

Практическое занятие №6

Контрольная работа №1

Тема: *«Аналитические функции. Решение уравнений».*

Цель. Проверить усвоение материала по теме *«Аналитические функции. Решение уравнений».*

Проверяется усвоение следующих понятий:

- комплексные числа, различные формы записи комплексного числа;
- функции комплексного переменного, основные элементарные функции комплексного переменного и их свойства;
- аналитическая функция, предел, непрерывность, дифференцируемость;
- условия Коши-Римана;
- гармоническая функция, ее связь с аналитической функцией;
- геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции комплексного переменного;
- конформное отображение.

Проверяется сформированность умений:

- выполнять действия с комплексными числами;
- находить модуль и аргумент комплексного числа;
- изображать линии и области на комплексной плоскости;
- исследовать функцию комплексного переменного на аналитичность;
- дифференцировать аналитическую функцию;
- устанавливать, будет ли функция гармонической;

- восстанавливать аналитическую функцию по заданной мнимой или действительной ее части;
- решать различные уравнения;
- находить модуль и аргумент производной аналитической функции комплексного переменного.

Отметим, что при решении задач контрольной работы №1, студент использует знания и умения по математическому анализу 1-го и 2-го семестров (теория пределов, теория дифференцирования и интегрирования). Также используются знания и умения по курсу «линейная алгебра и аналитическая геометрия»).

Примерный вариант контрольной работы №1

1) Вычислить:

а) $(-8 + 8i)^{100}$; б) $(3 - i\sqrt{3})^{-2i}$.

2) Решить уравнения:

а) $z^3 + 27i = 0$; б) $\sin 3z = 2$.

Ответы изобразить на комплексной плоскости.

3) Исследовать функцию на аналитичность:

а) $f(z) = iz^2 + 47i + 5\bar{z}$; б) $f(z) = ie^{iz} + 5i$.

4) Восстановить аналитическую функцию $f(z)$, если задана гармоническая функция $v = \operatorname{Im} f(z) = x^2 - y^2 + x$.

5) Изобразить на комплексной плоскости: $\operatorname{Re}(2/z) > 1$.

6). Найти коэффициент растяжения и угол поворота при отображении $w = f(z)$ в точке z_0 : $f(z) = 4z^2$, $z_0 = 1 - i$.

7). Теоретический вопрос (например, сформулировать определение аналитической функции в точке).

Указания к решению заданий типового варианта контрольной работы №1.

1а). Используется формула Муавра для возведения комплексного числа в степень n , где n - натуральное.

1б). Используются определения основных элементарных функций комплексного переменного.

2а). Используется действие извлечения корня из комплексного числа.

2б). Используются определения основных элементарных функций комплексного переменного, а также метод решения квадратного уравнения.

3а) и 3б). Используется определение аналитической функции. Используется теорема «условия Коши-Римана» и свойства аналитических функций.

4). Используется определение гармонической функции, теорема о связи аналитической и гармонической функций.

5). В подобных задачах используются действия с комплексными числами, понятие модуля и аргумента комплексного числа, понятия действительной и мнимой комплексного числа части.

6). Используется понятие геометрического смысла модуля и аргумента производной аналитической функции комплексного переменного.

7). Теоретический вопрос включает определение, формулировку теоремы (лекции №1-3).

При подготовке к контрольной работе №1 рекомендуется использовать материал лекций (№1-3) и практических занятий №1-4.

Рекомендуется прорешать задачи №1.1- 1.11 из пособия «Теория функций комплексного переменного», часть 1.

Пособие размещено на сайте кафедры ВМ-2

<http://vm-2.mozello.ru>

раздел «Математический анализ. 4 семестр».

Критерии оценки выполнения контрольной работы №1:

1. По контрольной ставится «зачет» или «незачет».
2. В контрольной всего 10 заданий (пункты рассматриваются как отдельные задачи).

«Зачет» ставится за правильное и подробно описанное решение как минимум **семи** задач, причем обязательно нужно решить хотя бы по одной задаче из №1,2,3 (т.е. из п.1 должно быть решено обязательно а) или б) и т.д.).