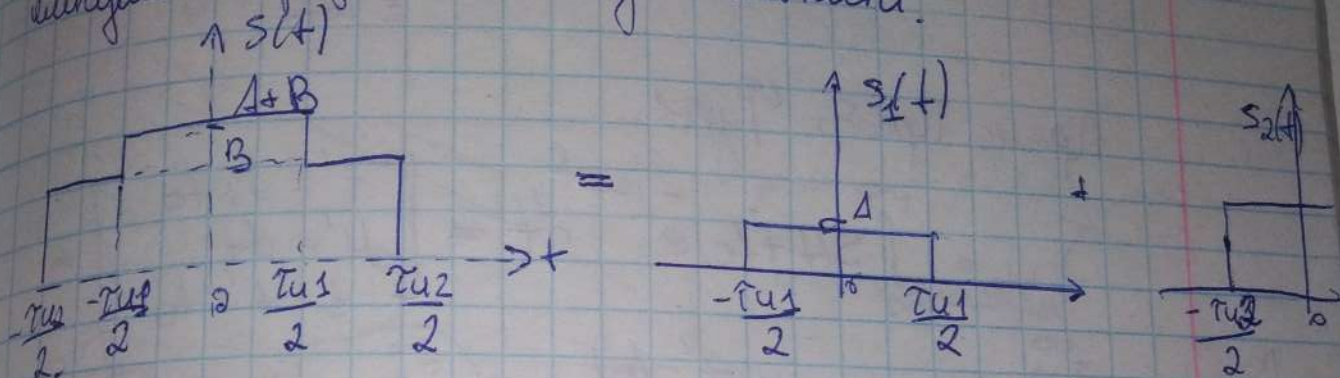


29.09.

Задание 5.

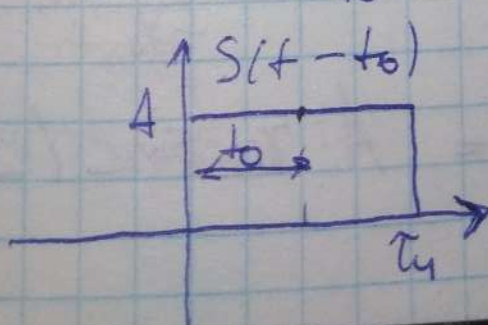
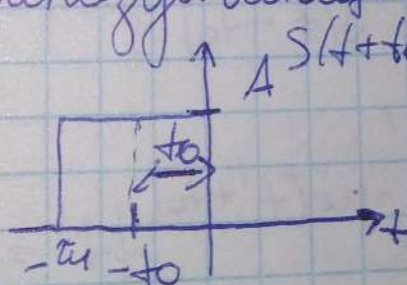
Определить спектр сигнала в виде суммы двух симметричных прямоугольных импульсов различной длительности.



$$S(t) = S_1(t) + S_2(t)$$

$$S(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega) = A \cdot \tau_{u1} \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega \tau_{u1}}{2}\right) + B \cdot \tau_{u2} \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega \tau_{u2}}{2}\right)$$

Амплитудное и фазовое спектры опережающего и запаздывающего импульсов.



$t_0 > 0$ запаздывающий

$$S_{t_0}(\omega) = S_0(\omega) \cdot e^{\pm j\omega t_0}$$

операция
запаздывания

$$|S_{t_0}(\omega)| = |S_0(\omega)|$$

амплитудн. спектр не
изменяется

$$\varphi_{t_0}(\omega) = \varphi_0(\omega) \pm \omega t_0$$

и фазовому
спектру прибавить
 $\pm \omega t_0$

Прям. Преобр. Пульс.

$$S_{t+t_0} = \int_{-\infty}^{+\infty} S(t+t_0) e^{-j\omega t} dt = \left[\begin{array}{l} t' = t+t_0 \\ dt' = dt \\ t = t' - t_0 \end{array} \right] =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} S(t') e^{-j\omega(t' - t_0)} dt' = \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} S(t') e^{-j\omega t'} dt'}_{S_0(\omega)} \cdot e^{j\omega t_0}$$

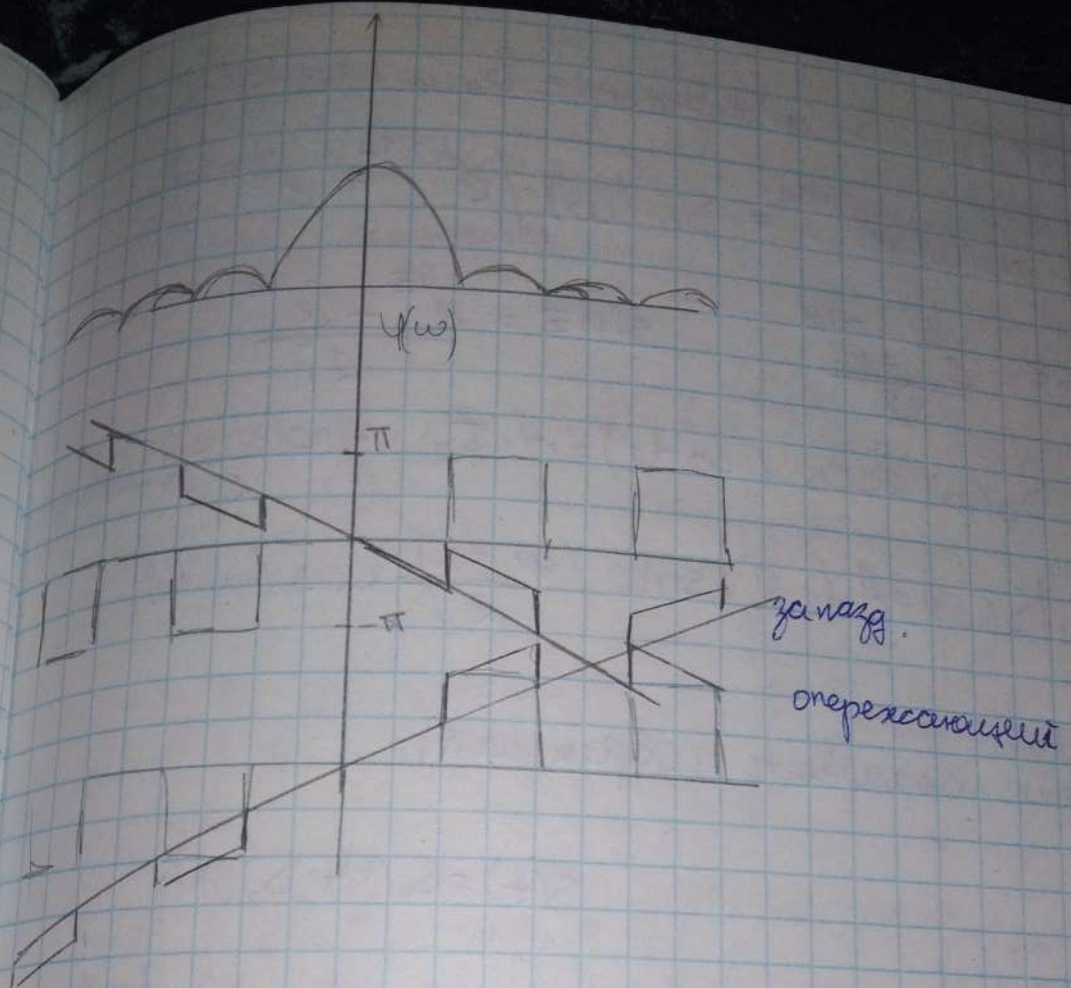
$$= S_0(\omega) e^{j\omega t_0} = A \cdot \tau \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega \tau}{2}\right) \cdot e^{j\omega t_0}$$

Запаздывание

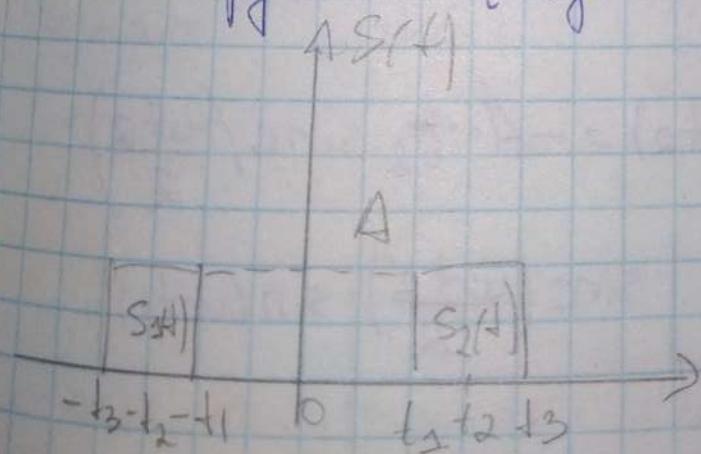
$$S_{t-t_0} = \int_{-\infty}^{+\infty} S(t-t_0) e^{-j\omega t} dt = \left[\begin{array}{l} t' = t-t_0 \\ dt' = dt \\ t = t' + t_0 \end{array} \right] =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} S(t') e^{-j\omega(t' + t_0)} dt' = \int_{-\infty}^{+\infty} S(t') e^{-j\omega t'} dt' \cdot e^{-j\omega t_0} =$$

$$= S_0(\omega) e^{-j\omega t_0} = A \cdot \tau \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega \tau}{2}\right) e^{-j\omega t_0}$$



Определите спектр сигнала в виде двух импульсов одинаковой формы симметрично расположенных относительно оси ординат. (одинаковой полярности)



$$S(t) = S_1(t) + S_2(t)$$

$$S_1(\omega) = S_0(\omega) \cdot e^{j\omega t_1}$$

$$S_2(\omega) = S_0(\omega) \cdot e^{-j\omega t_1}$$

$$S(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega) = S_0(\omega) \cdot e^{j\omega t_2} + S_0(\omega) \cdot e^{-j\omega t_2} = S_0(\omega) \cdot (e^{j\omega t_2} + e^{-j\omega t_2}) =$$

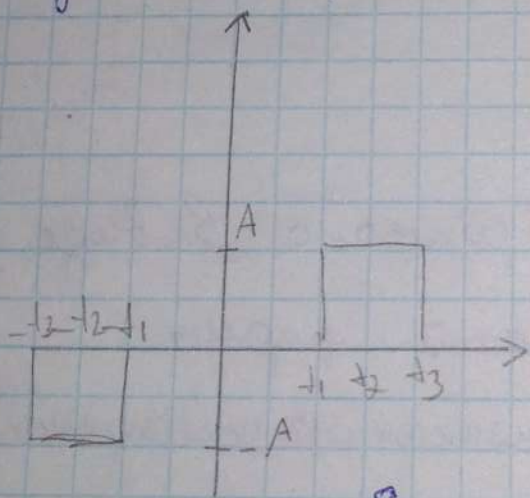
$$\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$$

$$\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

$$= S_0(\omega) \cdot 2 \cos(\omega t_2) = A \cdot t_2 \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega t_2}{2}\right) 2 \cos(\omega t_2) =$$

$$= |S(\omega)| = A \cdot t_2 \cdot 2 \left| \text{sinc}\left(\frac{\omega t_2}{2}\right) \cdot \cos(\omega t_2) \right|$$

Рисунок полярности (обращенный)



$$S(t) = S_1(t) + S_2(t)$$

$$S_1(\omega) = -S_0(\omega) \cdot e^{j\omega t_2}$$

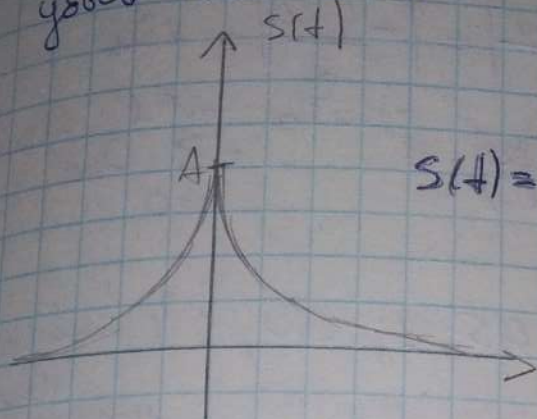
$$S_2(\omega) = S_0(\omega) \cdot e^{-j\omega t_2}$$

$$S(\omega) = -S_0(\omega) (e^{j\omega t_2} - e^{-j\omega t_2}) =$$

$$= S_0(\omega) \cdot 2i \sin(\omega t_2) = -A \cdot t_2 \text{sinc}\left(\frac{\omega t_2}{2}\right)$$

$$|S(\omega)| = A \cdot t_2 \cdot 2 \cdot \left| \text{sinc}\left(\frac{\omega t_2}{2}\right) \cdot \sin(\omega t_2) \right|$$

Определить спектральную плотность сигнала состоящего из взрыва и убывающего экспоненты



$$s(t) = A e^{-\alpha |t|} \quad \alpha > 0$$

ППФ

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha |t|} \cdot e^{-j\omega t} dt =$$

$$= A \int_{-\infty}^0 e^{\alpha t} \cdot e^{-j\omega t} dt + A \int_0^{\infty} e^{-\alpha t} \cdot e^{-j\omega t} dt =$$

$$= A \int_{-\infty}^0 e^{(\alpha - j\omega)t} dt + A \int_0^{\infty} e^{(-\alpha - j\omega)t} dt = \frac{A}{\alpha - j\omega}$$

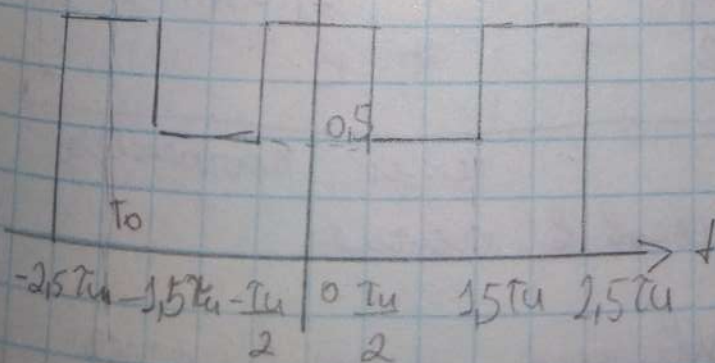
$$\frac{A}{\alpha - j\omega} = \frac{2 A \alpha}{\alpha^2 + \omega^2}$$

$$S(0) = \frac{2A}{\alpha}$$

Спектральная плотность кодированного сигнала.

$s(t)$

$$2T_u = T_0$$



$$S(t) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \text{rect} \left(\frac{t - T_0 - kT_u}{T_u} \right)$$

N -число элементов

$$T_0 = \left| \frac{-2,5T_u - 1,5T_u}{2} \right| = \left| \frac{-4T_u}{2} \right| = 2T_u$$

$$S(\omega) = T_u \cdot \text{sinc} \left(\frac{\omega T_u}{2} \right) \cdot e^{-j\omega T_0} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{-j\omega k T_u}$$

$$\{a_k\}_{k=0}^{N-1} = \{1; 0,5; 1; 0,5; 1\}$$

$$\xi(\omega) = \text{Re } S(\omega) = T_u \cdot \text{sinc} \left(\frac{\omega T_u}{2} \right) \sum_{k=0}^{N-1} a_k \cos(\omega(kT_u + T_0))$$

$$|S(\omega)| = T_u \left| \text{sinc} \left(\frac{\omega T_u}{2} \right) \sum_{k=0}^{N-1} a_k \cos(\omega(kT_u + T_0)) \right|$$

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} \left[1 - \text{sign} \left(\text{sinc} \left(\frac{\omega T_u}{2} \right) \sum_{k=0}^{N-1} a_k \cos(\omega(kT_u + T_0)) \right) \right]$$

$$\bullet \text{sign}(\omega)$$

Спектральная плотность пареи элементов

$$S_{\Pi}(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega) + \dots + S_n(\omega)$$

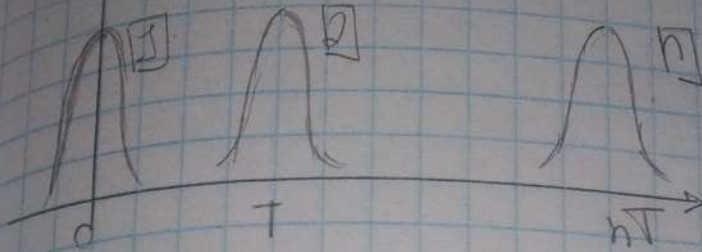
$$= S_1(\omega) \left[1 + e^{-j\omega T} + \dots + e^{-j\omega(n-1)T} \right]$$

n -число элементов в пареи
 T -период следования элементов в пареи

Значение $g = e^{-j\omega T}$ прогрессии

a_1 - первый член прогрессии.

a_n - последний член прогрессии.



сумма прогрессии

$$= \frac{a_1 - a_n g}{1 - g}$$

$$\frac{a_1 - a_n g}{1 - g} = \frac{1 - e^{-j\omega(n-1)T}}{1 - e^{-j\omega T}} \cdot e^{-j\omega T} = \frac{1 - e^{-jn\omega T}}{1 - e^{-j\omega T}}$$

$$= \frac{\sin(\frac{n\omega T}{2})}{\sin(\frac{\omega T}{2})} \cdot e^{-j(n-1)\omega \frac{T}{2}}$$

$$S_n(\omega) = S_1(\omega) \cdot \frac{\sin(\frac{n\omega T}{2})}{\sin(\frac{\omega T}{2})} \cdot e^{-j(n-1)\omega \frac{T}{2}}$$

$$|S_n(\omega)| = S_1(\omega) \left| \frac{\sin(\frac{n\omega T}{2})}{\sin(\frac{\omega T}{2})} \right|$$