概率图模型

2019年3月21日, 星期四　　19:45

概率图模型最“精彩”的部分就是能够用简洁清晰的图示形式表达概率生成的关系。而通过概率图还原其*概率分布*不仅是概率图模型最重要的功能，也是掌握概率图最重要的标准。

贝叶斯网络

有向图

1. 联合概率分布，如右图

   在给定A的条件下，B和C是条件独立的

   $P(C|A,B)=\frac{P(B,C|A)}{P(B|A)}=\frac{P(B|A)P(C|A)}{P(B|A)}=P(C|A)$

   同理$P(D|A,B,C)=P(D|B,C)$

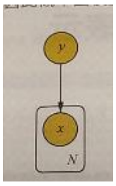
   可得$P(A,B,C,D)=P(A)P(B|A)P(C|A,B)P(D|A,B,C)$

   $=P(A)P(B|A)P(C|A)P(D|B,C)$

2. 贝叶斯模型的原理&概率图模型

   朴素贝叶斯模型通过预测指定样本属于特定类别的概率$P(y_i|x)$来预测该样本的所属类别

   任意特征x_j都由y_i的取值影响，因此可以由下图表示



3. 1

马克洛夫网络

无向图

1. 联合概率分布，定义如下

   $P(x)=\frac{1}{Z}\prod_{Q\in C}\varphi_Q(x_Q)$

   其中C为最大团构成的集合，$Z=\sum_x\prod_{Q\in C}\varphi_Q(x_Q)$为归一化银子，用来保证P(x)是被正确定义的概率，φ_Q是与团Q对应的势函数。势函数是非负的，并且应该在概率较大的变量上取得较大的值，例如指数函数

   $\varphi_Q(x_Q)e^{-H_Q(x_Q)}$

   其中

   $H_Q(x_Q)=\sum_{u,v\in Q,u\neq v}a_{u,v}x_ux_v+\sum_{v\in Q}\beta_vx_v$

   对于图中所有节点x={x1,x2,...,xn}所构成的一个自己，如果在这个自己种，任意两点之间都存在边项链，则这个自己种的所有节点构成了一个团。如果在这个子集中加入了任意其他节点，都不能构成一个团，则称这样的子集构成了一个最大的团。

   在右图中可以看到(A,B)、(A,C)、(B,D)、(C,D)均构成团，同时也是最大团。因此联合概率可表示为：

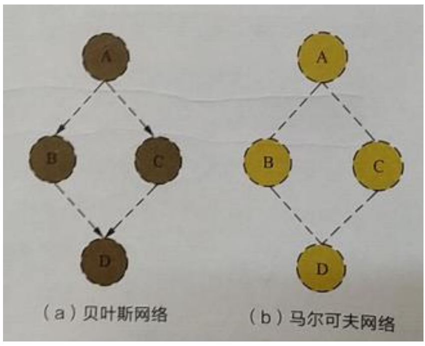
   $P(A,B,C,D)=\frac{1}{Z}\varphi_1(A,B)\varphi_2(A,C)\varphi_3(B,D)\varphi_4(C,D)$

   如果采用上述指数函数作为势函数，则

   $H(A,B,C,D)$
   $=\alpha_1AB+\alpha_2AC+\alpha_3BD+\alpha_4CD+\beta_1A+\beta_2B+\beta_3C+\beta_4D$

   $P(A,B,C,D)=\frac{1}{Z}e^{-H(A,B,C,D)}$

2. 1



最大熵模型

1. 原理、概率图模型

   在满足约束条件的模型集合中选取熵最大的模型，即不确定性最大的模型。

   假设关于离散变量x的分布是P(x)，则关于分布P的熵：

   $H(P)=-\sum_x P(x)logP(x)$

   可以看出当x服从均匀分布时的熵最大。

   ·

   ·略，百面P123

   ·