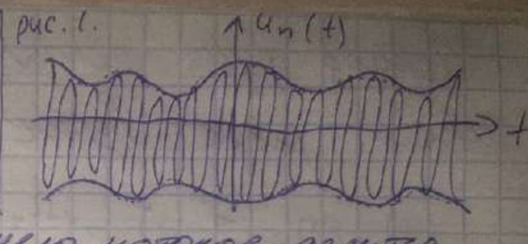
РИБО-03-19
Горбунов Роман

Билет №20



① Период КО T - это наименьшее число, которое делится нацело на периоды огибающей и мгновенной фазы
$T = nT_U = kT_\varphi$.

Период радиосигнала - это наименьшее число, которое делится нацело на период КО и период несущей $T_u = lT = mT_{\omega_0}$
Так как $T \gg T_{\omega_0}$, то обычно полагают $T_u \approx T$.

Периодический радиосигнал описывается выражением

$$u_n(t) = U_n(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_n(t))$$

С этим математическим описанием периодического сигнала связаны следующие термины

* $U_n(t) \geq 0$ - огибающая
* $\Phi_n(t) = \omega_0 t + \varphi_n(t)$ - полная фаза
* $\varphi_n(t)$ - мгновенная фаза
* $\omega_n(t) = \Phi_n'(t) = \omega_0 + \varphi_n'(t)$ - мгновенная частота
* ω_0 - несущая частота
* $\dot{U}_n(t) = U_n(t)e^{j\varphi_n(t)}$ - комплексная огибающая

Комп. огибающая периодического сигнала явл-ся периодической функцией. Её период T представляет такое наименьшее число, которое делится нацело на периоды огибающей и мгновенной фазы $T = nT_{U_n} = kT_{\varphi_n}$, $(n, k \in N)$. Период комплексной огибающей обычно рассматривается как период и самого радиосигнала, однако в строгом математическом смысле это может быть не так: матем. периодом радиосигнала T_{u_n} явл. наим. число, которое делится нацело на периоды комплексной огибающей и несущей частоты.

$T_{u_n} = nT = kT_{\omega_0}$, $(n, k \in N)$, где $T_{\omega_0} = \frac{2\pi}{\omega_0}$

Период. функ. комплексной огибающей радиосигнала типом ряда Фурье (в комп. виде)

$$\dot{U}_n(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \dot{U}_n e^{j\Omega_n t}, \quad \Omega = n\Omega_1, \quad \Omega = \frac{2\pi}{T} \text{ (частота первой гармоники)}$$

$\dot{U}_n = U_n e^{j\varphi U_n}$ – комп. амплитуда

Период. рад-ал через комп. огибающую.

$$U_n(t) = Re\,\dot{U}_n(t) e^{j\omega_0 t} = Re \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \dot{U}_n e^{j\Omega_n t} e^{j\omega_0 t} =$$

$$= Re \sum_{n=-\infty}^{+\infty} U_n e^{j\varphi U_n} e^{j\Omega_n t} e^{j\omega_0 t} = Re \sum_{n=-\infty}^{+\infty} U_n e^{j((\omega_0+\Omega_n)t+\varphi U_n)} =$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} U_n \cos((\omega_0+\Omega_n)t+\varphi U_n)$$

Так совокупность амплитуд гармоник $\{U_n\}_{n=-\infty}^{+\infty}$ называется амплитудным спектром радиосигнала.

Совок. начальных фаз гармоник $\{\varphi U_n\}_{n=-\infty}^{+\infty}$ называется фазовым спектром радиосигнала.

рис. 2 Амплитудный спектр комплексной огибающей

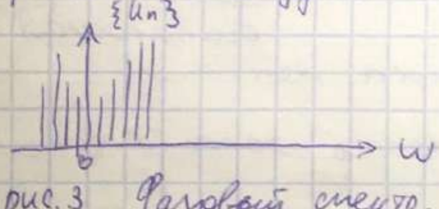


рис. 3. Фазовый спектр. КО.

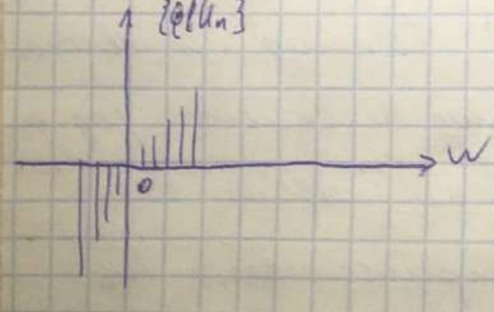


рис 4. Амплитудный спектр. ~~непер~~ периодического радио сигнала

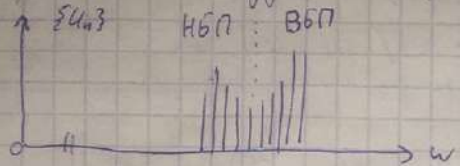


рис 5. Фазовый спектр. п.р.

Амплит. и Фазовый сп. радиоим. и его комп. огиб. отл. только расположением на частотной оси: т.е линии спектра на частотах $\{\Omega_n\}_{n=-\infty}^{+\infty}$ на спектральных диагр. радиосигн. на частота $\{\omega_0+\Omega_n\}_{n=-\infty}^{+\infty}$ для 2-5 рисунка.

ΔW (ширина спектра) равна ширине спектра его комп. огиб. в комп. гарм. базисе.

Частный случай, когда угловая модуляция отсутствует.

$$\varphi_{U_n}(t)=\varphi_0 \Rightarrow \dot U_n(t)=U_n(t)e^{j\varphi_0}$$

$$U_n(t)=V_0+\sum_{n=1}^{+\infty}V_n\cos(\Omega_n t+\varphi_{U_n})$$

$$\dot U_n(t)=\left(V_0+\sum_{n=1}^{+\infty}V_n\cos(\Omega_n t+\varphi_{U_n})\right)e^{j\varphi_0}$$ ← огиб. в ряд Ф. в триг. форме

$$\|$$

$$\cancel{\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\dot V_n e^{j\Omega_n t}}\ \dot U_n(t)=\left(V_0+\sum_{\substack{n=-\infty\\ n\neq 0}}^{+\infty}\frac{U_{|n|}}{2}e^{j\varphi_{U_{|n|}}\mathrm{sign}(n)}e^{j\Omega_n t}\right)e^{j\varphi_0}=$$

комп. форм.

$$=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\dot U_n e^{j\Omega_n t}$$

$$\dot U_0=V_0e^{j\varphi_0};\quad \dot U_n=\frac{U_{|n|}}{2}e^{j(\varphi_{U_{|n|}}\mathrm{sign}(n)+\varphi_0)};\quad U_0=V_0;\quad U_n=\frac{U_{|n|}}{2};$$

$$\varphi_{U_0}=\varphi_0;\quad \varphi_{U_n}=\varphi_{U_{|n|}}\mathrm{sign}(n)+\varphi_0$$

Получим разложение периодического радиосигнала.

$$U_n(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} U_n \cos((\omega_0 + \Omega_n)t + \varphi_{U_n}) = \underbrace{U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)}_{\text{несущ. колеб.}} +$$

$$+ \underbrace{\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{U_n}{2} \cos((\omega_0 + \Omega_n)t + \varphi_0 + \varphi_{U_n})}_{\text{ВБП.}} + \underbrace{\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{U_n}{2} \cos((\omega_0 - \Omega_n)t + \varphi_0 - \varphi_{U_n})}_{\text{НБП.}}$$

2) Комплексная частотная характеристика цепи 1-го порядка в общем случае: $H(\omega) = \frac{a_0 + a_1 j\omega}{b_0 + b_1 j\omega}$

КЧХ в нуле $H_0 = H(0) = \frac{a_0}{b_0}$ КЧХ на бесконечности $H_\infty = \lim_{\omega \to \infty} H(\omega) = \frac{a_1}{b_1}$

КЧХ для $\forall$ значения частоты. $b_1 \neq 0, b_0 \neq 0$.

Характеристическое ур-ние цепи $p_1 = -\frac{b_0}{b_1}$

Постоянная времени цепи $\frac{\tau}{|p_1|} = \frac{b_1}{b_0}$

$$H(\omega) = \frac{a_0 + a_1 j\omega}{b_0 + b_1 j\omega} = \frac{1}{b_0} \cdot \frac{a_0 + a_1 j\omega}{1 + j\omega \frac{b_1}{b_0}} = \frac{1}{b_0} \frac{H_0 b_0 + j\omega H_\infty b_1}{1 + j\omega\tau} =$$

$$= \frac{H_0 + j\omega H_\infty \frac{b_1}{b_0}}{1 + j\omega\tau} = \frac{H_0 + H_\infty j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}$$

(КЧХ определяется 3 парам. H_0, H_∞, τ)

$$H(\omega) = \frac{H_0 + H_\infty j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}$$

Амплитудно-частотная характеристика

$$|H(\omega)| = \sqrt{\frac{H_0^2 + (H_\infty \omega\tau)^2}{1 + (\omega\tau)^2}}$$

Фазо-частотная хар.

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\left(\frac{H_\infty}{H_0}\omega\tau\right) - \operatorname{arctg}(\omega\tau)$$

Импульсную хар.-ку определим через обр. преобр. Ф. от КЧХ

$$h(t) = H_\infty \delta(t) + \frac{H_0 - H_\infty}{\tau} \delta(t) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Переходная характеристика

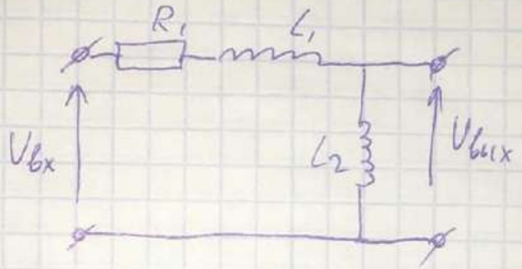
Горбунов Р.

$$g(t) = \int_0^t h(x)dx = H_0 \int_0^t \delta(x)dx + \frac{H_0 - H_\infty}{\tau}\int_0^t \delta(x) e^{-\frac{t}{\tau}} dx =$$

$$= \delta(t)\left[H_\infty + (H_0 - H_\infty)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\right] = \delta(t)\left[H_0 - (H_0 - H_\infty)e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

Характеристическое ур-ние можно получить, приравняв нулю вх. операторное сопр. цепи. $Z_{вх}(p) = 0.$

Пример 1.



Если на входе дейст. пост. напр, сигнал на выходе $= 0$. $H_0 = 0.$

В режиме гармонического сигнала большой частоты, конт. сопр. посл. соед. элементов L_1 и L_2 больше, чем R (сопр). Поэтому входное напр. приложено к цепочке $L_1 - L_2$. Для КЧХ

$$H_\infty = \frac{\dot U_{вых}}{\dot U_{вх}} = \frac{j\omega L_2}{j\omega L_1 + j\omega L_2} = \frac{L_2}{L_1 + L_2}$$

$$Z_{вх}(p) = R + p(L_1 + L_2)$$

Характеристическое ур-ние цепи и его решение.

$$R + p(L_1 + L_2) = 0, \quad p_1 = \frac{-R}{(L_1 + L_2)}$$

Постоянная времени

$$\tau = \frac{1}{|p_1|} = \frac{(L_1 + L_2)}{R}.$$