



МИРЭА – Российский технологический университет

Институт Радиотехнических и телекоммуникационных систем

кафедра радиоволновых процессов и технологий

дисциплина Разработка и эксплуатация радиотелеметрических систем

презентация к лекции №1

## **ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ СИГНАЛЫ**

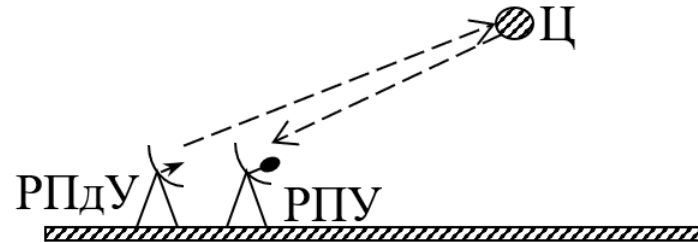
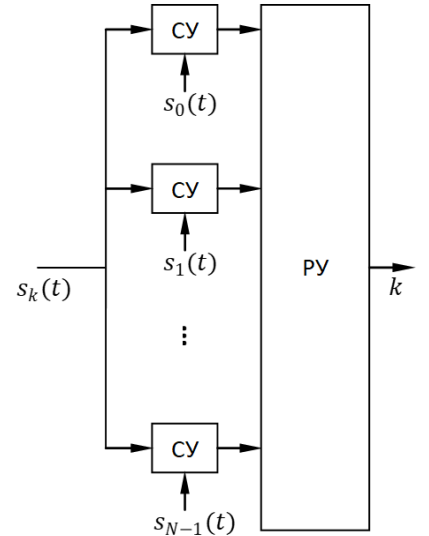
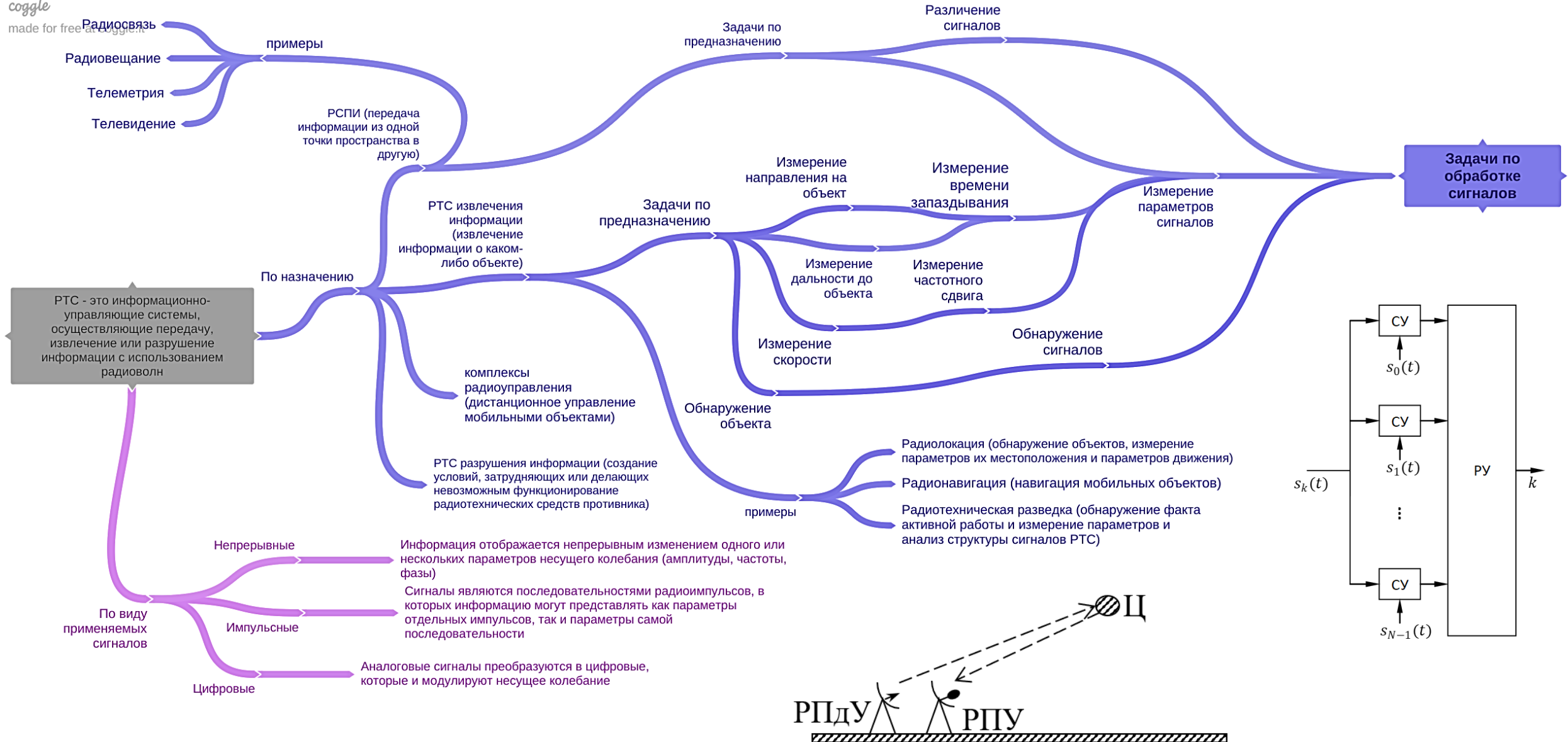
ст. пр. каф. РПТ Исаков В.Н.

[circuits-signals@yandex.ru](mailto:circuits-signals@yandex.ru)

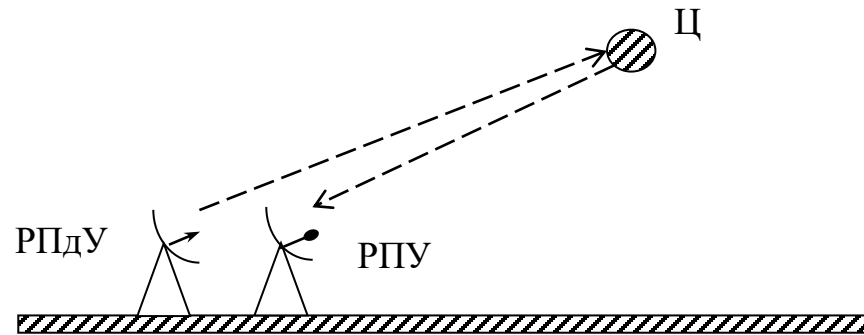
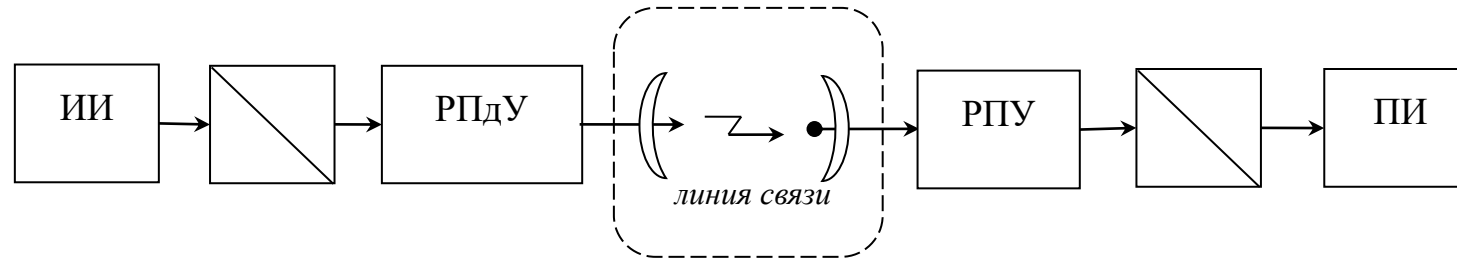
Москва 2021

# Классификация радиотехнических систем и решаемые ими задачи

coggle  
made for free at coggle.it



# 1. Основные задачи, решаемые РТС



## Радиотехника

К основным задачам, решаемым радиотехническими системами (РТС), относится передача информации из одной точки пространства в другую и получение информации о местоположении и параметрах движения какого-либо объекта.

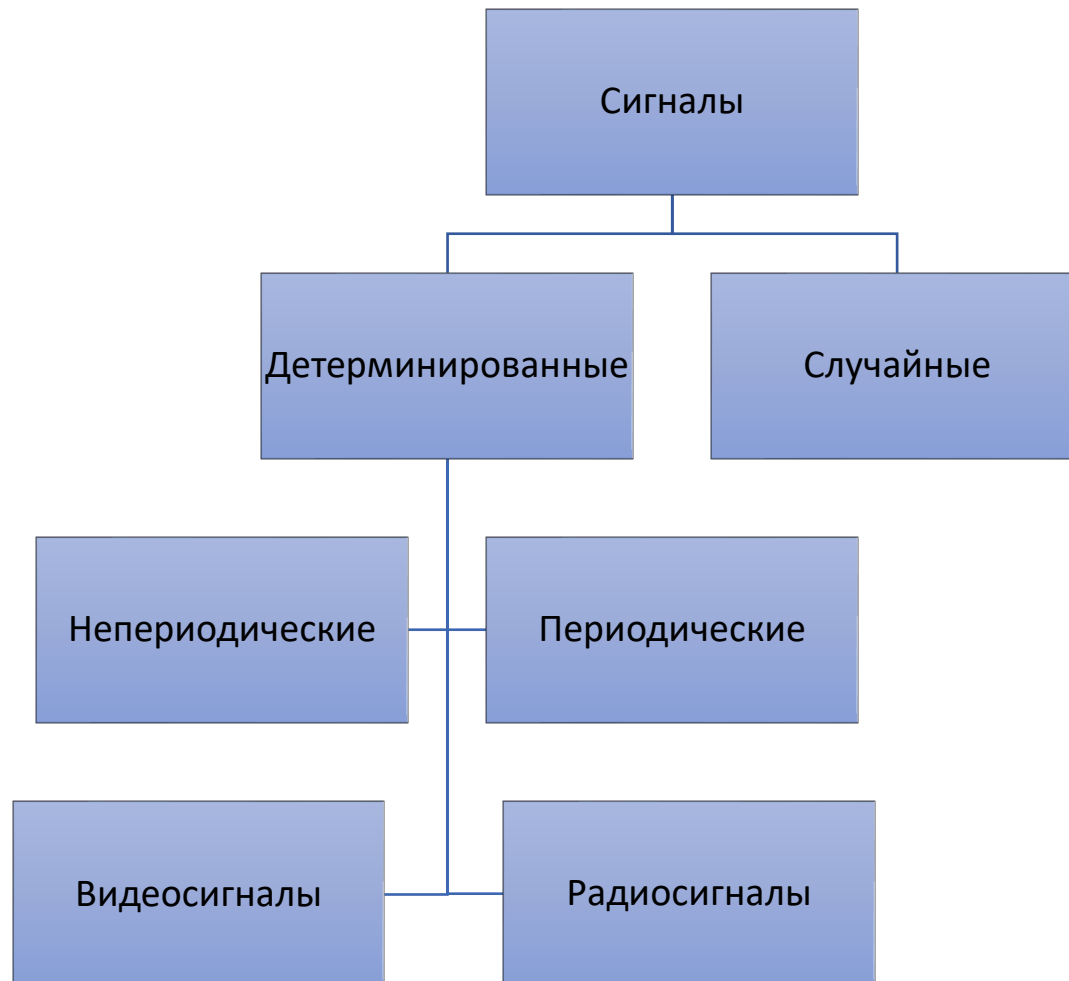
## Информация

Информация – то, что может быть отражено целесообразным структурированием материи

## Сигнал

Сигнал – это физический процесс, несущий информацию или предназначенный для её передачи

## 2. Классификация сигналов



### Детерминированный

Это сигнал, характеристики которого можно определить в любой момент времени с вероятностью 1

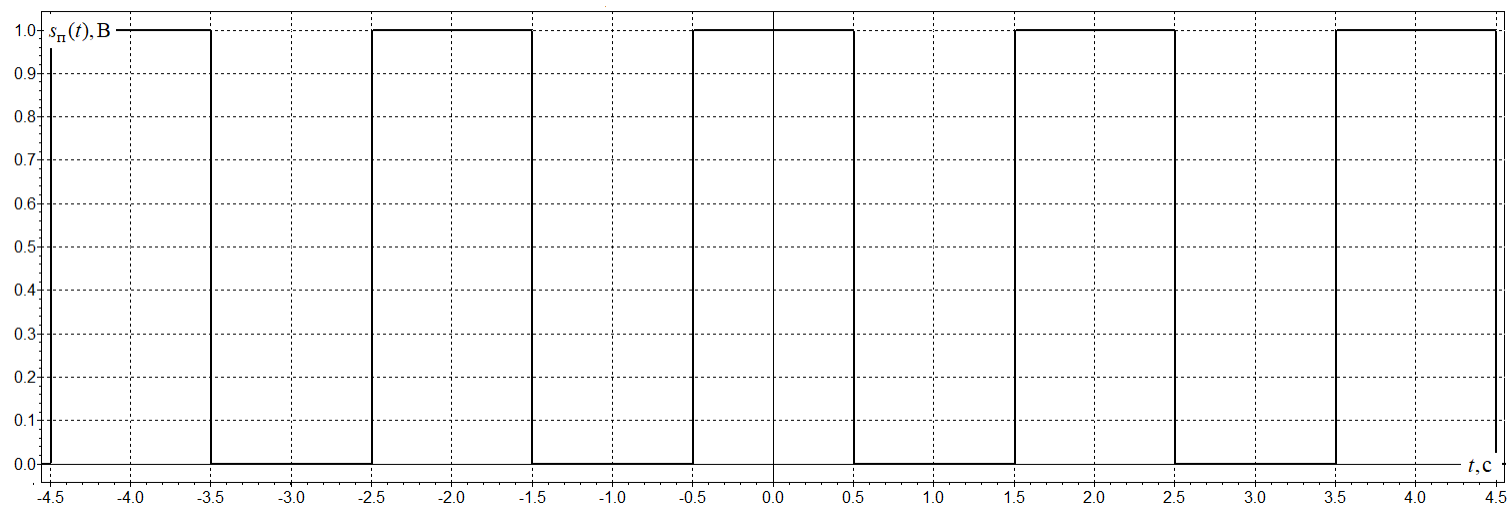
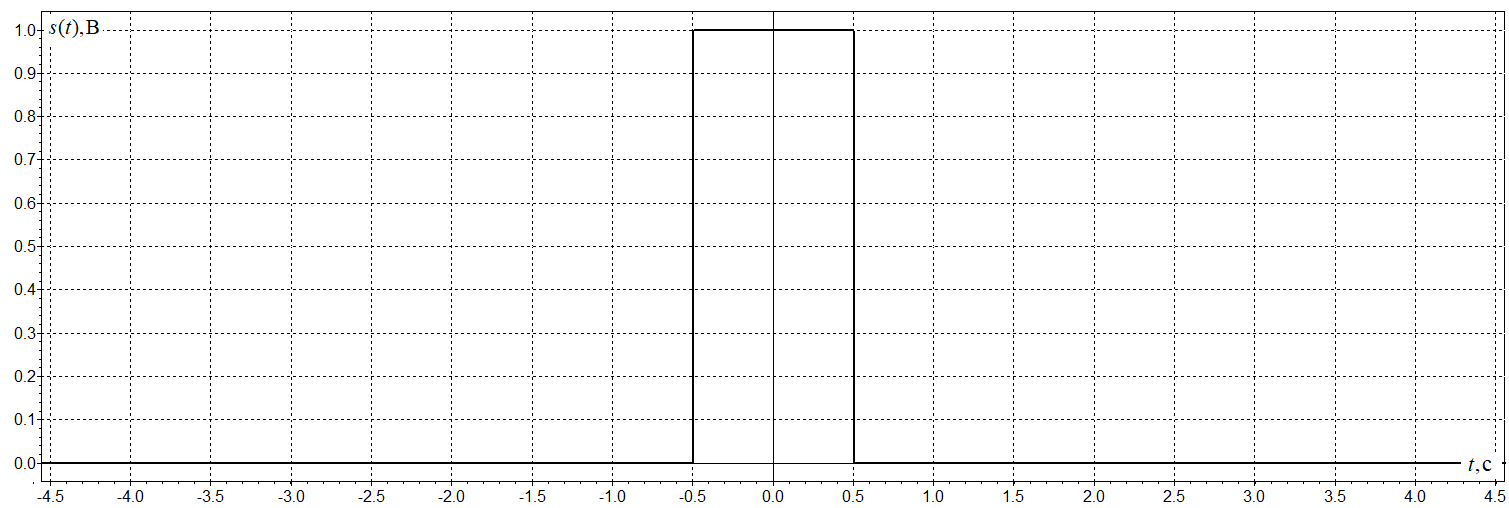
### Непериодический

Однократно появляющийся на всём временном интервале импульс

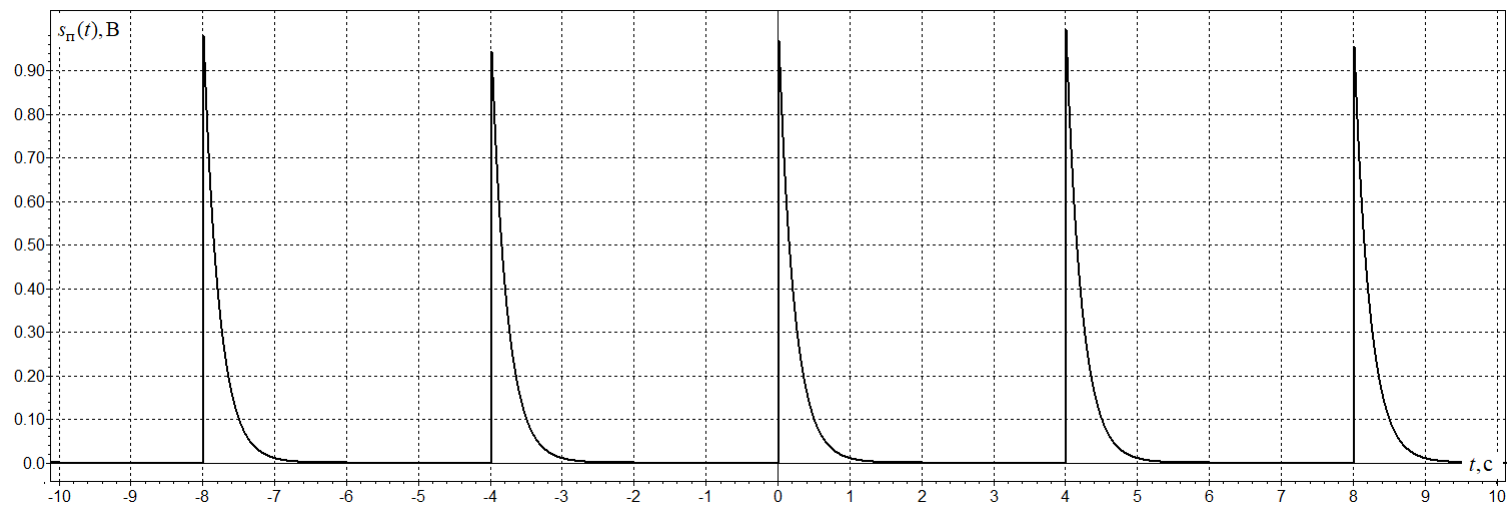
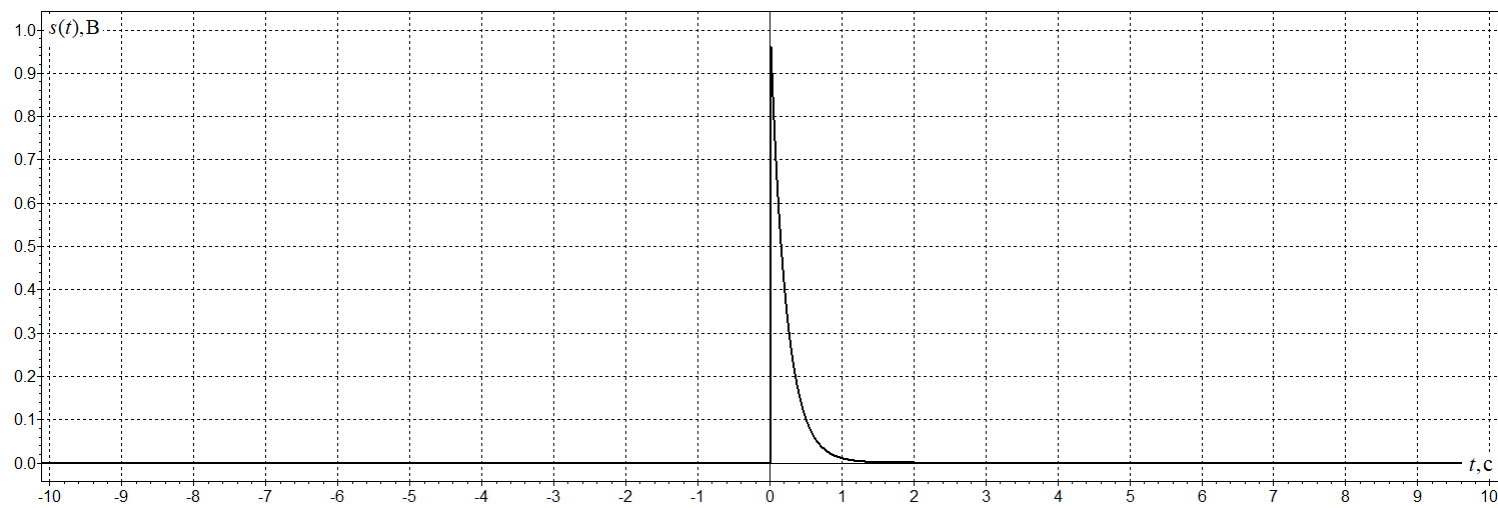
### Периодический

Периодическое повторение непериодического

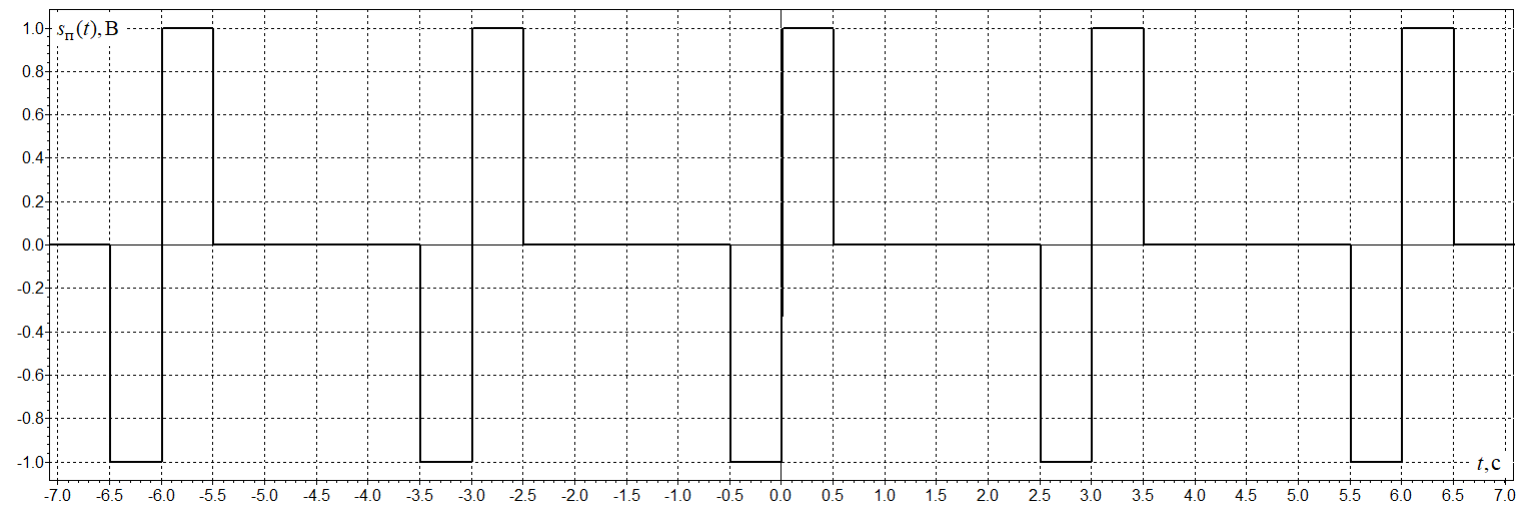
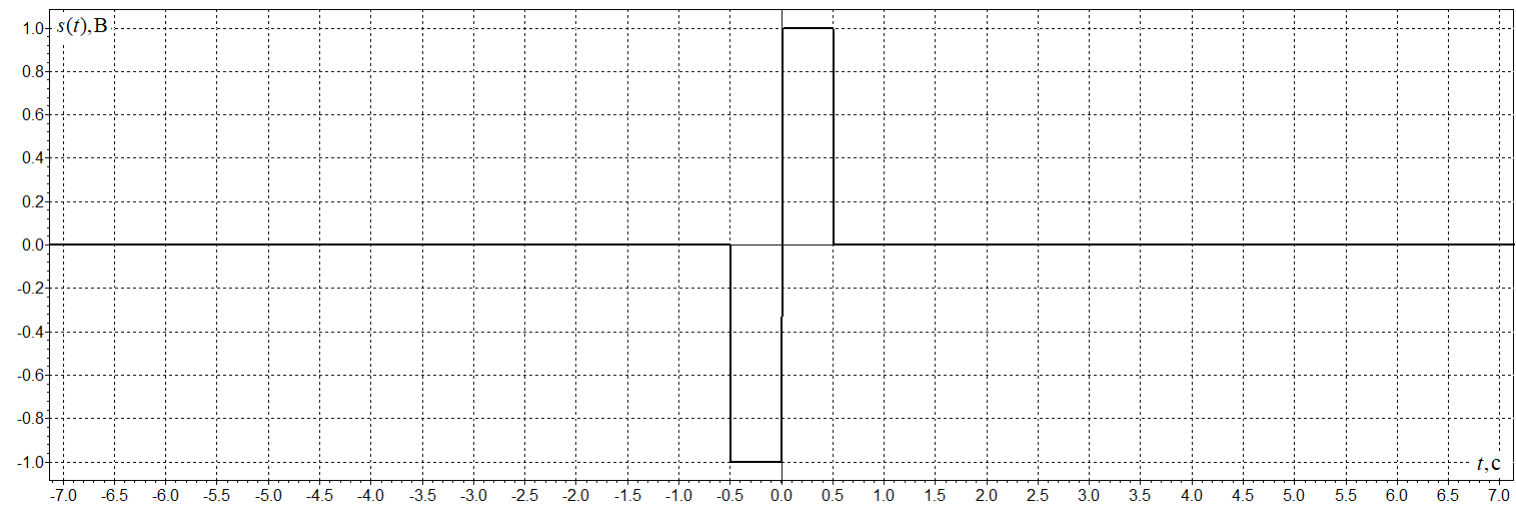
### 3. Примеры сигналов: прямоугольный импульс



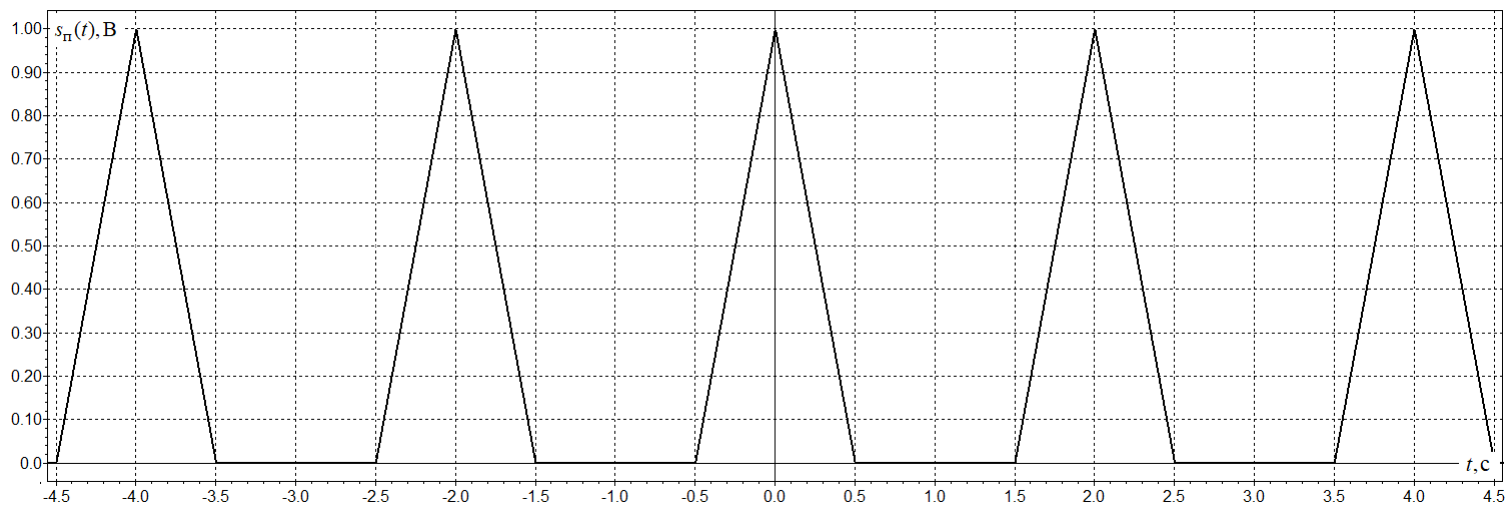
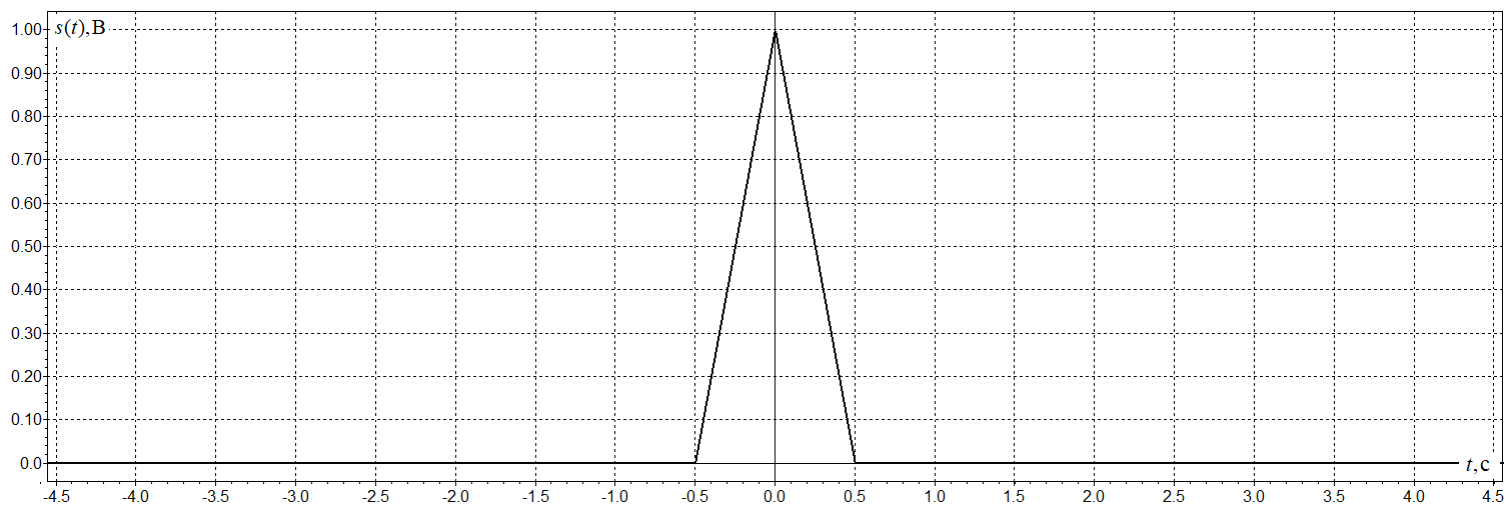
## 4. Примеры сигналов: экспоненциальный импульс



## 5. Примеры сигналов: импульс «Меандр»

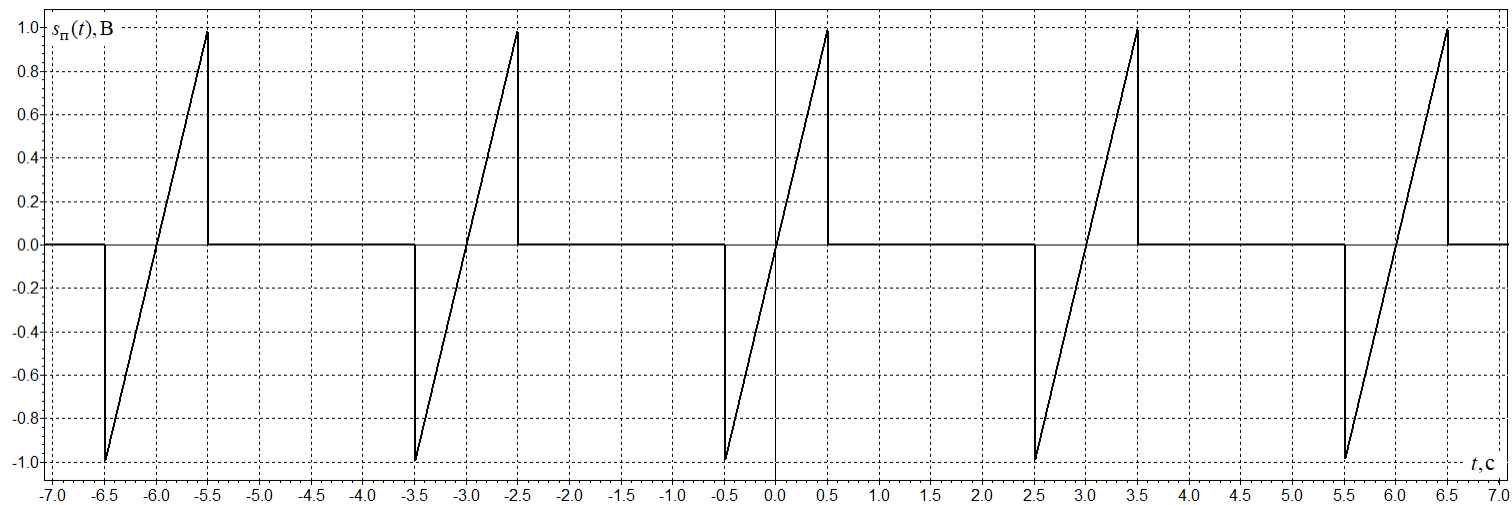
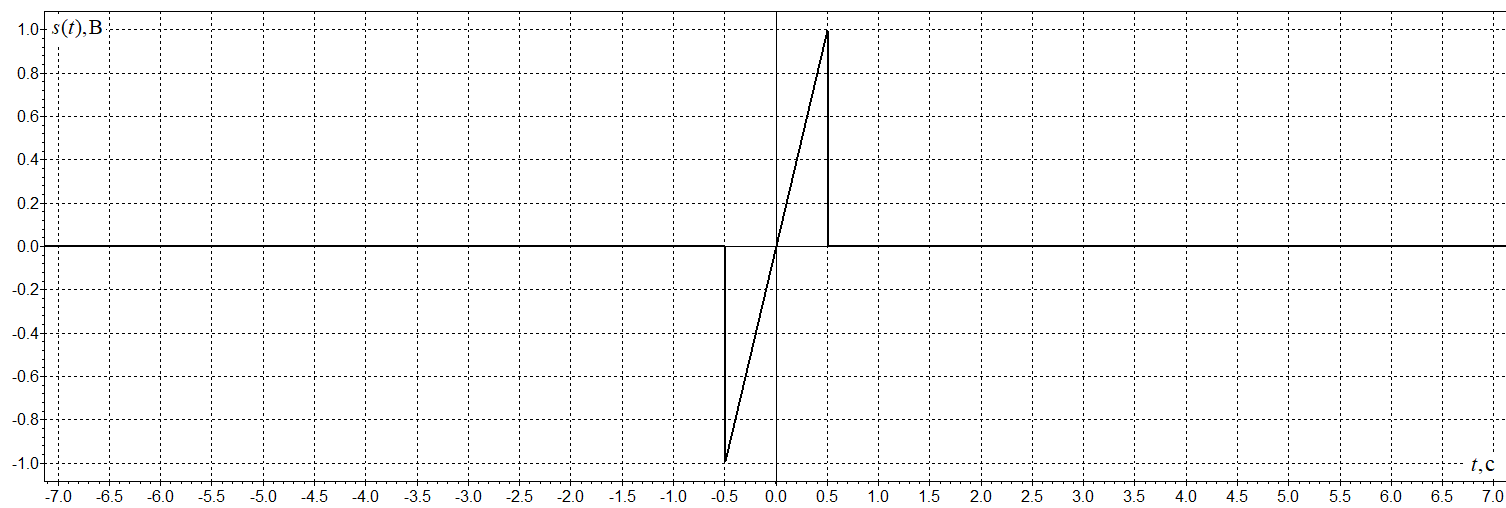


## 6. Примеры сигналов: симметричный треугольный импульс

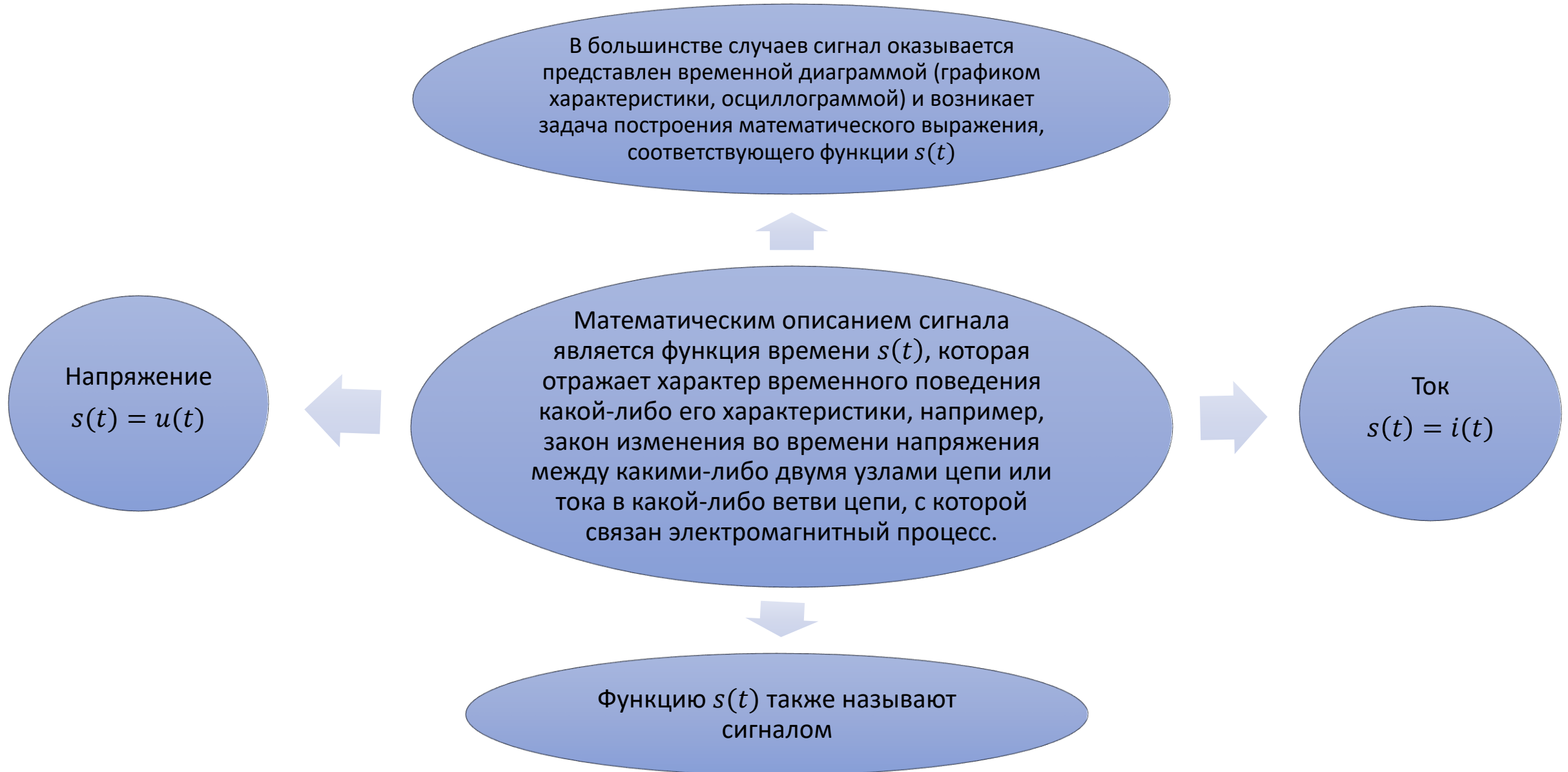




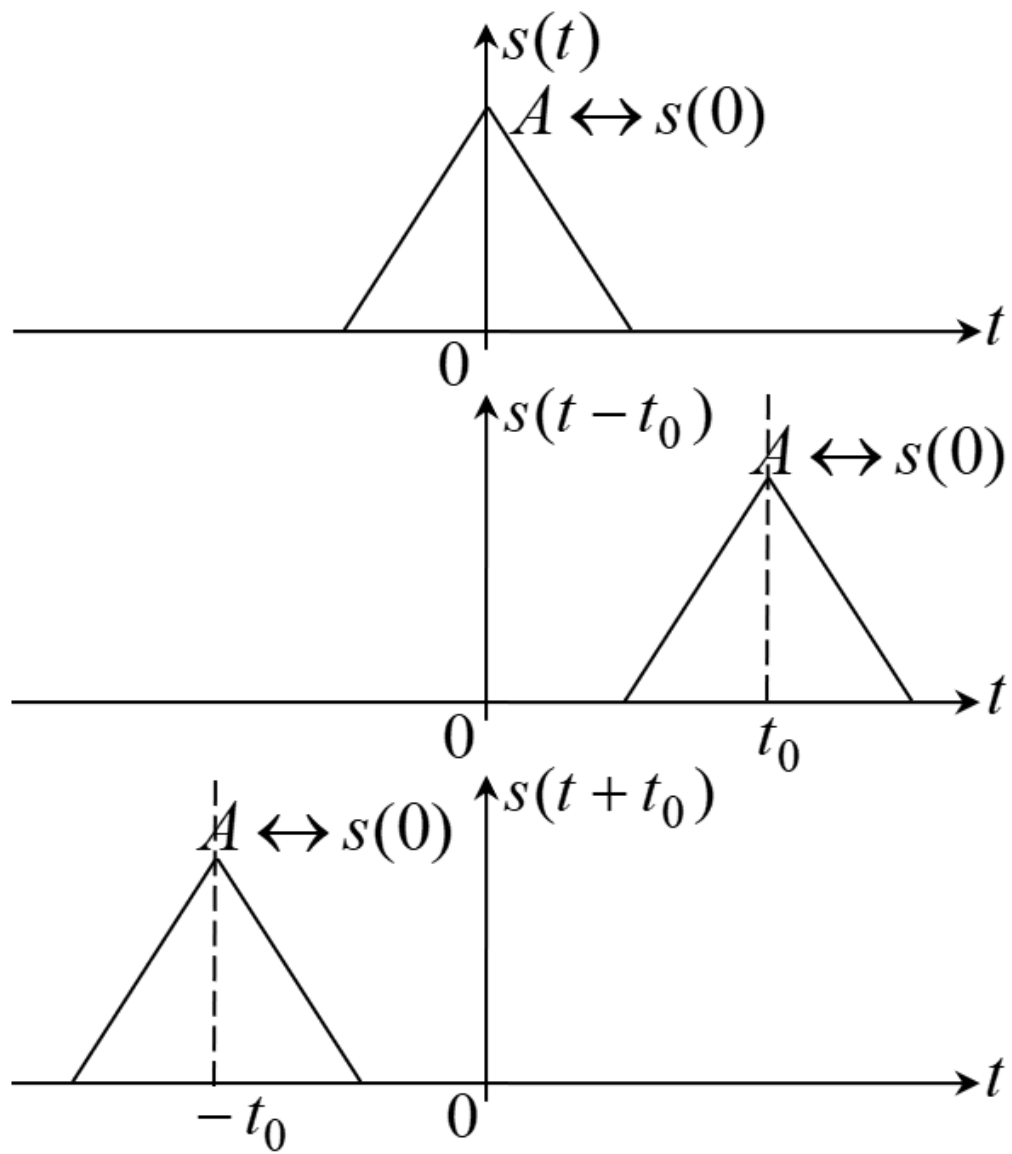
## 7. Примеры сигналов: пилообразный импульс



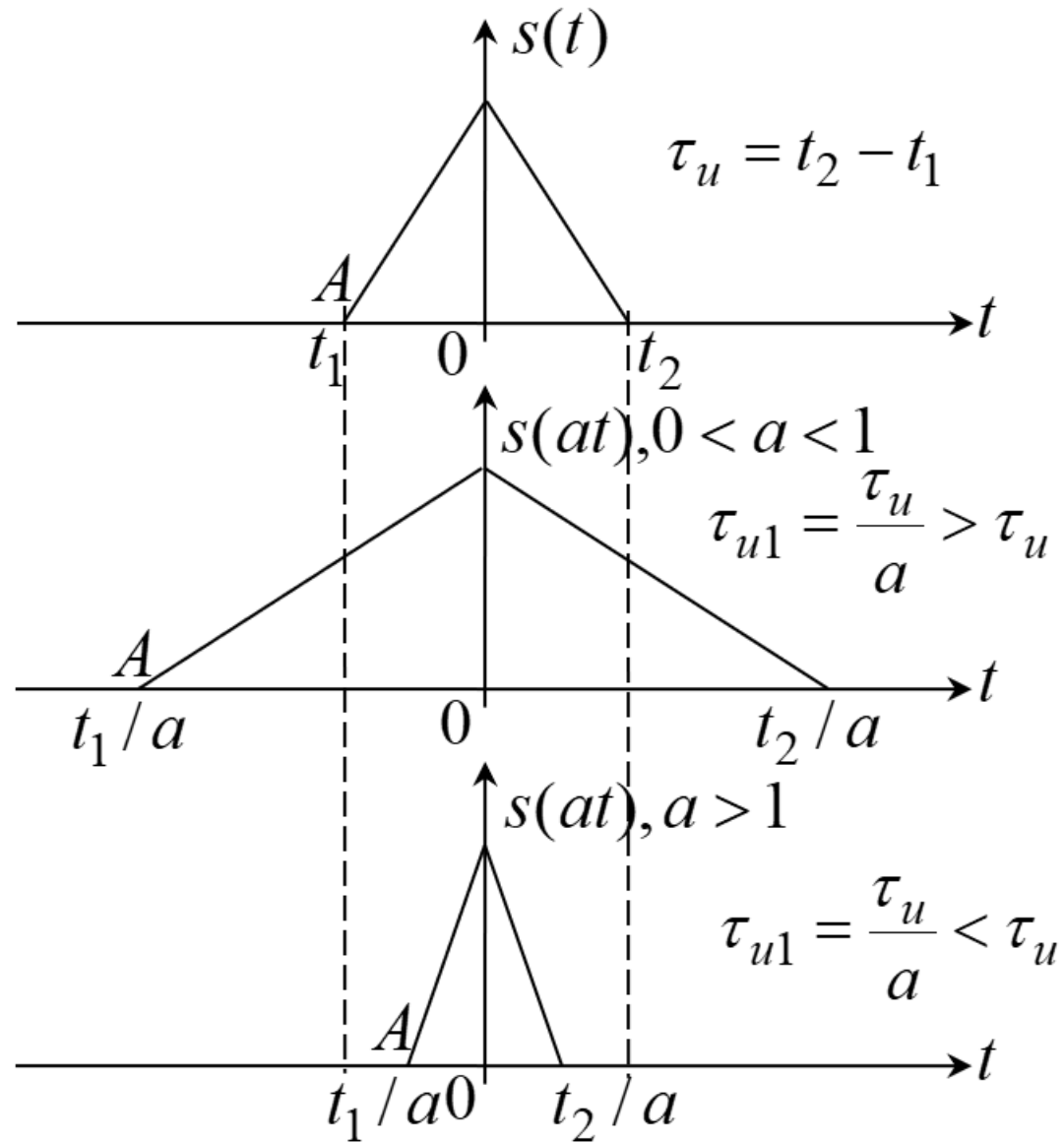
## 8. Математическое описание сигнала



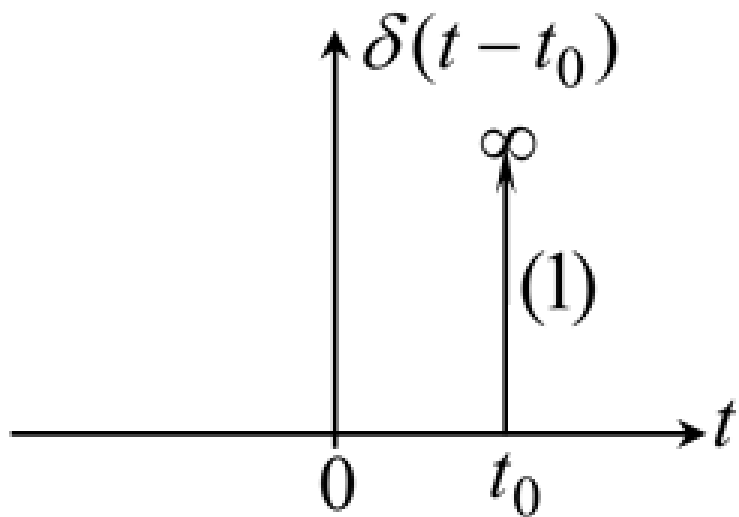
## 9. Запаздывание / опережение сигналов



## 10. Изменение масштаба времени



## 11. Дельта-функция (функция Дирака)

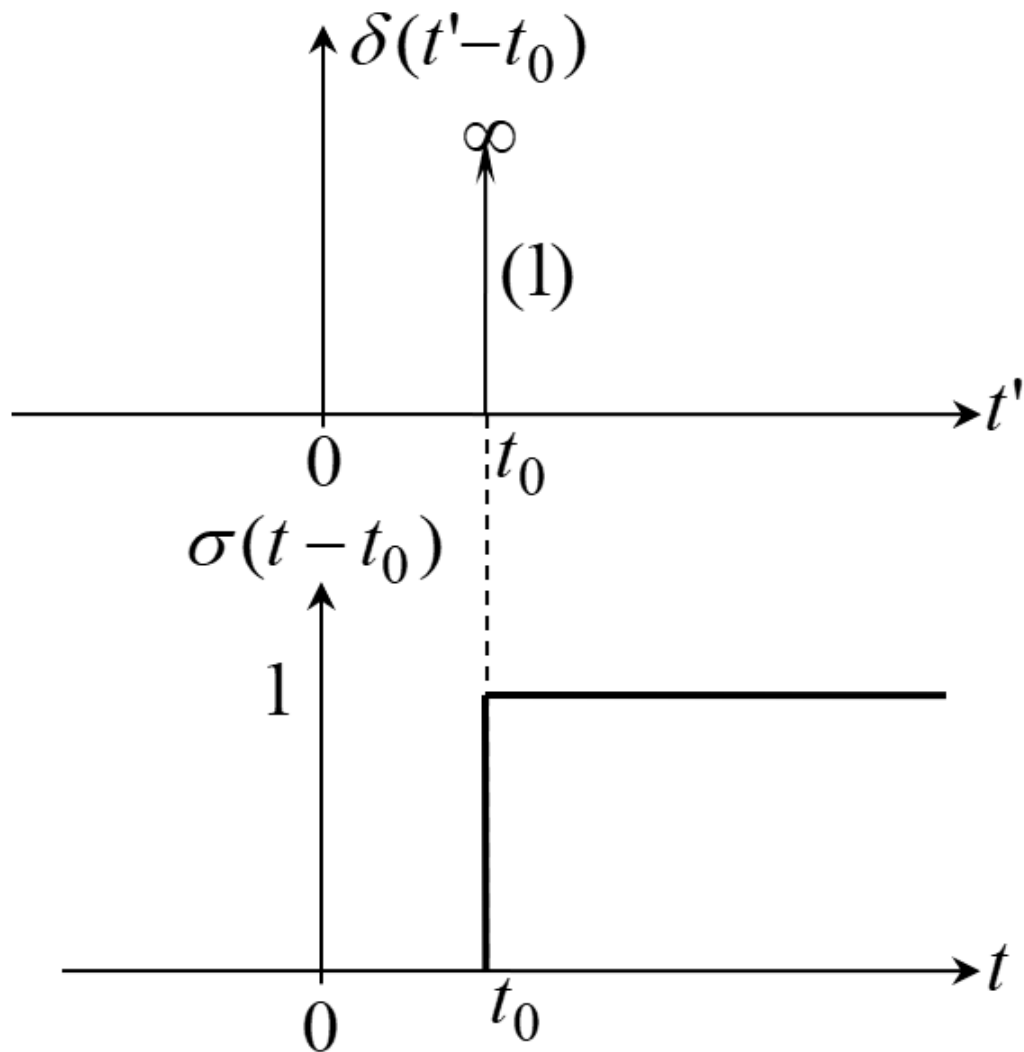


$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_0) dt = 1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \delta(t - t_0) dt = s(t_0)$$

$$s(t) \delta(t - t_0) = s(t_0) \delta(t - t_0)$$

## 12. Единичный скачок (функция Хевисайда)

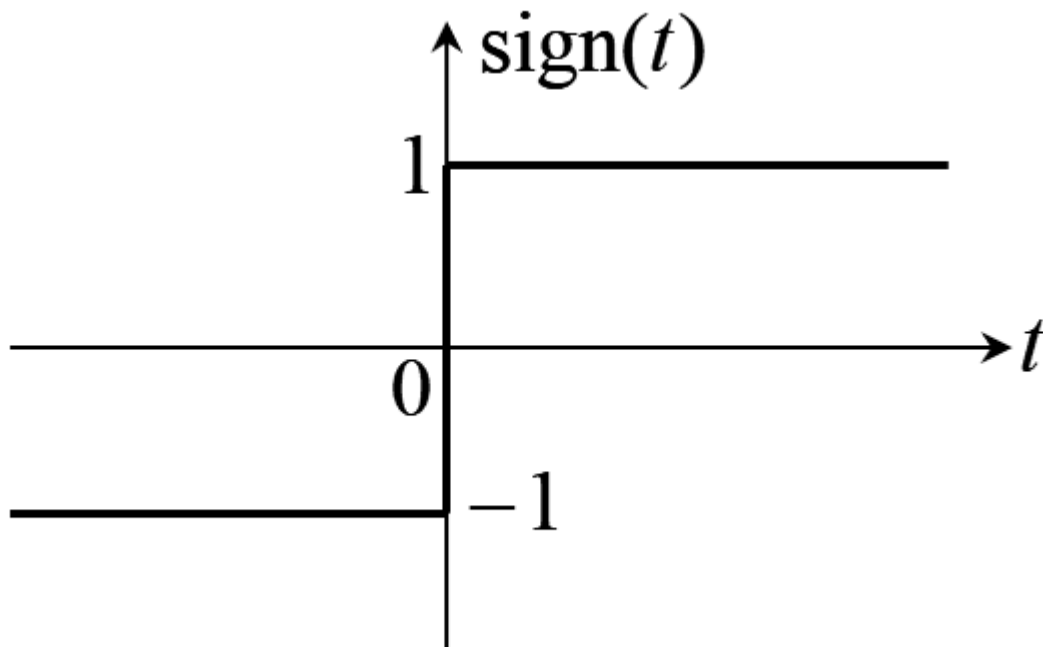


$$\sigma(t - t_0) = \begin{cases} 1, & t > t_0 \\ 0, & t < t_0 \end{cases}$$

$$\sigma(t - t_0) = \int_0^t \delta(t' - t_0) dt'$$

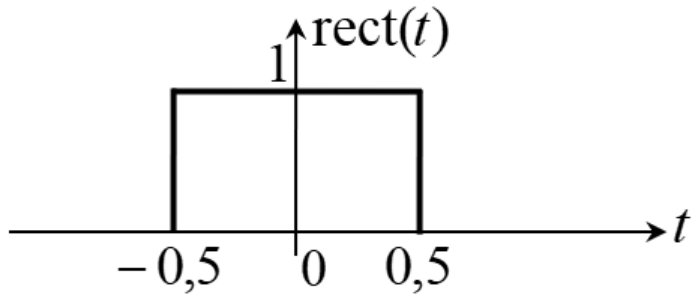
$$\delta(t - t_0) = \frac{d}{dt} \sigma(t - t_0)$$

### 13. Знаковая функция (сигнум-функция)

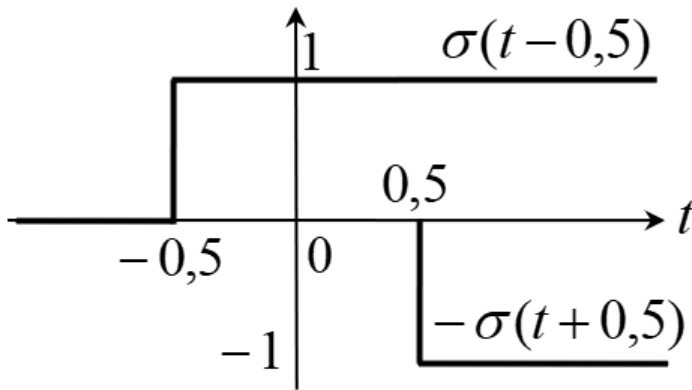


$$\text{sign}(t) = \begin{cases} -1, & t < 0 \\ 0, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

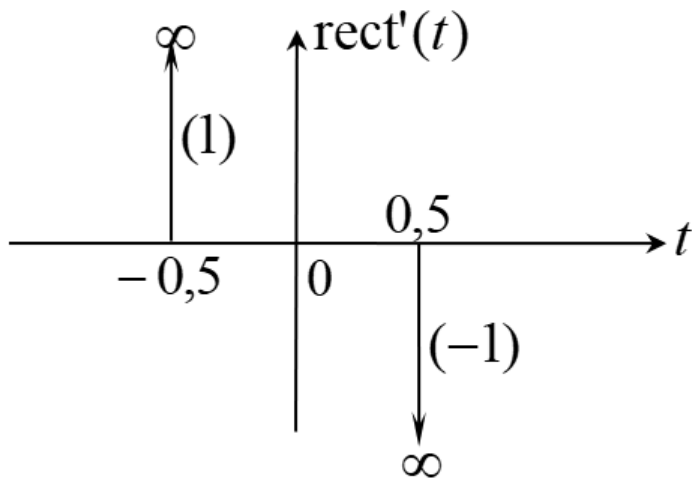
## 14. Прямоугольная функция (прямоугольный импульс)



$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & |t| > \frac{1}{2} \end{cases}$$



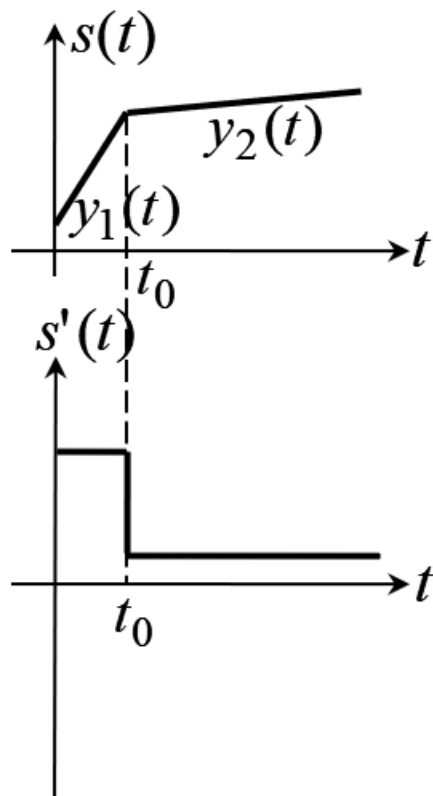
$$\text{rect}(t) = \sigma\left(t + \frac{1}{2}\right) - \sigma\left(t - \frac{1}{2}\right)$$



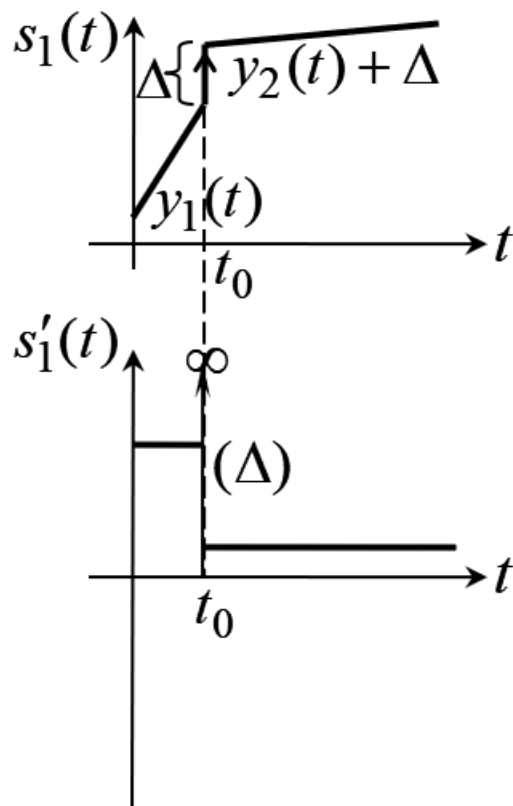
$$\text{rect}'(t) = \delta\left(t + \frac{1}{2}\right) - \delta\left(t - \frac{1}{2}\right)$$



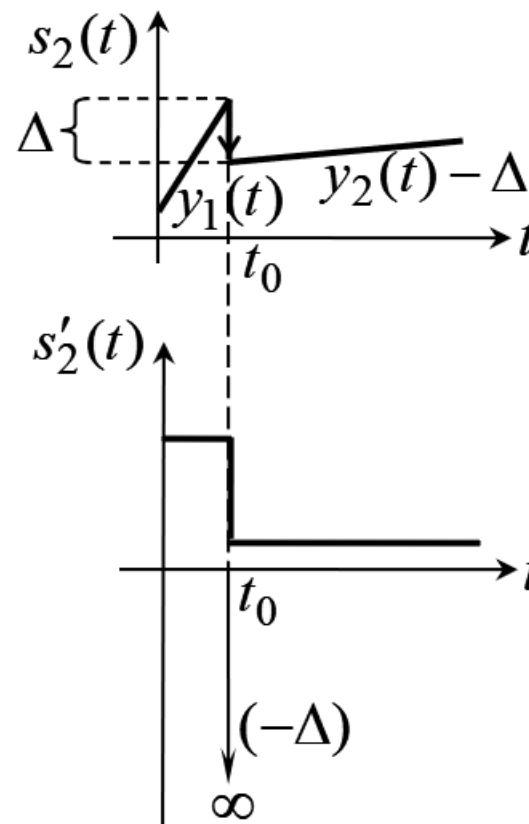
## 15. Дифференцирование сигналов



$$s(t) = \begin{cases} y_1(t), & t < t_0 \\ y_2(t), & t > t_0 \end{cases}$$



$$s_{1,2}(t) = \begin{cases} y_1(t), & t < t_0 \\ y_2(t) \pm \Delta, & t > t_0 \end{cases} = s(t) \pm \Delta \sigma(t - t_0)$$

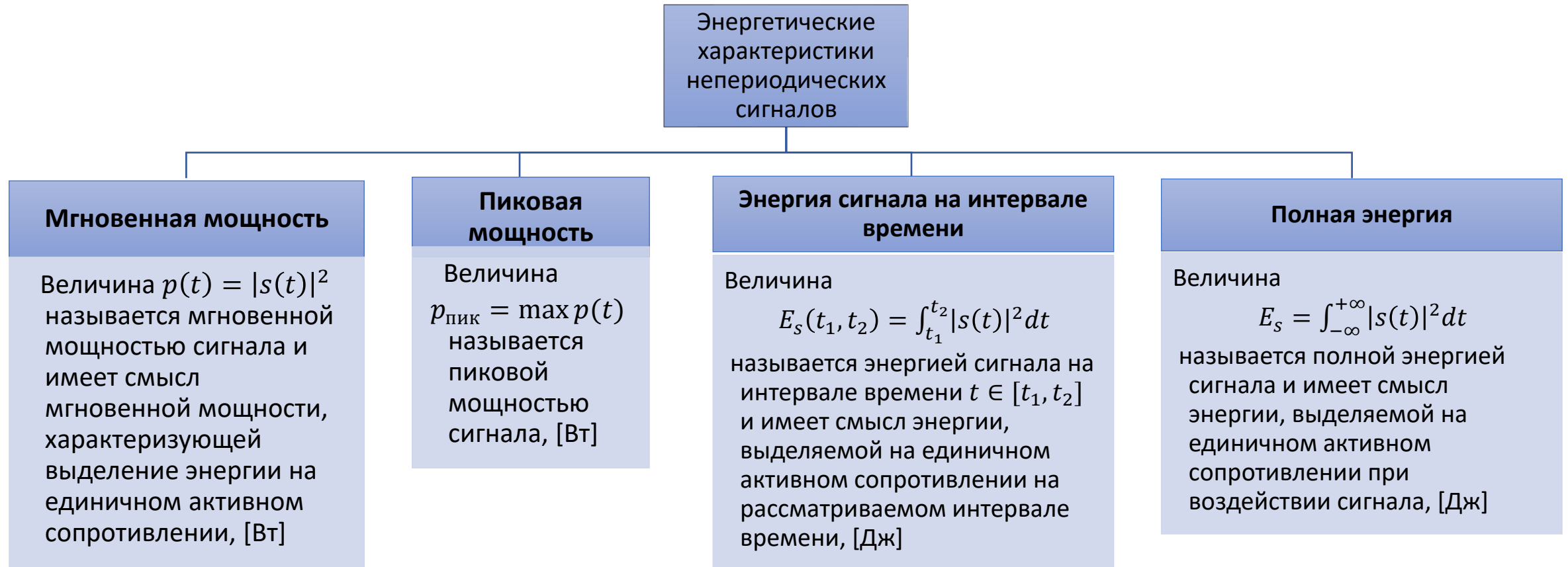


$$s_{1,2}(t) = s'(t) \pm \Delta \delta(t - t_0)$$

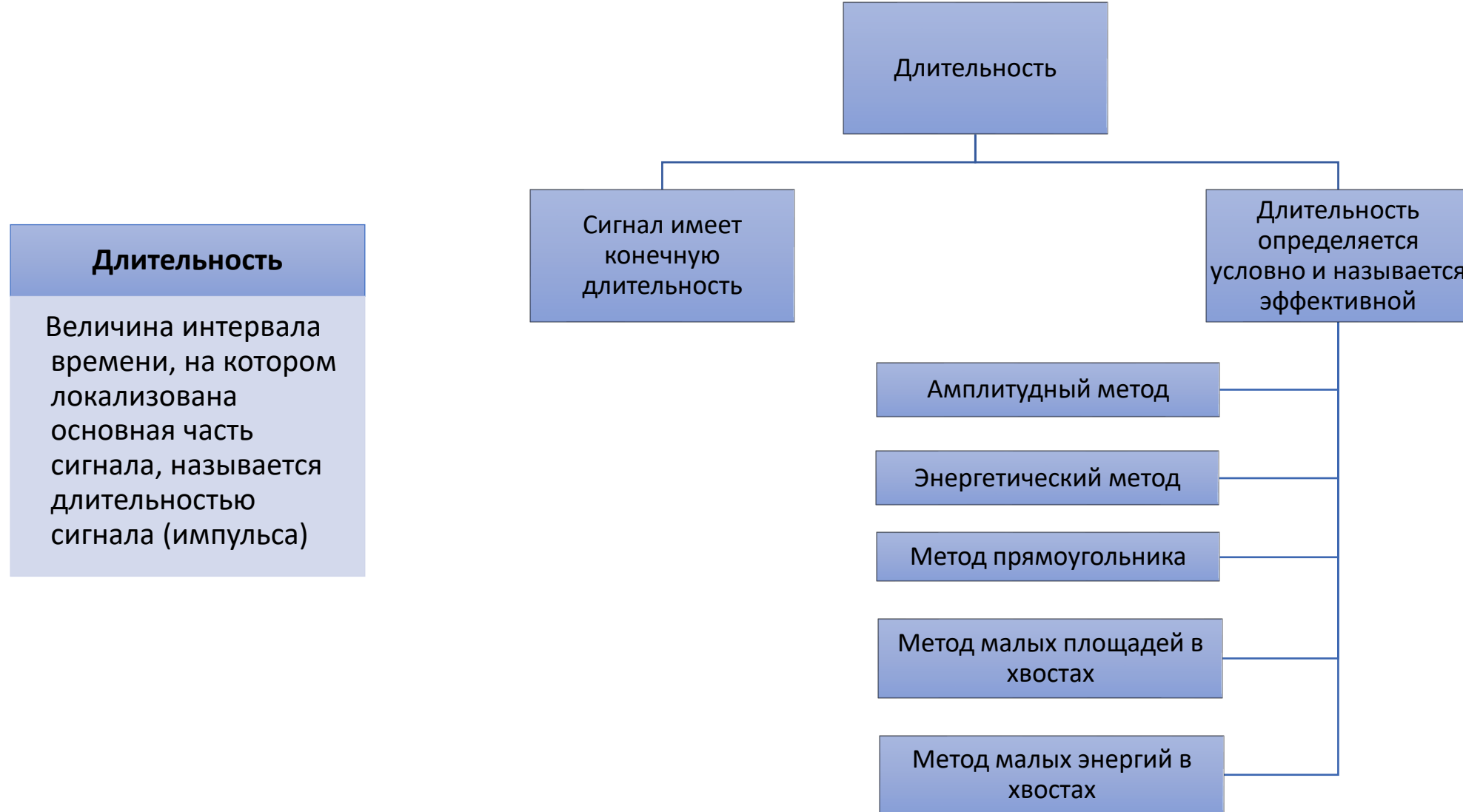
### Дифференцирование сигналов

При дифференцировании сигнала сначала следует выделить его непрерывные фрагменты и выполнить дифференцирование. Для учёта точек разрыва к полученному результату добавляются дельта-функции, соответствующие абсциссам разрыва, с коэффициентами по абсолютной величине равными величине скачков. Если при рассмотрении графика сигнала слева направо скачок происходит вверх, то коэффициент при дельта-функции положительный. Если скачок происходит вниз - отрицательный.

## 16. Энергетические характеристики непериодических сигналов



# 17. Длительность и интервал локализации непериодического сигнала



## 18. Амплитудный метод

Рассматривается  
 $|s(t)|$

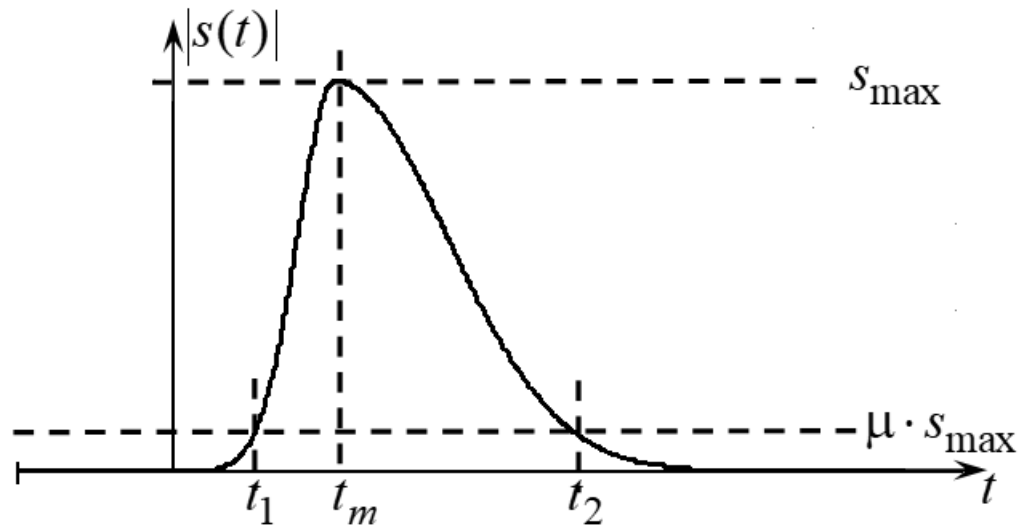
Определяется  
 $s_{max} = \max |s(t)|$

Задаётся уровень, ниже которого  
располагается незначительная  
часть сигнала  $\mu s_{max}$ ,  
где  $\mu = 0,01 \div 0,1$  в зависимости от  
специфики основной задачи

Находятся границы интервала  
локализации сигнала  
 $|s(t < t_1)| < \mu s_{max}$   
 $|s(t > t_2)| < \mu s_{max}$

Рассчитывается эффективная  
длительность

$$\tau_{эф} = t_2 - t_1$$



## 19. Энергетический метод

Отыскивается выражение для энергии сигнала на интервале времени

$$E_s(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} |s(t)|^2 dt$$

Границы интервала локализации находятся из уравнения

$$E_s(t_1, t_2) = kE_s,$$

где  $k = 0,9 \div 0,99$

Рассчитывается эффективная длительность

$$\tau_{\text{эф}} = t_2 - t_1$$

$$\bar{t} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t |s(t)| dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt}$$

$$t_1 = \bar{t} - \frac{\tau_{\text{эф}}}{2}$$

$$t_2 = \bar{t} + \frac{\tau_{\text{эф}}}{2}$$

## 20. Метод прямоугольника

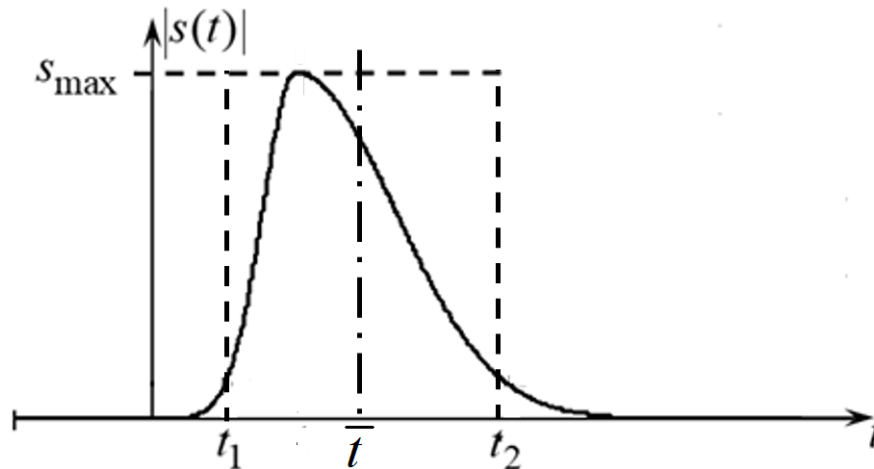
Отыскивается максимальное значение  $s_{max} = \max|s(t)|$ , центр симметрии  $\bar{t}$  и площадь под графиком сигнала

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt$$

Симметрично относительно  $\bar{t}$  строится прямоугольник, высота которого  $s_{max}$ , площадь совпадает с площадью под графиком сигнала.

Эффективная длительность рассчитывается как ширина прямоугольника

$$\tau_{эф} = t_2 - t_1 = \frac{1}{s_{max}} \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt$$



## 21. Метод малых площадей в хвостах

$$\bar{t} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t |s(t)| dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt} \rightarrow \tau_{\text{эф}}^0 = 2 \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)| dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt}} \rightarrow \left( \frac{\tau_{\text{эф}}^0}{2} \right)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)| dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)| dt \geq \int_{-\infty}^{\bar{t}-a} (t - \bar{t})^2 |s(t)| dt + \int_{\bar{t}+a}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)| dt$$

$$t \in (-\infty, \bar{t} - a] \cup [\bar{t} + a, +\infty) \rightarrow (t - \bar{t})^2 \geq a^2$$

$$\int_{-\infty}^{\bar{t}-a} (t - \bar{t})^2 |s(t)| dt + \int_{\bar{t}+a}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)| dt \geq a^2 \int_{-\infty}^{\bar{t}-a} |s(t)| dt + a^2 \int_{\bar{t}+a}^{+\infty} |s(t)| dt$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)| dt \geq a^2 \int_{-\infty}^{\bar{t}-a} |s(t)| dt + a^2 \int_{\bar{t}+a}^{+\infty} |s(t)| dt$$

## 22. Метод малых площадей в хвостах (продолжение)

$$a^2 \left( \int_{-\infty}^{\bar{t}-a} |s(t)| dt + \int_{\bar{t}+a}^{+\infty} |s(t)| dt \right) \leq \left( \frac{\tau_{\text{эф}}^0}{2} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt$$

$$a = \frac{k\tau_{\text{эф}}^0}{2}$$

$$\left( \int_{-\infty}^{\bar{t}-k\tau_{\text{эф}}^0/2} |s(t)| dt + \int_{\bar{t}+k\tau_{\text{эф}}^0/2}^{+\infty} |s(t)| dt \right) \leq \frac{1}{k^2} \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt$$

$$\tau_{\text{эф}} = k\tau_{\text{эф}}^0$$

$$\int_{-\infty}^{\bar{t}-\tau_{\text{эф}}/2} |s(t)| dt + \int_{\bar{t}+\tau_{\text{эф}}/2}^{+\infty} |s(t)| dt \leq \frac{1}{k^2} \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt$$

### Малые площади в хвостах

В зависимости от выбора значения  $k$ , “площадь в хвостах” графика, то есть при

$$t \notin [\bar{t} - \frac{\tau_{\text{эф}}}{2}; \bar{t} + \frac{\tau_{\text{эф}}}{2}],$$

для любого абсолютно-интегрируемого сигнала будет хотя бы в  $k^2$  раз меньше полной площади под графиком  $|s(t)|$ .



## 23. Метод малых площадей в хвостах (продолжение)

Рассчитывается

$$\bar{t} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t|s(t)|dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|dt}$$

Рассчитывается

$$\tau_{\text{эф}}^0 = 2 \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)|dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|dt}}$$

Эффективная длительность и  
интервал локализации

$$\tau_{\text{эф}} = k\tau_{\text{эф}}^0$$
$$t_1 = \bar{t} - \frac{\tau_{\text{эф}}}{2}; t_2 = \bar{t} + \frac{\tau_{\text{эф}}}{2}$$

## 24. Метод малых энергий в хвостах

$$\bar{t} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t |s(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt} \rightarrow \tau_{\text{эф}}^0 = 2 \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt}} \rightarrow \left( \frac{\tau_{\text{эф}}^0}{2} \right)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt}$$

$$\tau_{\text{эф}} = k \tau_{\text{эф}}^0 \rightarrow \int_{-\infty}^{\bar{t} - \tau_{\text{эф}}/2} |s(t)|^2 dt + \int_{\bar{t} + \tau_{\text{эф}}/2}^{+\infty} |s(t)|^2 dt \leq \frac{1}{k^2} \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt$$

$$E_s(-\infty, \bar{t} - \tau_{\text{эф}}/2) + E_s(\bar{t} + \tau_{\text{эф}}/2, +\infty) \leq \frac{E_s}{k^2}$$

### Малые энергии в хвостах

В зависимости от выбора значения  $k$ , “энергия в хвостах” графика, то есть при  $t \notin [\bar{t} - \frac{\tau_{\text{эф}}}{2}; \bar{t} + \frac{\tau_{\text{эф}}}{2}]$ ,

для любого квадратично-интегрируемого сигнала будет хотя бы в  $k^2$  раз меньше полной энергии сигнала.

## 25. Метод малых энергий в хвостах (продолжение)

Рассчитывается

$$\bar{t} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t |s(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt}$$

Рассчитывается

$$\tau_{\text{эф}}^0 = 2 \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt}}$$

Эффективная длительность и  
интервал локализации

$$\tau_{\text{эф}} = k \tau_{\text{эф}}^0$$
$$t_1 = \bar{t} - \frac{\tau_{\text{эф}}}{2}; t_2 = \bar{t} + \frac{\tau_{\text{эф}}}{2}$$

## Список литературы

### Основная литература

1. Радиотехнические цепи и сигналы: Учеб. для вузов / О. А. Стеценко. — М.: Высш. шк., 2007.
2. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для студентов радиотехн. спец. вузов / И. С. Гоноровский. — М.: Дрофа, 2006.
3. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для студентов радиотехн. спец. вузов / И. С. Гоноровский. — М.: Радио и связь, 1986.
4. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. для вузов / С. И. Баскаков. — М.: Высш. шк., 2000.

### Дополнительная литература

5. Теория радиотехнических цепей / Н. В. Зернов, В. Г. Карпов. — Л.: Энергия, 1972. — 816 с.: ил. — Библиогр.: с. 804 (15 назв.)
6. Сигналы. Теоретическая радиотехника: Справ. пособие / А. Н. Денисенко. — М.: Горячая линия - Телеком, 2005. — 704 с.
7. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. — М.: Наука, 1998. — 608 с.