

Algoritmos y Estructuras de Datos

Especificación y Contratos

Departamento de Computación - FCEyN - UBA

2024

Repaso

Lenguaje de especificación

Tipos

Modularización

Más herramientas (Sumatoria, Productoria, Condicional)

Sobre y Sub especificar

Comentarios

Ejemplo (complejo): Meseta Maximal

2

Repaso: Especificación, algoritmo, programa

1. **Especificación:** descripción del problema a resolver.
 - ▶ ¿Qué problema tenemos?
 - ▶ Habitualmente, dada en lenguaje formal.
 - ▶ Es un contrato que da las propiedades de los datos de entrada y las propiedades de la solución.
2. **Algoritmo:** descripción de la solución escrita para humanos.
 - ▶ ¿Cómo resolvemos el problema?
3. **Programa:** descripción de la solución para ser ejecutada en una computadora.
 - ▶ También, ¿cómo resolvemos el problema?
 - ▶ Pero descripto en un lenguaje de programación.

3

Repaso: Especificación de problemas

- ▶ Una **especificación** es un contrato que define qué se debe resolver y qué propiedades debe tener la solución.
 - ▶ Define el **qué** y no el **cómo**.
- ▶ La especificación de un problema incluye un conjunto de **parámetros**: datos de entrada cuyos valores serán conocidos recién al ejecutar el programa.
- ▶ Además de cumplir un rol “contractual”, la especificación del problema es insumo para las actividades de ...
 1. testing: ya vieron algo en IP,
 2. verificación formal de corrección: lo vamos a ver en AED,
 3. derivación formal (construir un programa a partir de la especificación): no lo vemos acá.

4

Repaso: Contratos

- ▶ Una especificación es un **contrato** entre el **programador** de una función y el **usuario** de esa función.
- ▶ **Ejemplo:** calcular la raíz cuadrada de un número real.
 - ▶ ¿Cómo es la especificación (informalmente, por ahora) de este problema?
 - ▶ ¿Qué vamos a recibir? → un número no negativo.
 - ▶ Obligación del usuario: no puede proveer números negativos.
 - ▶ Derecho del programador: puede suponer que el argumento recibido no es negativo.
 - ▶ ¿Qué vamos a devolver? → la raíz cuadrada del número recibido.
 - ▶ Obligación del programador: debe calcular la raíz, siempre y cuando haya recibido un número no negativo
 - ▶ Derecho del usuario: puede suponer que el resultado va a ser correcto

5

Repaso: Partes de una especificación (contrato)

1. **Encabezado**
2. **Precondición** o cláusula “requiere”
 - ▶ Condición sobre los argumentos, que el programador da por cierta.
 - ▶ Especifica lo que **requiere** la función para hacer su tarea.
 - ▶ Por ejemplo: “el valor de entrada es un real no negativo”
3. **Postcondición** o cláusula “asegura”
 - ▶ Condición sobre el resultado, que debe ser cumplida por el programador siempre y cuando el usuario haya cumplido la precondición.
 - ▶ Especifica lo que la función **asegura** que se va a cumplir después de llamarla (si se cumplía la precondición).
 - ▶ Por ejemplo: “la salida es la raíz cuadrada del valor de entrada”

6

Repaso

Lenguaje de especificación

Tipos

Modularización

Más herramientas (Sumatoria, Productoria, Condicional)

Sobre y Sub especificar

Comentarios

Ejemplo (complejo): Meseta Maximal

7

Definición (Especificación) de un problema

```
proc nombre(parámetros) : salida {  
  requiere { P }  
  asegura { Q }  
}
```

- ▶ **nombre**: nombre que le damos al problema
 - ▶ será resuelto por una función con ese mismo nombre
- ▶ **parámetros**: lista de parámetros separada por comas, donde cada parámetro contiene:
 - ▶ Tipo de pasaje (entrada, salida o entrada/salida)
 - ▶ Nombre del parámetro
 - ▶ Tipo de datos del parámetro
- ▶ **salida**: Opcional. Tipo de dato de la salida.
- ▶ *P* y *Q* son **predicados**, denominados la **precondición** y la **postcondición** del **procedimiento**.

8

Ejemplo

Especificar un sensor de una pava eléctrica que dada una secuencia de temperaturas indica si el agua está lista para Café (todas las temperaturas entre 86 – 100°, devuelve “C”), para Mate (todas las temperaturas entre 70 – 85°, devuelve “M”), o para Ninguna (todas las temperaturas entre 0 – 69°, devuelve “N”)

Empecemos en lenguaje natural

```
proc pavaElectrica(in s : seq < ℤ >) : Char{
  requiere {Todas las temperaturas entre 0 y 100 }
  asegura {res vale "C" cuando todos los elementos de s están entre 86 y 100}
  asegura {res vale "M" cuando todos los elementos de s están entre 70 y 85}
  asegura {res vale "N" cuando todos los elementos de s están entre 0 y 69}
}
```

Y ahora en lógica

```
proc pavaElectrica(in s : seq < ℤ >) : Char{
  requiere { (∀i : ℤ)(0 ≤ i < |s| →L 0 ≤ s[i] ≤ 100) }
  asegura { res = 'C' → (∀i : ℤ)(0 ≤ i < |s| →L 86 ≤ s[i] ≤ 100) }
  asegura { res = 'M' → (∀i : ℤ)(0 ≤ i < |s| →L 70 ≤ s[i] ≤ 85) }
  asegura { res = 'N' → (∀i : ℤ)(0 ≤ i < |s| →L 0 ≤ s[i] ≤ 69) }
}
```

9

Interpretando una especificación

```
proc pavaElectrica(in s : seq < ℤ >) : Char{
  requiere { (∀i : ℤ)(0 ≤ i < |s| →L 0 ≤ s[i] ≤ 100) }
  asegura { res = 'C' → (∀i : ℤ)(0 ≤ i < |s| →L 86 ≤ s[i] ≤ 100) }
  asegura { res = 'M' → (∀i : ℤ)(0 ≤ i < |s| →L 70 ≤ s[i] ≤ 85) }
  asegura { res = 'N' → (∀i : ℤ)(0 ≤ i < |s| →L 0 ≤ s[i] ≤ 69) }
}
```

Qué sucede si ejecutamos con ...

- ▶ $s = \langle 10, 2, 50 \rangle$; $res = 'N'$
- ▶ $s = \langle 83, 72, 80 \rangle$; $res = 'M'$
- ▶ $s = \langle 103, 80 \rangle$; $res = ?$ Podría devolver cualquier cosa (Char), o colgarse, no es nuestra responsabilidad
- ▶ $s = \langle 5, 83 \rangle$; $res = ?$ Tiene que devolver algo de tipo Char, pero no puede ser C, M, o N. **¿Estamos sub-especificando?**
- ▶ $s = \langle \rangle$; $res = ?$ Tiene que devolver algo de tipo Char, pero no puede ser C, M, o N. **¿Estamos sub-especificando?**
- ▶ $s = \langle 80, 83 \rangle$; $res = 'J'$ ¿Es incorrecto para nuestra especificación? **¿Estamos sub-especificando? (en un rato lo vemos)**

10

Pasaje de parámetros: in, inout

- ▶ Parámetros de entrada (**in**): Si se invoca el procedimiento con el argumento **c** para un parámetro de este tipo, entonces se copia el valor **c** antes de iniciar la ejecución
- ▶ Parámetros de entrada-salida (**inout**): Es un parámetro que es a la vez de entrada (se copia el valor del argumento al inicio), como de salida (se copia el valor de la variable al argumento). El efecto final es que la ejecución del procedimiento **modifica** el valor del parámetro.
- ▶ Todos los parámetros con atributo **in** (incluso **inout**) están inicializados

11

Argumentos que se modifican (inout)

Problema: Incrementar en 1 el argumento de entrada.

- ▶ Alternativa sin modificar la entrada (usual).

```
proc incremento(in a : ℤ) : ℤ{
  requiere { True }
  asegura { result = a + 1 }
}
```

- ▶ Alternativa que modifica la entrada: usamos el **mismo** argumento para la entrada y para la salida.

```
proc incremento-modificando(inout a : ℤ){
  requiere { A0 = a }
  asegura { a = A0 + 1 }
}
```

- ▶ En el requiere introducimos una **metavariable** (A_0) que representa el valor inicial de la variable a . La usamos en la postcondición para relacionar el valor de salida de a con su valor inicial.

12

Repaso

Lenguaje de especificación

Tipos

Modularización

Más herramientas (Sumatoria, Productoria, Condicional)

Sobre y Sub especificar

Comentarios

Ejemplo (complejo): Meseta Maximal

13

Tipos de datos

- Un **tipo de datos** es un **conjunto de valores** (el conjunto base del tipo) provisto de una serie de **operaciones** que involucran a esos valores.
- Para hablar de un elemento de un tipo T en nuestro lenguaje, escribimos un **término** o **expresión**
 - Variable de tipo T (ejemplos: x , y , z , etc)
 - Constante de tipo T (ejemplos: 1 , -1 , $\frac{1}{5}$, $'a'$, etc)
 - Función (operación) aplicada a otros términos (del tipo T o de otro tipo)
- Todos los tipos tienen un elemento distinguido: \perp o Indef

14

Tipos de datos de nuestro lenguaje de especificación

Breve resumen de los tipos que tenemos disponibles, con sus símbolos de funciones y símbolos de predicado.

Para más detalles, ver apunte de especificación.

| Tipos | Constantes | Funciones | Comparaciones |
|--------------------------|---|--|--|
| Enteros (\mathbb{Z}) | $0; -1; 1;$ $-2; 2; \dots$ | $+$; $-$; $abs()$; $*$; $div()$; $mod()$; a^b | $<$; \leq ; $>$; \geq ; $=$; \neq |
| Reales (\mathbb{R}) | $0; -1; 1;$ $\pi; \dots$ | $+$; $-$; $...$; $abs()$; $log()$; $sin()$; $cos()$; \dots | $<$; \leq ; $>$; \geq ; $=$; \neq |
| Caracteres (Char) | $'a'; 'b'; \dots;$ $'1'; '2'; \dots$ | $ord()$, $char()$ | $<$; \leq ; $>$; \geq ; $=$; \neq (comparan los $ord()$) |
| Uplas | $T_0 \times \dots \times T_n$ | indexación: U_i | $=$; \neq |
| Secuencias | $\langle x_0, x_1, \dots \rangle$ | indexación: $S[i]$; $length(S) = S $; $head()$; $tail()$; $concat(S1, S2) = S1 + S2$ $subseq(S, inicio, fin)$ | $=$; \neq |
| Conjuntos | | | |
| Enumerados | | | |

15

Repaso

Lenguaje de especificación

Tipos

Modularización

Más herramientas (Sumatoria, Productoria, Condicional)

Sobre y Sub especificar

Comentarios

Ejemplo (complejo): Meseta Maximal

16

Funciones y predicados auxiliares

- Asignan un nombre a una expresión.
- Facilitan la lectura y la escritura de especificaciones.
- **Modularizan** la especificación.

`aux f (argumentos) : tipo = e;`

- f es el nombre de la función, que puede usarse en el resto de la especificación en lugar de la expresión e .
- Los argumentos son opcionales y se reemplazan en e cada vez que se usa f .
- $tipo$ es el tipo del resultado de la función (el tipo de e).

`pred p (argumentos){ f }`

- p es el nombre del predicado, puede usarse en el resto de la especificación en lugar de la fórmula f .

17

Funciones y predicados auxiliares

Volvamos al ejemplo de la pava (por ahora seguimos evitando la sub-especificación):

```
proc pavaElectrica(in s : seq <  $\mathbb{Z}$  >) : Char{  
  requiere { ( $\forall i : \mathbb{Z}$ )( $0 \leq i < |s| \rightarrow_L 0 \leq s[i] \leq 100$ ) }  
  asegura { res = 'C'  $\rightarrow$  ( $\forall i : \mathbb{Z}$ )( $0 \leq i < |s| \rightarrow_L 86 \leq s[i] \leq 100$ ) }  
  asegura { res = 'M'  $\rightarrow$  ( $\forall i : \mathbb{Z}$ )( $0 \leq i < |s| \rightarrow_L 70 \leq s[i] \leq 85$ ) }  
  asegura { res = 'N'  $\rightarrow$  ( $\forall i : \mathbb{Z}$ )( $0 \leq i < |s| \rightarrow_L 0 \leq s[i] \leq 69$ ) }  
}
```

En esta especificación estamos repitiendo mucho algunas cosas.

Probemos encapsular algo en un pred:

```
pred todosEnRango(s : seq <  $\mathbb{R}$  >, min :  $\mathbb{Z}$ , max :  $\mathbb{Z}$ ){  
  { ( $\forall i : \mathbb{Z}$ )( $0 \leq i < |s| \rightarrow_L min \leq s[i] \leq max$ ) }
```

Y ahora podemos escribir:

```
proc pavaElectrica(in s : seq <  $\mathbb{Z}$  >) : Char{  
  requiere { todosEnRango(s, 0, 100) }  
  asegura { res = 'C'  $\rightarrow$  todosEnRango(s, 86, 100) }  
  asegura { res = 'M'  $\rightarrow$  todosEnRango(s, 70, 85) }  
  asegura { res = 'N'  $\rightarrow$  todosEnRango(s, 0, 69) }  
}
```

18

Ejemplos de auxiliares (funciones y predicados)

- `aux $suc(x : \mathbb{Z}) : \mathbb{Z} = x + 1;$`
- `aux $e() : \mathbb{R} = 2,7182;$`
- `aux $inverso(x : \mathbb{R}) : \mathbb{R} = 1/x;$`
- `aux $\#Apariciones(s : seq < T >, e : T) : \mathbb{Z}$: devuelve cuántas veces aparece e en s`
- `pred $esPar(n : \mathbb{Z}) \{ (n \bmod 2) = 0 \}$`
`pred $esImpar(n : \mathbb{Z}) \{ \neg (esPar(n)) \}$`

19

Predicando sobre secuencias

- Crear un predicado que sea **Verdadero** si y sólo si una secuencia de enteros sólo posee enteros mayores a 5.
- Solución:

```
pred seq_gt_five(s : seq< $\mathbb{Z}$ >) {  
  ( $\forall i : \mathbb{Z}$ )( $0 \leq i < |s| \rightarrow_L s[i] > 5$ )  
}
```
- Crear un predicado que sea **Verdadero** si y sólo si hay algún elemento en la secuencia s que sea par y mayor que 5.
- Solución:

```
pred seq_has_elem_even_gt_five(s : seq< $\mathbb{Z}$ >) {  
  ( $\exists i : \mathbb{Z}$ )(  
    ( $0 \leq i < |s| \wedge_L ((s[i] \bmod 2) = 0) \wedge (s[i] > 5)$ )  
  )  
}
```
- **Nota:** Prestar atención al uso de \wedge_L con el cuantificador existencial y \rightarrow_L con el cuantificador universal.

20

Definir auxiliares versus especificar problemas

Definimos funciones y predicados auxiliares

- Expresiones del lenguaje, que se usan dentro de las especificaciones como **reemplazos sintácticos**.
 - Las funciones son de cualquier tipo.
- Dado que es un reemplazo sintáctico, ¡no se permiten **definiciones recursivas**!

Especificamos problemas

- Condiciones (el contrato) que debería cumplir un algoritmo para ser solución del problema.
- En una especificación dando la precondition y la postcondition con predicados de primer orden.
- No podemos usar otros problemas en la especificación. Sí podemos usar predicados y funciones auxiliares ya definidos.

21

Repaso

Lenguaje de especificación

Tipos

Modularización

Más herramientas (Sumatoria, Productoria, Condicional)

Sobre y Sub especificar

Comentarios

Ejemplo (complejo): Meseta Maximal

22

Σ - Sumatoria

El lenguaje de especificación provee formas de acumular resultados para los tipos numéricos \mathbb{Z} y \mathbb{R} .

El término

$$\sum_{i=from}^{to} Expr(i)$$

retorna la suma de todas las expresiones $Expr(i)$ entre $from$ y to .

Es decir,

$$Expr(from) + Expr(from + 1) + \dots + Expr(to - 1) + Expr(to)$$

Algunas condiciones:

- $Expr(i)$ debe ser un tipo numérico (\mathbb{R} o \mathbb{Z}).
- $from \leq to$ (retorna 0 si no se cumple).
- $from$ y to es un **rango** (finito) de valores enteros, caso contrario se **indefine**.
- Si existe i tal que $from \leq i \leq to$ y $Expr(i) = \perp$, entonces toda la expresión se **indefine**!

23

Σ - Ejemplos

Retornar la sumatoria de una secuencia s de tipo $seq\langle T \rangle$.

Solución:

$$\sum_{i=0}^{|s|-1} s[i]$$

Ejemplos:

- Si $s = \langle 1, 1, 3, 3 \rangle$ retornará

$$s[0] + s[1] + s[2] + s[3] = 1 + 1 + 3 + 3 = 8$$

- Si $s = \langle \rangle$, entonces $from = 0$ y $to = -1$, por lo tanto retornará 0

24

Σ - Ejemplos

Retornar la sumatoria de la posición 1 (únicamente) de la secuencia s .

Solución:

$$\sum_{i=1}^1 s[i]$$

Ejemplos:

- ▶ Si $s = \langle 7, 11, 3, 3, 2, 4 \rangle$ retornará $s[1] = 11$.
- ▶ Si $s = \langle 7 \rangle$ la sumatoria se indefinirá ya que $s[1] = \perp$.

25

Expresiones condicionales

Función que elige entre dos elementos del mismo tipo, según una fórmula lógica (guarda)

- ▶ si la guarda es verdadera, elige el primero
- ▶ si no, elige el segundo

Por ejemplo

- ▶ expresión que devuelve el máximo entre dos elementos:

$\text{aux } \text{máx}(a, b : \mathbb{Z}) : \mathbb{Z} = \text{IfThenElseFi}(\langle \mathbb{Z} \rangle)(a > b, a, b);$

cuando los argumentos se deducen del contexto, se puede escribir directamente

$\text{aux } \text{máx}(a, b : \mathbb{Z}) : \mathbb{Z} = \text{IfThenElseFi}(a > b, a, b);$

- ▶ expresión que dado x devuelve $1/x$ si $x \neq 0$ y 0 sino

$\text{aux } \text{unoSobre}(x : \mathbb{R}) : \mathbb{R} = \underbrace{\text{IfThenElseFi}(x \neq 0, 1/x, 0)}_{\text{no se indefinirá cuando } x = 0}$

26

Σ - Ejemplo con condicional

Retornar la cantidad de apariciones de un elemento e en la secuencia s .

Solución:

$\text{aux } \#apariciones(s : \text{seq}\langle T \rangle, e : T) : \mathbb{Z} =$
 $\sum_{i=0}^{|s|-1} (\text{IfThenElseFi}(s[i] = e, 1, 0));$

Ejemplos:

- ▶ $\#apariciones(\langle 5, 1, 1, 1, 3, 3 \rangle, 1) = 3$
- ▶ $\#apariciones(\langle 5, 1, 1, 1, 3, 3 \rangle, 2) = 0$
- ▶ $\#apariciones(\langle 5, 1, 1, 1, 3, 3 \rangle, 3) = 2$
- ▶ $\#apariciones(\langle 5, 1, 1, 1, 3, 3 \rangle, 5) = 1$
- ▶ $\#apariciones(\langle \rangle, 5) = 0$

27

\prod - Productoria

El término

$$\prod_{i=from}^{to} Expr(i)$$

retorna el producto de todas las expresiones $Expr(i)$ entre $from$ y to . Es decir,

$$Expr(from) * Expr(from + 1) * \dots * Expr(to - 1) * Expr(to)$$

- ▶ $Expr(i)$ debe ser un tipo numérico (\mathbb{R} o \mathbb{Z}).
- ▶ $from$ y to define un rango de valores enteros (finito) y $from \leq to$ (retorna 1 si no se cumple).
- ▶ Si $Expr(i) = \perp$, toda la productoria se **indefine**.

28

Π - Ejemplos

Retornar la productoria de los elementos mayores a 0 de la secuencia s .

Solución:

$$\prod_{i=0}^{|s|-1} \text{IfThenElseFi}(s[i] > 0, s[i], 1)$$

Ejemplos:

- Si $s = \langle 7, 1, -3, 3, 2, -4 \rangle$ retornará

$$s[0] * s[1] * 1 * s[3] * s[4] * 1 = 7 * 1 * 1 * 3 * 2 * 1 = 42$$

- Si $s = \langle -7 \rangle$ retornará 1.

29

Repaso

Lenguaje de especificación

Tipos

Modularización

Más herramientas (Sumatoria, Productoria, Condicional)

Sobre y Sub especificar

Comentarios

Ejemplo (complejo): Meseta Maximal

30

Sobre-especificación

- Consiste en dar una **postcondición más restrictiva** que lo que se necesita.
- Limita los posibles algoritmos que resuelven el problema, porque impone más condiciones para la salida, o amplía los datos de entrada.
- Ejemplo:

```
proc distinto(in x : ℤ) : ℤ {  
  requiere { True }  
  asegura { result = x + 1 }  
}
```
- ... en lugar de:

```
proc distinto(in x : ℤ) : ℤ {  
  requiere { True }  
  asegura { result ≠ x }  
}
```

31

Sub-especificación

- Consiste en dar una **precondición más restrictiva** que lo realmente necesario, o bien una **postcondición más débil** que la que se podría dar.
- Deja afuera datos de entrada o ignora condiciones necesarias para la salida (permite soluciones no deseadas).
- Ejemplo:

```
proc distinto(in x : ℤ) : ℤ {  
  requiere { x > 0 }  
  asegura { result ≠ x }  
}
```
- ... en vez de:

```
proc distinto(in x : ℤ) : ℤ {  
  requiere { True }  
  asegura { result ≠ x }  
}
```

32

Sub-especificación

Volvamos de nuevo al ejemplo de la pava eléctrica, que dijimos que estaba sub-especificado:

```
proc pavaElectrica(in s : seq < ℤ >) : Char{  
  requiere { todosEnRango(s, 0, 100) }  
  asegura { res = 'C' → todosEnRango(s, 86, 100) }  
  asegura { res = 'M' → todosEnRango(s, 70, 85) }  
  asegura { res = 'N' → todosEnRango(s, 0, 69) }  
}
```

¿Cómo podemos especificarlo un poco mejor?

```
proc pavaElectrica(in s : seq < ℤ >) : Char{  
  requiere { todosEnRango(s, 0, 100) }  
  asegura { res = 'C' ↔ todosEnRango(s, 86, 100) }  
  asegura { res = 'M' ↔ todosEnRango(s, 70, 85) }  
  asegura { res = 'N' ↔ todosEnRango(s, 0, 69) }  
}
```

- Notar que sigue faltando qué hacer cuando hay mezclados

33

Repaso

Lenguaje de especificación

Tipos
Modularización
Más herramientas (Sumatoria, Productoria, Condicional)
Sobre y Sub especificar
Comentarios

Ejemplo (complejo): Meseta Maximal

34

Especificaciones y comentarios

- Los nombres de los predicados/funciones ayudan a describir el significado de las precondiciones y postcondiciones de las especificaciones.
- Los comentarios (*/*...*/*) también ayudan a describir el significado de las precondiciones y postcondiciones de las especificaciones y son útiles si no hay predicados

Ejemplo:

```
proc menorElemDistintos(in s: seq<ℤ>): ℤ {  
  requiere { noNegativos(s) ∧ noHayRepetidos(s) }  
  asegura {  
    /* result es un índice válido de s */  
    0 ≤ result < |s| ∧  
    /* s[result] es el menor elemento de s */  
    (∀ i : ℤ)((0 ≤ i < |s|) → s[result] ≤ s[i])  
  }  
}
```

35

Repaso

Lenguaje de especificación

Tipos
Modularización
Más herramientas (Sumatoria, Productoria, Condicional)
Sobre y Sub especificar
Comentarios

Ejemplo (complejo): Meseta Maximal

36

Ejemplo de la Meseta Maximal

Dada una secuencia de números enteros (alturas) se desea obtener como resultado una tupla que indique la altura y el largo de la meseta (números iguales consecutivos en la secuencia) máxima.

Algún problema con este enunciado? Un poco ambiguo? máxima?

```
proc MesetaMaximal(in s : seq < ℤ >) : ℤ × ℕ {  
  requiere { | s | ≥ 2 }  
  asegura { existe una meseta en s, tal que result0 es la  
            altura y result1 es el largo, y no hay otra meseta más larga }
```

Y ahora en lógica

```
proc MesetaMaximal(in s : seq < ℤ >) : ℤ × ℕ {  
  requiere { | s | ≥ 2 }  
  asegura { (∃ s' : seq < ℤ >)(s' ≠ ∅ ∧L esMeseta(s') ∧ esSubsecuencia(s', s) ∧  
    result0 = s'[0] ∧ result1 = | s' | ∧  
    ((∀ s'' : seq < ℤ >)(esMeseta(s'') ∧ esSubsecuencia(s'', s) →  
      | s'' | ≤ | s' |))  
  }
```

Ven problemas mirando la espec.?

Qué pasa con la secuencia vacía? O si no hay mesetas? O si hay más de una meseta de la misma longitud?

37

Ejemplo de la Meseta Maximal

```
proc MesetaMaximal(in s : seq < ℤ >) : ℤ × ℕ {  
  requiere { | s | ≥ 2 }  
  asegura { (∃ s' : seq < ℤ >)(s' ≠ ∅ ∧L esMeseta(s') ∧ esSubsecuencia(s', s) ∧  
    result0 = s'[0] ∧ result1 = | s' | ∧  
    ((∀ s'' : seq < ℤ >)(esMeseta(s'') ∧ esSubsecuencia(s'', s) →  
      | s'' | ≤ | s' |))  
  }
```

Además, faltan las auxiliares

```
pred esMeseta(s : seq < ℤ >){  
  (∀ i : ℕ)(0 < i < | s | →L s[i] = s[0])}  
  
pred esSubSecuencia(r, s : seq < ℤ >){  
  (∃ s', s'' : seq < ℤ >)(s = s' + r + s'')}
```

38

Bibliografía

- David Gries - The Science of Programming
 - Chapter 4 - Predicates (cuantificación, variables libres y ligadas, etc.)
 - Chapter 5 - Notations and Conventions for Arrays (secuencias)

39