

# Fundamentos matemáticos del aprendizaje profundo

1° cuatrimestre 2025

## Práctica 2: FUNCIONES DE ACTIVACIÓN

**Ejercicio 1.** (a) Mostrar que la función logística  $\sigma(x) = (1 + e^{-x})^{-1}$  verifica la desigualdad  $0 < \sigma'(x) \leq \frac{1}{4}$  para  $x \in \mathbb{R}$ .

(b) ¿Cómo se modifica esa desigualdad para la función  $\sigma_c(x)$ , donde  $\sigma_c(x) = \sigma(cx)$ ?

**Ejercicio 2.** Sean  $S(x)$  y  $H(x)$  las funciones signo y Heaviside respectivamente. Mostrar que

(a)  $S(x) = 2H(x) - 1$ ,

(b)  $\text{ReLU}(x) = \frac{1}{2}x(S(x) + 1)$ , donde  $\text{ReLU}(x)$  es la unidad lineal rectificada definida por

$$\text{ReLU}(x) = xH(x) = \max\{0, x\} = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0 \\ x, & \text{caso contrario.} \end{cases}$$