

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

Цель работы:

- изучение структуры поля волны основного типа в прямоугольном волноводе;
- изучение дисперсии волны основного типа в прямоугольном волноводе;
- изучение затухания поля в волноводе.

Сведения из теории

Прямоугольный волновод, представляющий металлическую пустотелую трубу прямоугольного сечения, предназначенный для передачи электромагнитной энергии в диапазоне сантиметровых и миллиметровых длин волн, показан на рис.1 вместе с используемой системой координат.

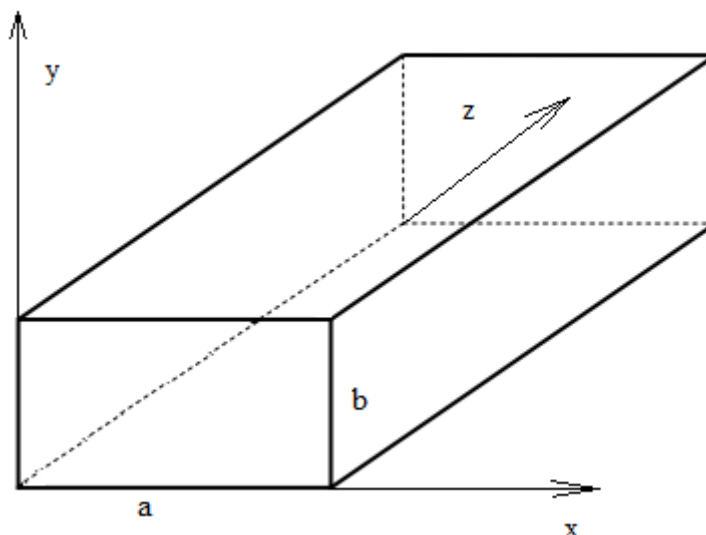


Рис.1 Прямоугольный металлический трубчатый волновод

При решении задач распространения электромагнитных волн в волноводе сначала находят собственные волны, распространяющиеся по однородному прямолинейному волноводу бесконечной длины, которые являются решениями однородного уравнения Гельмгольца для комплексных амплитуд векторов поля в волноводе.

Электромагнитные волны могут переносить энергию лишь вдоль волновода, поэтому усредненный за период колебаний вектор Пойнтинга может иметь только одну составляющую

$$\Pi_z = \frac{E_y H_x^*}{2} = \frac{E_x H_y^*}{2} \quad (1)$$

и его величина полностью определяется поперечными составляющими напряженностей электрического и магнитного полей, существующих в волноводе.

Поэтому, для решения задач передачи энергии достаточно найти лишь поперечные составляющие поля. Поперечные составляющие напряженностей полей в волноводе для собственных волн могут быть легко определены, если найдено решение однородного уравнения Гельмгольца для векторных потенциалов поля, ориентированных по оси Z . Но для пустотелых волноводов решение часто ищут иначе. Как показано в (1) собственные волны таких волноводов можно разделить на два типа: волны типа «Е», которые имеют продольную составляющую напряженности электрического поля в волноводе E_z (причем $H_z=0$), и волны типа «Н», имеющие продольную составляющую напряженности магнитного поля в волноводе H_z (причем $E_z=0$). В этом случае поперечные составляющие напряженностей поля в волноводе могут быть выражены непосредственно через продольные составляющие полей.

Методика определения полей в прямоугольном волноводе обычно сводится к следующему:

- а) предполагается, что стенки волновода идеально проводящие и форма поверхностей стенок идеальна;
- б) записывается однородное уравнение Гельмгольца для составляющей H_z и ищется его решение в виде распространяющейся вдоль оси Z , волны методом разделения переменных;
- в) пользуясь уравнениями Максвелла, определяют поперечные составляющие напряженностей электрического и магнитного полей в волноводе, выражая их через H_z ;
- г) пользуясь принципом перестановочной двойственности уравнений электродинамики, находят общее решение для волн типа «Е»;
- д) на найденные в пп.б), в), г) решения накладывают граничное условие $E_z=0$ на стенках волновода, определяют постоянные интегрирования и получают решения в окончательном виде.

При заданных поперечных размерах волновода и длине волн генератора (длине волны колебания, создаваемого генератором, измеряемой в свободном пространстве) λ_0 , волны типов «Е» и «Н» характеризуются двумя числовыми индексами m и n . Колебания с заданными индексами могут существовать лишь в определенных диапазонах длин волн, как это показано на диаграмме существования волн в прямоугольном волноводе, приведенной на рис.2.



Рис.2 Диаграмма существования волн различных типов в прямоугольном волноводе.

Как видно из рис.2, в некотором диапазоне длин волн в волноводе может распространяться лишь одна волна, она называется волной основного типа. В прямоугольном волноводе волной основного типа является H_{10} , которая имеет три составляющие поля:

$$\begin{aligned} H_z &= A \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}; \quad E_y = A \frac{j\omega\mu_a a}{\pi} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}; \\ H_x &= A \frac{j\beta a}{\pi} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}; \quad E_x = E_z = H_y = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\beta = \frac{2\pi}{\Lambda} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2}$$

На рис.3 показана картина силовых линий напряженностей поля в волноводе, построенная по (2), а на рис.4 приведены графики, показывающие изменения амплитуд составляющих волны в поперечном направлении и изменение мгновенных значений составляющих поле в продольном направлении.

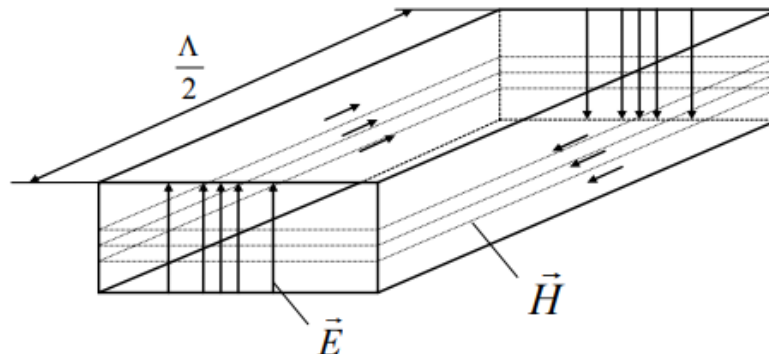


Рис.3. Картина силовых линий для волны H_{10}

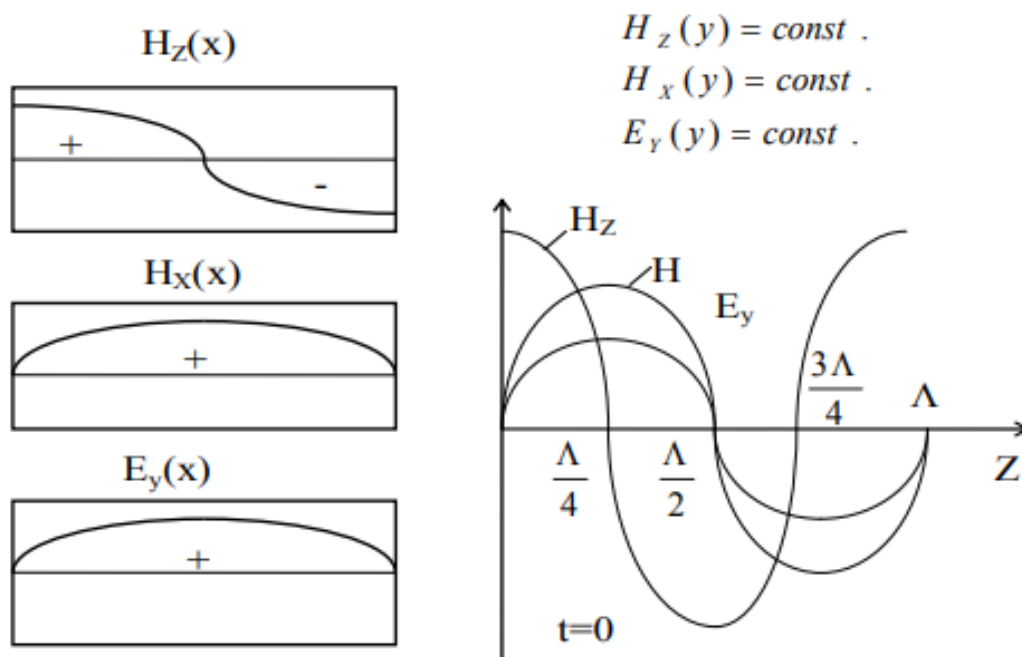


Рис.4. Распределение амплитуд составляющих поля в поперечном сечении волновода и зависимость мгновенных значений от координаты Z , для момента времени $t=0$.

При произвольной системе сторонних источников, возбуждающих волновод, или в неоднородном волноводе поле может быть представлено в виде разложения по собственным волнам волновода (в виде суперпозиции собственных волн, имеющих разные амплитуды).

Но в большинстве технических устройств размеры волновода выбираются таким образом, что в нем может распространяться только волна основного типа.

Диапазон длин волн, в котором существует только волна основного типа, с нижней стороны ограничен значениями длин волн, при которых по волноводу могут распространяться высшие типы волн, а с верхней стороны ограничен значением $\lambda_{кр} = 2a$. Колебания, у которых $\lambda_0 \geq \lambda_{кр}$, не могут распространяться по волноводу в виде бегущей волны, так как для них постоянная β становится мнимой, как видно из (2). Амплитуда таких колебаний экспоненциально уменьшается при увеличении Z .

Длина волны $\lambda_0 = \lambda_{кр}$ называется длиной критической волны основного типа в волноводе или длиной критической волны для волновода - это наибольшая длина волны, до которой поле основного типа в волноводе может существовать в виде бегущей (распространяющейся) волны. Колебания в волноводе, для которых $\lambda_0 > \lambda_{кр}$, называются закритическими. Понятие критической длины волны таким же образом вводится для волн высших типов.

Постоянную β , называемую постоянной распространения или продольным волновым числом для волновода, можно представить в виде:

$$\beta = \frac{2\pi f}{V_\phi} = \frac{2\pi f}{C_0} \sqrt{1 - \left(\frac{f_{кр}}{f}\right)^2} \quad (3)$$

где V_ϕ – фазовая скорость распространения волны определенного типа в волноводе; C_0 – скорость света в свободном пространстве; f – частота электромагнитного колебания; $f_{кр} = C_0/\lambda_{кр}$ – критическая частота волны определенного типа.

Из этого выражения можно определить фазовую скорость. Для волны типа H_{10} :

$$V_\phi = \frac{C_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{C_0}{2af}\right)^2}} \quad (4)$$

Отсюда следует, что фазовая скорость в волноводе является функцией частоты электромагнитного колебания. Такое явление получило название *дисперсии*. На рис.5 показаны дисперсионные характеристики прямоугольного волновода для основного и первых высших типов колебаний.

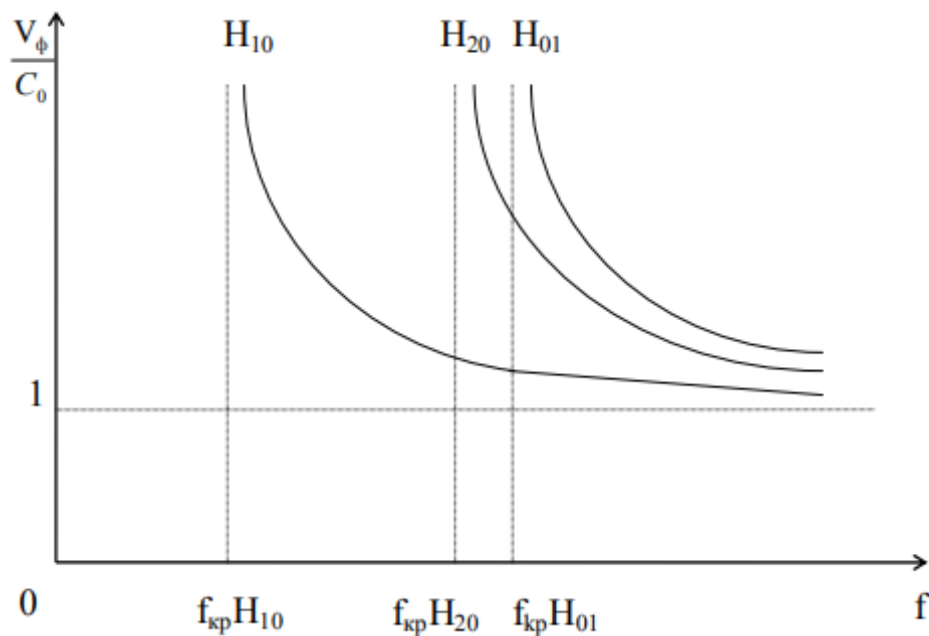


Рис. 5 Дисперсионные характеристики прямоугольного волновода.

Наличие дисперсии приводит к нелинейным искажениям сигналов, передаваемых по волноводу, при достаточно большой ширине спектра радиосигналов. Но в некоторых СВЧ устройствах, например, в антенных

решетках с частотным сканированием, явление дисперсии является полезным и используется в работе устройств.

Дисперсию можно исследовать, получая в волноводе режим стоячих волн. Тогда поле в волноводе можно представить в виде наложения падающей и отраженной волн:

$$e^{-j\beta z} + e^{j\beta z} = 2\cos(\beta z) = 2\cos(\beta z) \quad (5)$$

В соответствии с (5) амплитуда поля в волноводе будет функцией Z , и изменяется, как показано на рис.6, причем расстояние между соседними нулевыми значениями амплитуды равно $\Lambda/2$.

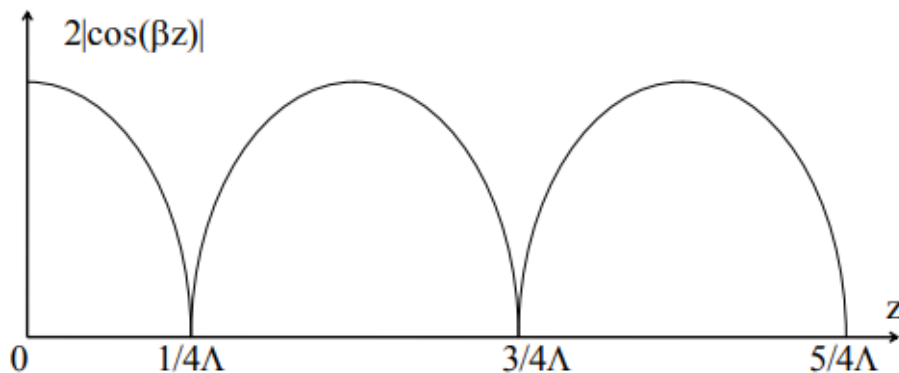


Рис.6 График изменения амплитуды стоячей волны вдоль продольной координаты.

Измеряя при помощи измерительной линии расстояние между соседними минимумами поля в волноводе, можно построить эмпирическую дисперсионную характеристику волновода. Фазовая скорость определяется как $V_\phi = \Lambda f$.

Реальные волноводы изготавливаются из материалов, имеющих конечную величину проводимости. Поэтому токи проводимости, протекающие по стенкам волновода, частично преобразуют энергию электромагнитного поля в тепловую энергию, и по мере движения по волноводу энергия поля уменьшается (затухает).

При этом одновременно уменьшаются амплитуды всех составляющих поля. С учетом затухания выражения(2) для волны основного типа преобразуются к виду:

$$\begin{aligned} H_z &= A \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-(\alpha + j\beta)z}; \\ H_x &= A \frac{j\beta a}{\pi} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-(\alpha + j\beta)z}; \\ E_y &= A \frac{j\omega\mu_a a}{\pi} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-(\alpha + j\beta)z}; \end{aligned} \quad (6)$$

Мощность, переносимая по волноводу, будет описываться формулой:

$$P(z) = P_0 e^{-2\alpha z}; \quad (7)$$

Здесь α , - постоянная затухания, измеряемая в (дБ/м) или в (неп/м), показывающая насколько децибел или непер уменьшится амплитуда волны при прохождении волновода длиной 1м. Приближенное теоретическое выражение для расчета постоянной затухания волны основного типа имеет вид:

$$\alpha_{H_{10}} = \frac{R_s \left[1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{\lambda_0}{2a} \right)^2 \right]}{120\pi b \left[1 + \left(\frac{\lambda_0}{2a} \right)^2 \right]^{1/2}}, [\text{неп/м}] \quad (8)$$

где R_s – поверхностное сопротивление стенки волновода.

На рис.7 построены графики, показывающие изменения постоянных затухания волн низших типов в прямоугольном волновод в зависимости от частоты. Постоянные затухания имеют минимум на некоторых частотах.

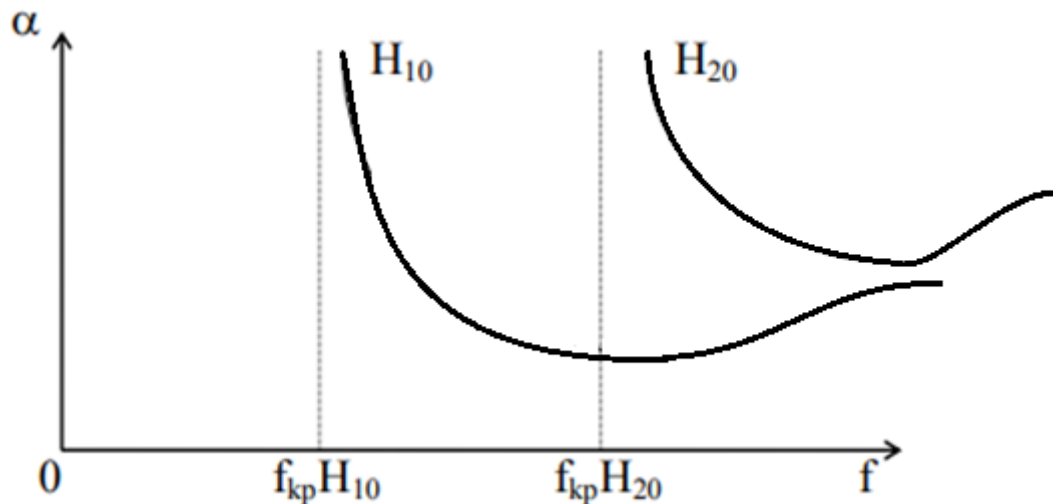


Рис.7 Частотные зависимости постоянных затухания волн для прямоугольного волновода.

В действительности, затухание поля в волновод вызывается и другими причинами, к которым относятся поглощение энергии поля в среде, заполняющей волновод, передача части энергии колебания других типов в волновод и т.д. поэтому реальная величина постоянной затухания превосходит рассчитанную по (3). Для точного определения постоянной затухания прибегают к измерениям.

Для измерений можно использовать замкнутый на конце волновод, присоединенный к измерительной линии. В измерительной линии будут

действовать две волны: падающая, идущая в волноводе, и отраженная от короткозамкнутого конца волновода. Обозначим через E_0 амплитуду падающей волны в измерительной линии. За счет затухания в волноводе поля у короткозамыкателя будет иметь амплитуду $E_0 e^{-\alpha l}$, где l - длина волновода между короткозамыкателем и зондом измерительной линии. Волна, отраженная от короткозамыкателя, еще раз проходит через волновод и в измерительной линии ее амплитуда равна $E_0 e^{-2\alpha l}$.

Определяя при помощи измерительной линии коэффициент стоячей волны в тракте (КСВ), равный отношению максимальной амплитуды волны в волноводе измерительной линии к минимальной амплитуде, получим:

$$\text{КСВ} = \frac{E_{\text{макс}}}{E_{\text{мин}}} = \frac{E_{\text{пад}} + E_{\text{отр}}}{E_{\text{пад}} - E_{\text{отр}}} = \text{cth}(\alpha l) \quad (9)$$

Отсюда:

$$\alpha = \frac{1}{l} \text{arccth}(\text{КСВ})$$

В реальных волноводах постоянная затухания достаточно мала, поэтому можно записать приближенное выражение:

$$\alpha \approx \frac{1}{l * \text{КСВ}} \quad (10)$$

Описание лабораторной установки

Функциональная схема установки для исследования электромагнитного поля в прямоугольном волноводе приведена на рис.8.

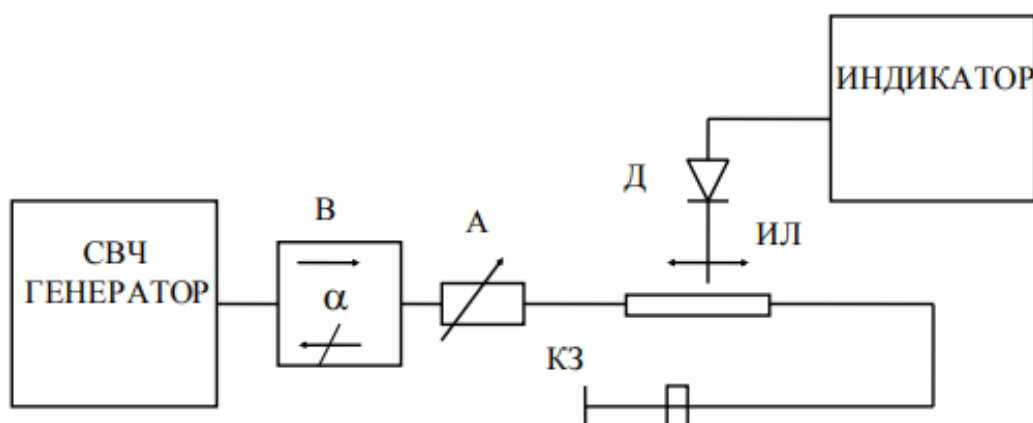


Рис.8 Функциональная схема лабораторной установки

Установка содержит СВЧ генератор 3-см диапазона длин волн, работающий в режиме внутренней модуляции, развязывающий ферритовый вентиль, измерительную линию, волновод прямоугольного сечения

размерами 35*15 мм, длиной 30 см, закороченный на конце, индикатор. В тракт также включен аттенюатор.

Вырабатываемая генератором волна проходит по СВЧ тракту, отражается от короткозамыкателя и возвращается в обратном направлении. Отраженная волна поглощается вентилем. В волноводе измерительной линии получается структура поля близкая к стоячей волне. На низкочастотном выходе измерительной линии получается про детектированный сигнал, величина которого пропорциональна квадрату амплитуды электрической составляющей поля в волноводе в месте расположения зонда измерительной линии. Перемещая зонд измерительной линии можно снимать картину распределения электрической составляющей поля стоячей волны в продольном направлении. Одновременно, можно измерять расстояние между узлами стоячей волны и КСВ в волноводе. Сигнал с выхода измерительной линии подается на индикатор.

Для измерения распределения электрической составляющей поля в поперечном сечении волновода по оси «х» применяется аттенюатор, который содержит пластинку из поглощающего материала, вводимую в волновод параллельно силовым линиям E_y . Амплитуда волны, проходящей через аттенюатор, изменяется таким образом, что сигнал на выходе измерительной линии в первом приближении описывается функцией:

$$\frac{U_{\text{ВЫХ}}(x)}{U_{\text{ВЫХ}}(0)} \approx \left[1 - \frac{E_y(x)}{E_y(0)} \right] \quad (11)$$

Порядок выполнения работы

Включить аппаратуру установки согласно инструкциям по эксплуатации используемых приборов, прогреть аппаратуру в течение 10 – 15 мин. Настроить генератор на частоту $f = 5$ ГГц. На указанной частоте настроить генератор на максимальную выходную мощность.

1. Изучение картины поля стоячей волны основного типа в прямоугольном волноводе.

- 1.1. Переместить зонд измерительной линии в пучность стоячей волны в волноводе. Регулировками, имеющимися на измерительной линии, получить максимальные показания на индикаторе. Переместить зонд измерительной линии в узел стоячей волны.

- 1.2. Производить отсчет показаний по измерительной линейке и индикатору, перемещая зонд измерительной линии вдоль волновода. Измерения производить с шагом 2 мм до следующего узла стоячей волны. Результаты измерений занести в таблицу 1.

Таблица 1.

$l(\text{мм})$	l_0	$l_0 + 2$	$l_0 + 4$...	$l_0 + n$
$U_{\text{вых}}(l)$					
$\left(\frac{U_{\text{вых}} l}{U_{\text{макс}}}\right)^{1/2}$					

2. Исследование дисперсии и затухания волны основного типа в прямоугольном волноводе.

- 2.1. Отсчитать показания l_1 по шкале измерительной линии при условии, что зонд измерительной линии находится в узле стоячей волны. Переместить зонд в соседний узел стоячей волны. Положения зонда контролировать по индикатору. Отсчитать новое положение l_2 по шкале измерительной линии. Меняя частоту проделать несколько измерений. Данные занести в таблицу 2.

Таблица 2.

$f(\text{ГГц})$	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
$l_1(\text{мм})$					
$l_2(\text{мм})$					
$\Lambda = 2(l_1 - l_2)$					
V_{ϕ}/C_0					

- 2.2. Отсчитать показания индикаторного прибора $U_{\text{макс}}$ при условии, что зонд измерительной линии находится в пучности стоячей волны. Переместить зонд измерительной линии в узел стоячей волны и отсчитать показания индикаторного прибора $U_{\text{мин}}$. Прodelать несколько измерений используя частоту из п.2. Данные занести в таблицу 3.

Таблица 3.

$f(\text{ГГц})$	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
$U_{\text{макс}}$					
$U_{\text{мин}}$					
$\text{КСВ} = \left(\frac{U_{\text{макс}}}{U_{\text{мин}}}\right)^{1/2}$					
$\alpha_{H_{10}}(f)$					

Содержание работы:

1. Цель работы.
2. Функциональная схема установки.
3. Таблицы с экспериментальными результатами и расчетами.
4. Дисперсионная характеристика волновода, построенная по (4) для используемых частот.
5. График постоянной затухания, построенной по (8) для используемых частот.
6. Выводы по проделанной работе.

Контрольные вопросы

1. Нарисовать картину силовых линий для волны H_{10} в прямоугольном волноводе.
2. Начертить графики, показывающие изменение амплитуд составляющих волны H_{10} в зависимости от поперечных координат.
3. Дать определение критической длины волны в прямоугольном волноводе.
4. Нарисовать и объяснить дисперсионную характеристику для волны основного типа.
5. Рассчитать размеры волновода так, чтобы в нем могла распространяться только волна H_{10} в диапазоне частот 5-7 ГГц.
6. Как можно измерить дисперсионную характеристику волновода?
7. Объяснить причины затухания электромагнитных волн в волноводе.
8. Как можно измерить постоянную затухания волновода?