

## Лекция 1

### ВВЕДЕНИЕ

#### Структура дисциплины

Дисциплина "Электромагнитные поля и волны" в РТУ МИРЭА проводится в 4 семестре и содержит 32 часа (16 лекций) лекций, 16 часов (8 занятий) практических занятий и 16 часов (4 работы) лабораторных работ. Форма контроля - экзамен.

#### Цель преподавания дисциплины

Обеспечение условий для успешного овладения студентами профессиональной компетенции, предусмотренной учебным планом и профессиональным стандартом, в области понятий, знаний, умений, навыков применения электромагнитных полей и волн в системах радиосвязи.

#### Компетенции, осваиваемые при изучении дисциплины

В соответствии с рекомендациями основной образовательной программы студент, освоивший дисциплину: "Способен проводить расчеты по проекту сетей, сооружений и средств инфокоммуникаций в соответствии с техническим заданием с использованием как стандартных методов, приемов и средств автоматизации проектирования, так и самостоятельно создаваемых оригинальных программ". Конкретно для данной дисциплины с учетом профиля подготовки это означает, что студенты должны знать процессы, происходящие при распространении радиоволн между базовыми станциями и абонентскими устройствами в различных условиях, уметь проводить анализ условий распространения радиоволн, уметь оценивать влияние различных факторов на уровень сигнала и затухание радиоволн, иметь навыки применения соответствующего математического аппарата, применяемого для анализа процессов.

#### Связь дисциплины с другими дисциплинами учебного плана

Материал дисциплины "Электромагнитные поля и волны" предполагает, что студенты уже успешно освоили дисциплины "Математический анализ" и "Физика", преподаваемые в 1-3 семестрах, знают начальные понятия из дисциплины "Теория функций комплексного переменного" преподаваемой в 4 семестре, имеют понятия о волнах в длинных линиях, изученных в дисциплине "Электротехника" в 3 семестре, имеют начальные знания для проведения радиоизмерений изученные в дисциплине "Метрология, стандартизация и технические измерения" в 4 семестре.

Дисциплина имеет малое число часов аудиторных занятий и предполагает эффективное использование объема часов, предусматриваемых для самостоятельной работы.

Дисциплина "Электромагнитные поля и волны" является основной базовой для изучаемых в дальнейшем дисциплин "Антенно-фидерные устройства в системах мобильной связи" (6-8 семестры), "Направляющие системы связи" (5 семестр).

## Выполнение требований профессионального стандарта в преподавании дисциплины

Учебный план ориентирован на подготовку студентов в соответствии с требованиями профессионального стандарта 06.007 инженер-проектировщик в области связи (телекоммуникаций). Предполагаемая обобщенная трудовая функция "Проектирование систем подвижной радиосвязи". Дисциплина "Электромагнитные поля и волны" предусматривает подготовку студентов для выполнения трудовых действий, предусмотренных трудовой функцией В-06/1 "Проектирование систем станций подвижной радиосвязи", таких как:

- определение конфигурации базовых станций связи на выбранном объекте и подготовка необходимой документации (антенного плана);
- оценка потребности в изменении емкости и конфигурации антенно-фидерных устройств базовых станций связи;
- процедуры и принципы частотно-территориального и кодового планирования.

Основная литература, рекомендуемая для изучения дисциплины:

1. Лобанов Б.С., Нефедов В.И., Трефилов Н.А. Прикладная электродинамика: учебное пособие. - М.: Изд. МИРЭА, 2011. - 132 с.
2. Сигов А.С., Нефедов В.И., Трефилов Н.А. Сборник задач по прикладной электродинамике: Учеб. пособие. - М.: Изд. МИРЭА, 2012. - 72 с.
3. Сборник описаний лабораторных работ по дисциплине "Электромагнитные поля и волны": учебно-методическое издание кафедры ТР.

# 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

## 1.1. Основные величины, характеризующие электромагнитное поле

Электромагнитное поле является особой формой материи и характеризуется большим числом свойств и проявлений, которые изучаются в курсе общей физики. Физическое определение поля является в целом качественным. В курсе теории электромагнитного поля это сложное определение является не достаточным, так как существует возможность изложения материала на достаточно строгом теоретическом уровне. Поэтому на будущее воспользуемся математическим определением, которое формулируется в следующем виде:

1.1.1. Если в каждой точке некоторой области пространства каким либо способом заданы скалярные и векторные величины, характеризующие электромагнитные взаимодействия, то считается, что в данном пространстве задано электромагнитное поле.

В теории электромагнитного поля рассматривается ряд классических задач, к которым в первую очередь относится задача о нахождении величин, характеризующих поле при известных причинах, приводящих к его появлению. Сами причины, возбуждающие поле принято называть сторонними источниками. Для удобства можно считать, что сторонние источники не зависят от создаваемого ими поля, хотя в действительности это не всегда так.

Электромагнитное поле как сложная особая форма материи характеризуется количественно рядом величин. Основные величины вводятся в рассмотрение на основе физических силовых законов. Известен открытый экспериментально закон Кулона, описывающий силовое взаимодействие точечных электрических зарядов. Сила взаимодействия может быть в системе СИ представлена в виде

$$\vec{F}_{1,2} = (q_1 \cdot q_2 / 4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2) \vec{r}_0, \quad (1.1)$$

где  $q_1, q_2$  - величины взаимодействующих зарядов,  $r$  - расстояние между ними,  $\epsilon_0$  - числовая константа, зависящая от выбора системы единиц измерения,  $\epsilon$  - величина, учитывающая свойства среды, в которой находятся взаимодействующие заряды,  $\vec{r}_0$  - единичный вектор, направленный от одного заряда к другому.

Величина  $\epsilon_0$  получила название абсолютной диэлектрической проницаемости вакуума, в системе СИ она равна  $\epsilon_0 = (1/36\pi)10^{-9}$  [ф/м]. Величина  $\epsilon$  называется относительной диэлектрической проницаемостью среды и зависит от физических процессов поляризации в среде. Обычно эта

величина для каждой среды может быть измерена экспериментально. Произведение  $\varepsilon_a = \varepsilon_0 \varepsilon$  называется абсолютной диэлектрической проницаемостью среды.

Выражение (1.1) можно трактовать следующим образом. Силовое взаимодействие между зарядами возникает из-за того, что каждый заряд окружен электрическим полем, если в это поле попадает другой заряд, то возникает сила взаимодействия (1.1). Представим, что имеется некоторый неизвестный покоящийся заряд, окруженный его полем. Для нахождения этого поля в соответствии с определением п.1.1.1 можно взять пробный единичный заряд  $q_1$  и перемещая его по всем точкам пространства измерять силу, действующую на него со стороны электрического поля второго заряда. Тогда (1.1) можно представить в виде

$$\vec{F} = q_1 \cdot \vec{E}, \quad (1.2)$$

где  $\vec{E}$  - величина, характеризующая электрическое поле, создаваемое вторым зарядом. Она получила название вектора напряженности электрического поля и численно равна силе, действующей со стороны поля на пробный единичный заряд, помещенный в электрическое поле.

Сравнивая (1.1) и (1.2) легко видеть, что значение вектора напряженности электрического поля зависит кроме всего прочего от параметров среды, в которой наблюдается поле. Это неудобно, приходится вводить новую величину, которая описывает электрическое поле независимо от параметров среды. Эта величина получила название вектора индукции электрического поля  $\vec{D}$ . Очевидно, вектора  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$  связаны друг с другом, эта связь наиболее удобно представляется в мультипликативной форме, вытекающей из представления (1.1)

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}. \quad (1.3)$$

Таким же образом вводится понятие об основных величинах, характеризующих магнитное поле. Но из-за того, что теория магнитного поля вначале рассматривалась отдельно от теории электрического поля, исторически сложились отличия в понятиях. На основе силового взаимодействия вводится понятие о векторе индукции магнитного поля  $\vec{B}$ . Сила, действующая со стороны магнитного поля на движущийся электрический заряд  $q$ , удовлетворяет экспериментальному закону Лоренца

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}). \quad (1.4)$$

Здесь  $\vec{v}$  - вектор скорости движения заряда. Если предполагать, что заряд специально помещается в магнитное поле для его нахождения в соответствии с п.1.1.1, то можно дать определение  $\vec{B}$  следующим образом. Вектор индукции магнитного поля это сила, действующая со стороны магнитного поля на пробный единичный электрический заряд,двигающийся с единичной скоростью перпендикулярно силовым линиям поля. Так же, как вектор  $\vec{E}$ , вектор  $\vec{B}$  зависит от параметров среды, в которой наблюдается взаимодействие. Поэтому приходится вводить определение величины,

характеризующей магнитное поле независимо от параметров среды. Эта величина получила название вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ . Она связана с вектором индукции магнитного поля мультипликативным соотношением

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \quad (1.5)$$

где  $\mu_0$  - абсолютная магнитная проницаемость вакуума,  $\mu$  - относительная магнитная проницаемость среды. Величина  $\mu_0$  определяется выбором системы единиц измерения, в системе СИ  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  [Гн/м].

Под воздействием электрического поля в проводящей среде возникает ток проводимости. Для его описания вводится понятие вектора объемной плотности тока проводимости. Этот вектор направлен в каждой точке пространства в сторону движения положительных зарядов в среде и имеет модуль, равный пределу отношения величины тока к площади участка плоской поверхности, ориентированной перпендикулярно направлению движения зарядов, через которую протекает ток, при условии, что размер площади равномерно стремится к нулю

$$\vec{J} = \lim_{S \rightarrow 0} (I/S) \cdot \vec{v}_0^+. \quad (1.6)$$

Здесь  $\vec{v}_0^+$  - единичный вектор скорости положительных зарядов в точке, в которой определяется  $\vec{J}$ .

Величина  $\vec{J}$  зависит от электропроводности среды  $\sigma$  и удовлетворяет закону Ома в дифференциальной форме

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}. \quad (1.7)$$

Соотношения (1.3), (1.5), (1.7) связывающие основные величины, характеризующие электромагнитное поле с параметрами среды, в которой оно существует, получили название материальных соотношений. В физике иногда применяется другая форма подобных соотношений, в которой применяются дополнительные векторные величины – вектора поляризуемости и намагниченности среды и дополнительные параметры – диэлектрическая и магнитная восприимчивости.

Основные вектора электромагнитного поля в системе СИ имеют следующую размерность

$$\vec{E} \text{ измеряется в } \frac{\text{Вольт}}{\text{метр}}, \vec{D} \text{ измеряется в } \frac{\text{кулон}}{\text{кватный метр}},$$

$$\vec{H} \text{ измеряется в } \frac{\text{Ампер}}{\text{метр}}, \vec{B} \text{ измеряется в } \frac{\text{Вебер}}{\text{квадратный метр}}.$$

Для наглядного графического изображения полей в теории электромагнитного поля применяются картины силовых линий, предложенные Фарадеем.

Силовая линия поля это непрерывная линия, проходящая так, что в каждой ее точке вектор поля, изображаемый линией, направлен по

касательной к ней. Густота силовых линий на изображениях показывается тем больше, чем больше интенсивность поля. Силовые линии могут изображать любой из векторов поля. Если на картине показываются одновременно различные силовые линии, то обычно силовые линии изображающие электрическое поле рисуются сплошными, а силовые линии, изображающие магнитное поле рисуются пунктирными.

Наряду с основными величинами, характеризующими электромагнитное поле на практике применяется ряд дополнительных величин, например понятия потенциалов. Некоторые из них будут рассмотрены позднее.

## **1.2. Классификация сред по отношению к электромагнитному полю**

Рассмотрим два основных способа классификации сред, в которых существует электромагнитное поле, или для которых приходится решать электродинамические задачи по определению электромагнитного поля. Оба способа классификации основаны на анализе материальных соотношений (1.3), (1.5), (1.7) и на поведении параметров  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$ , характеризующих среды.

Классификацию сред с математической точки зрения дадим в виде набора определений.

Однородной средой называется такая, в которой параметры среды одинаковы в каждой точке пространства. В однородной среде  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  являются константами.

Неоднородной средой называется среда, в которой любой из параметров  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  является функцией координат точек пространства.

Изотропной средой называется такая, в которой  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  являются скалярными величинами. В изотропной среде вектора, характеризующие электромагнитное поле, входящие в материальные соотношения, являются коллинеарными.

Анизотропной средой называется такая, в которой хотя бы один из параметров  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  является тензорной величиной. В анизотропных средах вектора, входящие в материальные соотношения являются не параллельными.

Линейной средой называется такая, в которой  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  не зависят от величины модулей векторов, характеризующих электромагнитное поле.

Нелинейной средой называется такая, в которой хотя бы один из параметров  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  является функцией модуля одного из векторов, характеризующих электромагнитное поле.

Средой с постоянными во времени параметрами называется такая, в которой параметры  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  не зависят от времени во весь период, в течение которого необходимо определить электромагнитное поле. В противном

случае среда называется средой с переменными во времени параметрами. Особый случай возникает если параметры среды изменяются очень быстро за время, сравнимое со временем распространения электромагнитного поля в среде.

Практические измерения параметров  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  показывают, что все реальные среды являются неоднородными, анизотропными, нелинейными, но при малой амплитуде векторов поля, как правило, можно пренебрегать малыми отклонениями от линейности, изотропности, однородности сред для большинства практически важных случаев. Это будет предполагаться в рамках курса по –умолчанию. В особых случаях всегда будет обращаться внимание на проблемы, возникающие из-за изменения параметров сред.

Физическая классификация сред связана с величинами параметров  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$ . Эта классификация является в некоторой степени условной, так как часто зависит от дополнительных параметров, например от частоты электромагнитного поля.

Диэлектрической средой или диэлектриком называется такая, в которой величина электропроводности  $\sigma$  пренебрежимо мала. В диэлектрических средах токи проводимости пренебрежимо малы по сравнению с токами смещения. Особыми случаями диэлектрической среды являются сегнетодиэлектрики, в которых величина  $\varepsilon$  существенно больше единицы, бесстолкновесная плазма, в которой  $\varepsilon$  меньше единицы и искусственные, так называемые метаматериалы, получаемые методами нанотехнологий.

Проводящей средой или проводником называется такая, в которой величина  $\sigma$  является очень большой. В реальных проводниках величина  $\sigma$  составляет  $10^5$ - $10^7$  [См/м]. В проводниках токи смещения пренебрежимо малы по сравнению с токами проводимости. Важным для теории является понятие идеального проводника, это абстрактная среда, в которой  $\sigma$  стремится к бесконечности.

Промежуточную группу между диэлектриками и проводниками по величине  $\sigma$  занимают полупроводники. Но сейчас это понятие, как правило, используется для названия сред, имеющих особый механизм электропроводности. В теории электромагнитного поля промежуточная группа чаще называется диэлектриками с потерями или импедансными средами.

По величине  $\mu$  все среды подразделяются на диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики. В диамагнетиках и парамагнетиках  $\mu$  практически близко к единице, в ферромагнетиках  $\mu$  существенно больше единицы.

## 2. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

### 2.1. Система уравнений Максвелла в интегральной форме

Система уравнений Максвелла в интегральной форме включает четыре основных уравнения, которые могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned}\oint_L \vec{H} d\vec{l} &= I_{np} + I_{см}; \\ \oint_L \vec{E} d\vec{l} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial t}; \\ \oint_S \vec{D} d\vec{s} &= Q_{э}; \\ \oint_S \vec{B} d\vec{s} &= 0.\end{aligned}\tag{2.1}$$

Здесь обозначено:  $\oint_L \vec{H} d\vec{l}$  - циркуляция вектора  $\vec{H}$  по замкнутому контуру  $L$ ,  $I_{np}$  и  $I_{см}$  токи проводимости и смещения, протекающие через произвольную поверхность  $\Sigma$ , ограниченную контуром  $L$ ;  $\oint_L \vec{E} d\vec{l}$  - циркуляция вектора  $\vec{E}$  по замкнутому контуру  $L$  (это также равно ЭДС, действующей в контуре  $L$ ),  $\partial\Phi/\partial t$  - скорость изменения магнитного потока, проходящего через произвольную поверхность  $\Sigma$ , ограниченную контуром  $L$ ;  $\oint_S \vec{D} d\vec{s}$  - поток вектора  $\vec{D}$  через замкнутую поверхность  $S$ ,  $Q_{э}$  - электрический заряд, находящийся в объеме  $V$ , ограниченном поверхностью  $S$ ,  $\oint_S \vec{B} d\vec{s}$  - поток вектора  $\vec{B}$  через замкнутую поверхность  $S$ .

Первое уравнение фактически представляет закон полного тока, открытый Ампером, как обобщение экспериментальных результатов, но ток смещения включен в это уравнение Максвеллом чисто умозрительно, как научное предвидение. Второе уравнение также является математическим выражением закона электромагнитной индукции, который был экспериментально открыт Фарадеем. Третье уравнение известно как теорема Гаусса и является математическим обобщением экспериментально открытого закона Кулона для электрических зарядов. Четвертое уравнение является формулировкой теоремы Гаусса для магнитных зарядов, которые экспериментально не наблюдаются.

Такая формулировка системы уравнений Максвелла является исходной, первичной по двум основным причинам:



- система уравнений включает ряд физических законов, которые были открыты в результате экспериментов, эмпирические законы всегда первоначально формулируются как интегральные соотношения;

- интегральные операторы, входящие в уравнения, с точки зрения математики накладывают наименьшие ограничения на векторные функции, характеризующие электромагнитное поле, вектора  $\vec{H}, \vec{E}, \vec{D}, \vec{B}$ , как функции пространственных координат могут иметь конечное число точек разрыва первого рода, то есть, нет ограничений по непрерывности и дифференцируемости этих величин.

Система (2.1) является системой интегральных уравнений, так как неизвестные величины, характеризующие электромагнитное поле стоят в уравнениях под знаками интегралов. Система является линейной, так как все неизвестные величины входят в нее в первой степени. Это замечание является чрезвычайно важным, так как линейные системы уравнений обладают свойством суперпозиции.

Величины, стоящие в правых частях уравнений можно записать в виде, более удобном для практических применений. Из курса общей физики известно:

$$Inp = \int_{\Sigma} \vec{J} d\vec{s}, \quad \Phi = \int_{\Sigma} \vec{B} d\vec{s}, \quad Q_{\Sigma} = \int_V \rho dv, \quad (2.2)$$

где  $\vec{J}$  - вектор объемной плотности тока проводимости в среде,  $\rho$  - объемная плотность электрического заряда в среде.

С учетом (2.2) система уравнений (2.1) принимает вид (2.3).

Здесь в первом уравнении подставлено выражение для тока смещения в виде, предложенном Максвеллом.

Записанная система линейных интегральных уравнений содержит четыре векторных уравнения для пяти неизвестных векторных величин и в таком виде является недоопределенной. Для доопределения системы уравнений и исключения множественности решений систему (2.3) дополняют материальными соотношениями (1.3, 1.5, 1.7). С учетом дополнительных трех векторных соотношений система уравнений становится переопределенной с точки зрения математики, что говорит о наличии связей между уравнениями. Это будет пояснено в подразделе 2.3.

$$\begin{aligned} \oint_L \vec{H} d\vec{l} &= \int_{\Sigma} \vec{J} d\vec{s} + \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma} \vec{D} d\vec{s}; \\ \oint_L \vec{E} d\vec{l} &= - \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma} \vec{B} d\vec{s}; \\ \oint_S \vec{D} d\vec{s} &= \int_V \rho dv; \\ \oint_S \vec{B} d\vec{s} &= 0. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Система уравнений Максвелла в интегральной форме является наиболее общим представлением законов электродинамики. В наиболее сложных задачах теории поля, в которых невозможны упрощающие предположения, приходится искать решения системы (2.3). Для подавляющего числа задач теории электромагнитного поля можно заменить систему (2.3) эквивалентной дифференциальной формой.