МИРЭА-РОССИЙСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

1 семестр

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Для студентов очной формы обучения
институтов ИТ и РТС, Физико-технологического института

Москва-2019

УДК 512+514
ББК 22.14+22.15
А-45

Алгебра и геометрия,1 семестр [Электронный ресурс]**:**Методическое пособие/ Гущина Е.Н., Кузнецова Е.Ю., Морозова Т.А., Малыгина О.А., Таланова Л.И.- М., МИРЭА,

Методическое пособие предназначается для студентов очной формы обучения институтов ИТ, РТС и Физико-технологического института. Пособие включает следующие разделы: алгебра матриц, системы линейных уравнений, аналитическая геометрия. Представленный материал используется при изучении курса алгебры и геометрии (2-ой семестр), курсов математического анализа, дифференциальных уравнений, теории случайных процессов, радиотехники, физики и др. Издается в авторской редакции.

Авторский коллектив: Гущина Елена Николаевна, Кузнецова Екатерина Юрьевна, Морозова Татьяна Анатольевна, Малыгина Ольга Анатольевна, Таланова Людмила Ивановна.

Редактор:
Чекалкин Николай Степанович., к.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой высшей математики-2 Физико-технологического института, Московский технологический университет

Рецензенты:

Бобылева Татьяна Николаевна, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры высшей математики МГСУ

Параскевопуло Ольга Ригасовна, к.ф.-м.н.,-, доцент кафедры высшей математики-2, Физико-технологического института, Московский технологический университет

Минимальный системные требования:
Поддерживаемые ОС: Windows 2000 и выше.
Память: ОЗУ 128МБ.
Жесткий диск: 20 Мб.
Устройства ввода: клавиатура, мышь.
Дополнительные программные средства: Программа Adobe Reader.
ISBN ____________________

Оглавление

Введение

Данное пособие разработано коллективом преподавателей кафедры высшей математики-2 Московского технологического университета (МИРЭА) для студентов очной формы обучения институтов РТС, Информационных технологий и Физико-технологического института. Пособие содержит задачи для подготовки к контрольным работам и экзамену (зачету), список теоретических вопросов для подготовки к сдаче экзамена (зачета), перечень рекомендуемой литературы, типовые варианты контрольных работ по курсу, образец экзаменационного (зачетного) билета, типовой расчет.

Пособие состоит из двух частей. *Часть 1* – это основные типы задач для подготовки к контрольным работам, экзамену (зачету). Для успешного овладения материалом рекомендуется прорешать все задачи первой части.

Часть 2 – типовой расчет, каждый студент выполняет свой вариант задачи из второй части. Задания второй части также используются для подготовки к контрольным работам и экзамену (зачету).

В данном пособии представлены, во-первых, традиционные задачи алгебры и геометрии (1-ой семестр). Для этих задач выделены уровни сложности: стандартные задачи и задачи повышенной трудности (для углубленного изучения материала). Во-вторых, введены задачи прикладного характера, возникающие в специальных дисциплинах, например, в электротехнике, теоретической механике, физике. Здесь же есть задачи, встречающиеся в курсе дифференциальных уравнений. Решение подобных задач раскрывает взаимосвязи курса алгебры и геометрии с дифференциальными уравнениями, с электротехникой, физикой, механикой.

На основе материала курса алгебры и геометрии 1-го семестра строится алгебра и геометрия 2-го семестра.

Методические указания

Содержание курса «Алгебра и геометрия» (1-ый семестр) включает следующие разделы: алгебра матриц (действия с матрицами, определитель матрицы и его вычисление, обратная матрица, критерий существования обратной матрицы, вычисление); методы решения систем линейных уравнений (метод Крамера, использование обратной матрицы, метод Гаусса), применение при решении прикладных задач; геометрические векторы (действия с векторами, скалярное, векторное и смешенное произведения векторов, их свойства, использование при решении геометрических задач и других прикладных задач); уравнение прямой и плоскости; взаимное расположение прямых, плоскостей, прямой и плоскости; кривые и поверхности второго порядка.

От студента требуется успешное овладение материалом по указанным темам, т.е. необходимо знать определения понятий, формулировки и доказательства основных теорем курса. Студент также должен продемонстрировать умение решать типовые задачи данного курса.

В течение семестра по курсу алгебры и геометрии проводятся две контрольные работы и выполняется типовой расчет.

Контрольная работа №1 проводится по теме *«Алгебра матриц. Решение систем линейных уравнений»*.

Примерный вариант контрольной работы №1

1. Вычислить определитель матрицы: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \\ -3 & 4 & 1 & 2 \\ 7 & -4 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

2. Решить матричное уравнение: $X\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

3. Решить систему уравнений двумя способами: методом Крамера и с помощью обратной матрицы: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$.

4. Найти общее решение линейной однородной системы уравнений методом Гаусса. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 3x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$

5. Найти общее решение линейной неоднородной системы уравнений методом Гаусса.
$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2 \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 5 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3 \end{cases}$$

Контрольная работа №2 проводится по теме *«Скалярное, векторное и смешанное произведение. Прямая и плоскость»*.

Примерный вариант контрольной работы №2

1. Даны точки A(1; 0;-1), B(0; 2;-3), C(2; 4; -2), D(-2; 6; 2). Найти:
   - величину внутреннего угла при вершине A в треугольнике ABC;
   - длину медианы треугольника ABC, проведенной из вершины C;
   - площадь треугольника ABC;
   - объем тетраэдра $DABC$.

2. Вычислить угол между векторами $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}, \vec{b} = 3\vec{p} - \vec{q}$, если $|\vec{p}| = 1, |\vec{q}| = \sqrt{3}, \angle(\vec{p}, \vec{q}) = \pi / 6$.

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки A(-2; 7; 3) и B(1; -2; 8) перпендикулярно плоскости $7x + 3y + 2z - 10 = 0$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(-4; -7; 1) параллельно прямой $\begin{cases} 2x + 3y + z - 6 = 0 \\ 4x - 5y - z + 2 = 0 \end{cases}$.

5. Найти точку, симметричную точке M(-3; 1; -9) относительно плоскости $4x - 3y - z - 7 = 0$.

Замечание: по усмотрению преподавателя количество задач контрольных работ может быть изменено.

Типовой расчет выполняется каждым студентом в отдельной тетради в соответствии с назначенным ему номером варианта. Студент пишет подробное решение каждой задачи, объясняет решения задач преподавателю, отвечает на вопросы. *Наличие выполненного типового расчета является обязательным условием допуска студента на экзамен или зачет.*

По итогам обучения на основе учебного плана проводится экзамен или зачет по данному курсу.

Примерный вариант экзаменационного (или зачетного) билета

1. Решить уравнение $AX = B$, где $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

2. Решить систему уравнений $\begin{cases} 3x - 2y = -3 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$ двумя способами: с помощью обратной матрицы и методом Крамера.

3. Найти общее решение системы линейных уравнений, выделить частное решение неоднородной системы $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5 \end{cases}$

4. Найти длину высоты пирамиды *ABCD*, опущенной из вершины D, если даны координаты вершин *A*(1,2,-1), *B*(5,5,1), *C*(3,8,-3), *D*(6,8,1).

5. Даны вершины треугольника *ABC*: *A*(1,2,-1), *B*(5,5,1), *C*(3,8,-3). Составить каноническое и параметрическое уравнение медианы *AD*.

6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку *M*(2,-1,-3) перпендикулярно прямой $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{0} = \dfrac{z+3}{5}$.

7. Определение гиперболы. Составить уравнение гиперболы с фокусами в точках F_1(-6,0) и F_2(6,0) и эксцентриситетом равным $\sqrt{3}$. Сделать чертеж.

8. Теоретический вопрос (из списка теоретических вопросов).

9. Определить тип поверхности второго порядка, заданной уравнением $x^2 + 4y^2 - 9z^2 - 36 = 0$. Привести уравнение поверхности к каноническому виду. Сделать чертеж.

Замечание: по усмотрению преподавателя количество задач билета может быть изменено.

Теоретические вопросы по курсу

1. Сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц. Транспонирование матриц. Основные свойства этих операций.

2. Определители 2-го и 3-го порядка. Правило Саррюса. Миноры и алгебраические дополнения. Определение определителей n-го порядка. Основные свойства определителей.

3. Обратная матрица, определение, основные свойства. Критерий существования обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.

4. Решение матричных уравнений и систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.

5. Понятие ранга матрицы. Элементарные преобразования матриц. Сохранение ранга матриц при элементарных преобразованиях.

6. Основные понятия теории систем линейных уравнений. Системы однородные и неоднородные, совместные и несовместные, определенные и неопределенные. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.

7. Теорема Кронекера-Капелли. Теорема о существовании нетривиального решения однородной системы. Фундаментальная система решений. Общее решение системы линейных уравнений.

8. Сложение векторов и умножение вектора на число. Свойства линейных операций. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам на плоскости и по трем некомпланарным векторам в пространстве. Понятие базиса.

9. Скалярное произведение векторов, свойства, координатное выражение.

10. Векторное произведение векторов. Геометрические и алгебраические свойства векторного произведения, его координатное выражение.

11. Смешанное произведение векторов. Геометрические и алгебраические свойства смешанного произведения, его координатное выражение.

12. Общее уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом, каноническое и параметрические уравнения. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости для различных видов уравнений.

13. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку, перпендикулярно заданному вектору. Взаимное расположение двух плоскостей. Угол между плоскостями.

14. Каноническое уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через две различные точки. Параметрическое уравнение прямой. Прямая как линия пересечения плоскостей.

15. Взаимное расположение двух прямых, прямой и плоскости в пространстве.

16. Кривые второго порядка на плоскости: эллипс, гипербола, парабола. Выводы уравнений кривых второго порядка исходя из их геометрических свойств.

17. Исследование формы эллипса, гиперболы и параболы по их каноническим уравнениям. Эксцентриситет эллипса и гиперболы. Директрисы эллипса и гиперболы.

18. Поверхности второго порядка в пространстве: эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, конусы, цилиндрические поверхности. Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Примеры.

Часть 1.
Основные типы задач
для подготовки к контрольным работам и экзамену (зачету)

Часть 1 содержит основные типы задач по курсу алгебры и геометрии 1-го семестра для подготовки к двум контрольным работам и сдаче экзамена (зачета). Для полноценного усвоения материала рекомендуется выполнить все задачи части 1.

Задачи по теме «Алгебра матриц. Решение систем линейных уравнений»

№1. Найти матрицы $C = -8A + B^T$, $D = A^T - 3B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ 8 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

№2. Найти матрицу $C = BA$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Существует ли для заданных матриц произведение AB ?

№3. Найти матрицу $C = AB^T$, если

1) $A=\begin{pmatrix}5 & -4\\ 3 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & 7\\ -3 & 1\end{pmatrix}$

2) $A=\begin{pmatrix}4 & -2\\ 1 & 2\\ 6 & -7\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & -5\\ 0 & 2\\ 1 & 4\end{pmatrix}$.

№4. Задана матрица *A*.

а) Вычислить определитель матрицы.

б) Если выполняется критерий существования обратной матрицы, найти обратную матрицу A^{-1}. Сделать проверку.

1	$A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$	4	$A=3B-5C$, где $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$
2	$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 3 & 0 & 2\\ 4 & -2 & 5\end{pmatrix}$	5	$A=-2B$, где $B=\begin{pmatrix}5 & 3 & 1\\ 1 & -3 & -2\\ -5 & 2 & 1\end{pmatrix}$
3	$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 3 & 6 & 2\\ -4 & -8 & -6\end{pmatrix}$	6	$A=(CB)^T$, где $C=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1 & 2\end{pmatrix}$

№5. Определителем Вронского $W(x)$ системы функций $y_1(x), y_2(x),..., y_n(x)$ называется определитель

$$W(x)=\begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) & \dots & y_n(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) & \dots & y_n'(x) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_1^{(n-1)}(x) & y_2^{(n-1)}(x) & \dots & y_n^{(n-1)}(x) \end{vmatrix}.$$

Вычислить определитель Вронского для заданной системы функций.

№		№	
1	$\{\sin^2 5x, \cos^2 5x\}, x \in R$	5	$\{chx, shx, 1\}, x \in R$
2	$\{e^{2x}\sin 3x, e^{2x}\cos 3x\} x \in R$	6	$\{1, e^{2x}, xe^{2x}\}, x \in R$,
3	$\{e^{4x}, e^{6x}, e^{7x}\}, x \in R$	7	$\{1, x, \sin x, \cos x\}, x \in R$
4	$\{\sin^2 x, \cos^2 x,\ 1\}, x \in R$	8	$\{1,\ \ln 2x,\ \ln x^3\}$, $x \in (0, +\infty)$

Вычислить определитель Вронского для системы функций в точке x_0.

№		№	
1	$\{e^x, e^{2x}, e^{3x}\}$, $x_0 = \ln 2$	3	$\{1,\ tgx,\ ctgx\}$, $x_0 = \dfrac{\pi}{4}$
2	$\{x, \sin x,\ \cos x\}$, $x_0 = \dfrac{\pi}{3}$	4	$\{\sin x,\ \cos x,\ \sin 2x,\ \cos 2x\}$, $x_0 = \dfrac{\pi}{2}$

№6. Решить матричное уравнение. Сделать проверку.

1	$AX = B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	4	$AX = B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

2	$XA=B$, где $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1 & 3\end{pmatrix}$	5	$XA=B$, где $A=\begin{pmatrix}5 & 3 & 1\\ 1 & -3 & -2\\ -5 & 2 & 1\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}-8 & 3 & 0\\ -5 & 9 & 0\\ -2 & 15 & 0\end{pmatrix}$
3	$XA=B$, где $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}8 & -6\\ -2 & 4\\ 9 & 2\end{pmatrix}$	6	$AXC=B$, где $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & -1\end{pmatrix}$

Для решения целого ряда экономических задач широко используется материал разделов «Алгебра матриц», «Решение матричных уравнений».

Приведем примеры таких задач (№7 – №12).

№7. Предприятие выпускает продукцию трех видов (i = 1, 2,3), используя при этом два вида сырья (j = 1, 2). Пусть нормы расхода сырья характеризуются матрицей с элементами a_{ij} : $A=\begin{pmatrix}2 & 6\\ 8 & 4\\ 10 & 2\end{pmatrix}$. Стоимость единицы каждого типа сырья задается матрицей $P=\begin{pmatrix}4\\ 8\end{pmatrix}$, план выпуска продукции — матрицей B = (100 200 300). Определить затраты и общую стоимость сырья, необходимые для данного планового выпуска продукции.

Указание. Затраты сырья находят по формуле $S = BA$. Общую стоимость сырья вычисляют по формуле $Q = SP$.

№8. Завод изготавливает продукцию четырех типов, используя при этом два вида ресурсов. Нормы затрат ресурсов характеризуются матрицей

$A=\begin{pmatrix} 4 & 6 & 10 & 3 \\ 8 & 6 & 4 & 9 \end{pmatrix}^T$. Стоимость единицы каждого типа ресурса задается матрицей $P=\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$, план выпуска продукции — матрицей $B=\begin{pmatrix} 100 & 80 & 230 & 150 \end{pmatrix}$. Определить затраты и общую стоимость ресурсов, необходимые для данного планового выпуска продукции.

Задачи №9 и №10 – задачи на использование математической модели межотраслевого баланса В.В. Леонтьева.

№9. В следующей таблице представлен балансовый отчет для двухотраслевой модели экономики.

Отрасль	Потребление продукции		Валовой выпуск
	Энергетика	Машиностроение	
Энергетика	$x_{11} = 100$	$x_{12} = 160$	$X_1 = 500$
Машиностроение	$x_{21} = 275$	$x_{22} = 40$	$X_2 = 400$

Вычислить необходимый объем валового выпуска каждой отрасли X, обеспечивающий вектор выпуска конечной продукции $Y=\begin{pmatrix} 200 \\ 100 \end{pmatrix}$.

<u>*Указание.*</u> Составить матрицу прямых затрат $A=\left\| a_{ij} \right\|$, где $a_{ij}=\dfrac{x_{ij}}{x_j}$. Необходимый объем валового выпуска X является решением матричного уравнения $(E-A)\cdot X=Y$. Отметим, что матрица полных затрат — это матрица $S=(E-A)^{-1}$.

№10. В следующей таблице представлен балансовый отчет для трехотраслевой модели экономики.

Отрасль	Потребление продукции			Валовой выпуск
	1	2	3	
1	$x_{11} = 79$	$x_{12} = 106$	$x_{13} = 300$	$X_1 = 790$

2	$x_{21}=237$	$x_{22}=212$	$x_{23}=75$	$X_2=530$
3	$x_{31}=158$	$x_{32}=53$	$x_{33}=150$	$X_2=750$

Вычислить необходимый объем валового выпуска каждой отрасли X, обеспечивающий вектор выпуска конечной продукции $Y=\begin{pmatrix}300\\100\\400\end{pmatrix}$.

Задачи №11 и №12 – задачи на использование математической модели международной торговли.

№11. Структурная матрица торговли двух стран имеет вид $A=\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & \frac{2}{3}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3}\end{pmatrix}$. Найти отношение национальных доходов $S_1:S_2$ двух стран, чтобы торговля была сбалансированной.

<u>Указание</u>. Решить матричное уравнение $AX=X$, где $X=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}$. Сбалансированность торговли двух стран достигается, если $\frac{S_1}{S_2}=\frac{a_1}{a_2}$ (условие сбалансированности международной торговли).

№12. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид $A=\begin{pmatrix}\frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 0\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$. Найти отношение национальных доходов $S_1:S_2:S_3$ трех стран для сбалансированной торговли.

Указание. Вектор национальных доходов $\overline{S}=(S_1,S_2,S_3)^T$ должен быть пропорционален решению матричного уравнения $AX=X$, где $X=\begin{pmatrix}a_1 & a_2 & a_3\end{pmatrix}^T$.

№13. Решить систему двумя способами: по формулам Крамера и с помощью обратной матрицы.

1	$\begin{cases}x+2y=-3\\3x-5y=13\end{cases}$	3	$\begin{cases}2x_1+x_2=5\\2x_1+3x_3=16\\5x_2-x_3=10\end{cases}$
2	$\begin{cases}x_1+5x_2+x_3=2\\2x_1-x_2-4x_3=10\\-x_1+3x_3=-6\end{cases}$	4	$\begin{cases}x_1+5x_2+x_3=4\\2x_1-x_2-4x_3=1\\-x_1+3x_3=-8\end{cases}$

№14. Решить однородную систему линейных уравнений методом Гаусса. Сделать проверку.

1	$\begin{cases}5x-2y=0\\15x-6y=0\end{cases}$	3	$\begin{cases}2x_1+x_2=0\\2x_1+3x_3=0\\4x_1+x_2-x_3=0\end{cases}$
2	$\begin{cases}x_1+5x_2+x_3=0\\2x_1-5x_2-4x_3=0\\-3x_1+3x_3=0\end{cases}$	4	$\begin{cases}2x_1-x_2-x_3+3x_4=0\\4x_1-x_2-2x_3+x_4=0\\6x_1-x_2-3x_3-x_4=0\\2x_1+2x_2-x_3-12x_4=0\end{cases}$

№15. Решить неоднородную систему линейных уравнений методом Гаусса, выделить структуру общего решения системы. Сделать проверку.

1	$\begin{cases} 5x-2y=4 \\ 15x-6y=12 \end{cases}$	3	$\begin{cases} 2x_1-x_2+3x_3-5x_4=1 \\ x_1-x_2-5x_3=2 \\ 3x_1-2x_2-2x_3-5x_4=3 \\ 7x_1-5x_2-9x_3-10x_4=8 \end{cases}$
2	$\begin{cases} x_1-2x_2+2x_3+3x_4=0 \\ 4x_1-7x_2+3x_3+7x_4=1 \\ 2x_1-3x_2-x_3+x_4=1 \end{cases}$	4	$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4+5x_5=9 \\ x_2-x_4+x_5=2 \end{cases}$

Задачи по теме «Скалярное, векторное и смешанное произведения. Прямая и плоскость»

№1. Доказать, что четырехугольник с вершинами $A(2,1,4)$, $B(1,3,5)$, $C(7,2,3)$, $D(8,0,-6)$ является параллелограммом. Найти длины его сторон. Найти внутренний угол при вершине *D*.

№2. Даны вершины треугольника ABC: $A(2,3,-1)$, $B(1,-2,0)$, $C(-3,2,2)$. Найти внутренние углы треугольника и длины его сторон. Найти внешний угол треугольника при вершине *A*.

№3. Даны вершины треугольника $ABC: A(2,3,-1)$, $B(1,-2,0)$, $C(-3,2,2)$. Найти площадь треугольника ABC. Найти высоту, опущенную из вершины *A* на *BC*.

№4. Коллинеарны ли векторы $\vec{c}=2\vec{a}-\vec{b}$ и $\vec{d}=2\vec{b}-4\vec{a}$, построенные на векторах $\vec{a}(1,-2,5)$ и $\vec{b}(3,-1,0)$?

№5. Установить, будут ли векторы компланарными:
$\vec{a}=-2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$; $b=-\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$; $\vec{c}=14\vec{i}-13\vec{j}+7\vec{k}$.

№6. Определить, при каких α,β векторы $\vec{a}=(3,-5,\alpha)$ и $\vec{b}=(2,\beta,4)$ коллинеарны.

№7. В треугольнике с вершинами $A(3,-1,5)$; $B(4,2,-5)$ и $C(-4,0,3)$ найти длину медианы, проведенной из вершины *A*.

№8. Найти угол, образованный единичными векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$, если известно, что векторы $\vec{a}=\vec{p}+2\vec{q}$ и $\vec{b}=5\vec{p}-4\vec{q}$ перпендикулярны.

№9. Найти объем тетраэдра с вершинами $A(-4,-4,-3)$, $B(-2,-1,1)$, $C(2,-2,-1)$ и $D(-1,3,-2)$.

№10. Даны вершины четырехугольника $A(-4,-3,-2)$, $B(2,-2,-3)$, $C(-8,-5,1)$ и $D(4,-3,-1)$. Доказать, что его диагонали взаимно перпендикулярны.

№11. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}$ и $\vec{b} = 5\vec{p} - 4\vec{q}$, если $\vec{p}(1,2,3)$, $\vec{q}(-2,3,1)$.

Материал раздела «Векторы. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов» широко применяется при решении задач механики, физики. Задача №12 – это пример использования векторного произведения при решении задач механики.

№12. Кинетическим моментом системы материальных точек M_1, M_2 с массами m_1, m_2 и скоростями $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ относительно центра O называется вектор $\vec{I} = [\overrightarrow{OM}_1, m_1\vec{v_1}] + [\overrightarrow{OM}_2, m_2\vec{v_2}]$. Пусть $O(-2,-1,1)$, $m_1 = 2$, $m_2 = 3$, $M_1(-4,-4,-3)$, $M_2(2,-2,-1)$, $\vec{v}_1 = (-2,3,1)$, $\vec{v}_2 = (1,2,3)$. Найти кинетический момент системы материальных точек M_1, M_2 относительно центра O.

№13. Найти угол между двумя прямыми $\dfrac{x-5}{1} = \dfrac{y+4}{-3} = \dfrac{z-2}{5}$ и

$$\begin{cases} x = -3 + 6t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 \end{cases}$$

№14. Даны вершины треугольника $A(1,-1,3)$, $B(3,-3,9)$, $C(-5,11,7)$. Составить каноническое и параметрическое уравнения средней линии, параллельной стороне *BC*. Составить каноническое и параметрическое уравнения медианы, проведенной к стороне *AB*.

№15. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2,5,3)$ перпендикулярно плоскости $4x - 3y + 2z + 7 = 0$.

№16. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1,1,1)$, $B(2,3,-1)$ параллельно вектору $\vec{a} = (0,3,-1)$.

№17. Найти угол между прямой $\dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y}{12} = \dfrac{z-1}{-3}$ и плоскостью $6x - 3y + 2z + 1 = 0$.

№18. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1,1,-1)$

перпендикулярно прямой $\begin{cases} x = -2+3t \\ y = 1-t \\ z = 5 \end{cases}$

№19. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1,2,1)$ параллельно векторам $\vec{a} = (2,-3,4)$ и $\vec{b} = (3,2,-2)$.

№20. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2,1,3)$ параллельно плоскости $2x-3y+4z+5=0$.

№21. Даны вершины треугольника $A(7,1,6), B(1,-3,4), C(9,-3,5)$. Составить уравнение плоскости *ABC*.

№22. Составить каноническое и параметрическое уравнения прямой, проходящей через две точки $A(2,-1,33)$ и $B(-1,2,5)$.

№23. Найти проекцию точки $A(5,2,-1)$ на плоскость $2x-y+3z=-23$.

№24. Найти точку, симметричную точке $A(4,-3,1)$ относительно плоскости $x+2y-z-3=0$.

№25. Найти проекцию точки $A(4,3,10)$ на прямую $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2+4t \\ z = 3+5t \end{cases}$.

Задачи по теме «Кривые и поверхности второго порядка»

№1. Составить уравнение эллипса с фокусами в точках $F_1(0,-3)$, $F_2(0,3)$ и большей полуосью, равной 5. Сделать чертеж.

№2. Установить, какую кривую определяет уравнение $4x^2-9y^2=36$. Найти ее фокусы и асимптоты. Сделать чертеж.

№3. Установить, какую кривую определяет уравнение $y^2=3x+9$. Найти ее фокусы и директрису. Сделать чертеж.

№4. Составить уравнение гиперболы с фокусами в точках $F_1(0,-6)$, $F_2(0,6)$ и мнимой полуосью, равной 3. Найти асимптоты, сделать чертеж.

№5. Установить, какую кривую определяет уравнение $16x^2-9y^2=144$. Найти ее фокусы, асимптоты. Сделать чертеж.

№6. Составить уравнение параболы, если даны ее фокус $F(0,4)$ и директриса $y+4=0$. Сделать чертеж.

№7. Установить, какую кривую определяет уравнение $5x^2+9y^2-30x+18y+9=0$. Сделать чертеж.

№8. Определить тип поверхности второго порядка, заданной уравнением. Сделать чертеж. Найти сечение поверхности заданной плоскостью.

	Уравнение поверхности	Уравнение плоскости
1	$x^2-4y^2+9z^2-36=0$	$z=0$
2	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{9}=1$	$x=-4$
3	$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{16}=0$	$z=4$
4	$9x^2+4y^2-36z=0$	$y=0$
5	$25x^2-y^2-9z^2-225=0$	$y=0$

Дополнительные задачи
для подготовки к экзамену или зачету
(задачи повышенной трудности)

№1. Доказать, что $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix}=(y-x)(z-x)(z-y)$.

№2. Решить систему линейных уравнений при всех возможных значениях параметра t: $\begin{cases} 2x-y+3z=-7 \\ x+2y-6z=t \\ tx+5y-15z=8 \end{cases}$

№3. Исследовать систему линейных уравнений и найти общее решение в зависимости от параметра λ: $\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 2 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$

№4. Решить систему линейных уравнений при всех возможных значениях параметра t: $\begin{cases} tx + y + z = 0 \\ x + ty + z = 0 \\ x + y + tz = 0 \end{cases}$

№5. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$

№6. Решить неравенство: $\begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0$

№7. Построить однородную систему уравнений $AX = 0$ по заданной фундаментальной системе решений $e_1 = (-2,1,1,1)$, $e_2 = (0,1,2,0)$, $e_3 = (1,-1,0,1)$.

№8. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный к оси OZ и вектор $\vec{a} = (8,-15,3)$ образует острый угол с осью *OX*. Зная, что $|\vec{x}| = 51$, найти координаты $\vec{x}$.

№9. Даны два вектора $\vec{a} = (8,4,1)$ и $\vec{b} = (2,-2,1)$. Найти вектор $\vec{c}$, компланарный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, перпендикулярный к вектору $\vec{a}$, равный ему по длине и образующий с вектором $\vec{b}$ тупой угол.

№10. При каком значении параметра t векторы $\vec{a} = (1,-2t,1)$; $\vec{b} = (1,t,0)$; $\vec{c} = (0,t,1)$ будут компланарны?

№11. Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ равен 2. Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}, \vec{a} - \vec{b}, \vec{c} + \vec{b})$.

№12. При каком значении *t* прямая $\frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{t}=\frac{z}{1}$ параллельна прямой $\begin{cases} x+y-z=0 \\ x-y-5z-8=0 \end{cases}$?

№13. При каком значении параметра *A* плоскость $Ax+3y-5z+1=0$ параллельна прямой $\frac{x-1}{4}=\frac{y+2}{3}=\frac{z}{1}$?

№14. Показать, что прямые $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{-2}$ и $\frac{x+1}{1}=\frac{y+11}{2}=\frac{z+6}{1}$ пересекаются, и найти точку пересечения.

№15. Даны вершины треугольника $A(7,1,6)$, $B(1,-3,4)$, $C(9,-3,5)$. Составить каноническое и параметрическое уравнения высоты, проведенной из вершины *A*.

№16. Найти расстояние от точки $M(7,9,7)$ до прямой $\frac{x-2}{4}=\frac{y-1}{3}=\frac{z}{2}$.

№17. Доказать, что прямые $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-5}{4}$ и $\frac{x-7}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{-2}$ лежат в одной плоскости и составить уравнение этой плоскости.

№18. Установить взаимное расположение прямой и плоскости и, в случае их пересечения, найти координаты точки пересечения.

а) $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{4}=\frac{z}{3}$ и $3x-3y+2z-5=0$;

б) $\frac{x-13}{8}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-4}{3}$ и $x+2y-4z+1=0$;

с) $\frac{x-7}{5}=\frac{y-4}{1}=\frac{z-5}{4}$ и $3x-y+2z-5=0$.

№19. Вывести уравнение эллипса, фокусы которого расположены в мнимых вершинах гиперболы $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=-1$, а большая полуось равна половине фокального расстояния этой гиперболы. Изобразить в одной системе координат данную гиперболу и эллипс с найденным уравнением.

№20. Вывести уравнение равносторонней гиперболы, симметричной относительно оси OX, фокусы которой располагаются на директрисе параболы $y^2=4x$, а мнимая полуось равна параметру этой параболы. Изобразить данную параболу и полученную гиперболу на одном чертеже. Имеют ли данные кривые точки пересечения?

№21. Привести уравнение гиперболы $9x^2 - 16y^2 = -1$ к каноническому виду, найти координаты её фокусов и вершин, эксцентриситет и уравнения асимптот. Составить уравнение параболы, вершина которой находится в фокусе гиперболы, а директриса проходит через действительную вершину. Рассмотреть все возможные случаи. Сделать чертёж: изобразить гиперболу и все параболы в одной системе координат.

№22. Уравнение поверхности второго порядка $9x^2 + 4y^2 - z^2 - 18x + 16y - 11 = 0$ привести к каноническому виду. Определить тип поверхности и сделать чертеж. Установить по одну или по разные стороны от поверхности находятся точки $A(5,1,0)$ и $B(1,0,9)$?

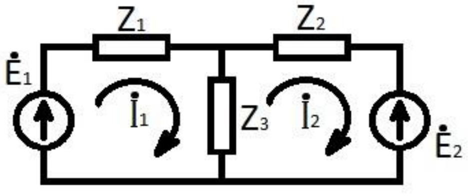
№23. Уравнение поверхности второго порядка $x^2 - 16y^2 - 4z^2 + 6x + 40z - 107 = 0$ привести к каноническому виду. Определить тип поверхности и сделать чертеж. Найти сечения поверхности координатными плоскостями.

№24. Найти точки пересечения прямой $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-3}{1}$ и поверхности $9x^2 + 4y^2 - 36z^2 - 18x + 16y + 216z - 335 = 0$.

№25. Определить тип поверхности второго порядка $x^2 + 16y^2 + 4z^2 + 6x - 40z + 93 = 0$. Найти сечения поверхности координатными плоскостями.

В электротехнике для расчета электрических схем используется метод контурных токов. Применение этого метода приводит к решению систем линейных уравнений. Задачи №25, №26 – простейшие примеры использования систем линейных уравнений и методов их решения в электротехнике и физике.

№26. Для заданной электрической схемы с двумя независимыми контурами



на основе второго закона Кирхгофа составляется следующая система уравнений $\begin{cases} \dot{E}_1 = (Z_1 + Z_3)\dot{I}_1 - Z_3\dot{I}_2 \\ -\dot{E}_2 = -Z_3\dot{I}_1 + (Z_2 + Z_3)\dot{I}_2 \end{cases}$. Найти расчетную формулу для контурных токов $\dot{I}_1, \dot{I}_2$.

№27. На основе закона Био-Савара-Лапласа и закона Ампера можно показать, что элементарный ток $I_1\overrightarrow{\Delta l_1}$ в точке M_1 действует на элементарный ток $I_2\overrightarrow{\Delta l_2}$ в точке M_2 с силой $\overrightarrow{\Delta F} = k[I_2\overrightarrow{\Delta l_2},[I_1\overrightarrow{\Delta l_1},\overrightarrow{M_1M_2}]]$, где $k>0$ – некоторая константа. Используя свойства векторного произведения, показать, что параллельные одинаково направленные токи притягиваются друг к другу.

Часть 2. Типовой расчет

Решение задач типового расчета позволяет студенту успешно подготовиться к выполнению контрольных работ и сдаче экзамена (зачета). В *контрольную работу №1* входят задачи, аналогичные *задачам 2.1-2.4.*

В *контрольную работу №2* входят задачи, аналогичные *задачам 2. 5, 2.6, 2.7, 2.9, 2.10.*

Выполнение типового расчета является необходимым условием допуска студента на экзамен или зачет.

Задачи по теме «Алгебра матриц. Системы линейных уравнений»

Задача 2.1. Вычислить определитель матрицы.

Вари-ант		Ва-ри-ант	
1.	$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$	16.	$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

2.	$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}$	17.	$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$
3.	$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}$	18.	$\begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$
4.	$\begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}$	19.	$\begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}$
5.	$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$	20.	$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$
6.	$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$	21.	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$
7.	$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$	22.	$\begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}$
8.	$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}$	23.	$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

9.	$\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}$	24.	$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}$
10.	$\begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$	25.	$\begin{vmatrix} 4 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & -2 \\ 5 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$
11.	$\begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 9 & 4 \end{vmatrix}$	26.	$\begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$
12.	$\begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$	27.	$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & -4 & 0 \end{vmatrix}$
13.	$\begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$	28.	$\begin{vmatrix} 6 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 3 \\ 4 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$
14.	$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$	29.	$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$
15.	$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$	30.	$\begin{vmatrix} -4 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$

Задача 2.2. Решить матричное уравнение $AX=B$ для нечетных вариантов, $XA=B$ – для четных вариантов. Сделать проверку.

Вари-ант	Матрица A	Матрица B	Вари-ант	Матрица A	Матрица B
1	$\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 2 & -6 & -1 \end{pmatrix}$	2	$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -5 & 8 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -6 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	4	$\begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 & -12 \\ -5 & 8 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ -1 & -2 & -14 \end{pmatrix}$	6	$\begin{pmatrix} 7 & -6 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 & -8 \\ -7 & 10 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 & -2 & 2 \\ 10 & 5 & 9 \end{pmatrix}$	8	$\begin{pmatrix} -6 & -7 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -6 & 13 \\ 8 & -4 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} -6 & 7 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 6 \\ -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$	10	$\begin{pmatrix} -7 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 9 & -3 \\ 11 & 2 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & 3 & -9 \\ 7 & -12 & 15 \end{pmatrix}$	12	$\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 13 & 6 \\ 3 & -2 \\ -4 & 12 \end{pmatrix}$

13	$\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 7 & -6 \\ -4 & 12 & -8 \end{pmatrix}$	14	$\begin{pmatrix} 8 & -5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$
15	$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 7 & -8 & 11 \end{pmatrix}$	16	$\begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 5 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$
17	$\begin{pmatrix} -8 & 3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 11 & -9 & 7 \\ 4 & -5 & 3 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} 5 & -7 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 5 & -8 \\ 11 & -12 \end{pmatrix}$
19	$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & -7 & 11 \\ -3 & 4 & 8 \end{pmatrix}$	20	$\begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 3 & 4 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$
21	$\begin{pmatrix} -7 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 2 & 5 \\ -5 & -6 & 7 \end{pmatrix}$	22	$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 6 & 4 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}$
23	$\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 & -4 & 3 \\ 8 & 5 & -7 \end{pmatrix}$	24	$\begin{pmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & -7 \\ -4 & 3 \\ 1 & -11 \end{pmatrix}$
25	$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -9 \\ -4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$	26	$\begin{pmatrix} -4 & 8 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -6 \\ -7 & -2 \\ 1 & 13 \end{pmatrix}$
27	$\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 6 & 9 \\ 5 & -2 & -10 \end{pmatrix}$	28	$\begin{pmatrix} -7 & 4 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -5 & -1 \\ 11 & 1 \end{pmatrix}$

29	$\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & -1 & 7 \\ 8 & 4 & 10 \end{pmatrix}$	30	$\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -7 \\ -5 & -5 \end{pmatrix}$

Задача 2.3. Проверить совместность системы уравнений и, в случае совместности, решить ее двумя методами:

a) по формулам Крамера;
b) с помощью обратной матрицы (при нахождении обратной матрицы проверка обязательна).

1. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9 \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12 \end{cases}$

8. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33 \\ 7x_1 - 5x_2 = 24 \\ 4x_1 + 11x_3 = 39 \end{cases}$

9. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33 \\ 4x_1 + x_3 = -7 \end{cases}$

10. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6 \\ 5x_2 + 4x_3 = -20 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22 \end{cases}$

11. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$

12. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$

13. $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$

14. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$

15. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22 \end{cases}$

16. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15 \end{cases}$

17. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$

18. $\begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9 \end{cases}$

19. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19 \end{cases}$

20. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16 \end{cases}$

21. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 81 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 99 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 171 \end{cases}$

22. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$

23. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$

24. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8 \end{cases}$

25. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$

26. $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$

27. $\begin{cases} 4x_1 - x_2 = -6 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -14 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -19 \end{cases}$

28. $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 = -7 \end{cases}$

29. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -9 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = -2 \\ 3x_2 - 7x_3 = -6 \end{cases}$

30. $\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10 \end{cases}$

<u>Задача 2.4</u>. Решить неоднородную систему линейных уравнений методом Гаусса. Выделить общее решение однородной системы и частное решение неоднородной системы. Сделать проверку.

1. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_4 = -3 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 3 \\ x_2 + 2x_3 + x_4 = -3 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 3 \\ -x_1 + 3x_2 + 7x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_4 = 1 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x_1 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = -1 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 3 \\ x_1 - x_2 + 3x_4 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 15 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 4 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 5 \end{cases}$

6. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 4x_4 = -4 \\ -2x_1 - x_2 - 4x_3 - x_4 = 1 \end{cases}$

7. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 12x_3 - x_4 = 9 \\ 3x_1 + x_2 + 7x_3 + 4x_4 = 8 \end{cases}$

8. $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 3 \\ -3x_1 + 2x_2 + 7x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$

9. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = -5 \\ -2x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 7 \end{cases}$

10. $$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 5 \\ -3x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 8x_4 = -8 \end{cases}$$

11. $$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 7x_3 - x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -3 \\ 2x_1 - x_2 - 8x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

12. $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 4 \\ 2x_1 + 6x_3 + 2x_4 = 12 \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 + 5x_4 = 20 \end{cases}$$

13. $$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 1 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 + 7x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 - 5x_3 - 10x_4 = 5 \end{cases}$$

14. $$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = -5 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 7 \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 = -9 \end{cases}$$

15. $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_4 = -7 \end{cases}$$

16. $$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 5 \\ -2x_1 + 3x_2 + 8x_4 = -2 \end{cases}$$

17. $$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = -1 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - 8x_4 = 7 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 8 \end{cases}$$

18. $$\begin{cases} -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 1 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 - x_4 = 4 \end{cases}$$

19. $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_4 = 5 \\ -2x_1 + 2x_2 - x_3 - 5x_4 = 3 \end{cases}$

20. $\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 3 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 11 \\ 2x_1 - x_2 - 6x_3 + 9x_4 = -2 \end{cases}$

21. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 7x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 6x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 11x_4 = 11 \end{cases}$

22. $\begin{cases} x_1 - 5x_2 - 7x_3 - 3x_4 = 2 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_4 = 3 \\ 3x_1 - 8x_2 - 7x_3 - 2x_4 = -1 \end{cases}$

23. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 3 \\ -3x_1 - 5x_2 + 5x_3 + 6x_4 = -5 \end{cases}$

24. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 5x_3 - x_4 = 7 \\ 3x_1 - 14x_2 + 5x_3 + 11x_4 = -2 \end{cases}$

25. $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ -2x_1 + x_2 - 2x_3 + 7x_4 = -5 \\ 4x_1 - 3x_2 + 8x_3 - 11x_4 = 7 \end{cases}$

26. $\begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 2 \\ -2x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 1 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 7x_4 = -4 \end{cases}$

27. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - 7x_2 - 2x_4 = 5 \\ -3x_1 + 11x_2 + 5x_3 + 2x_4 = -9 \end{cases}$

28. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 - x_4 = 2 \\ -2x_1 - 3x_2 \qquad - x_4 = 1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = -4 \end{cases}$

29. $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1 \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_4 = 2 \\ -3x_1 + 4x_2 + 15x_3 - 9x_4 = -9 \end{cases}$

30. $\begin{cases} -2x_1 + x_2 + 2x_3 + 7x_4 = 1 \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 8x_4 = 1 \\ 3x_1 + x_2 - 8x_3 - 13x_4 = -4 \end{cases}$

Задачи по теме «Векторы. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов»

<u>Задача 2.5</u>. Даны векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

1) Проверить на коллинеарность и ортогональность два вектора, указанные в столбце **1.1**.

2) Проверить, будут ли компланарны три вектора, указанные в столбце **1.2**.

Вариант	$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}$	**1.1**	**1.2**
1	$3\mathbf{i}+4\mathbf{j}+\mathbf{k}$	$\mathbf{i}-2\mathbf{j}+7\mathbf{k}$	$3\mathbf{i}-6\mathbf{j}+21\mathbf{k}$	$\vec{b}, \vec{c}$	$2\vec{a}, -3\vec{b}, \vec{c}$
2	$2\mathbf{i}-3\mathbf{j}+\mathbf{k}$	$\mathbf{j}+4\mathbf{k}$	$5\mathbf{i}+2\mathbf{j}-3\mathbf{k}$	$\vec{a}, \vec{c}$	$\vec{a},\ 2\vec{b},\ 3\vec{c}$
3	$2\mathbf{i}-4\mathbf{j}-2\mathbf{k}$	$7\mathbf{i}+3\mathbf{j}$	$5\mathbf{i}+2\mathbf{j}-7\mathbf{k}$	$\vec{a}, \vec{c}$	$3\vec{a},\ 2\vec{b},\ 3\vec{c}$
4	$-7\mathbf{i}+2\mathbf{k}$	$2\mathbf{i}-6\mathbf{j}+4\mathbf{k}$	$\mathbf{i}-3\mathbf{j}+2\mathbf{k}$	$\vec{b}, \vec{c}$	$2\vec{a}, 4\vec{b}, 3\vec{c}$
5	$-4\mathbf{i}+2\mathbf{j}-\mathbf{k}$	$3\mathbf{i}+5\mathbf{j}-2\mathbf{k}$	$\mathbf{j}+5\mathbf{k}$	$\vec{a}, \vec{b}$	$\vec{a},\ 6\vec{b},\ 3\vec{c}$
6	$3\mathbf{i}-2\mathbf{j}+\mathbf{k}$	$2\mathbf{j}-3\mathbf{k}$	$-3\mathbf{i}+2\mathbf{j}-\mathbf{k}$	$\vec{a}, \vec{c}$	$5\vec{a},\ 4\vec{b},\ 3\vec{c}$
7	$4\mathbf{i}-\mathbf{j}+3\mathbf{k}$	$2\mathbf{i}+\mathbf{j}-5\mathbf{k}$	$7\mathbf{i}+2\mathbf{j}+4\mathbf{k}$	$\vec{b}, \vec{c}$	$7\vec{a},\ 2\vec{b}, 5\vec{c}$
8	$4\mathbf{i}+2\mathbf{j}-3\mathbf{k}$	$2\mathbf{i}+\mathbf{k}$	$-12\mathbf{i}-6\mathbf{j}+9\mathbf{k}$	$\vec{a}, \vec{c}$	$2\vec{a},\ 3\vec{b}, -4\vec{c}$
9	$-\mathbf{i}+5\mathbf{k}$	$-3\mathbf{i}+2\mathbf{j}+2\mathbf{k}$	$-2\mathbf{i}-4\mathbf{j}+\mathbf{k}$	$\vec{b}, \vec{c}$	$7\vec{a},\ 2\vec{b}, -3\vec{c}$
10	$6\mathbf{i}-4\mathbf{j}+6\mathbf{k}$	$9\mathbf{i}-6\mathbf{j}+9\mathbf{k}$	$\mathbf{i}-8\mathbf{k}$	$\vec{a}, \vec{b}$	$3\vec{a}, -4\vec{b}, -9\vec{c}$
11	$5\mathbf{i}-3\mathbf{j}+4\mathbf{k}$	$2\mathbf{i}-4\mathbf{j}-2\mathbf{k}$	$3\mathbf{i}+5\mathbf{j}-7\mathbf{k}$	$\vec{b}, \vec{c}$	$\vec{a}, -2\vec{b}, 6\vec{c}$
12	$-4\mathbf{i}+3\mathbf{j}-7\mathbf{k}$	$4\mathbf{i}+6\mathbf{j}-2\mathbf{k}$	$6\mathbf{i}+9\mathbf{j}-3\mathbf{k}$	$\vec{b}, \vec{c}$	$-2\vec{a},\ 4\vec{b}, 7\vec{c}$
13	$-5\mathbf{i}+2\mathbf{j}-2\mathbf{k}$	$7\mathbf{i}-5\mathbf{k}$	$2\mathbf{i}+3\mathbf{j}-2\mathbf{k}$	$\vec{a}, \vec{c}$	$8\vec{a}, -3\vec{b}, 11\vec{c}$

14	$-4\mathbf{i}-6\mathbf{j}+2\mathbf{k}$	$2\mathbf{i}+3\mathbf{j}-\mathbf{k}$	$-\mathbf{i}+5\mathbf{j}-3\mathbf{k}$	$\vec{a},\vec{b}$	$3\vec{a},\ 7\vec{b},-2\vec{c}$
15	$-4\mathbf{i}+2\mathbf{j}-3\mathbf{k}$	$-3\mathbf{j}+5\mathbf{k}$	$6\mathbf{i}+6\mathbf{j}-4\mathbf{k}$	$\vec{a},\vec{c}$	$3\vec{a},-9\vec{b},4\vec{c}$
16	$-3\mathbf{i}+8\mathbf{j}$	$2\mathbf{i}+3\mathbf{j}-2\mathbf{k}$	$8\mathbf{i}+12\mathbf{j}-8\mathbf{k}$	$\vec{b},\vec{c}$	$4\vec{a},-6\vec{b},9\vec{c}$
17	$2\mathbf{i}-4\mathbf{j}-2\mathbf{k}$	$-9\mathbf{i}+2\mathbf{k}$	$3\mathbf{i}+5\mathbf{j}-7\mathbf{k}$	$\vec{a},\vec{c}$	$7\vec{a},\ 5\vec{b},-\vec{c}$
18	$9\mathbf{i}-3\mathbf{j}+\mathbf{k}$	$3\mathbf{i}-15\mathbf{j}+21\mathbf{k}$	$\mathbf{i}-5\mathbf{j}+7\mathbf{k}$	$\vec{b},\vec{c}$	$2\vec{a},-7\vec{b},4\vec{c}$
19	$-2\mathbf{i}+4\mathbf{j}-3\mathbf{k}$	$5\mathbf{i}+\mathbf{j}-2\mathbf{k}$	$7\mathbf{i}+4\mathbf{j}-\mathbf{k}$	$\vec{a},\vec{b}$	$\vec{a},-6\vec{b},5\vec{c}$
20	$-9\mathbf{i}+4\mathbf{j}-5\mathbf{k}$	$\mathbf{i}-2\mathbf{j}+4\mathbf{k}$	$-5\mathbf{i}+10\mathbf{j}-20\mathbf{k}$	$\vec{b},\vec{c}$	$-2\vec{a},7\vec{b},4\vec{c}$
21	$2\mathbf{i}-7\mathbf{j}+5\mathbf{k}$	$-\mathbf{i}+2\mathbf{j}-6\mathbf{k}$	$3\mathbf{i}+2\mathbf{j}-4\mathbf{k}$	$\vec{b},\vec{c}$	$7\vec{a},-4\vec{b},3\vec{c}$
22	$7\mathbf{i}-4\mathbf{j}-5\mathbf{k}$	$\mathbf{i}-11\mathbf{j}+3\mathbf{k}$	$5\mathbf{i}+5\mathbf{j}+3\mathbf{k}$	$\vec{a},\vec{c}$	$-4\vec{a},2\vec{b},6\vec{c}$
23	$4\mathbf{i}-6\mathbf{j}-2\mathbf{k}$	$-2\mathbf{i}+3\mathbf{j}+\mathbf{k}$	$3\mathbf{i}-5\mathbf{j}+7\mathbf{k}$	$\vec{a},\vec{b}$	$-5\vec{a},3\vec{b},4\vec{c}$
24	$3\mathbf{i}-\mathbf{j}+2\mathbf{k}$	$-\mathbf{i}+5\mathbf{j}-4\mathbf{k}$	$6\mathbf{i}-2\mathbf{j}+4\mathbf{k}$	$\vec{a},\vec{c}$	$6\vec{a},-7\vec{b},-2\vec{c}$
25	$-3\mathbf{i}-\mathbf{j}-5\mathbf{k}$	$2\mathbf{i}-4\mathbf{j}+8\mathbf{k}$	$3\mathbf{i}+7\mathbf{j}-\mathbf{k}$	$\vec{b},\vec{c}$	$2\vec{a},5\vec{b},-6\vec{c}$
26	$-3\mathbf{i}+2\mathbf{j}+7\mathbf{k}$	$\mathbf{i}-5\mathbf{k}$	$6\mathbf{i}+4\mathbf{j}-\mathbf{k}$	$\vec{a},\vec{c}$	$-2\vec{a},3\vec{b},7\vec{c}$
27	$3\mathbf{i}-\mathbf{j}+5\mathbf{k}$	$2\mathbf{i}-4\mathbf{j}+6\mathbf{k}$	$\mathbf{i}-2\mathbf{j}+3\mathbf{k}$	$\vec{b},\vec{c}$	$-3\vec{a},4\vec{b},-5\vec{c}$
28	$4\mathbf{i}-5\mathbf{j}-4\mathbf{k}$	$5\mathbf{i}-\mathbf{j}$	$2\mathbf{i}+4\mathbf{j}-3\mathbf{k}$	$\vec{a},\vec{c}$	$-3\vec{a},4\vec{b},8\vec{c}$
29	$-9\mathbf{i}+4\mathbf{k}$	$2\mathbf{i}-4\mathbf{j}+6\mathbf{k}$	$3\mathbf{i}-6\mathbf{j}+9\mathbf{k}$	$\vec{b},\vec{c}$	$3\vec{a},6\vec{b},-4\vec{c}$
30	$5\mathbf{i}-6\mathbf{j}-4\mathbf{k}$	$4\mathbf{i}+8\mathbf{j}-7\mathbf{k}$	$3\mathbf{j}-4\mathbf{k}$	$\vec{a},\vec{b}$	$5\vec{a},4\vec{b},-2\vec{c}$

Задача 2. 6. Доказать, что векторы $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ образуют базис в пространстве V_3. Найти координаты вектора $\vec{d}$ в этом базисе.

Ва-ри-ант	$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}$	$\vec{d}$
1	(5, 4, 1)	(-3, 5, 2)	(2, -1, 3)	(7, 23, 4)
2	(2, -1, 4)	(-3, 0, -2)	(4, 5, -3)	(0, 11, -14)
3	(-1, 1, 2)	(2, -3, -5)	(-6, 3 ,-1)	(28, -19, -7)
4	(1, 3, 4)	(-2, 5, 0)	(3, -2, -4)	(13, -5, -4)
5	(1, -1, 1)	(-5, -3, 1)	(2, -1, 0)	(-15, -10, 5)
6	(3, 2, 1)	(-7, -2, -4)	(-4, 0, 3)	(16, 6, 15)
7	(-3, 0, 1)	(2, 7, -3)	(-4, 3, 5)	(-16, 33, 13)
8	(5, 1, 2)	(-2, 1, -3)	(4, -3, 5)	(15, -15, 24)
9	(0, 2, -3)	(4, -3, -2)	(-5, -4, 0)	(-19, -5, -4)
10	(3, -1, 2)	(-2, 3, 1)	(4, -5, -3)	(-3, 2, -3)
11	(5, 3, 1)	(-1, 2, -3)	(3, -4, 2)	(-9, 34, -20)
12	(3, 1, -3)	(-2, 4, 1)	(1, -2, 5)	(1, 12, -20)
13	(6, 1, -3)	(-3, 2, 1)	(-1, -3, 4)	(15, 6, -17)
14	(4, 2, 3)	(-3, 1, -8)	(2, -4, 5)	(-12, 14, -31)

15	(-2, 1, 3)	(3, -6, 2)	(-5, -3, -1)	(31, -6, 22)
16	(1, 3, 6)	(-3, 4, -5)	(1, -7, 2)	(-2, 17, 5)
17	(7, 2, 1)	(5, 1, -2)	(-3, 4, 5)	(26, 11, 1)
18	(3, 5, 4)	(-2, 7, -5)	(6, -2, 1)	(6, -9, 22)
19	(5, 3, 2)	(2, -5, 1)	(-7, 4, -3)	(36, 1, 15)
20	(11, 1, 2)	(-3, 3, 4)	(-4, -2, 7)	(-5, 11, -15)
21	(9, 5, 3)	(-3, 2, 1)	(4, -7, 4)	(-10, -13, 8)
22	(7, 2, 1)	(3, -5, 6)	(-4, 3, -4)	(-1, 18, -16)
23	(1, 2, 3)	(-5, 3, -1)	(-6, 4, 5)	(-4, 11, 20)
24	(-2, 5, 1)	(3, 2, -7)	(4, -3, 2)	(-4, 22, -13)
25	(3, 1, 2)	(-4, 3, -1)	(2, 3, 4)	(14, 14, 20)
26	(3, -1, 2)	(-2, 4, 1)	(4, -5, -1)	(-5, 11, 1)
27	(4, 5, 1)	(1, 3, 1)	(-3, -6, 7)	(19, 33, 0)
28	(1, -3, 1)	(-2, -4, 3)	(0, -2, 3)	(-8, -10, 13)
29	(5, 7, -2)	(-3, 1, 3)	(1, -4, 6)	(14, 9, -1)
30	(-1, 4, 3)	(3, 2, -4)	(-2, -7, 1)	(6, 20, -3)

Задача 2.7. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*.
Найти:
1) внутренний угол *A* треугольника *ABC*;
2) площадь треугольника *ABC*;
3) объем пирамиды *ABCD*;
4) длину высоты, опущенной из вершины *D* пирамиды *ABCD*.

Ва-ри-ант				
1	A (1, 2, 1)	B (-1, 2, 4)	C (2, 0, 6)	D (-2, 5, -1)
2	A (0, 1, 2)	B (2, 3, -4)	C (-1, 2, 5)	D (-3, 1, -1)
3	A (0, 2, 3)	B (3, 1, 2)	C (1, 3, -1)	D (4, -1, -3)
4	A (1, 0, 3)	B (6, -5, 2)	C (0, 2, 3)	D (6, 5, 1)
5	A (1, 1, 0)	B (3, 2, -5)	C (3, 3, -2)	D (5, 3, -2)
6	A (6, 0, 4)	B (0, 6, 4)	C (4, 6, 0)	D (0, -6, 4)
7	A (3, 2, 4)	B (2, 4, 3)	C (4, 3, -1)	D (4, -2, 3)
8	A (6, -3, 5)	B (5, -6, 3)	C (9, -1, 6)	D (5, -1, 2)

9	A (1, -1, 6)	B (4, 5, -2)	C (-1, 3, 0)	D (1, 2, 5)
10	A (4, 2, 2)	B (3, 0, 4)	C (0, 2, 3)	D (5, -2, -4)
11	A (-2, 3, 2)	B (-3, 0, 4)	C (0, 2 , 3)	D (1, 2, -4)
12	A (4, 2, -1)	B (3, 0, 4)	C (1, 2, 1)	D (2, 8, 4)
13	A (1, 2, 3)	B (-1, 2, -3)	C (-2, 3, 1)	D (7, 5, 9)
14	A (3, 5, 4)	B (8, 7, 4)	C (5, 10, 3)	D (4, 7, 8)
15	A (2, -8, -1)	B (4, -6, 0)	C (-2, -5, -1)	D (7, -10, 3)
16	A (4, 6, 5)	B (6, 9, 4)	C (7, 5, 9)	D (4, 10, 9)
17	A (6, 6, 5)	B (4, 9, 5)	C (4, 6, 11)	D (5, 9, 3)
18	A (8, 6, 4)	B (10, 5, 5)	C (5, 6, 8)	D (8, 10, -7)
19	A (7, 2, 2)	B (5, 7, 7)	C (5, 3, 1)	D (2, 3, 7)
20	A (7, 7, 3)	B (6, 5, 8)	C (3, 6, 7)	D (8, 4, 1)
21	A (4, 0, 0)	B (-2, 1, 2)	C (1, 3, 2)	D (3, 2, 7)
22	A (-2, 1,2)	B (4, 0, 1)	C (3, 2, -3)	D (1, 3, 2)
23	A (1, 3, 2)	B (3, 2, 7)	C (4, 0, 1)	D (-2, 1, -2)
24	A (3, 2, 7)	B (1, 3, 2)	C (-2, 1, 3)	D (4, -2, 3)
25	A (3, 1, -2)	B (1, -2, 1)	C (-2, 1, 0)	D (2, 2, 5)
26	A (1, -2, 1)	B (3, 1, -2)	C (2, 2, 5)	D (-2, 1, 0)
27	A (-3, 2, 1)	B (-2, 1, 0)	C (1, -2, 1)	D (3, 1, 2)
28	A (3, 1, -2)	B (1, -2, 1)	C (-2, 1, 2)	D (-2, 1, 0)
29	A (-3, 1, 2)	B (-2, 1, 1)	C (1, -2, 3)	D (3, 2, 1)
30	A (2, -1, 1)	B (-2, 2, 5)	C (3, 2, 1)	D (1, 2, -1)

Задача 2.8.* Пользуясь свойствами скалярного и векторного произведений, вычислить угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и площадь параллелограмма, построенного на этих векторах. Угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$ равен α .
(Задача не является обязательной. Вводится в типовой расчет по усмотрению преподавателя).

Вариант	$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\lvert\vec{p}\rvert$	$\lvert\vec{q}\rvert$	α
1	$\vec{p} + 2\vec{q}$	$3\vec{p} - \vec{q}$	2	1	$\pi/3$
2	$\vec{p} - 2\vec{q}$	$\vec{p} + 3\vec{q}$	3	2	$2\pi/3$
3	$\overrightarrow{3p} - \vec{q}$	$\vec{p} - \overrightarrow{2q}$	1	4	$\pi/3$
4	$4\vec{p} + 2\vec{q}$	$3\vec{p} - \vec{q}$	1	1	$2\pi/3$
5	$7\vec{p} + \vec{q}$	$3\vec{p} - \vec{q}$	2	1	$\pi/3$
6	$\vec{p} + 2\vec{q}$	$\vec{p} - \vec{q}$	3	2	$2\pi/3$
7	$\vec{p} + 2\vec{q}$	$3\vec{p} + \vec{q}$	2	4	$\pi/3$
8	$\vec{p} + 2\vec{q}$	$\vec{p} + \vec{q}$	4	3	$2\pi/3$
9	$\vec{p} - 5\vec{q}$	$-\vec{p} + \vec{q}$	4	3	$\pi/3$
10	$\vec{p} - 5\vec{q}$	$-3\vec{p} + \vec{q}$	2	5	$2\pi/3$
11	$-2\vec{p} + \vec{q}$	$3\vec{p} + \vec{q}$	1	2	$\pi/3$
12	$\vec{p} - 2\vec{q}$	$-2\vec{p} + \vec{q}$	5	4	$2\pi/3$
13	$\vec{p} + \vec{q}$	$-4\vec{p} + \vec{q}$	4	1	$\pi/3$
14	$\vec{p} - 8\vec{q}$	$-2\vec{p} - \vec{q}$	4	5	$2\pi/3$
15	$-3\vec{p} + \vec{q}$	$\vec{p} + 6\vec{q}$	5	1	$\pi/3$
16	$-2\vec{p} - \vec{q}$	$\vec{p} - 10\vec{q}$	4	3	$2\pi/3$
17	$-3\vec{p} + 2\vec{q}$	$-2\vec{p} + 7\vec{q}$	1	5	$\pi/3$
18	$-2\vec{p} + \vec{q}$	$-2\vec{p} - 3\vec{q}$	3	4	$2\pi/3$
19	$-2\vec{p} + \vec{q}$	$-3\vec{p} + \vec{q}$	2	5	$\pi/3$
20	$-2\vec{p} - \vec{q}$	$3\vec{p} - \vec{q}$	3	5	$2\pi/3$
21	$-5\vec{p} + \vec{q}$	$-\vec{p} - 8\vec{q}$	5	2	$\pi/3$
22	$-\vec{p} + \vec{q}$	$-3\vec{p} + \vec{q}$	5	3	$2\pi/3$
23	$-\vec{p} + \vec{q}$	$-5\vec{p} - \vec{q}$	1	6	$\pi/3$
24	$-5\vec{p} + \vec{q}$	$6\vec{p} - \vec{q}$	2	7	$2\pi/3$
25	$-2\vec{p} + 3\vec{q}$	$-2\vec{p} + 5\vec{q}$	7	5	$\pi/3$
26	$-\vec{p} + \vec{q}$	$\vec{p} - 5\vec{q}$	3	7	$2\pi/3$
27	$-2\vec{p} + \vec{q}$	$-3\vec{p} + 4\vec{q}$	2	6	$\pi/3$
28	$-2\vec{p} + 9\vec{q}$	$-8\vec{p} - \vec{q}$	3	4	$2\pi/3$
29	$-7\vec{p} + \vec{q}$	$-6\vec{p} - \vec{q}$	4	2	$\pi/3$
30	$-2\vec{p} + \vec{q}$	$\vec{p} - 4\vec{q}$	5	2	$2\pi/3$

Задачи по теме «Прямая и плоскость»

<u>Задача 2.9</u>. Даны вершины треугольника A, B, C на плоскости.
Найти:
1) каноническое уравнение прямой AB;
2) уравнение высоты CH (общее и с угловым коэффициентом);
3) параметрическое уравнение медианы AM;
4) координаты точки N пересечения медианы AM и высоты CH;
5) длину высоты CH;
6) координаты точки K пересечения медиан треугольника ABC.

Вариант			
1	A (-2, 4)	B (3, 1)	C (10, 7)
2	A (-3, -2)	B (14, 4)	C (6, 8)
3	A (1, 7)	B (-3, -1)	C (11, -3)
4	A (1, 0)	B (-1, 4)	C (9, 5)
5	A (1, -2)	B (7, 1)	C (3, 7)
6	A (-4, 2)	B (-6, 6)	C (6, 2)
7	A (-2, -3)	B (1, 6)	C (6, 1)
8	A (4, -3)	B (7, 3)	C (1, 10)
9	A (4, -4)	B (8, 2)	C (3, 8)
10	A (-3, -3)	B (5, -7)	C (7, 7)
11	A (1, -6)	B (3, 4)	C (-3, 3)
12	A (-4, 2)	B (8, -6)	C (2, 6)
13	A (-5, 2)	B (0, -4)	C (5, 7)
14	A (4, -4)	B (6, 2)	C (-1, 8)
15	A (-3, 8)	B (-6, 2)	C (0, -5)
16	A (6, -9)	B (10, -1)	C (-4, 1)
17	A (4, 1)	B (-3, -1)	C (7, -3)
18	A (-4, 2)	B (6, -4)	C (4, 10)

19	A (3, -1)	B (11, 3)	C (-6, 2)
20	A (-7, -2)	B (-7; 4)	C (5, -5)
21	A (-1, -4)	B (9; 6)	C (-5, 4)
22	A (10, -2)	B (4, -5)	C (-3, 1)
23	A (-3, -1)	B (-4, -5)	C (8, 1)
24	A (-2, -6)	B (-3, 5)	C (4, 0)
25	A (-7, -2)	B (3, -8)	C (-4, 6)
26	A (0, 2)	B (-7, -4)	C (3, 2)
27	A (7, 0)	B (1, 4)	C (-8, -4)
28	A (1, -3)	B (0, 7)	C (-2, 4)
29	A (-5, 1)	B (8, -2)	C (1, 4)
30	A (2, 5)	B (-3, 1)	C (0, 4)

Задача 2.10. Для точек *A,B,C,D* ***из задачи 2.7*** составить уравнение:

1) плоскости *ABC*;
2) высоты, опущенной из вершины *D* пирамиды *ABCD*;
3) плоскости, проходящей через точку *D*, перпендикулярно прямой *AB*.

Для точек *A,B,C,D* ***из задачи 2.7*** вычислить:

4) синус угла между прямой *AD* и плоскостью *ABC*;
5) косинус угла между плоскостью *ABC* и координатной плоскостью *XOY*;
6) косинус угла между прямыми *AB* и *AD*.

Задача 2.11*. Найти
- для нечетных вариантов: проекцию точки M на прямую L, расстояние от точки M до прямой L, точку N, симметричную точке M относительно прямой;
- для четных вариантов : проекцию точки M на плоскость P,расстояние от точки M до плоскости P, точку N, симметричную точке M относительно плоскости P .

Вариант

1. M (2,-2,-1), L: $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1/2}{1}=\frac{z-1/2}{-1}$
2. M (1,0,2), P: 2x+4y+4z-1=0

3. M (1,3,-1), L: $\frac{x-3}{1}=\frac{y-1/2}{0}=\frac{z+2}{-1}$
4. M (2,1,-1), P: 4x+8y-2z-1=0
5. M (-1,2.3), L: $\frac{x+5/2}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1/2}{0}$
6. M (1,-2,3), P: 2x-4y-5=0
7. M (1,0,1), L: $\frac{x+3/2}{2}=\frac{y-8/3}{-3}=\frac{z}{1}$
8. M (1,0,2), P: x+y+2z-2=0
9. M (-2,2,2), L: $\frac{x+2}{0}=\frac{y-3/2}{2}=\frac{z+3/2}{-1}$
10. M (3,-1,-2), P: 2x-3y=1=0
11. M (-1,-1,-3), L: $\frac{x-3/2}{1}=\frac{y+1}{0}=\frac{z+3}{-2}$
12. M (-2,0,1), P: 4y+2z+1=0
13. M (3,1,-2), L: $\frac{x+2}{-1}=\frac{y-5/2}{4}=\frac{z-3}{2}$
14. M (1,-3,-2), P: 2x-4y+4z+3=0
15. M (-3,1,-2), L: $\frac{x-1}{-1}=\frac{y+3/2}{5}=\frac{z+5/4}{2}$
16. M (0,-1,2), P: 4x-2y+4z-1=0
17. M (1,2,-2), L: $\frac{x-1/2}{1}=\frac{y+1/2}{-1}=\frac{z+2}{0}$
18. M (1,3,-1), P: 8x+10y+8z+27=0
19. M (3,-1,1), L: $\frac{x-4/3}{1}=\frac{y-2/3}{3}=\frac{z+2/3}{-5}$
20. M (-2,3,1), P: x-2z-1=0
21. M (-3,1,-1), L: $\frac{x-1}{0}=\frac{y+2/3}{0}=\frac{z+3/2}{-1}$
22. M (3,1,-3), P: 2y-4z-9=0
23. M (-1,-1, 3), L: $\frac{x-11/2}{-2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z}{-1}$
24. M (0, 2,-2), P: 2x-4y+3=0
25. M (-1,1,1), L: $\frac{x-1/2}{2}=\frac{y+4}{-5}=\frac{z+3/2}{-2}$
26. M (2, 1,-3), P: x+2y-z-1=0

27. M (0,-3,-2), L: $\frac{x+3/4}{2}=\frac{y-3/2}{-1}=\frac{z+5/4}{2}$

28. M (-3, 2,-1), P: 2x-y+z+6=0

29. M (1,-1, 2), L: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{1}$

30. M (1, 0,-2), P: 3x-y+z+10=0

Задачи по теме «Кривые и поверхности второго порядка»

Задача № 2.12. Составить канонические уравнения кривых второго порядка, сделать чертеж.

Для случая эллипса заданы: F - фокус, a - большая полуось, b- малая полуось. Для случая гиперболы заданы: F - фокус, a - действительная полуось, b - мнимая полуось. Для случая параболы: вершина параболы находится в точке $O(0,0)$, D - директриса, заданная указанным уравнением.

Вариант	Эллипс	Гипербола	Парабола
1	b=15; $F_1(-10,0)$; $F_2(2,0)$	a=4; $F_1(-3,0)$; $F_2(7,0)$	D: x= 3
2	b=2; $F_1(0,-4)$; $F_2(0,6)$	b=3; $F_1(-7,0)$; $F_2(1,0)$	D: y= 2
3	a=4; $F_1(-3,2)$; $F_2(3,2)$	b=3; $F_1(0,0)$; $F_2(0,10)$	D: y= -1
4	b=3; $F_1(-4,-1)$; $F_2(4,-1)$	a=5; $F_1(0,-15)$; $F_2(0,1)$	D: x= -1
5	b=2; $F_1(5,3)$; $F_2(5,-3)$	b=4; $F_1(3,-5)$; $F_2(3,5)$	D: x= 1
6	a=7; $F_1(-6,0)$; $F_2(0,0)$	a=3; $F_1(-7,2)$; $F_2(7,2)$	D: y= 7
7	b=4; $F_1(-5,3)$; $F_2(5,3)$	a=5; $F_1(-12,0)$; $F_2(6,0)$	D: y= - 5
8	b=2; $F_1(7,-1)$; $F_2(7,1)$	a=2; $F_1(0,-10)$; $F_2(0,2)$	D: x= - 3
9	a=6; $F_1(-4,-6)$; $F_2(4,-6)$	b=4; $F_1(-9,0)$; $F_2(7,0)$	D: x= 4
10	b=2; $F_1(0,1)$; $F_2(0,7)$	b=9; $F_1(0,-6)$; $F_2(0,16)$	D: y= - 2
11	a=8; $F_1(-2,0)$; $F_2(8,0)$	b=2; $F_1(-4,-3)$; $F_2(-4,3)$	D: x= - 8
12	b=5; $F_1(-2,-2)$; $F_2(-2,2)$	a=4; $F_1(-2,0)$; $F_2(12,0)$	D: y= 3,5
13	a=5; $F_1(2,-4)$; $F_2(2,4)$	b=6; $F_1(-10,-4)$; $F_2(10,-4)$	D: y= - 6
14	a=9; $F_1(-3,5)$; $F_2(3,5)$	a=6; $F_1(-13,0)$; $F_2(9,0)$	D: x= - 9
15	b=3; $F_1(0,0)$; $F_2(0,-4)$	b=5; $F_1(0,1)$; $F_2(0,13)$	D: x= 0,5
16	b=6; $F_1(-9,0)$; $F_2(-1,0)$	a=3; $F_1(6,-4)$; $F_2(6,4)$	D: y= 1
17	a=4; $F_1(-1,-3)$; $F_2(1,-3)$	b=7; $F_1(0,-10)$; $F_2(0,8)$	D: x= 2,5

18	b=3; F_1(-1,7); F_2(1,7)	b=5; F_1(-3,0); F_2(13,0)	D: y= -10
19	a=7; F_1(0,2); F_2(0,-10)	a=3; F_1(-5,1); F_2(5,1)	D: y= 17
20	a=10; F_1(-6,-6); F_2(-6,6)	a=8; F_1(0,-14); F_2(0,6)	D: x= -6
21	b=4; F_1(0,3); F_2(0,9)	b=4; F_1(-2,-5); F_2(-2,5)	D: x= -1,5
22	b=7; F_1(-4,0); F_2(6,0)	b=4; F_1(-7,5); F_2(7,5)	D: y= 5
23	a=9; F_1(-3,-7); F_2(-3,7)	a=6; F_1(4,-8); F_2(4,8)	D: y= - 8
24	b=6; F_1(0,-1); F_2(0,7)	a=10; F_1(-12,-6); F_2(12,-6)	D: y= 9
25	a=5; F_1(-4,-3); F_2(4,-3)	a=5; F_1(-9,0); F_2(3,0)	D: x= 2
26	a=4; F_1(5,0); F_2(7,0)	a=3; F_1(0,3); F_2(0,11)	D: x= 11
27	b=5; F_1(0,3); F_2(0,5)	a=5; F_1(-3,0); F_2(17,0)	D: x= - 2
28	b=7; F_1(0,-12); F_2(0,-2)	b=3; F_1(-5,-6); F_2(-5,6)	D: y= -12
29	a=7; F_1(-4,0); F_2(0,0)	b=7; F_1(-9,4); F_2(9,4)	D: y= 2,5
30	b=3; F_1(4,-2); F_2(4,2)	a=3; F_1(0,-14); F_2(0,-4)	D: x= - 4

Задача № 2.13. Определить тип поверхности второго порядка, заданной уравнением. Привести уравнение поверхности к каноническому виду. Сделать чертеж. Найти сечение поверхности заданной плоскостью.

Вариант	Уравнение поверхности	Уравнение плоскости
1	$x^2-4y^2+9z^2-36=0$	$z=0$
2	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{9}=1$	$x=-4$
3	$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{16}=0$	$z=4$
4	$9x^2+4y^2-36z=0$	$y=0$
5	$25x^2-y^2-9z^2-225=0$	$y=0$
6	$9x^2+4y^2+16z^2-144=0$	$z=0$
7	$4x^2+y^2-16z=0$	$z=1$
8	$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=\frac{z^2}{4}$	$y=-5$

9	$\frac{x^2}{16}+\frac{z^2}{9}=2y$	$z=0$
10	$x^2+9y^2-4z^2-36=0$	$x=6$
11	$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}-\frac{z^2}{16}=-1$	$x=0$
12	$4x^2+36y^2-36z=0$	$z=1$
13	$x^2+9y^2-36z^2-324=0$	$x=0$
14	$16x^2+9y^2-144z^2=0$	$z=1$
15	$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}+\frac{z^2}{4}=-1$	$z=0$
16	$x^2-4y^2-9z^2-36=0$	$y=0$
17	$x^2-9y^2+z^2-36=0$	$y=0$
18	$25x^2+4y^2-16z^2-400=0$	$x=0$
19	$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{16}=1$	$z=-4$
20	$4x^2+9y^2+z^2-100=0$	$z=8$
21	$25x^2-9y^2+z^2-225=0$	$z=0$
22	$4x^2+9y^2-4z^2-36=0$	$x=0$
23	$\frac{x^2}{25}-\frac{z^2}{16}=4y$	$z=0$
24	$25x^2-100y^2-4z^2=0$	$z=-5$
25	$x^2+4y^2-9z^2=0$	$z=1/3$
26	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{16}=-1$	$y=0$
27	$9x^2+36y^2-9z^2-324=0$	$z=0$
28	$9x^2+16y^2-144z=0$	$z=1$
29	$9x^2-y^2-81z=0$	$z=1$

30	$x^2-4y^2+25z^2-100=0$	$y=0$

Заключение

Материал курса «Алгебра и геометрия» (1-й семестр) очень важен для полноценного обучения студентов инженерных специальностей и используется в дальнейшем в таких математических дисциплинах, как математический анализ (2, 3, 4 семестры), теория дифференциальных уравнений, математическая физика, теория случайных процессов. На базе этого курса решаются задачи специальных дисциплин (например, задачи электротехники, радиотехники, физики, экономики) и многие прикладные задачи.

В пособии использованы задачи, изложенные в изданиях из списка литературы.

Список литературы

1.Краснов М.Л., Кисилев А.И., и др., Вся высшая математика., т. 1, М: URSS, 2014 г. 366 с.

2. Ильин В.А., Позняк Э.Г., Аналитическая геометрия, М: Физматлит, 2017.224 с.

3. Абрамова Е.В., Барашев В.П., Кузнецова Е.Ю., Сивкова Е.О., Таланова Л.И., Унучек С.А. Алгебра и геометрия, 1 семестр. Контрольные задания для очного обучения факультетов Электроники, ИТ, РТС. М.: МИРЭА, 2011. 32 с.

4. Рябушко А.П., Бархатов В.В., Державец В.В., Юруть И.Е. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике. том1. Минск.: Высшая школа, 2013. 304 с.

5. Канатников А.Н. Крищенко А.П. Аналитическая геометрия. М.: Издательство МГТУ им. Баумана, 2016**.** 392 с. (электронное издание)

6. Ильин В. А., Ким Г. Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. М.: Проспект, 2015. 320 с.

Дополнительная литература

1. Сборник задач по математике для втузов. В 4 частях. Ч.1./Под ред. А.В. Ефимова и А.С. Поспелова М.: Изд-во физ.-мат. лит., 2003. 288 с.

2. Атабеков Г.И. Основы теории цепей., Спб.: издательство «Лань», 2009. 432 с.

3. Аксененкова И.М., Игонина Т.Р., Малыгина О.А., Чекалкин Н.С. и др. Математический анализ, 1 семестр. Учебно-методическое пособие. М.: МИРЭА, 2012. 128с.

4. Сборник задач по высшей математике для экономистов/под ред. П.С. Геворкяна/. М.: ЗАО «Издательство Экономика», 2010. 384 с.

5. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. М.: Издательство «Наука», 1964. 664 с.

Сведения об авторах

Гущина Елена Николаевна, старший преподаватель кафедры высшей математики-2 Физико-технологического института, Московский технологический университет (МИРЭА).

Кузнецова Екатерина Юрьевна, старший преподаватель кафедры высшей математики-2 Физико-технологического института, Московский технологический университет (МИРЭА).

Морозова Татьяна Анатольевна, старший преподаватель кафедры высшей математики-2 Физико-технологического института, Московский технологический университет (МИРЭА).

Малыгина Ольга Анатольевна, к.п.н., доцент кафедры высшей математики-2 Физико-технологического института, Московский технологический университет(МИРЭА).

Таланова Людмила Ивановна, старший преподаватель кафедры высшей математики-2 Физико-технологического института, Московский технологический университет (МИРЭА).