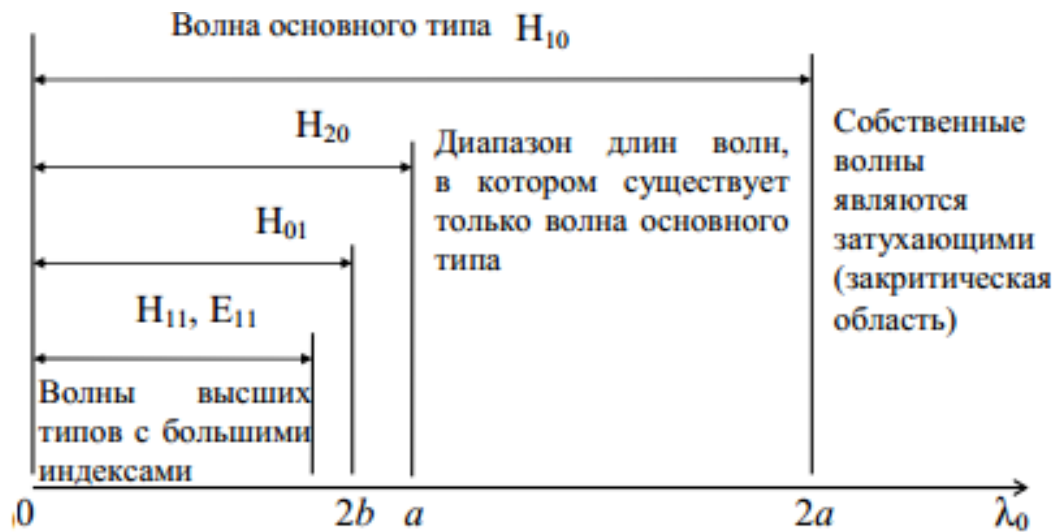


В общем случае произвольное поле может быть представлено в виде разложения по собственным волнам волновода (в виде суперпозиции собственных волн, имеющих разные амплитуды). При этом каждая собственная мода распространяется в волноводе независимо от других. При заданных поперечных размерах волновода и длине волн генератора (длине волны колебания, создаваемого генератором, измеряемой в свободном пространстве) λ_0 , волны типов «Е» и «Н» характеризуются двумя числовыми индексами m, n . Колебания с заданными индексами могут существовать лишь в определенных диапазонах длин волн, как это показано на диаграмме существования волн в прямоугольном волноводе, приведенной на рис.



Как видно из рис., в некотором диапазоне длин волн в волноводе может распространяться лишь одна волна, она называется волной основного типа. В прямоугольном волноводе волной основного типа является H_{10} , которая имеет три составляющие поля:

$$H_z = H_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \exp(-jhz);$$

$$H_x = H_0 \frac{j\beta a}{\pi} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \exp(-jhz);$$

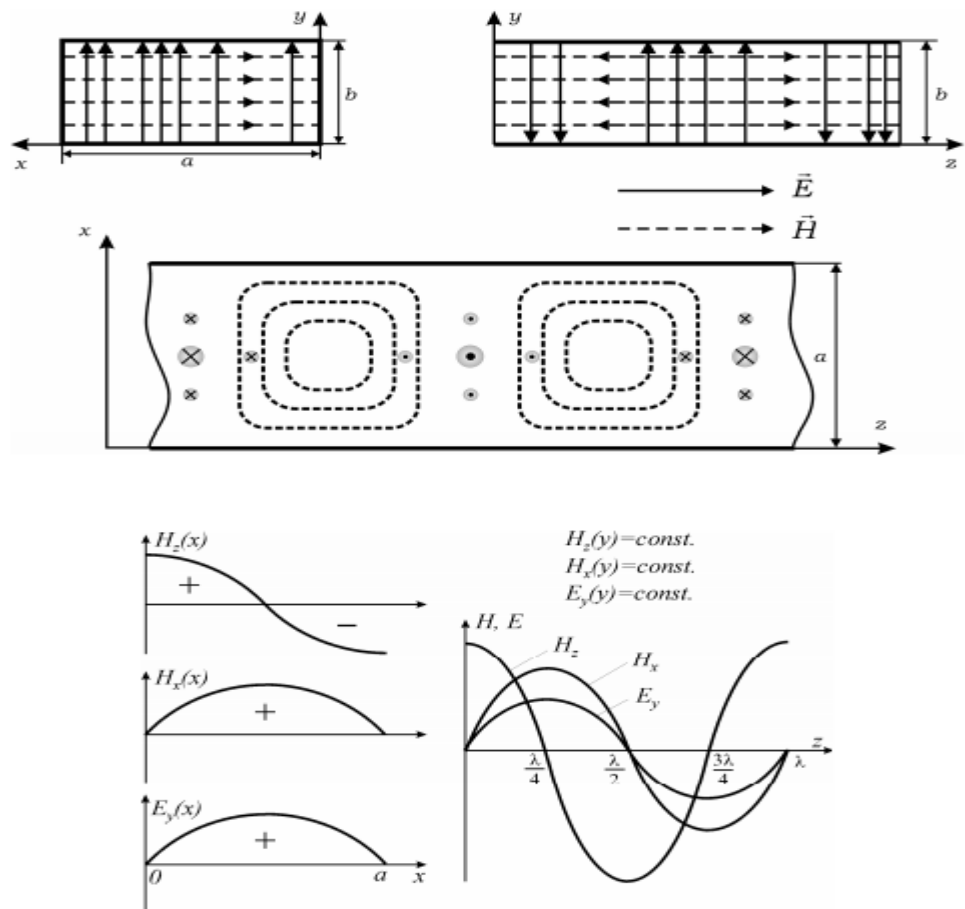
$$E_y = H_0 \frac{j\omega\mu a}{\pi} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \exp(-jhz);$$

$$E_x = E_z = H_y = 0,$$

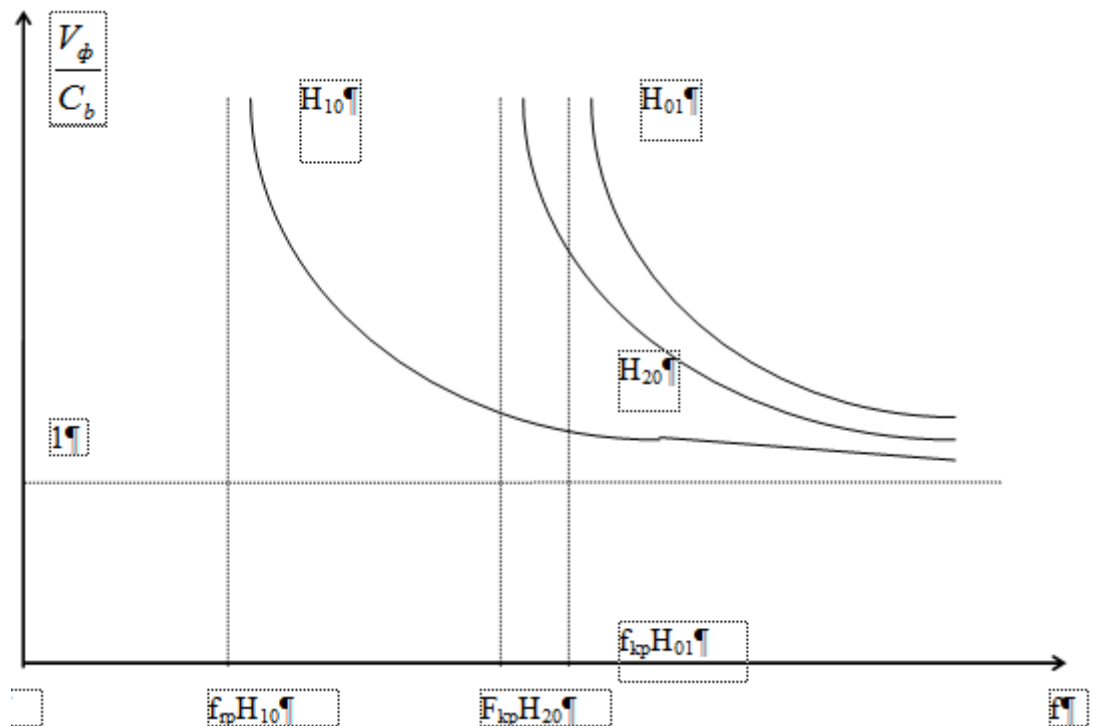
В большинстве технических устройств размеры волновода выбираются таким образом, что в нем может распространяться только волна основного типа.

На рис. показана картина силовых линий напряженностей поля в волноводе, построенная по записанным формулам, а на следующем рис. приведены графики, показывающие изменения амплитуд составляющих

волны в поперечном направлении и изменение мгновенных значений составляющих поле в продольном направлении.



На след. рис. приведены дисперсионные зависимости для прямоугольного волновода



Для волновода вводится величина, называемая волновым сопротивлением Z_{EH} , имеющая смысл импеданса, т.е. отношения амплитуд поперечных составляющих электрического и магнитного поля

$$Z_{EH} = E_y/H_x = \frac{120\pi}{\sqrt{1-(\lambda_0/\lambda_{кр})^2}}.$$

Продольная составляющая вектора Пойнтинга определяется соотношениями

$$\Pi_z = \frac{E_y H_x^*}{2}$$

Для определения полной мощности P , переносимой через поперечное сечение волновода, нужно проинтегрировать это выражение по площади поперечного сечения волновода $S = ab$

$$P = \int_{S_{\perp}} \langle \Pi_z \rangle dS_{\perp} = \frac{1}{2} Z_{EH} H_0^2 \int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx \int_0^b dy = \frac{ab}{4} Z_{EH} H_0^2,$$

$$P = \frac{ab}{4Z} E_0^2,$$

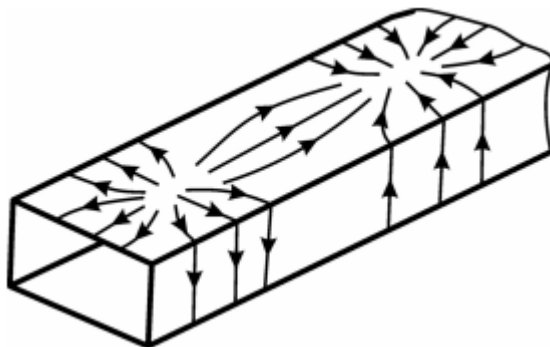
где E_0 – максимальная амплитуда электрического поля в волноводе.

В случае идеально проводящих стенок электромагнитное поле волн, распространяющихся в волноводе, возбуждает поверхностные токи на стенках, причём каждому типу волны соответствует определённая структура этих токов. Как известно, плотность поверхностного тока связана с магнитным полем вблизи от идеального проводника соотношением

$$\vec{j}_s = \vec{n}_0 \times \vec{H},$$

где n_0 – вектор внешней нормали к идеальному проводнику в месте определения вектора напряжённости магнитного поля \vec{H} .

Мгновенное распределение плотности поверхностных токов по стенкам прямоугольного волновода с волной основного типа показано на рис.



Ток растекается, например, из центральной области нижней широкой стенки и, поднимаясь по узким стенкам, стекает к центральной области верхней широкой стенки. Через половину длины волны направления линий тока меняются на обратные. Из сопоставления рис. для структуры поля и рис для плотности тока видно, что точки расхождения и схождения линий тока располагаются там, где в данный момент электрическое поле обращается в нуль. Это связано с тем, что линии

поверхностного тока замыкаются внутри волновода линиями токов смещения, протекающего между широкими стенками волновода по среде, заполняющей волновод.

Наряду с волновым сопротивлением волновода по полю, используется понятие волнового сопротивления по напряжению и току Z_{UI} - это отношение максимального напряжения между широкими стенками волновода к продольному току, протекающему по широкой стенке волновода

$$Z_{UI} = \frac{\pi}{2} ab Z_{EH} = \frac{60ab\pi^2}{\sqrt{1-(\lambda_0/\lambda_{кр})^2}}.$$

Реальные волноводы изготавливаются из материалов, имеющих конечную величину проводимости. Поэтому токи проводимости, протекающие по стенкам волновода, частично преобразуют энергию электромагнитного поля в тепловую энергию, и по мере движения по волноводу энергия поля уменьшается (затухает). При этом одновременно уменьшаются амплитуды всех составляющих поля. При наличии затухания постоянная распространения становится комплексной величиной:

$$h = \beta - i\alpha,$$

где β - фазовая постоянная, а α - постоянная затухания, определяющая длину волновода, при прохождении которого амплитуды полей уменьшаются в e раз.

Тогда поля направляемых волн в зависимости от координаты z изменяются следующим образом:

$$E, H \sim \exp(-\alpha z) \exp(-i\beta z).$$

Некоторый вклад в величину постоянной затухания α дают потери в диэлектрике, заполняющем волновод. На практике волновод обычно заполнен воздухом, т.е. диэлектриком с очень малым уровнем потерь. Тогда потери в диэлектрике можно не принимать во внимание.

Мощность P , переносимая по волноводу, пропорциональна квадрату амплитуды поперечной составляющей поля направляемой волны. При затухании поля изменяются вдоль оси z в соответствии с

$$P = P_0 \exp(-2\alpha z),$$

где P_0 мощность при $z=0$.

Величина потерь мощности на единицу длины волновода равна

$$\frac{dP}{dz} = -2\alpha P,$$

тогда постоянная затухания равна

$$\alpha = -\frac{1}{2P} \frac{dP}{dz}.$$

При конечной проводимости стенок волновода, в соответствии с импедансным граничным условием Щукина - Лонтовича на стенках возникает тангенциальная составляющая напряженности электрического поля

$$E_\tau = Z_S H_\tau,$$

где поверхностный импеданс материала стенок волновода, имеющих проводимость σ равна

$$Z_S = R_S + iX_S = \sqrt{\frac{\omega\mu\mu_0}{2\sigma}} (1 + i)$$

За счет этого появляются составляющие вектора Пойнтинга, направленные внутрь стенок. Мощность, проникающая внутрь стенок тратится на их нагрев, на потери, что приводит к уменьшению передаваемой мощности.

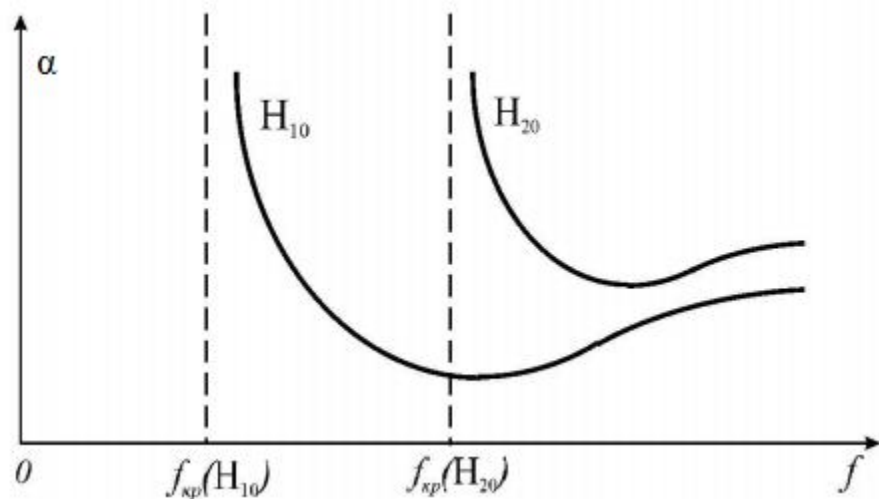
$$-\frac{dP}{dz} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{S_1} [\vec{E}_\tau, \vec{H}_\tau^*] d\vec{S}_1$$

Здесь S_1 площадь стенок волновода единичной длины.

Тогда для постоянной затухания можно получить следующее выражение

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{\operatorname{Re} \int_{S_1} [\vec{E}_\tau, \vec{H}_\tau^*] d\vec{S}_1}{\operatorname{Re} \int_{S_1} [\vec{E}, \vec{H}^*] d\vec{S}_1}.$$

Графики для постоянной затухания, использующие табличное значение проводимости материала стенок показаны на рис. К сожалению их точность крайне мала, т.к. мала точность определения значения σ . В действительности, за счет того, что ток в основном протекает только в тонком поверхностном скин-слое стенок, на величину проводимости большое влияние оказывают поверхностные окислы, загрязнения, наклеп стенок.



Выражение для постоянной затухания для волны H_{10} имеет вид

$$\alpha = \frac{R_S}{Z_0 b} \left[1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a} \right)^2 \right]^{-1/2} \left[1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{\lambda_0}{2a} \right)^2 \right]$$

Для стандартных волноводов с отношением сторон $2 \approx a/b$ минимальное затухание получается на длине волны $\lambda_0 \approx 0.8a$, не

попадающей в область основного типа колебания. Однако в рабочем диапазоне $2a < \lambda_0 < a$ увеличение потерь незначительно по сравнению с минимальным уровнем. Например, для стандартного волновода из меди ($\sigma = 5,7 \cdot 10^7$ См/м) сечением 10×23 мм на длине волны $\lambda_0 = 3$ см ($f = 10$ ГГц) $\alpha = 0,1$ дБ/м.

Волноводы прямоугольного сечения используются в наземном сегменте систем космической связи, а также широко используются в радиолокационной технике.