

## Практическое занятие №14

### Контрольная работа №2

Тема: *«Ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек (и.о.т). Вычеты».*

Цель. Проверить усвоение материала по теме *«Ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек (и.о.т). Вычеты».*

Проверяется усвоение следующих понятий:

- понятие степенного ряда с комплексными членами, его области сходимости;
- определение ряда Тейлора для функции комплексного переменного;
- теорема о представлении аналитической функции рядом Тейлора;
- разложения основных элементарных функций комплексного переменного в ряд Тейлора (Маклорена);
- определение ряда Лорана для функции комплексного переменного;
- теорема о представлении аналитической функции рядом Лорана;
- классификация иот функции на основе вычисления предела;
- классификация иот функции на основе главной части ряда Лорана;
- определение вычета, формулы его нахождения;
- основная теорема о вычетах.

Проверяется сформированность умений:

- раскладывать аналитическую функцию в ряд Тейлора, в ряд Лорана;
- определять тип иот функции на основе вычисления предела;
- определять тип иот функции на основе главной части ряда Лорана;
- вычислять вычеты в иот функции;

- применять основную теорему о вычетах.

Примерный вариант контрольной работы №2

1. Разложить функцию  $f(z) = \frac{1}{2z+5}$  в ряд Лорана в области  $|z| > 5/2$ .
2. Найти изолированные особые точки функции, указать их тип. Вычислить вычеты в этих точках:

$$\text{а) } f(z) = (z-3)^3 \cdot e^{\frac{7}{z-3}}; \quad \text{б) } f(z) = \frac{e^{3z}-1}{z^2(z^2+4)}.$$

3. Вычислить интегралы, используя основную теорему о вычетах:

$$\text{а) } \int_L \frac{\cos 5z-1}{z^2(z^2+1)} dz, \quad L: |z+i|=1,5.$$

$$\text{б) } \int_L \frac{z}{\sin z} dz, \quad L: |z+2|=3.$$

4. Теоретический вопрос (основные определения и теоремы (без доказательства) из лекций №5-10.

Указания к решению заданий типового варианта контрольной работы №2.

1. Использовать стандартные разложения основных элементарных функций комплексного переменного в ряд Тейлора (Маклорена).

2а). Разложить заданную функцию в ряд Лорана.

2б). Использовать классификацию иот функции на основе вычисления предела.

3а) и б). Использовать основную теорему о вычетах.

4). Теоретический вопрос включает определение, формулировку теоремы (лекции №5-10) из списка:

- определение ряда Тейлора для функции комплексного переменного;

- теорема о представлении аналитической функции рядом Тейлора;
- разложения основных элементарных функций комплексного переменного в ряд Тейлора (Маклорена);
- определение ряда Лорана для функции комплексного переменного;
- теорема о представлении аналитической функции рядом Лорана;
- классификация иот функции на основе вычисления предела;
- классификация иот функции на основе главной части ряда Лорана;
- определение вычета, формулы его нахождения;
- основная теорема о вычетах.

При подготовке к контрольной работе №2 рекомендуется использовать материал лекций (№5-10) и практических занятий №7-12.

Рекомендуется прорешать задачи №1.13- 1.16 из пособия «Теория функций комплексного переменного», часть 1.

Также следует прорешать задачи №2.5 и 2.6 из части 2 (типовой расчет).

Пособие размещено на сайте кафедры ВМ-2

<http://vm-2.mozello.ru>

раздел «Математический анализ. 4 семестр».

Критерии оценки выполнения контрольной работы №2:

1. По контрольной ставится «зачет» или «незачет».
2. В контрольной всего 6 заданий (пункты рассматриваются как отдельные задачи).

«Зачет» ставится за правильное и подробно описанное решение как минимум **четырех** заданий, *причем обязательно нужно решить хотя бы по одной задаче из №2 и 3 (т.е. из п.2 должно быть решено обязательно а) или б) и т.д.).*