INFORME TÉCNICO

Funnys Company es una empresa chilena dedicada a la producción de productos para la entretención en el hogar, la cual ha experimentado un crecimiento acelerado de la demanda en los últimos años. Actualmente, la compañía opera con una planta de producción pequeña ubicada en Rancagua y distribuye sus productos directamente a distintas ciudades del país.

El problema principal que enfrenta la organización es que su capacidad de producción y su red de distribución actual no son suficientes para atender el aumento proyectado de la demanda en los próximos años. Esto genera la necesidad urgente de rediseñar la red de producción y distribución para asegurar la cobertura nacional de manera eficiente y sostenible.

Como alternativas de solución, se plantea la posibilidad de abrir nuevas plantas de producción en ciudades estratégicas (Antofagasta, Valparaíso, Santiago, Concepción y Puerto Montt), evaluando distintas capacidades de planta (pequeña o grande), junto con la selección del servicio de transporte más adecuado entre las alternativas disponibles.

La propuesta de resolución se basa en el diseño de un modelo matemático de optimización que permita determinar la configuración más eficiente de localización de plantas y medios de transporte, considerando la demanda proyectada, los costos de apertura, producción y transporte. De esta manera, Funnys Company podrá contar con una red logística capaz de sostener su crecimiento y mejorar la competitividad en el mercado nacional.

MODELO MÁTEMATICO

Conjuntos

- I: Conjunto de ciudades {Antofagasta, Valparaíso, Santiago, Concepción, Puerto Montt, Rancagua}.
- J: Conjunto de tipo de planta {pequeña, grande}.
- K: Conjunto de regiones {r1, r2, r3, r4, r5, r6}.
- F: Conjunto de transportes {AT1, AT2, AT3}.
- T: Conjunto de años {1, 2, 3}.

Variables de decisión

$$x_{ij}: \{ \frac{1 \; si \; se \; abre \; la \; planta \; j \; en \; la \; ciudad \; i}{0 \; en \; caso \; contrario} .$$

y_{ikft}: Unidades transportadas desde la ciudad i a la región k en el tipo de trasporte f en el año t.

Parámetros

- C_{ij} : Costo de apertura de la planta tipo j en la ciudad i.
- CF_{ij} : Costo anual de operación de una planta tipo j en la ciudad i.
- CT_{ikf} : Costo anual de transporte por unidad desde la planta de la ciudad u a la región k en el medio de transporte f
- CV_{ij} : Costo variable de producción por unidad de una planta tipo j en la ciudad i.
- D_{kt} : Demanda anual de la región k en el año t.
- P_{jt} : Capacidad de producción anual t de la planta tipo j.

Función objetivo

$$Minimizar\ z = \sum_{i}^{I}\sum_{j}^{J}(C_{ij} + CF_{ij}) * X_{ij} + \sum_{i}^{I}\left(\sum_{j}^{J} CV_{ij} * \sum_{k}^{K}\sum_{f}^{F}\sum_{t}^{T} Y_{ikft}\right) + \sum_{i}^{I}\sum_{k}^{K}\sum_{f}^{F}\left(CT_{ikf} * \sum_{j}^{J} Y_{ikft}\right)$$

Restricciones

- Satisfacción de la demanda

$$\sum_{i}^{I}\sum_{f}^{F} Y_{ikft} \geq D_{kt} \qquad \forall_k \in K, \forall_t \in T$$

- Capacidad de producción

$$\sum_{i}^{I}\sum_{j}^{J} P_{jt} * X_{ij} \geq \sum_{i}^{I}\sum_{k}^{K}\sum_{f}^{F} Y_{ikft} \qquad \forall_t \in T$$

- Restricción de unicidad (a lo más una planta por ciudad)

$$\sum_{j}^{J} X_{ij} \leq 1 \qquad \forall_i \in I$$

- Planta en Rancagua (ya existe)

$$X_{Rancagua,\ pequeña} = 1$$

$$X_{Rancagua,\ grande} = 0$$

Supuestos:

- Una ruta (ciudad - región) puede usar múltiples transportes para distintas cantidades a transportar en los distintos años.
- Solo de debe instalar a lo más una planta por ciudad (considerando el caso en el que una ciudad puede quedar sin planta)

Pregunta 4

¿Cuál es la configuración óptima que le recomendaría a Funnys Company si se considera la posibilidad de implementar plantas de producción en las ciudades seleccionadas? Es decir, ¿Dónde implementaría las nuevas plantas de producción, de qué capacidad deben ser y que servicios de transporte debe utilizar para atender la demanda anual pronosticada para los próximos tres años?

La solución óptima del modelo vino dada por:

I. Plantas de producción

Rancagua - Planta pequeña
(ya implementada)

Capacidad: **4.636.446 u/año**.

Antofagasta - Planta pequeña
(nueva planta por abrir)

Capacidad: **4.636.446 u/año**.

Es decir, solo se implementaría la nueva planta de producción pequeña en Antofagasta y se mantendría la planta pequeña de Rancagua.

II. Planes de despacho anuales

A) Año 1: todo se abastece desde Rancagua, pero sin alcanzar su capacidad máxima.

Región	Origen	Servicio	Volumen
r1	Rancagua	**AT2**	951.776
r2	Rancagua	**AT1**	967.364
r3	Rancagua	**AT2**	512.051
r4	Rancagua	**AT1**	386.248
r5	Rancagua	**AT3**	946.174
r6	Rancagua	**AT1**	303.445

Total año 1: 4.067.058
(≤ 4.636.446 de capacidad de Rancagua)

B) Año 2: Rancagua produce el máximo de su capacidad y lo que falte se produce en Antofagasta.

Región	Origen	Servicio	Volumen
r1	Rancagua	**AT2**	657.229
r1	Antofagasta	**AT1**	446.832
r2	Rancagua	**AT1**	1.180.185
r3	Rancagua	**AT2**	645.185
r4	Rancagua	**AT1**	444.186
r5	Rancagua	**AT3**	1.315.182
r6	Rancagua	**AT1**	394.479

Total año 2: 5.083.278 = *4.636.446 (Rancagua, a tope) + 446.832 (Antofagasta)*.

C) Año 3: mantenemos Rancagua a capacidad máxima y Antofagasta cubre R1 y parte de R2.

Región	Origen	Servicio	Volumen
r1	Antofagasta	**AT1**	1.280.710
r2	Antofagasta	**AT1**	468.051
r2	Rancagua	**AT1**	971.774
r3	Rancagua	**AT2**	812.933
r4	Rancagua	**AT1**	510.813
r5	Rancagua	**AT3**	1.828.103
r6	Rancagua	**AT1**	512.823

Total año 3: 6.385.207 = *4.636.446 (Rancagua, a tope) + 1.748.761 (Antofagasta)*.

En resumen, se tiene que el uso de capacidades por planta y año es:

Año	Rancagua (u)	Antofagasta (u)	Capacidad por planta
1	4.067.058	0	4.636.446
2	4.636.446	446.832	4.636.446
3	4.636.446	1.748.761	4.636.446

Pregunta 5

¿Cómo cambiaría su respuesta si se relaja la restricción de número de instalaciones por habilitar en cada ciudad? Es decir, si ahora se permite instalar más de una planta de producción en cada ciudad.

Para responder esto se realizaron los siguientes cambios en el modelo:

1. La variable de apertura de plantas x_{ij} paso de ser binaria a entera, ahora representando la cantidad de plantas de tipo j instaladas en la ciudad i .
2. Se elimina la restricción de unicidad que limitaba a 1 planta por ciudad.
3. Se mantiene la restricción de que Rancagua debe tener al menos una planta pequeña (condición inicial) y se elimina la restricción de que no puede haber plantas grandes en Rancagua.

Con estos cambios al modelo se obtuvo:

- Con la configuración inicial (máximo una planta por ciudad), el costo era de $445611774.16000015 \approx 445{,}6M$.

- Con los nuevos cambios al modelo (permitiendo múltiples plantas por ciudad) el costo bajó a $332139310.48000014 \approx 332{,}1M$.
- Esto se obtuvo abriendo 2 plantas pequeñas en Rancagua, lo cual es nuestra solución óptima.

Con estos resultados podemos concluir que al permitir abrir más de una planta por ciudad se logra una solución más barata y se observa que Rancagua es la mejor ubicación para expandirse.

Pregunta 6

Exponga al menos 5 conclusiones de su trabajo indicando como mínimo: la importancia de la localización óptima de las instalaciones en los costos totales de la red de distribución, impacto de los costos de apertura de plantas de producción, los costos de transporte y costos de producción.

1. **La Localización Óptima es Crucial para la Reducción de Costos**

   La localización de las plantas de producción es el factor más determinante en el costo total de la red. El análisis demuestra que permitir una expansión en la ubicación ya existente de Rancagua (agregando una segunda planta) es significativamente más económico, logrando una reducción de costos de más de $113 millones de pesos (de $445.6M a $332.1M). Esto indica que la centralización de la producción en un punto geográficamente estratégico puede ser más eficiente que la diversificación, ya que optimiza los costos agregados de producción y transporte hacia todas las regiones del país.

2. **Los Costos de Apertura Limitan la Expansión**

   Los costos fijos asociados a la apertura y operación de nuevas plantas (Cij y CFij) son una barrera económica fundamental. El modelo matemático los considera como una inversión inicial que debe ser justificada por los ahorros en otros ámbitos (producción y transporte). La solución óptima de añadir una segunda planta pequeña en Rancagua, en lugar de una grande u otra en una nueva ciudad, sugiere que el alto costo de inversión inicial de instalaciones más grandes o nuevas no se compensa con los beneficios operativos o logísticos para el horizonte de demanda estudiado.

3. **El Costo de Transporte Define la Ubicación Ideal**

Los costos de transporte (CTikf) son decisivos para determinar qué ubicación de planta es la más eficiente. Una planta no solo debe tener bajos costos de producción, sino que también debe estar posicionada para minimizar el gasto de envío a los centros de demanda (Dkt). La elección de Rancagua como el mejor lugar para expandirse implica que esta ciudad ofrece el balance más favorable de costos de transporte para satisfacer la demanda proyectada a nivel nacional, superando a otras alternativas que, aunque cercanas a ciertos mercados, resultarían más caras en el cómputo global de la distribución.

4. **Los Costos de Producción deben Balancearse con la Logística**

   Si bien los costos variables de producción (CVij) son un componente importante del costo total, su impacto debe evaluarse conjuntamente con los costos de transporte. Una planta podría ofrecer costos de producción muy bajos, pero si está mal ubicada, el alto costo del transporte anularía ese ahorro. El modelo busca la combinación que minimice la suma de ambos. La solución óptima demuestra que la configuración actual en Rancagua, al expandirse, ofrece la sinergia más efectiva entre costos de producción y costos logísticos para toda la operación.

5. **La Flexibilidad en el Diseño de la Red Genera Mayor Eficiencia**

   La comparación entre los dos escenarios (con y sin la restricción de una planta por ciudad) prueba que un diseño de red más flexible conduce a soluciones significativamente más eficientes y económicas. La restricción inicial de "unicidad" forzaba al modelo a encontrar una solución subóptima y más cara. Al relajar esta regla, se permitió al sistema encontrar una estrategia de expansión más orgánica y rentable: escalar la capacidad en un punto ya probado y estratégicamente ventajoso, en lugar de incurrir en los altos costos y complejidades de establecer una operación completamente nueva en otra parte del país.