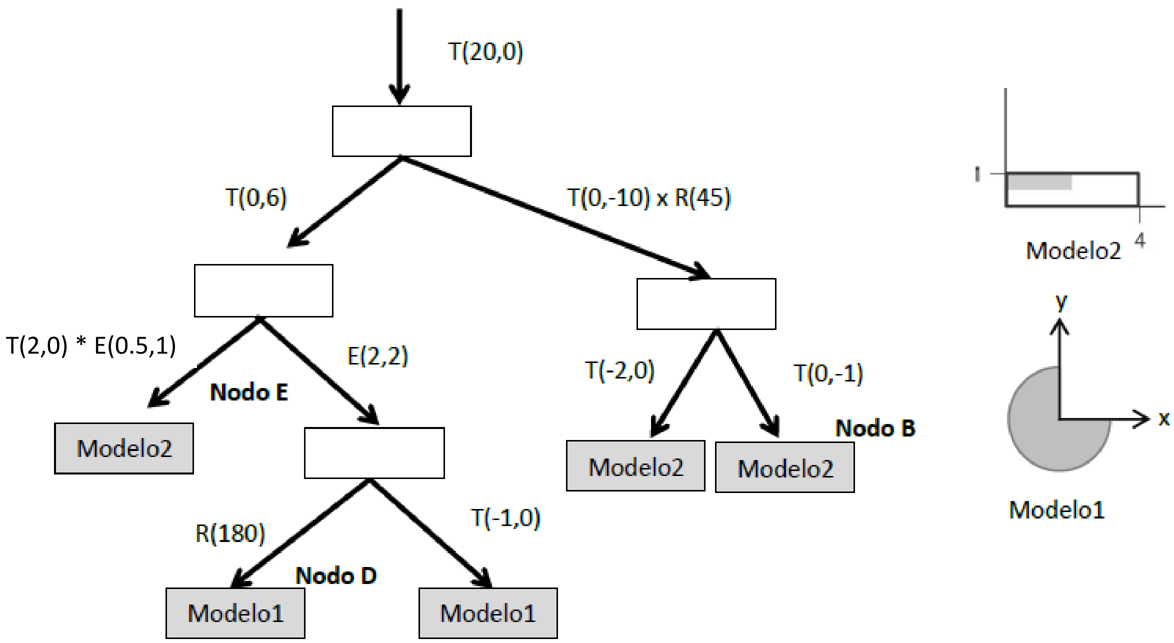
c) Escribir en pseudocódigo el ciclo de dibujado completo detallando como se calculan las matrices de transformación involucradas y como son aplicadas a cada primitiva gráfica utilizando gl-matrix

(* Prestar atención a la orientación de los modelos que no son todos simétricos)
(** Debe quedar claro como los parámetros afectan a las transformaciones)

**ET5**

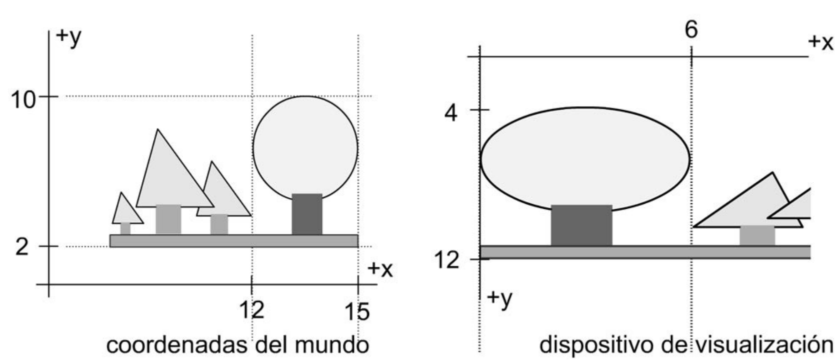
Dado el siguiente árbol de transformaciones:

a) Dibuje la escena resultante considerando con los ángulos de rotación positivos van en sentido anti-horario y que el círculo del modelo1 tiene radio=1.
b) Indique cual es la matriz de modelado (final) que se debería aplicar en los nodos B, D y E (explique cómo las calcula a partir de las transformaciones indicadas)



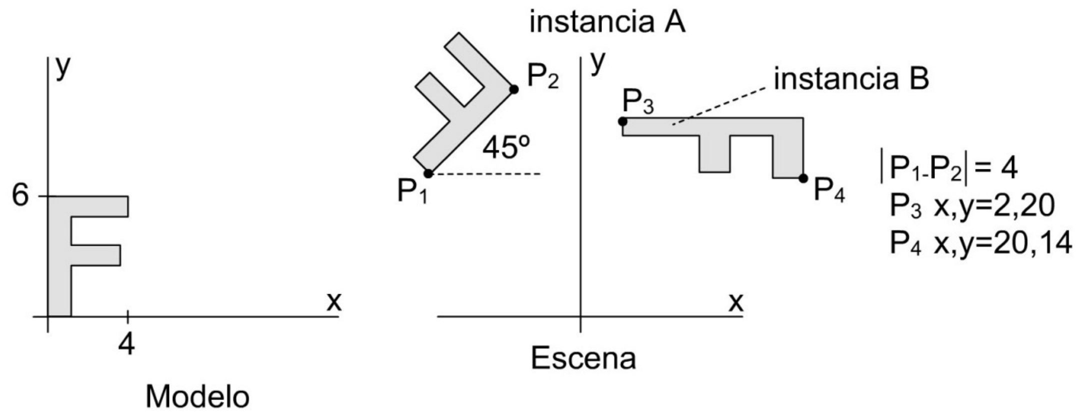

**ET6**

Calcular el valor de la matriz de vista, tal que mapee la ventana del mundo (izquierda) en el viewport de la derecha (prestar atención a los signos de los ejes).



## ET7

Dado el modelo y la escena definidos a continuación:

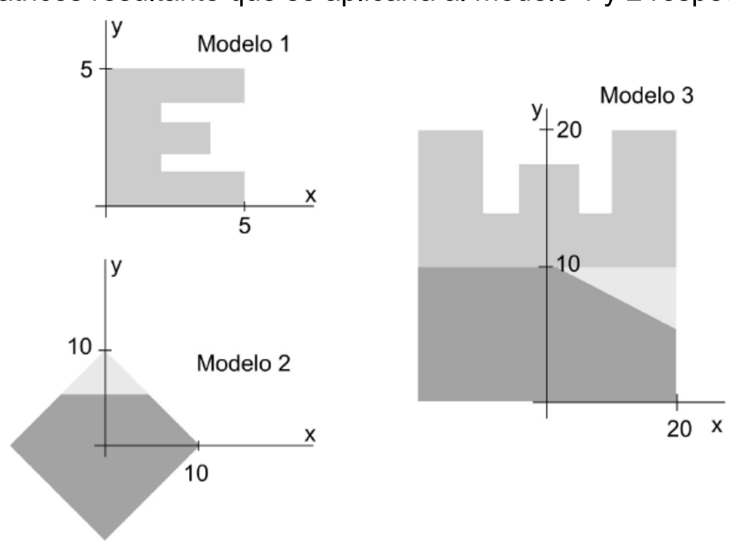



a) Enumerar en el orden correcto las transformaciones necesarias para generar las instancias A y B en la escena 2D.

b) Determinar cada una de las matrices asociadas a las transformaciones del punto 1.a. (no es necesario resolver el producto de las matrices, solo la expresión final del producto y los valores de cada matriz de transformación individual).

## ET8

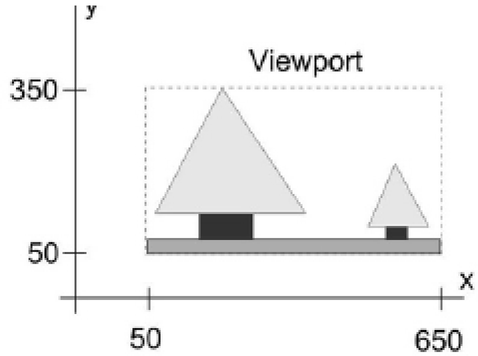
Detallar las transformaciones necesarias para generar el modelo nro. 3 a partir de los modelos 1 y 2. Indicar claramente los valores de las matrices necesarias y la expresión del producto de matrices resultante que se aplicaría al modelo 1 y 2 respectivamente



## ET9

Representar claramente la escena, que transformada según Mv, genere el resultado que s observa en el viewport de la derecha

$$Mv=\begin{bmatrix} -30 & 0 & 350 \\ 0 & -15 & 650 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



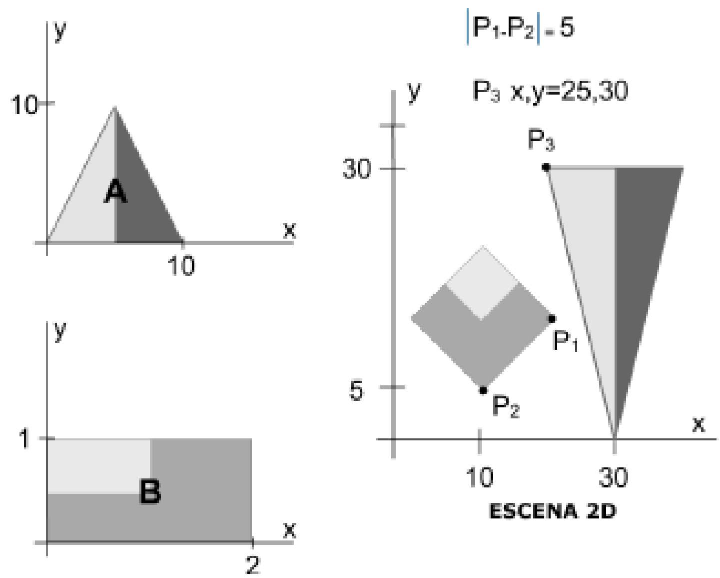

## ET10

Dado el modelo y la escena definidos en la figura:

a) Enumerar en el orden correcto las transformaciones necesarias para generar las instancias A y B transformadas en la escena 2D.

b) Determinar cada una de las matrices asociadas a las transformaciones del punto a.

c) Calcular las matrices de transformación compuestas para cada instancia MTA y MTB



## Ejercicios de Proyecciones

**EP1**

a) Representar gráficamente la forma del volumen de vista en una proyección oblicua

b) indicar todos los elementos que son parte de la misma (planos, vectores, etc.).

c) Deducir la matriz de proyección.

d) Calcular la coordenadas de las proyecciones de los puntos A=(10,20,-2) , B=(30,-12,-4) y C=(-32,12,-6) para un vector de proyección (0,1,1) y un plano de proyección ubicado en z = 2.

e) Explique las diferencias entre una proyección oblicua y la ortográfica

f) Para un proyección perspectiva, dado un plano de proyección ubicado en Z=0 y sea el punto A'=(2,1,0) la proyección del punto A=(5 ; 2,5 ; 3) deducir la ubicación del foco y calcular la proyección del punto B=(-2 ; -2 ; 6).

**EP2**

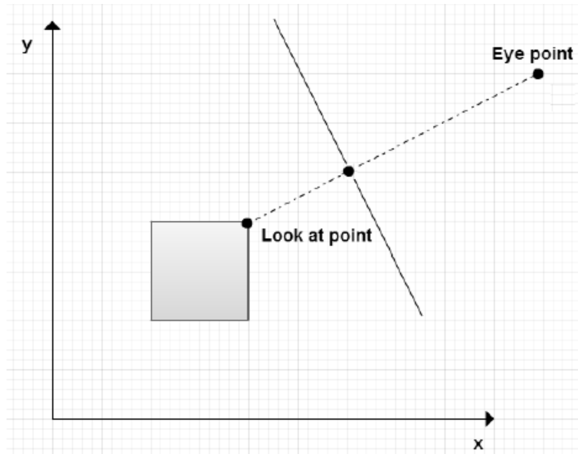
a) Deducir la matriz de proyección perspectiva sabiendo que el punto de proyección se encuentra ubicado sobre el semi-eje positivo x en la posición x0 = 10 y que el plano de proyección se ubica a la izquierda de dicho punto en la posición x1 = 5.

b) Si movemos el punto de proyección hacia la derecha, alejándolo del plano de proyección hasta la posición x2 = 15, manteniendo el plano de proyección en el mismo lugar.
¿Cuál es la nueva matriz de proyección?

c) Suponga que tenemos una esfera de radio r = 5 centrada en el origen. En cuál de las anteriores configuraciones la esfera se ve más grande. Justifique su respuesta.

**EP3**

La fig.1 muestra la vista superior de un cubo de lado L = 2 apoyado en el plano z = 0. Conociendo los puntos EyePoint = (10; 7; 0); LookAtPoint = (4, 4, 0); Up = (0, 0, 1). El punto donde la línea de visión corta al plano de proyección es (6, 5, 0), se pide:




a) Deducir la matriz de proyección perspectiva tomando para el plano de proyección YZ, ubicado en x = 0 y estando el centro de proyección en el punto -xp.

b) Calcular la matriz de transformación de Vista, para la conconfiguración del punto anterior (Cámara ubicada en -xp, mirando a lo largo del eje X positivo y con el Up = (0; 0; 1)).

c) Encontrar la matriz Mpv = Mproy * Mvista

d) Dibujar como es visto el cubo por la cámara.

**EP4**

Utilizando el mismo cubo y plano de EP3

a) Deducir la matriz de proyección ortográfica para un plano perpendicular al X ubicado en x = 1.

b) Calcular la matriz de transformación de vista para una cámara ubicada en el origen de coordenadas mirando al eje X positivo con Up = (0,0,1)

c) Encontrar la matriz Mpv = Mproy *Mvista

d) Dibujar como es visto el cubo por la cámara

**EP5**

Utilizando el mismo cubo y plano de EP3

a) Deseamos proyectar el cubo sobre el plano indicado utilizando como dirección de proyección Dproy = (1, 0, 0)

b) ¿De qué tipo de proyección se trata?

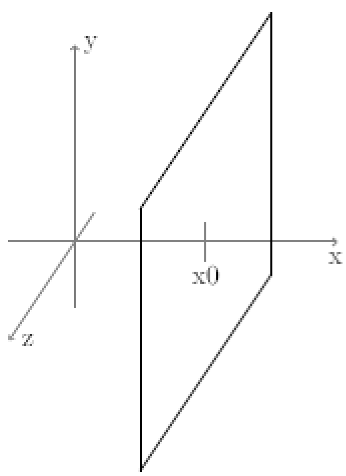
c) Deduzca una matriz de proyección oblicua utilizando como plano de proyección al plano XZ ubicado en y = 0.

d) Determine la matriz de Vista correspondiente

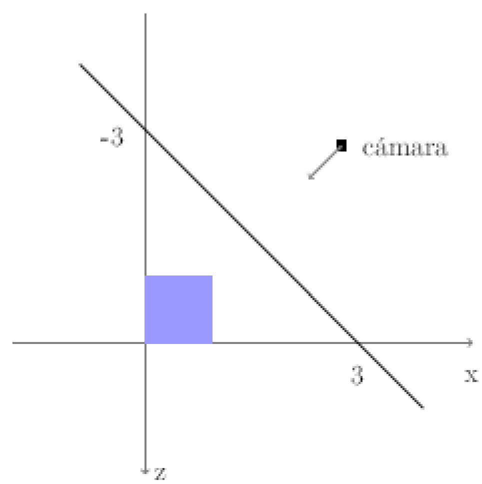
e) Encontrar la matriz Mpv = Mproy * Mvista

f) Dibujar como es visto el cubo por la cámara.

**EP6**




(a) Proyección perspectiva




(b)

Figura 2

a) Deducir la matriz de proyección perspectiva para un plano de proyección ubicado en $x = x_0$, con $x_0 > 0$ y tomando como centro de proyección al origen de coordenadas. Ver figura 2a

b) Encontrar la matriz de vista para la geometría que se muestra en la _gura 2b (vista superior). Tener presente la matriz de proyección calculada en el ítem anterior. El cubo tiene un lado L = 1 y está apoyado en el plano XZ. La cámara se encuentra ubicada en el punto EyePoint = (3,0,3) y se encuentra apuntada al centro de coordenadas. Como se muestra en la figura, el plano de proyección es perpendicular al eje Y y corta al eje X y Z en los puntos indicados.

c) Dibujar como es visto el cubo por la cámara.

**EP7**

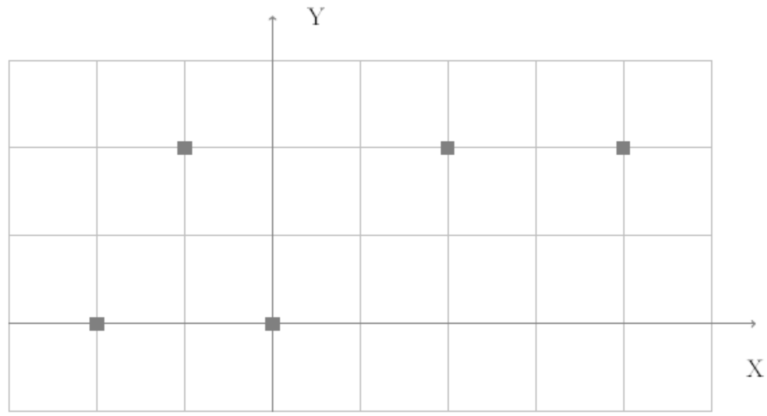



Figura 3: Puntos de Control

a) Utilizando el siguiente conjunto de puntos de control, dibuje una curva utilizando tramos de curvas de BSpline de orden k = 3. P = {(2,0)(2,1)(0,0)(2,2)(4,2)} ver figura 3

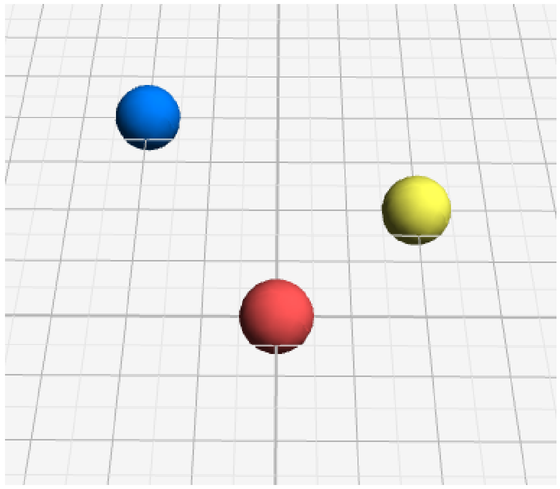
b) Para el 2do tramo de curva, encontrar el valor del parámetro u que se corresponde con el punto donde la pendiente de la curva es cero.

c) Ubicar dicho punto en el gráfico.

d) Explique y justifique que modificaciones haríaa al conjunto de puntos de control para que la curva interpole el punto (0; 0) sin alterar los puntos extremos, es decir la curva inicia y finaliza en los mismos lugares que en el punto a).

**EP8**

Una escena está formada por tres esferas (roja, azul y amarilla), cuyo centro está ubicado en el plano XY. Si el radio de las tres esferas es el mismo.



Se pide:

a) Dibujar como se observa la escena para una proyección perspectiva cuyo centro de proyección se encuentra en el plano XY en X=0, Y=-8, z=0. Ubicar el plano de proyección a una distancia intermedia entre el centro de proyección y el origen de coordenadas.

b) Idem punto anterior para perspectivo ortográfica.

c) Si $R_{azul} = 2R_{amarilla} = 4R_{roja}$ dibujar como se observa la escena tanto para proyección perspectiva como ortográfica.

d) Exprese las matrices proyección de los puntos a y b.

e) Indique una proyección oblicua que tenga como efecto que solamente se observen dos esferas (suponemos que las tres esferas tienen igual radio). Exprese la matriz correspondiente

## Ejercicios de Curvas

### EC1

Dado el siguiente conjunto de puntos de control Pi = {(0,1), (0,2), (1,1), (2,1), (2,2), (1,1)}

a) Construir la curva utilizando tramos de curvas BSpline cuadráticas

b) Encontrar el punto de la curva correspondiente al valor del *t* = 1.5 sabiendo que le rango del parámetro a lo largo de toda la curvas es *t* Î[0,5]

### EC2

Dado el siguiente conjunto de puntos de control Pi = {(0,2) (2,0), (-2,0), (0,-2)}

a) Construir la curva de Bezier cúbica.

b) Calcular la derivada de la curva y=f(x) en el valor del parámetro t=0.5.

c) Explique y demuestre que la curva interpola el primer y último punto de control.

### EC3

Dado el siguiente conjunto de puntos de control:

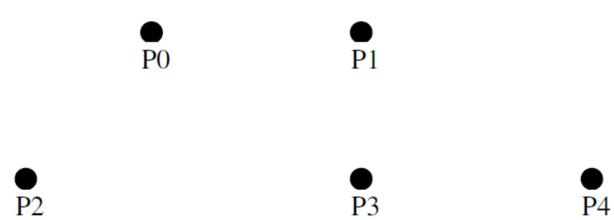
a) Dibuje la curva de BSpline correspondiente, utilizando tramos de curvas cúbicas.

b) Indicando el inicio y fin de cada tramo de curva.

c) Si el punto de control P4 es desplazado hacia arriba hasta quedar a la altura de P1 ¿Cómo afecta esto a la curva?

d) Dibuje la curva resultante. Justifique

e)



**EC4**

Se construye una curva cúbica de Bezier mediante el empalme de dos tramos utilizando siguiente conjunto de puntos de control son Pi = { (0,0), (1,1), (1,3), (2,4), (2,4), (4,6), (3,3), (4,1).

a) Graficar

b) ¿Cuál es el grado de continuidad de la curva?

c) Demuestre la respuesta dada en el punto anterior.

**EC5**

A partir de un conjunto de N puntos de control se construye una curva utilizando tramos de curvas Bspline cúbicas. Suponga que N >> 4, y sabiendo que 4 puntos de control son co-lineales:

a) ¿Qué le pasa al segmento de curva que gobiernan estos 4 puntos?

b) Justifique la respuesta dada en el punto anterior

c) Graficar

**EC6**

Dado el conjunto de puntos de control P = {(0, 4) (0, 1) (3, 1) (3,2)} se pide:

d) Dibujar la curva de Bezier cúbica correspondiente.

e) Dibujar las bases involucradas indicando que punto de control está asociado cada una.

f) Hallar el valor del parámetro u0 correspondiente al punto de la curva (x0, y0) donde la derivada dy/dx =1, ubicar dicho punto en la curva.

g) Demostrar que una curva de Bezier C(u) es tangente al segmento definido por los dos primeros puntos de control, cuando u = 0. Del mismo modo la curva es tangente al segmento definido por los dos últimos puntos de control, cuando u = 1.

**EC7**

Dado el conjunto de puntos de control P = {(1,-1)(1,1)(3,1)(5,1)(5,3)} se pide:

a) Dibujar la curva correspondiente utilizando tramos de curvas BSpline de orden k=3.

b) Ubicar gráficamente los ptos donde la recta tangente a la curva tiene pendiente m=1.

c) Indique en cada caso a cuál tramo de curva pertenece y si es posible estime al valor del parámetro para esos puntos

d) Desarrolle la expresión paramétrica de la curva y exprese las expresiones polinómicas de x(u) e y(u).

e) Hallar analíticamente el/los valor/es del parámetro u correspondiente al punto de la curva donde la derivada dy/dx = 1, comparar con los valores estimados.

f) Calcular dCu/du para los valores de u encontrados e indicar y mostrar gráficamente que representa.

**EC8**

Utilizando tramos de curvas Bezier cuadráticas para dibujar el contorno de la letra que se observa en la figura


a) Se espera que dibuje claramente nodos los puntos de control necesarios y el grafo resultante.

b) Dibujar e indicar claramente cada tramo de curva que emplee.

c) Demuestre que si en un conjunto de puntos de control dos puntos sucesivos se repiten, una curva formada por tramos de curvas de BSpline cuadrática interpolará dicho punto. Ej: $P_0$; $P_1$; $P_2$; $P_2$; $P_3$; $P_4$.