

ДИСЦИПЛИНА	Разработка и эксплуатация радиотелеметрических систем часть 1
	полное название дисциплины без аббревиатуры
ИНСТИТУТ	Радиотехнических и телекоммуникационных систем
КАФЕДРА	радиоволновых процессов и технологий
	полное название кафедры
ГРУППА/Ы	РССО-1-3-19; РРБО-1-2-19; РИБО-1-4-19
	номер групп/ы, для которых предназначены материалы
ВИД УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА	Лекция №1
	лекция; материал к практическим занятиям; контрольно-измерительные материалы к практическим занятиям; руководство к КР/КП, практикам
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ	Исаков Владимир Николаевич
	фамилия, имя, отчество
СЕМЕСТР	5
	указать номер семестра обучения

Лекция 1

1. Понятие сигнала. Детерминированные сигналы.

1.1. Основные задачи, решаемые радиотехническими системами. Понятие сигнала.

К основным задачам, решаемым радиотехническими системами (РТС), относится передача информации из одной точки пространства в другую и получение информации о местоположении и параметрах движения какого-либо объекта.

Упрощённая структурная схема радиотехнической системы передачи информации показана на рис.1.1.

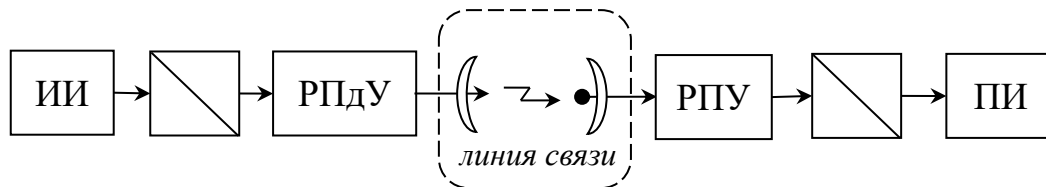


Рис.1.1. Структурная схема радиотехнической системы передачи информации

ИИ обозначает источник информации. Прямоугольник с диагональю обозначает преобразователь, который осуществляет преобразование первичного сигнала источника информации в электрический сигнал. Первичный сигнал может иметь, например, акустическую природу. Радиопередающее устройство (РПДУ) формирует сигнал, пригодный для передачи по линии связи. Переданный сигнал принимается радиоприёмным устройством (РПУ), которое освобождает его от помех. Сигнал с выхода РПУ преобразуется в форму, удобную для получателя информации (ПИ).

Упрощённо можно сказать, что подобным же образом организуется обмен информацией между двумя общающимися субъектами: источником информации является головной мозг, который управляет голосовым трактом. Сформированный акустический сигнал улавливается слуховым аппаратом собеседника, а в качестве приёмника информации выступает его головной мозг.

Определение местоположения и параметров движения внешних объектов составляет задачу локации. Решение задачи локации основано на формировании РПДУ локализованных в пространстве и времени сигналов и их излучении. При наличии цели (Ц), сигнал

частично переизлучается и поступает на вход РПУ. Собственно оценка местоположения и параметров движения цели осуществляется по результатам обработки принятого сигнала. Упрощённая структурная схема радиолокационной системы показана на рис.1.2.

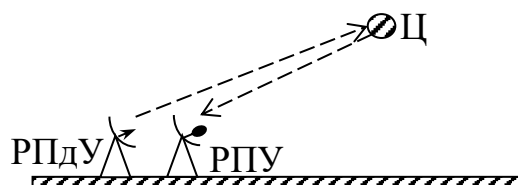


Рис.1.2. Структурная схема радиолокационной системы

Известны также виды локации с использованием акустических и гидроакустических сигналов.

Большое количество других примеров, а также обсуждение проблемы научного определения термина «информация» можно найти в книге Петрович Н.Т. Поговорим об информации. – М: «Молодая гвардия», 1973, которая рекомендуется в качестве дополнительного чтения.

Рассмотренные примеры показывают, что для решения задач передачи и получения информации необходим физический (материальный) носитель: информация консервируется или распространяется посредством структуризации материи. В качестве физического носителя может выступать либо некоторый физический процесс, либо особым образом структурированное вещество. Физический процесс, несущий информацию или предназначенный для её передачи называется сигналом.

1.2. Классификация сигналов

Сигналы подразделяют на детерминированные и случайные (рис.1.3). Детерминированным называется сигнал, характеристику которого можно определить в любой момент времени с вероятностью, равной единице. Детерминированный сигнал полностью определён, в частности известно его поведение в будущем. Случайные сигналы рассматриваются в курсе «Статистическая радиотехника». В дальнейшем в нашем курсе мы будем рассматривать только детерминированные сигналы.

Непериодический сигнал представляет собой однократно появляющийся на всём временном интервале импульс. Периодический сигнал является периодическим повторением непериодического.

Далее классификация сигналов будет продолжена по мере изучения характеристик и понятий, которые для этого необходимы.

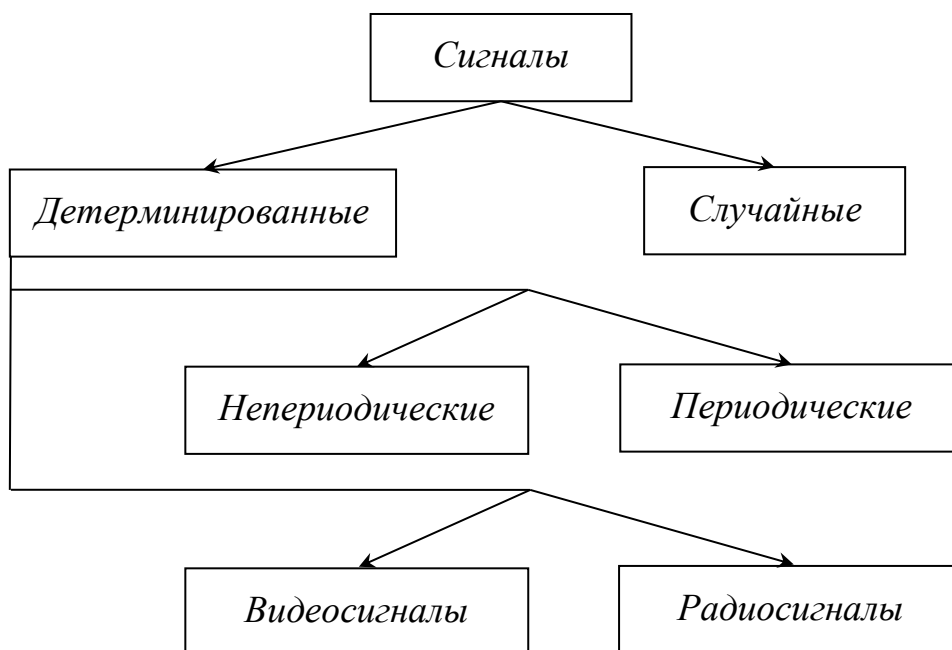


Рис.1.3. Классификация сигналов

1.3. Математическое описание сигналов

Математическим описанием сигнала является функция времени $s(t)$, которая отражает характер временного поведения какой-либо его характеристики, например, закон изменения во времени напряжения между какими-либо двумя узлами цепи или тока в какой-либо ветви цепи, с которой связан электромагнитный процесс. Что именно понимать под характеристикой сигнала, как физического процесса, определяется спецификой решаемой задачи.

Далее функцию $s(t)$ также будем называть сигналом. При изложенном подходе появляется возможность рассматривать сигналы безотносительно их природы.

В большинстве случаев сигнал оказывается представлен временной диаграммой (графиком характеристики, осциллограммой) и возникает задача построения математического выражения, соответствующего функции $s(t)$. Рассмотрим некоторые простые

преобразования и функции, которые при этом могут быть использованы.

1.3.1. Запаздывание/опережение сигналов

В теории сигналов часто встречается преобразование временной диаграммы сигнала, осуществляемое путём замены аргумента временной функции t на $t \pm t_0$, где $t_0 \geq 0$ называется параметром сдвига.

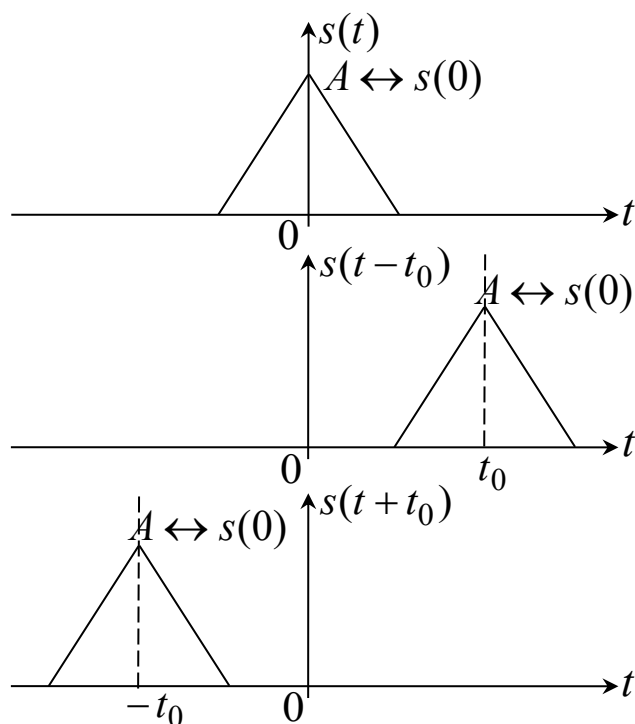


Рис.1.4. Запаздывание/опережение сигналов

Как видно из рис.1.4 такое преобразование соответствует смещению графика сигнала вдоль временной оси, при этом сигнал $s(t - t_0)$ появляется на временной оси позже, чем $s(t)$, то есть запаздывает относительно него, а $s(t + t_0)$ - раньше, чем $s(t)$, то есть опережает его. Для того, чтобы убедиться в этом достаточно рассмотреть произвольную точку графика сигнала, например, точку A , на рис.1.4, соответствующую моменту времени $t = 0$. На графиках для $s(t \pm t_0)$ этой точке будут соответствовать моменты времени $t = \mp t_0$, для которых получается значение $s(0)$. Аналогичные рассуждения можно провести для любой точки графика сигнала.

1.3.2. Изменение масштаба времени

Другой вид преобразования графика сигнала осуществляется заменой t на at , где $a > 0$ - параметр масштаба.

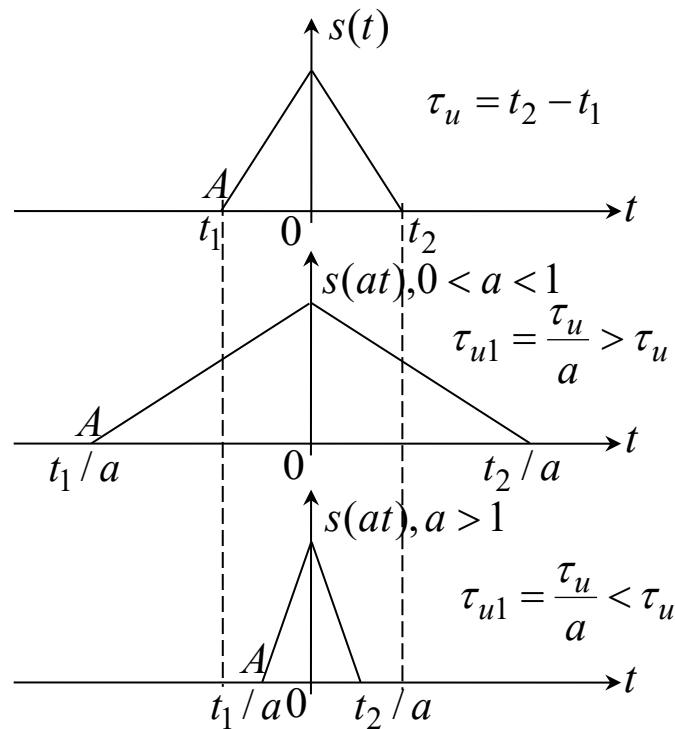


Рис.1.5. Изменение масштаба времени

Как видно из рис.1.5 такое преобразование соответствует изменению масштаба времени, а в случае непериодического сигнала – длительности сигнала. Рассматривая точку A графика сигнала, соответствующую моменту времени t_1 и значению сигнала $s(t_1)$ нетрудно убедиться, что при $0 < a < 1$ имеет место растяжение сигнала (увеличение длительности), а при $a > 1$ - сжатие (уменьшение длительности). При изменении масштаба времени длительность сигнала изменяется по закону

$$\tau_u(a) = \frac{\tau_u(1)}{a}. \quad (1.1)$$

1.3.3. Разрывные функции

1.3.3.1. Дельта-функция (функция Дирака)

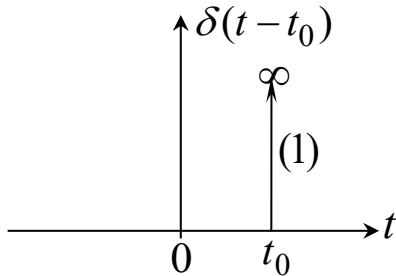


Рис.1.6. Дельта-функция

Дельта-функция является абстрактной функцией, представляет собой локализованную неопределённость, которой приписывают следующие свойства:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_0) dt = 1, \quad (1.2)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \delta(t - t_0) dt = s(t_0), \quad (1.3)$$

$$s(t) \delta(t - t_0) = s(t_0) \delta(t - t_0). \quad (1.4)$$

Свойство (1.2) условно означает, что площадь под графиком дельта-функции единична. Свойство (1.3) называется фильтрующим (селективным, выкалывающим) свойством дельта-функции.

График дельта-функции может быть изображён только условно, и мы его будем изображать, как показано на рис.1.6 в виде стрелки со значком бесконечности, рядом с которой в скобках указан коэффициент при дельта-функции.

1.3.3.2. Единичный скачок (функция Хевисайда)

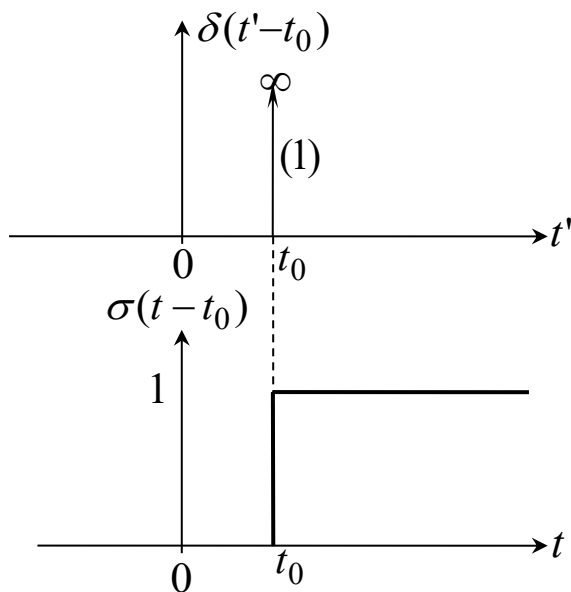


Рис.1.7. Единичный скачок

Единичный скачок определяется выражением:

$$\sigma(t - t_0) = \begin{cases} 1, & t > t_0 \\ 0, & t < t_0 \end{cases}. \quad (1.5)$$

График функции показан на рис.1.7. Ввиду того, что дельта-функция концентрирует единичную площадь под графиком на бесконечно коротком интервале, единичный скачок можно рассматривать как первообразную для дельта-

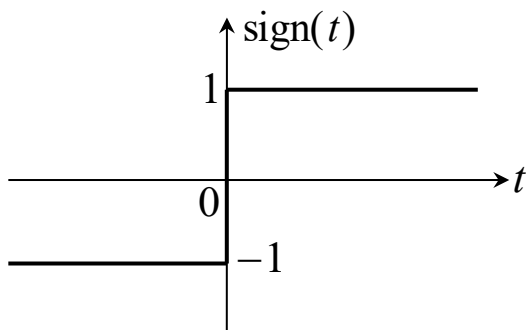
функции:

$$\sigma(t-t_0) = \int_0^t \delta(t'-t_0) dt', \quad (1.6)$$

а дельта-функцию, соответственно, - как производную функции Хевисайда:

$$\delta(t-t_0) = \frac{d}{dt} \sigma(t-t_0), \quad (1.7)$$

1.3.3.3. Знаковая функция (сигнум-функция)



Знаковая функция определяется выражением:

$$\text{sign}(t) = \begin{cases} -1, & t < 0 \\ 0, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad (1.8)$$

График функции показан на рис.1.8.

Рис.1.8. Знаковая функция

1.3.3.4. Прямоугольная функция (прямоугольный импульс)

Прямоугольная функция описывается выражением:

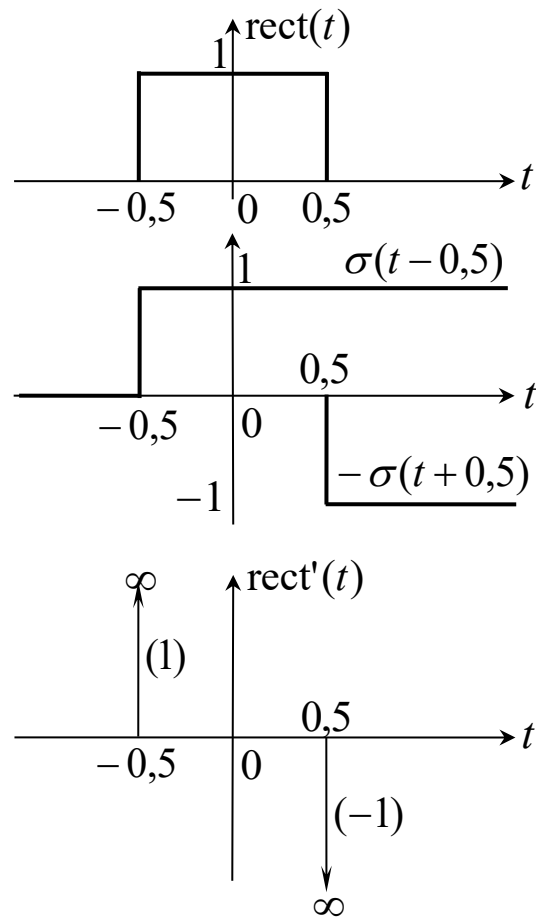
$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & |t| > \frac{1}{2} \end{cases}, \quad (1.9)$$

График функции показан на рис.1.9. Прямоугольную функцию можно представить как совокупность двух единичных скачков:

$$\text{rect}(t) = \sigma\left(t + \frac{1}{2}\right) - \sigma\left(t - \frac{1}{2}\right). \quad (1.10)$$

Полученное представление, с учётом (1.7), позволяет определить производную прямоугольной функции:

$$\text{rect}'(t) = \delta\left(t + \frac{1}{2}\right) - \delta\left(t - \frac{1}{2}\right). \quad (1.11)$$



*Рис.1.9. Прямоугольный импульс
и его производная*

1.4. Дифференцирование сигналов

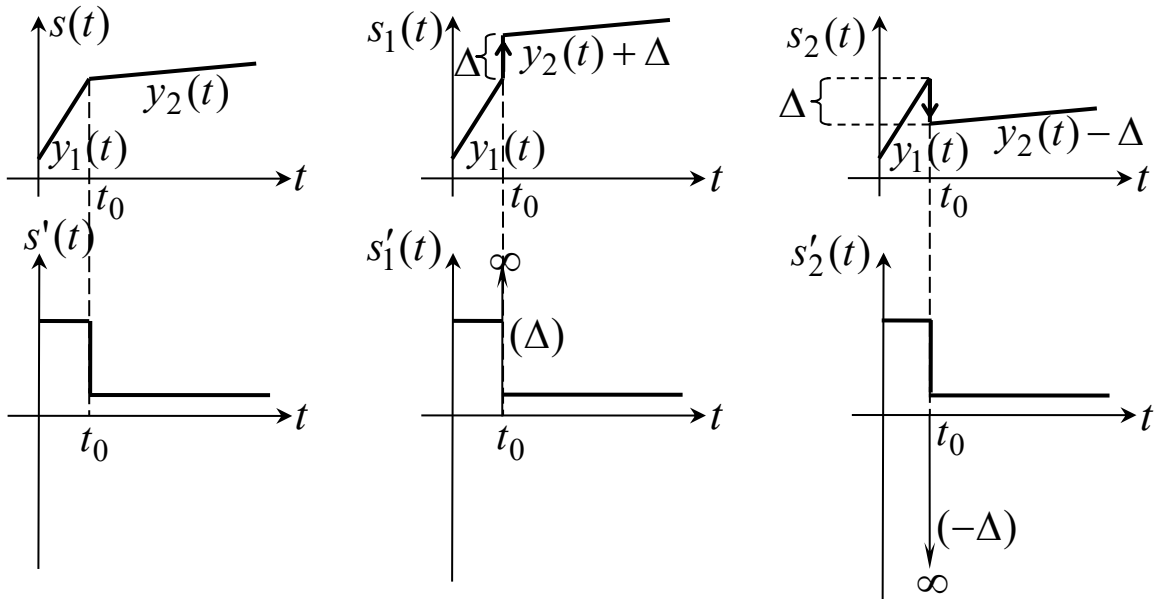


Рис.1.10. Дифференцирование сигналов

Введение дельта-функции позволяет формально рассматривать производные сигналов, на графиках которых имеют место разрывы. Получим правило дифференцирования таких сигналов.

На рис.1.10 представлены фрагменты графиков сигналов $s(t)$, $s_1(t)$ и $s_2(t)$ в окрестности точки t_0 . Сигнал $s(t)$ непрерывен и описывается выражением:

$$s(t) = \begin{cases} y_1(t), & t < t_0 \\ y_2(t), & t > t_0 \end{cases}.$$

Фрагменты $y_1(t)$ и $y_2(t)$ для наглядности изображены прямыми линиями.

Сигналы $s_1(t)$ и $s_2(t)$ имеют разрывы в точке t_0 , причём, при считывании графика сигнала $s_1(t)$ слева на право имеет место скачок вверх на Δ , а на графике сигнала $s_2(t)$ - скачок вниз на Δ . Рассматриваемые сигналы описываются выражениями:

$$s_{1,2}(t) = \begin{cases} y_1(t), & t < t_0 \\ y_2(t) \pm \Delta, & t > t_0 \end{cases} = s(t) \pm \Delta \sigma(t - t_0).$$

Сигнал $s(t)$ является непрерывным и его производная также показана на рис.1.10. Производные сигналов $s_1(t)$ и $s_2(t)$ могут быть определены с помощью полученного представления и свойства

(1.7):

$$s_{1,2}(t) = s'(t) \pm \Delta \delta(t - t_0).$$

В полученном выражении член $s'(t)$ соответствует дифференцированию сигналов без учёта разрыва в точке t_0 . Наличие же разрыва учитывается членом $\pm \Delta \delta(t - t_0)$.

Аналогичное рассмотрение может быть применено и к другим точкам разрыва на графике сигналов и, таким образом, приходим к общему правилу дифференцирования сигналов:

При дифференцировании сигнала сначала следует выделить его непрерывные фрагменты и выполнить дифференцирование. Для учёта точек разрыва к полученному результату добавляются дельта-функции, соответствующие абсциссам разрыва, с коэффициентами по абсолютной величине равными величине скачков. Если при рассмотрении графика сигнала слева направо скачок происходит вверх, то коэффициент при дельта-функции положительный. Если скачок происходит вниз - отрицательный.

1.5. Энергетические характеристики непериодических сигналов

Так как сигнал обычно ассоциируется с напряжением и током в цепи, то величина $p(t) = |s(t)|^2$, называемая мгновенной мощностью сигнала, имеет смысл мгновенной мощности, характеризующей выделение энергии на единичном активном сопротивлении. При этом на единичном активном сопротивлении на интервале времени $[t_1, t_2]$ выделяется энергия

$$E_s(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} |s(t)|^2 dt.$$

Энергия, которая выделяется на единичном активном сопротивлении за время действия всего импульса, называется полной энергией сигнала:

$$E_s = \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt.$$

Полная энергия физически реализуемого сигнала не может быть

бесконечной, поэтому

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt < \infty,$$

иначе – функция $s(t)$, которая описывает физически реализуемый сигнал должна быть квадратично-интегрируема.

1.6. Интервал локализации и длительность непериодического сигнала

Величина интервала, на котором локализован сигнал, называется его длительностью. В случае, когда сигнал имеет ограниченную длительность, интервал его локализации определён моментами времени, между которыми сигнал отличен от нуля. Однако, в общем случае могут рассматриваться сигналы, которые обращаются в нуль на бесконечности. Интервал локализации в таких случаях может быть определён только условно некоторым методом, предпочтительным в условиях более общей решаемой задачи, а величина этого интервала называется эффективной длительностью.

Рассмотрим различные методы определения интервала локализации сигнала и эффективной длительности.

1.6.1. Амплитудный метод

Амплитудный метод (рис.1.11) предполагает переход к модулю сигнала $|s(t)|$ и нахождение интервала локализации и длительности поэтапно:

1. Определяется максимальное значение сигнала $s_{\max} = \max |s(t)|$ и соответствующий ему момент времени t_m .
2. Задаётся уровень, ниже которого располагается несущественная часть сигнала μs_{\max} , обычно $\mu = 0,01 \div 0,1$ в зависимости от специфики основной задачи.
3. Определяются границы интервала локализации

$$|s(t < t_1)| < \mu s_{\max}; |s(t > t_2)| < \mu s_{\max}.$$
4. Рассчитывается эффективная длительность сигнала

$$\tau_{\text{эф}} = t_2 - t_1.$$

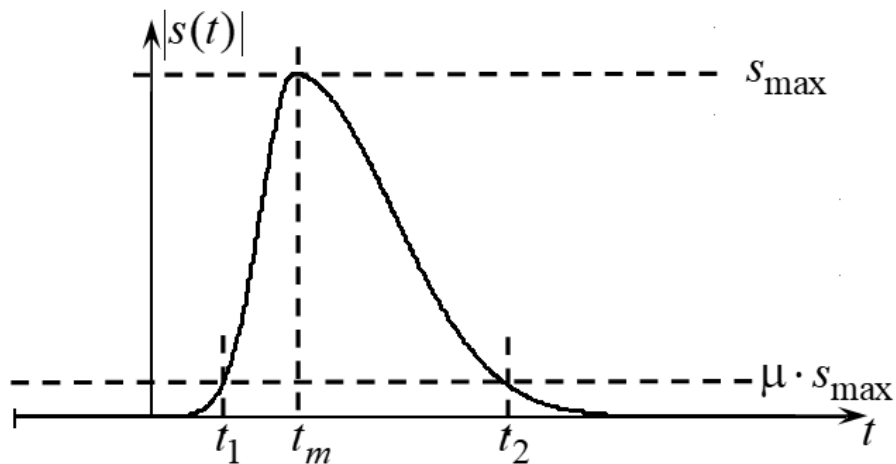


Рис.1.11. Определение интервала локализации сигнала амплитудным методом

1.6.2. Энергетический метод

В рамках энергетического метода интервалом локализации сигнала считается интервал, в котором сосредоточена заданная часть (90-99%) полной энергии сигнала, то есть границы интервала локализации удовлетворяют уравнению

$$E_s(t_1, t_2) = kE_s,$$

где $k = 0,9 \div 0,99$ - доля энергии, соответствующая интервалу локализации сигнала.

Записанное уравнение имеет две неизвестных t_1, t_2 и в общем случае не даёт однозначно границы интервала локализации. Тогда они предполагаются расположенными симметрично относительно центра симметрии сигнала

$$\bar{t} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t |s(t)| dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt},$$

определяемого нормированным степенным моментом сигнала первого порядка. При этом границы интервала локализации представляются в виде

$$t_1 = \bar{t} - \frac{\tau_{\text{эф}}}{2}, \quad t_2 = \bar{t} + \frac{\tau_{\text{эф}}}{2},$$

а исходное уравнение приводится к уравнению относительно одной переменной $\tau_{\text{эф}}$.

1.6.3. Метод прямоугольника

В рамках метода прямоугольника (рис.1.12) для нахождения интервала локализации сигнала $[t_1, t_2]$ строится прямоугольник, площадь которого равна площади под графиком модуля сигнала, ширина $\tau_{\text{эф}} = t_2 - t_1$ а высота – максимальному значению сигнала S_{max} :

$$(t_2 - t_1)S_{\text{max}} = \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt ,$$

откуда

$$\tau_{\text{эф}} = \frac{1}{S_{\text{max}}} \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt .$$

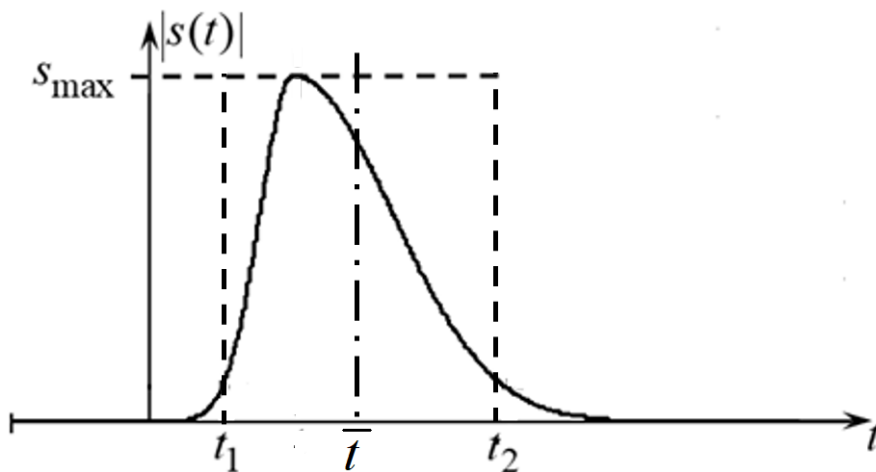


Рис.1.12. Определение интервала локализации сигнала методом прямоугольника

В общем случае одно записанное уравнение не позволяет определить границы интервала локализации сигнала, поэтому прямоугольник располагают симметрично относительно центра симметрии сигнала \bar{t} , при этом границы интервала локализации представляются в виде

$$t_1 = \bar{t} - \frac{\tau_{\text{эф}}}{2}, \quad t_2 = \bar{t} + \frac{\tau_{\text{эф}}}{2} .$$

1.6.4. Метод малых площадей в хвостах

Расположим интервал локализации сигнала симметрично относительно момента времени

$$\bar{t} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t |s(t)| dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt}$$

и введём параметр $\tau_{\text{эф}}^0$

$$\tau_{\text{эф}}^0 = 2 \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)| dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt}}.$$

При этом нормированный второй центральный степенной момент модуля сигнала представляется в виде:

$$\left(\frac{\tau_{\text{эф}}^0}{2} \right)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)| dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt}.$$

Поскольку в интеграле числителя подынтегральное выражение положительно, то для любого положительного a имеет место неравенство

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)| dt \geq \int_{-\infty}^{\bar{t}-a} (t - \bar{t})^2 |s(t)| dt + \int_{\bar{t}+a}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)| dt.$$

Далее, так как на интервалах $t \in (-\infty, \bar{t} - a] \cup [\bar{t} + a, +\infty)$ всюду $(t - \bar{t})^2 \geq a^2$, то

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\bar{t}-a} (t - \bar{t})^2 |s(t)| dt + \int_{\bar{t}+a}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)| dt &\geq \\ &\geq a^2 \int_{-\infty}^{\bar{t}-a} |s(t)| dt + a^2 \int_{\bar{t}+a}^{+\infty} |s(t)| dt, \end{aligned}$$

откуда

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)| dt \geq a^2 \int_{-\infty}^{\bar{t}-a} |s(t)| dt + a^2 \int_{\bar{t}+a}^{+\infty} |s(t)| dt,$$

или

$$a^2 \left(\int_{-\infty}^{\bar{t}-a} |s(t)| dt + \int_{\bar{t}+a}^{+\infty} |s(t)| dt \right) \leq \left(\frac{\tau_{\text{эф}}^0}{2} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt.$$

Представим параметр a в виде $a = \frac{k\tau_{\text{эф}}^0}{2}$, (где произвольное $k > 0$), тогда последнее неравенство переписывается как

$$\left(\int_{-\infty}^{\bar{t}-k\tau_{\text{эф}}^0/2} |s(t)| dt + \int_{\bar{t}+k\tau_{\text{эф}}^0/2}^{+\infty} |s(t)| dt \right) \leq \frac{1}{k^2} \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt.$$

Эффективная длительность сигнала в рамках метода малых площадей в хвостах определяется как

$$\tau_{\text{эф}} = k\tau_{\text{эф}}^0,$$

при этом последнее неравенство переписывается в виде

$$\int_{-\infty}^{\bar{t}-\tau_{\text{эф}}/2} |s(t)| dt + \int_{\bar{t}+\tau_{\text{эф}}/2}^{+\infty} |s(t)| dt \leq \frac{1}{k^2} \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt,$$

и раскрывает смысл указанного определения эффективной длительности. В левой части этого неравенства содержится суммарная площадь под графиком $|s(t)|$ содержащаяся вне интервала локализации сигнала $[\bar{t} - \tau_{\text{эф}}/2; \bar{t} + \tau_{\text{эф}}/2]$ - “площадь в хвостах” графика. В зависимости от выбора значения k неравенство гарантирует, что “площадь в хвостах” графика для любого абсолютно-интегрируемого сигнала будет хотя бы в k^2 раз меньше полной площади под графиком $|s(t)|$. Чаще всего выбирают $k = 3$, при этом в хвостах может находиться не более 10% полной площади под графиком сигнала.

1.6.5. Метод малых энергий в хвостах

Расположим интервал локализации сигнала симметрично относительно момента времени

$$\bar{t} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t |s(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt}$$

и введём параметр $\tau_{\text{эф}}^0$

$$\tau_{\text{эф}}^0 = 2 \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt}}.$$

При этом второй центральный степенной момент квадрата модуля сигнала представляется в виде:

$$\left(\frac{\tau_{\text{эф}}^0}{2} \right)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |s(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt}.$$

Рассуждая аналогично п.1.6.4, введём эффективную длительность сигнала

$$\tau_{\text{эф}} = k \tau_{\text{эф}}^0$$

и придём к неравенству

$$\int_{-\infty}^{\bar{t} - \tau_{\text{эф}}/2} |s(t)|^2 dt + \int_{\bar{t} + \tau_{\text{эф}}/2}^{+\infty} |s(t)|^2 dt \leq \frac{1}{k^2} \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt,$$

или

$$E_s(-\infty, \bar{t} - \tau_{\text{эф}}/2) + E_s(\bar{t} + \tau_{\text{эф}}/2, +\infty) \leq \frac{E_s}{k^2}.$$

Последнее неравенство показывает, что при выборе $[\bar{t} - \tau_{\text{эф}}/2; \bar{t} + \tau_{\text{эф}}/2]$ в качестве интервала локализации для любого квадратично-интегрируемого сигнала энергия, содержащаяся в хвостах (энергия вне интервала локализации), хотя бы в k^2 раз меньше полной энергии сигнала. Например, при $k = 3$ в хвостах

может находиться не более 10% полной энергии сигнала.

Литература

Основная литература

1. Радиотехнические цепи и сигналы: Учеб. для вузов / О. А. Стеценко. — М.: Высш. шк., 2007.
2. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для студентов радиотехн. спец. вузов / И. С. Гоноровский. — М.: Дрофа, 2006.
3. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для студентов радиотехн. спец. вузов / И. С. Гоноровский. — М.: Радио и связь, 1986.
4. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. для вузов / С. И. Баскаков. — М.: Высш. шк., 2000.

Дополнительная литература

5. Теория радиотехнических цепей / Н. В. Зернов, В. Г. Карпов. — Л.: Энергия, 1972. — 816 с.: ил. — Библиогр.: с. 804 (15 назв.)
6. Сигналы. Теоретическая радиотехника: Справ. пособие / А. Н. Денисенко. — М.: Горячая линия - Телеком, 2005. — 704 с.
7. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. — М.: Наука, 1998. — 608 с.