

В.В. СТЕРЛЯДКИН, К.В. КУЛИКОВСКИЙ

**ФИЗИКА
ЧАСТЬ I
МЕХАНИКА
МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА
ТЕРМОДИНАМИКА**

Курс лекций по физике

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Москва- 2017

УДК 531+539.1+536
ББК 22.2+22.36+22.317

Стерлядкин В.В., Куликовский К.В. Физика. Часть 1. Механика, молекулярная физика, термодинамика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Стерлядкин В.В., Куликовский К.В. – М.: Московский технологический университет (МИРЭА), 2017. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

Учебное пособие представляет собой курс лекций по физике, в котором изложены основы курса физики, разделы «механика», «молекулярная физика» и «термодинамика».

Предназначено для студентов всех специальностей дневной, вечерней и заочной формы обучения.

Учебное пособие издается в авторской редакции.

Авторский коллектив: Стерлядкин Виктор Вячеславович, Куликовский Константин Владимирович

Рецензенты:

Заведующий отделом Исследования Земли из космоса, д.ф.-м.н., профессор Шарков Е.А.
К.ф.-м.н., с.н.с. ИКИ РАН, доцент кафедры РТ и РС ВлГУ, Садовский И.Н.

*Издается в электронном виде по решению редакционно-издательского совета
Московского технологического университета.*

Минимальные системные требования:

Наличие операционной системы Windows, поддерживаемой производителем.

Наличие свободного места в оперативной памяти не менее 128 Мб.

Наличие свободного места в памяти хранения (на жестком диске) не менее 30 Мб.

Наличие интерфейса ввода информации.

Дополнительные программные средства: программа для чтения pdf-файлов (Adobe Reader).

Подписано к использованию по решению Редакционно-издательского совета

Московского технологического университета от _____ 2017 г.

Тираж 10

© Стерлядкин В.В., Куликовский К.В., 2017

© Московский технологический университет (МИРЭА), 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|----|
| ОГЛАВЛЕНИЕ | 1 |
| ЧАСТЬ 1. ОСНОВЫ МЕХАНИКИ | 5 |
| ЛЕКЦИИ 1. КИНЕМАТИКА | 6 |
| 1.1. Перемещение, скорость, ускорение..... | 7 |
| 1.2. Перемещение..... | 8 |
| 1.3. Скорость | 9 |
| 1.4. Ускорение..... | 11 |
| 1.5. Тангенциальная и нормальная составляющие ускорения..... | 11 |
| 1.6. Угловая скорость и угловое ускорение | 13 |
| ЛЕКЦИЯ 2. ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ..... | 14 |
| 2.1. Первый закон Ньютона..... | 14 |
| 2.2. Второй закон Ньютона..... | 15 |
| 2.3. Третий закон Ньютона | 16 |
| 2.4. Силы..... | 16 |
| 2.4.1. Силы тяготения..... | 16 |
| 2.4.2. Силы трения | 17 |
| 2.4.3. Упругие силы | 17 |
| 2.5. Закон изменения импульса и закон сохранения импульса | 18 |
| 2.6. Центр масс и закон его движения..... | 19 |
| ЛЕКЦИЯ 3. РАБОТА. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ | 20 |
| 3.1. Работа..... | 20 |
| 3.2. Консервативные и неконсервативные силы | 22 |
| 3.3. Потенциальная энергия материальной точки..... | 23 |
| 3.4. Потенциальная энергия системы материальных точек | 24 |
| 3.5. Примеры | 24 |
| 3.5.1. Потенциальная энергия тела в однородном поле тяжести..... | 24 |
| 3.5.3. Потенциальная энергия гравитационного притяжения двух материальных точек массой M и m | 25 |
| ЛЕКЦИЯ 4. ЗАКОН ИЗМЕНЕНИЯ И ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ПОЛНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ..... | 26 |
| 4.1. Кинетическая энергия. Теорема об изменении кинетической энергии системы..... | 26 |
| 4.2. Закон изменения и закон сохранения полной механической энергии..... | 27 |
| 4.3. Упругое и неупругое столкновение..... | 28 |
| 4.4. Общефизический закон сохранения энергии | 29 |
| ЛЕКЦИИ 5. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА | 30 |
| 5.1. Поступательное и вращательное движение твердого тела | 30 |
| 5.2. Момент силы и момент импульса относительно неподвижной точки | 30 |
| 5.3. Закон изменения момента импульса. (Уравнение моментов) | 31 |
| 5.4. Закон сохранения момента импульса..... | 32 |
| 5.5. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Момент инерции. Теорема Штейнера | 33 |
| 5.6. Кинетическая энергия при вращении тела вокруг оси..... | 35 |

| | |
|--|----|
| 5.7. Кинетическая энергия тела при плоском движении..... | 36 |
| 5.8. Работа внешних сил при вращении твердого тела..... | 36 |
| РАЗДЕЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА | 37 |
| ЛЕКЦИЯ 6. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ | 37 |
| 6.1. Статистический и термодинамический методы исследований | 37 |
| 6.2. Основные понятия. Уравнение состояния идеального газа | 38 |
| 6.3. Вывод основного уравнения молекулярно-кинетической теории | 39 |
| 6.4. Молекулярно-кинетическое толкование температуры | 40 |
| 6.5. Статистические распределения..... | 41 |
| ЛЕКЦИЯ 7. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МОЛЕКУЛ ПО ПАРАМЕТРАМ. ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ И РАБОТА ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА | 42 |
| 7.1. Барометрическая формула. Классическое распределение Больцмана | 42 |
| 7.2. Распределение молекул по скоростям. Распределение Максвелла-Больцмана..... | 44 |
| 7.3. Степени свободы молекулы. Внутренняя энергия и теплоёмкость идеального газа | 45 |
| 7.4. Работа идеального газа | 46 |
| ЛЕКЦИЯ 8. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ | 48 |
| 8.1. Основные понятия | 48 |
| 8.2. Количество теплоты. Первое начало термодинамики..... | 48 |
| 8.3. Теплоёмкость | 49 |
| 8.4. Адиабатный процесс | 50 |
| 8.5. Обратимые и необратимые процессы. | 50 |
| Второе начало термодинамики | 50 |
| 8.6. Циклы. Тепловая и холодильная машины | 51 |
| 8.7. Цикл Карно..... | 52 |
| 8.8. Энтропия..... | 53 |
| 8.9. Статистический смысл энтропии и второго начала термодинамики..... | 54 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ, (СТО)..... | 55 |
| П.1.1. Постулаты СТО (постулаты Эйнштейна) | 55 |
| П.1.2. Преобразования Лоренца..... | 56 |
| П.1.3. Преобразование и сложение скоростей..... | 58 |
| П.1.4. Понятие о релятивистской динамике | 59 |
| П.1.5. Выводы по специальной теории относительности | 60 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА..... | 60 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ 3. РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ..... | 63 |
| П.3.1. Взаимодействие молекул реальных газов..... | 63 |
| П.3.2. Уравнение состояния Ван-дер-Ваальса..... | 64 |
| П.3.3. Изотермы реальных газов. Фазы. Фазовые переходы. | 65 |
| П.3.4. Фазовые диаграммы Р - Т. Тройная точка | 67 |
| ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ | 68 |

ЧАСТЬ 1. ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Введение

Мы не будем говорить о важности физики и о том, что это базовая, фундаментальная дисциплина. Хотелось бы несколькими примерами показать, что физика – это воззрение на мир, это своего рода посвящение в тайны природы.

Если дворовый футболист-мастер сильно ударит по воротам и промахнётся, то мяч может влететь в правое окно, либо в левое окно дома, находящегося за воротами. Если же мы волшебной палочкой уменьшим всё так, что и мяч и окна приобретут масштаб электрона, то этот мяч, оказывается, влетит в оба окна одновременно. Связано это с тем фактом, что все частицы размазаны в пространстве и представляют собой некоторое облако или набор волн. Однако заметным это становится только для малых частиц, имеющих масштаб электрона. А волна, естественно, уже может влетать одновременно во все окна, которые лежат у неё на пути. В этом вы сможете убедиться на лабораторных работах по физике.

Если разогнать трёхметрового крокодила до скорости близкой к скорости света, то его длина может уменьшиться в 100 раз, а толщина крокодила при этом останется неизменной.

В настоящее время вселенная расширяется, причём более далёкие от центра части разлетаются быстрее тех, которые расположены ближе к центру. Если рассчитать движение частей вселенной в прошлом, то выясняется, что все части разлетаются примерно из одной точки. Отсюда возникла теория «Большого взрыва» вселенной. Существует теория, что Вселенная родилась «из ничего» и в течение очень короткого времени за счёт серии инфляций (разрастаний) возникла масса, а также связанные с нею пространство и время. По последним данным возраст вселенной составляет около 15 миллиардов лет.

По скорости разлета Вселенной и теории относительности получается, что во Вселенной существуют не только видимая материя, но и «темная» материя, частицы которой либо очень слабо взаимодействуют с обычной материей, либо невидимы, «темные». Например «черные дыры», которые не выпускают даже свет из-за очень сильного гравитационного притяжения. Расчеты показывают, что видимая часть материи, звезды, межзвездный газ, составляют около 5 % общей энергии, а «темная», материя составляет около 25% полной энергии Вселенной. Обнаружили темную материю по скорости вращения галактик. Остальную часть энергии Вселенной составляет «темная» энергия (70%).

По последним данным оказывается, что скорость расширения Вселенной увеличивается. Предполагается, что это можно объяснить энергией, которая приписывается «чистому» вакууму. Эту энергию назвали «темной» энергией, она равномерно разлита по всей Вселенной и обладает отрицательным давлением, которое и приводит к антигравитации и дополнительному расталкиванию материи от центра Вселенной. Однако в настоящее время эти предположения еще не являются окончательно установленными и общепринятыми. Физика продолжает с любопытством познавать природу окружающего мира.

Перечисленные факты настолько необычны, что кажутся из области фантастики. На самом деле таковы свойства мира, в котором мы живём. Мы надеемся, что курс физики, который мы обсудим на лекциях, семинарах и в лабораториях поможет вам глубже понять красоту окружающего мира и научит вас жить в гармонии с вселенной.

Приведем пример того, как знание физики позволяет лучше понимать мир и даже делать окружающий мир более удобным для себя. Возьмем известный всем со школы 2-й закон Ньютона. Он звучит так: изменение импульса тела $\Delta \vec{P}$ определяется произведением вектора силы \vec{F} , действующей на тело, и времени действия силы Δt .

$$\Delta \vec{P} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Причем эта формула векторная – изменение импульса направлено именно туда, куда направлена сила. Как этот закон применять в жизни? Приведем пример:

Вам не нравятся отношения, которые сложились с друзьями. Например, вас дразнят. Если Вы не дадите отпор, значит, сила в формуле равна нулю, и отношение к вам изменяться не будет. Для изменения отношений при всяком удобном случае вы должны показать, что шутки друзей вам не нравятся, что терпеть их вы не намерены, это создает силу, которая вызовет изменение отношения к вам со стороны друзей. Причем, важно это сделать не один раз, а при всяком удобном случае. Это дает второй фактор в нашей формуле – время действия силы Δt . В результате Вы получите требуемый эффект.

Важно помнить, что любой результат определяется силой и временем её действия. Это второй закон Ньютона, примененный к жизни.

Этот закон интуитивно используют женщины. Известна шутка, что сила женщин заключается не в том, что они говорят, а в том сколько раз они это повторяют. Значит, даже малая сила при длительном влиянии дает результат.

ЛЕКЦИИ 1. КИНЕМАТИКА

В первом семестре мы будем изучать **классическую** механику, которая изучает макроскопические тела $m > 10^{-15} \text{ кг}$, движущиеся со скоростями V много меньшими скорости света ($V \ll c$). Скорость света в вакууме приблизительно равна $3 \cdot 10^8 \text{ м/с}^2$.

Законы **классической** механики начинают нарушаться для малых тел $m < 10^{-15} \text{ кг}$. Как мы уже отмечали, у малых тел начинают проявляться волновые свойства, для описания которых необходимо применять законы **квантовой** механики.

При больших скоростях тел ($V \sim c$) **классические** законы также несправедливы: ход времени не является одинаковым в различных системах отсчета,

для движущихся предметов он замедляется, сокращаются длины предметов и т.д. Здесь необходимо использовать **релятивистскую механику**.



Рассмотрим некоторые физические понятия. Здесь и далее курсивом мы будем выделять определения физических терминов и величин.

Материальной точкой называют тело, размерами и формой которого в данной задаче можно пренебречь. (Пример: движение планет вокруг Солнца).

Абсолютно твёрдым телом называют тело, у которого расстояние между любыми двумя точками неизменно.

Система отсчёта – это «абсолютно твёрдая» система координат, снабженная часами.

1.1. Перемещение, скорость, ускорение

Механическое движение – это изменение взаимного расположения тел в пространстве с течением времени.

Движение материальной точки по отношению к системе отсчёта можно задать:

1) **векторным** способом через радиус-вектор (1.1):

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad (1.1)$$

где t – время.

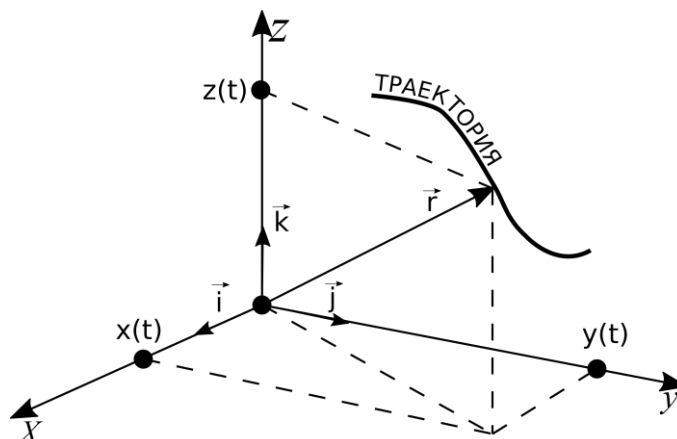


Рисунок 1.1 Траектория движения материальной точки

Радиус-вектор – это вектор, проведённый из начала координат в данную точку пространства.

2) **координатным** способом через проекции радиус-вектора на оси координат:

$$x = x(t) \quad y = y(t) \quad z = z(t) \quad (1.2)$$

Эти способы взаимосвязаны между собой:

$$\vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{i} + y(t) \cdot \vec{j} + z(t) \cdot \vec{k}, \quad (1.3)$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - **единичные векторы (орты)**, направленные по осям x, y, z , соответственно.

Множество точек пространства, через которые последовательно проходит материальная точка, называют **траекторией** (рис. 1.1).

Любой малый участок траектории можно считать лежащим в одной плоскости, поэтому далее рассмотрим плоское движение, в котором траектория лежит в одной плоскости.

1.2. Перемещение

По определению **перемещением** материальной точки за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ называют вектор (1.4):

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1) \quad (1.4)$$

Вектор $\Delta \vec{r}$ (рис. 1.2) соединяет точки, заданные векторами $\vec{r}(t_1)$ и $\vec{r}(t_2)$.

Путь ΔS – это длина дуги траектории. При $\Delta t \rightarrow 0$, $\Delta S \rightarrow \Delta r$.

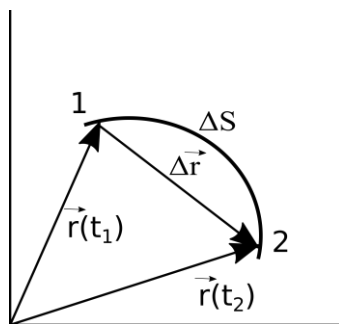


Рисунок 1.2. Путь ΔS и перемещение $\Delta \vec{r}$ материальной точки

Примечание. Напомним сложения и вычитания векторов.

Векторы \vec{a} и \vec{b} (рис.1.3), складываются как путь в лесу: в лесу мы вышли из некоторой точки O и прошли в направлении вектора \vec{a} всю его длину, например, 3 километра. Затем повернули и прошли в направлении вектора \vec{b} всю его длину, например, 4 километра. В результате мы оказались в точке K .

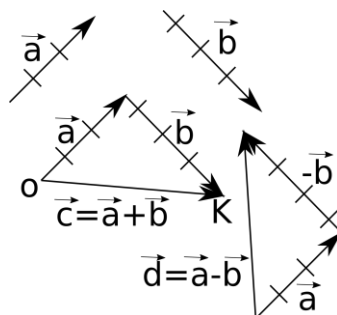


Рисунок 1.3. Сложение векторов

Два отрезка пути можно заменить одним результирующим перемещением из точки O в конечную точку K . Это и есть результирующий вектор \vec{c} , который равен сумме векторов \vec{a} и \vec{b} : $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

Аналогично можно сложить любое количество векторов, поочерёдно «проходя в лесу» каждый из них, и заменяя все перемещения одним результирующим.

Вычитание векторов основано на том факте, что вектор $-\vec{b}$ имеет противоположное по отношению к вектору \vec{b} направление. Разность $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ представим как сумму: $\vec{d} = \vec{a} + (-\vec{b})$ и сложим векторы \vec{a} и $(-\vec{b})$ (рис 1.3).

1.3. Скорость

По определению **скорость** \vec{V} материальной точки есть производная её радиус-вектора по времени, т.е.:

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1.5)$$

Производная есть предел отношения $\Delta\vec{r}/\Delta t$ при Δt стремящемся к нулю. Обозначают это так:

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} \quad (1.6)$$

Нередко в физике производную функции по времени обозначают точкой сверху над этой функцией. Но мы на лекциях такие обозначения использовать не будем.

Для определений типа (1.5) следует научиться формулировать их физический смысл. Для этого достаточно принять знаменатель $dt = 1c$. Тогда получим

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{1c}.$$

Вектор скорости V численно равен перемещению, производимому за единицу времени. Строго говоря, брать бесконечно малый промежуток времени $dt = 1c$ не совсем корректно, однако такой способ позволяет легко расшифровать физический смысл многих формул.

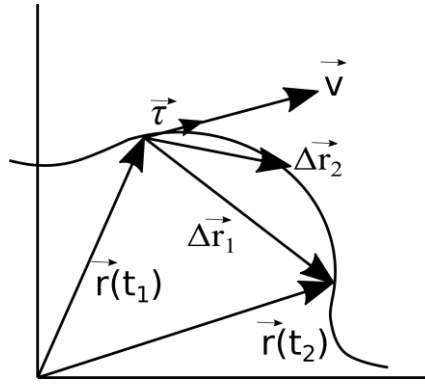


Рисунок 1.4. При уменьшении Δt , $\Delta \vec{r}$ также уменьшается и стремится по направлению к касательной $\vec{\tau}$

На рис. 1.4 можно увидеть, что при уменьшении Δt материальная точка успевает пройти меньший путь $\Delta \vec{r}$, а направление вектора $\Delta \vec{r}$ стремится к касательной к траектории в точке $\vec{r}(t_1)$. По этой причине вектор скорости всегда направлен по касательной к траектории. Если ввести единичный вектор касательной $\vec{\tau}$ (модуль $|\vec{\tau}|=1$), то можно написать:

$$\vec{V} = |\vec{V}| \cdot \vec{\tau} = V \cdot \vec{\tau} \quad (1.7)$$

Примечание. Напомним правила дифференцирования произведения.

Производные от произведения двух функций $\frac{d[f(t) \cdot g(t)]}{dt}$ вычисляется по правилу:

$$\frac{d[f \cdot g]}{dt} = \frac{df}{dt} \cdot g + f \cdot \frac{dg}{dt}$$

Если один из сомножителей – константа, то константу можно вынести за знак производной.

Например, если $\alpha = \text{const}$, то $\frac{d[\alpha \cdot f(t)]}{dt} = \alpha \cdot \frac{df(t)}{dt}$.

Из (1.5) и (1.3) получим (учтём, что единичные векторы и векторы $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – константы, и их можно вынести за знак производной):

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}) = \vec{i} \cdot \frac{dx}{dt} + \vec{j} \cdot \frac{dy}{dt} + \vec{k} \cdot \frac{dz}{dt} = \vec{i} \cdot V_x + \vec{j} \cdot V_y + \vec{k} \cdot V_z \quad (1.8)$$

где $V_x = \frac{dx}{dt}$, $V_y = \frac{dy}{dt}$, $V_z = \frac{dz}{dt}$ – являются проекциями вектора скорости на оси координат.

Вектор средней скорости за интервал времени Δt вычисляется так:

$$\vec{V}_{cp} = \Delta \vec{r} / \Delta t, \quad \text{где } \Delta \vec{r} - \text{перемещение за время } \Delta t.$$

Средняя путевая скорость вычисляется как $V_{\text{ср.пути}} = \Delta S / \Delta t$, где ΔS – весь путь, пройденный телом за все время Δt .

Единицы измерения скорости $[V] = \text{м} / \text{с}$.

1.4. Ускорение

По определению **ускорение** \vec{a} материальной точки есть производная её скорости по времени или

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \quad (1.9)$$

Поскольку скорость \vec{V} – сама является производной радиус-вектора, то \vec{a} является второй производной радиус-вектора.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \quad (1.10)$$

С учётом (1.8) получим:

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{i} \cdot V_x + \vec{j} \cdot V_y + \vec{k} \cdot V_z) = \vec{i} \cdot \frac{dV_x}{dt} + \vec{j} \cdot \frac{dV_y}{dt} + \vec{k} \cdot \frac{dV_z}{dt} = \\ &= \vec{i} \cdot a_x + \vec{j} \cdot a_y + \vec{k} \cdot a_z \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$\text{, где } a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{dV_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2} \quad \text{являются}$$

проекциями вектора ускорения на оси координат.

Расшифруем физический смысл формулы (1.9). Для этого берём знаменатель $dt = 1\text{с}$ и получаем: $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{1\text{с}}$. Вектор ускорения \vec{a} численно равен приращению вектора скорости за единицу времени. Единица измерения ускорения: $[a] = \text{м} / \text{с}^2$.

1.5. Тангенциальная и нормальная составляющие ускорения

Из соотношений (1.7) и (1.9) можно получить: (здесь $\vec{\tau}$ не является константой, поскольку он скользит по траектории)

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d(V \cdot \vec{\tau})}{dt} = \frac{dV}{dt} \cdot \vec{\tau} + V \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt} \quad (1.12)$$

Можно показать, что производная $\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \frac{V}{R} \cdot \vec{n}$, где R – радиус кривизны траектории, \vec{n} – единичный вектор нормали к траектории.

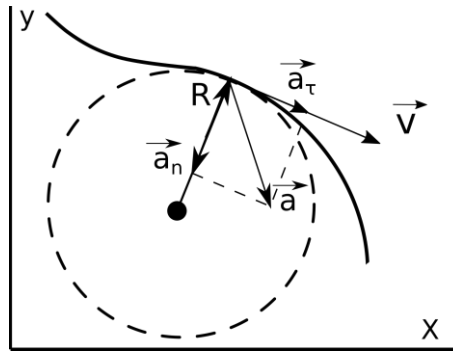


Рисунок 1.5. Полное ускорение \vec{a} и его составляющие \vec{a}_n и \vec{a}_τ

Радиус кривизны траектории – это радиус R такой окружности, которая вписывается в данный участок траектории.

С учетом последнего замечания (1.12) принимает вид:

$$\vec{a} = \frac{dV}{dt} \cdot \vec{\tau} + \frac{V^2}{R} \cdot \vec{n} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \quad (1.13)$$

Итак, ускорение можно всегда разложить на две составляющие: \vec{a}_τ - **тангенциальное ускорение**, направленное по касательной к траектории и на **нормальное ускорение** \vec{a}_n , перпендикулярное к траектории.

$|\vec{a}_\tau| = a_\tau = \frac{dV}{dt}$ - **тангенциальное ускорение** приводит к изменению модуля скорости.

$|\vec{a}_n| = a_n = \frac{V^2}{R}$ - **нормальное ускорение** приводит к изменению направления скорости.

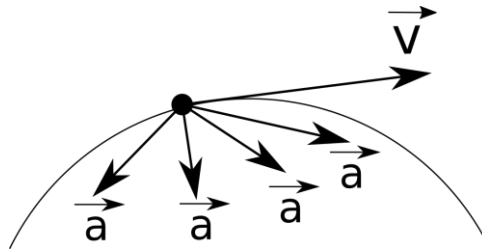


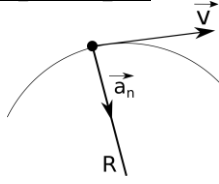
Рисунок 1.6. Ускорение \vec{a} направлено в сторону вогнутости траектории

Модуль **полного ускорения** a можно выразить через \vec{a}_n и \vec{a}_τ :

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{dV}{dt}\right)^2 + \left(\frac{V^2}{R}\right)^2} \quad (1.14)$$

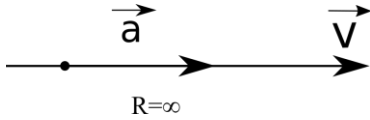
Полное ускорение всегда направлено в сторону вогнутости траектории. (Рис. 1.6.)

Пример 1: Равномерное движение по окружности $V=\text{const}$



$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = 0 \quad ; \quad a_n = \frac{V^2}{R} \quad ; \quad \vec{a} = \vec{a}_n$$

Пример 2: Равноускоренное движение по прямой, $a=\text{const}$. Для прямой радиус кривизны $R=\infty$.



$$a_\tau = \frac{dV}{dt} \quad ; \quad a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{V^2}{\infty} = 0 \quad ; \quad \vec{a} = \vec{a}_\tau$$

1.6. Угловая скорость и угловое ускорение

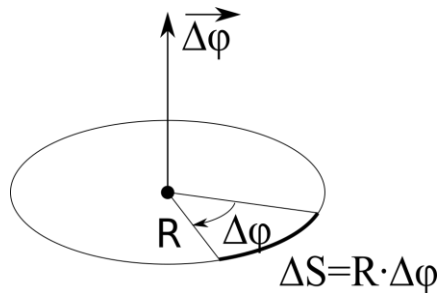


Рисунок 1.7. Вектор угла поворота $\Delta\phi$ перпендикулярен плоскости вращения, а направление определяется по правилу буравчика.

Рассмотрим движение материальной точки по окружности радиуса R .

Введем вектор угла поворота $\vec{\Delta\phi}$, который направлен по оси вращения и соответствует правилу буравчика. Угол измеряется в радианах $[\Delta\phi]=\text{рад}$. (Угол в 1 радиан = 57.3°).

По определению **угловой скорости $\vec{\omega}$** (омега) называют производную угла поворота по времени.

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt} \quad (1.15)$$

(Физический смысл) **Угловая скорость** численно равна углу поворота за единицу времени. Единица измерения угловой скорости $[\omega]=\text{рад/с}$.

Так как длина дуги dS связана с углом поворота $d\phi$ соотношением

$$dS = R \cdot d\phi, \text{ где } R=\text{const, то} \quad V = \frac{dS}{dt} = R \cdot \frac{d\phi}{dt} = R \cdot \omega$$

Мы получили связь линейной скорости точки V с её угловой скоростью вращения:

$$|V| = R \cdot |\omega| \quad (1.16)$$

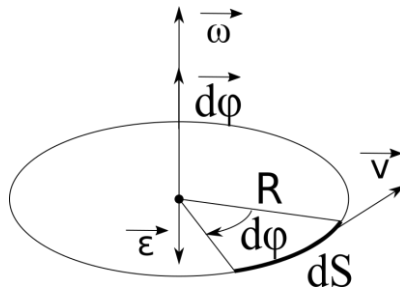


Рисунок 1.8. Векторы угловой скорости $\vec{\omega}$ и углового ускорения $\vec{\epsilon}$, как и вектор $d\vec{\phi}$ направлены перпендикулярно плоскости вращения.

Угловым ускорением $\vec{\epsilon}$ (эпсилон) называют производную угловой скорости по времени:

$$\vec{\epsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad (1.17)$$

Угловое ускорение ϵ численно равно изменению угловой скорости за единицу времени:

$$\vec{\epsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\phi}}{dt^2} \quad (1.18)$$

Нормальное и тангенциальное ускорения связаны с угловыми величинами следующими соотношениями:

$$a_{\tau} = \frac{dV}{dt} = \frac{d(R \cdot \omega)}{dt} = R \cdot \epsilon \quad (1.19)$$

$$a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{R} = \omega^2 \cdot R \quad (1.20)$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_{\tau}^2} = \sqrt{(R \cdot \epsilon)^2 + (\omega^2 \cdot R)^2} = R \cdot \sqrt{\epsilon^2 + \omega^4} \quad (1.21)$$

Единицы измерения углового ускорения $[\epsilon] = \text{рад/с}^2$.

ЛЕКЦИЯ 2. ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Динамика - раздел механики, изучающий движение тел под действием сил. В основе динамики лежат 3 закона Ньютона, сформулированные им в 17 веке.

2.1. Первый закон Ньютона

Первый закон Ньютона (закон инерции): Всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока внешнее воздействие (сила) не заставит его изменить это состояние.

Этот закон не является очевидным, поскольку практика показывает, что для равномерного движения санок необходимо их тащить с некоторой силой. Сейчас мы знаем, что эта сила равна силе трения и результирующая сила при равномерном движении равна нулю, но до Ньютона и Галилея считали, что для равномерного движения тела необходима фиксированная сила.

Данное свойство тел называют инертностью. Мерой инертности служит физическая величина, называемая массой тела **m**. Единица измерения $[m] = \text{кг}$.

Первый закон Ньютона справедлив не во всяких системах отсчёта.

Например, если в системе отсчёта А на тело не действуют силы и оно покоится, то в системе отсчёта В, которая движется относительно А с ускорением, мы увидим следующее; на тело силы не действуют, а оно движется с ускорением. Следовательно, в системе отсчёта В первый закон Ньютона не выполняется.

Система отсчёта, в которой выполняется первый закон Ньютона, называется инерциальной системой отсчёта. Первый закон Ньютона неявно указывает на существование инерциальных систем отсчёта.

Если есть одна инерциальная система отсчёта, то любая другая система отсчёта, которая движется относительно первой равномерно и прямолинейно, также будет инерциальной. Все законы движения одинаковы во всех инерциальных системах отсчёта. Поэтому все инерциальные системы эквивалентны, нельзя выделить «главную». Это принцип относительности Галилея.

Строго говоря, все системы отсчёта, связанные с Землёй, не являются инерциальными из-за вращения Земли. Однако, это вращение медленное, и в большинстве задач систему отсчёта, связанную с Землёй, можно считать инерциальной.

С большой степенью точности, инерциальной можно считать Гелиоцентрическую систему отсчёта, центр которой располагается в центре Солнца, а оси направлены на удалённые звёзды.

2.2. Второй закон Ньютона

***Силой** называется векторная величина, характеризующая меру действия одного тела на другое.*

Сила имеет величину (модуль), направление в пространстве и точку приложения. Сила может появляться как при взаимном контакте тел, так и на удалении посредством гравитационных, электромагнитных и других полей.

Если на тело действует несколько сил F_i , то их векторная сумма называется результирующей силой:

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$$

Опыты показали, что под действием сил тела ускоряются, пропорционально результирующей силе F и обратно пропорционально инерционности тела, которую называли массой m .

*Этот закон выражен как **второй закон Ньютона**.*

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{или} \quad \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (2.1)$$

*Соотношение (2.1) называют **уравнением движения** материальной точки или **основным законом динамики материальной точки**.*

Т.к. $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$, а $m = \text{const}$, то (2.1) можно переписать:

$$\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{V})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Вектор $\vec{p} = m \cdot \vec{V}$ называется **импульсом** материальной точки.

Так мы получаем другую запись **второго закона Ньютона**: *Скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на неё силе*:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (2.2)$$

Соотношение (2.2) является более общей формулировкой 2-ого закона Ньютона; её можно использовать и для объектов с переменной массой.

Из (2.1) следует, что при условии $\vec{F} = 0$ получим: $\vec{a} = 0$, т.е. в отсутствии сил тело движется равномерно прямолинейно, или покоится.

Кажется, что первый закон Ньютона следует из 2-го. Но первый закон Ньютона формулируют отдельно, т.к. в нём содержится утверждение о существовании в природе инерциальных систем отсчёта.

Единица измерения силы: $[F] = \text{Н} = \text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2$. (Н - ньютон).

2.3. Третий закон Ньютона

Взаимодействие тел всегда обоюдное. Это относится как к контактирующим телам, так и к телам, взаимодействующим посредством полей.

Третий закон Ньютона: *Силы взаимодействия двух материальных точек i и j равны по модулю, противоположны по направлению и действуют вдоль прямой, соединяющей эти материальные точки.*

$$\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji} \quad (2.3)$$

2.4. Силы

2.4.1. Силы тяготения

Силы тяготения (гравитации) обусловлены взаимным притяжением любых объектов, обладающих массой или энергией. (Напомним, что масса и энергия эквивалентны: $E = mc^2$, где c – скорость света в вакууме). Силы гравитации описываются законом всемирного тяготения:

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2} \quad (2.4)$$

где m_1 и m_2 - массы взаимодействующих точечных тел, R - расстояние между телами, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ - гравитационная постоянная.

Тело m на поверхности Земли притягивается по этому же закону, но второе тело – это Земля, имеющая постоянную массу M_3 , и расстояние R до центра Земли можно приблизительно считать постоянным $R = R_3$. В этом случае:

$$F = G \frac{m \cdot M_3}{R_3^2} = m \cdot g \quad (2.5)$$

где константу $g = \frac{G \cdot M_3}{R_3^2} \approx 9,8 \left[\text{м} / \text{с}^2 \right]$ - называют ускорением свободного

падения.

Причина такого названия проста: если на тело действует только одна сила тяжести, то уравнение движения имеет вид: $m \cdot g = m \cdot a$, и мы получаем $g = a$,

т.е. свободное тело падает на Землю с ускорением $a = g = \frac{G \cdot M_3}{R_3^2}$.

Итак, на поверхности Земли на все тела действует сила тяготения, равная $m \cdot g$, направленная к центру Земли.

Вес тела это сила, с которой тело за счёт притяжения Земли действует на подвес или опору.

Вес тела не всегда равен $m \cdot g$, а зависит от того, с каким ускорением движется опора вверх или вниз. В частности, если опора движется вниз с ускорением g , то вес тела будет равен нулю. (В свободно падающем лифте или спутнике наступает невесомость).

2.4.2. Силы трения

Силы трения возникают при контакте тел при условии, что они движутся относительно друг друга, или при наличии сил, стремящихся сдвинуть одно тело относительно другого.

Силу трения для тел, движущихся относительно друг друга, (так называемое сухое трение) можно выразить соотношением: $F_{\text{тр}} = \mu \cdot F_n$, где F_n — сила нормального давления, а μ - коэффициент трения, зависящий от свойств поверхностей.

Если же тела не смещаются относительно друг друга, например кирпич на слабо наклонённой доске, то сила трения меньше, чем $\mu \cdot F_n$, а её величина такова, что выполняется условие равновесия тела:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{F}_n = 0$$

При увеличении угла наклона α сила трения растёт до тех пор, пока не станет равной $\mu \cdot F_n$. При больших углах наклона сила трения возрасть уже не может, $F_{\text{тр}} = \mu \cdot F_n$, кирпич начинает двигаться.

2.4.3. Упругие силы

Упругие силы возникают при деформации тел и направлены на восстановление формы тела.

В первом приближении можно считать, что величина упругой силы пропорциональна деформации Δx . В частности, для пружины: $F_{\text{упр}} = -k\Delta x$, где коэффициент k называют жёсткостью пружины.

2.5. Закон изменения импульса и закон сохранения импульса

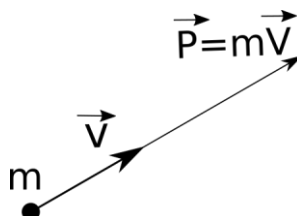


Рисунок 2.1. Вектор \vec{P} направлен туда же, куда и вектор скорости \vec{V} , но его длина в m раз длиннее.

Импульсом материальной точки называется величина: $\vec{P} = m \cdot \vec{V}$. (рис 2.1).

Замкнутая система материальных точек – это совокупность материальных точек, на которую не действуют внешние, по отношению к системе, тела.

Закон сохранения импульса: Импульс замкнутой системы материальных точек сохраняется (т.е. во все моменты времени одинаков).

$$\vec{P}_{\text{сист}} = \sum_i m_i \cdot \vec{V}_i = \text{const} \quad (2.6)$$

Это фундаментальный закон природы, который не требует доказательств. Но его можно вывести для классической механики на основе законов Ньютона.

Вывод закона изменения импульса и закона сохранения импульса для системы материальных точек:

Пусть система состоит из N материальных точек (рис. 2.2).

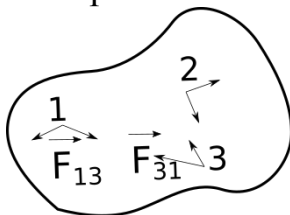


Рисунок 2.2. Система материальных точек

Найдём производную

$$\frac{d\vec{P}_{\text{сист}}}{dt} = \frac{d\sum \vec{P}_i}{dt} = \sum_{i=1}^N \frac{d\vec{P}_i}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$$

Результирующую силу \vec{F}_i , действующую на i -ю точку, можно представить в виде суммы внешних и внутренних сил: $\vec{F}_i = \vec{F}_i^{\text{внеш}} + \vec{F}_i^{\text{внутр}}$, где

$$\vec{F}_i^{\text{внутр}} = \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ij}^{\text{внутр}}$$

Тогда:

$$\frac{d\vec{P}_{\text{сист}}}{dt} = \sum_{i=1}^N (\vec{F}_i^{\text{внеш}} + \vec{F}_i^{\text{внутр}}) = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i^{\text{внеш}} + \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \vec{F}_{ji}^{\text{внеш}} = \vec{F}_{\text{рез}}^{\text{внеш}} \quad (2.7)$$

Внутренние силы во второй сумме уравнения (2.7) попарно уничтожаются исходя из 3-го закона Ньютона $\sum \sum \vec{F}_{ij}^{\text{внутр}} = 0$.

И мы получаем **закон изменения импульса** для системы материальных точек:

$$\frac{d\vec{P}_{\text{сист}}}{dt} = \vec{F}_{\text{рез}}^{\text{внешн}} \quad (2.8)$$

этот закон справедлив всегда для любой системы материальных точек.

Для замкнутой системы внешние силы равны нулю $\vec{F}_{\text{рез}}^{\text{внешн}} = 0$, следовательно $\frac{d\vec{P}_{\text{сист}}}{dt} = 0$, откуда получаем, что суммарный импульс замкнутой системы сохраняется:

$$\vec{P}_{\text{сист}} = \text{const} \quad (2.9)$$

мы вывели **закон сохранения импульса для замкнутой системы материальных точек.**

Из (2.8) видно, что импульс системы сохраняется не только при отсутствии внешних сил, т.е. для замкнутой системы, но и в случае, когда результирующий вектор внешних сил равен нулю $\vec{F}_{\text{рез}}^{\text{внешн}} = 0$, при этом система может быть и незамкнутой.

2.6. Центр масс и закон его движения

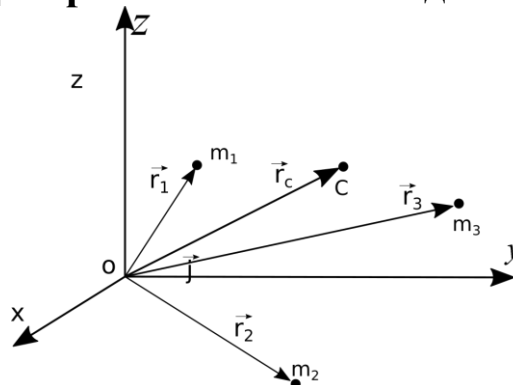


Рисунок 2.3. Центр масс C это просто точка пространства.

Центром масс системы из n материальных точек называют точку C с координатой:

$$\vec{r}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i \quad (2.10)$$

где m_i - масса i -той материальной точки; \vec{r}_i - радиус-вектор i -той материальной точки; $m = \sum m_i$ - суммарная масса системы.

В однородном поле сил тяжести центр масс совпадает с центром тяжести.

В центре масс может не оказаться никакой массы; это точка пространства.

Найдём **скорость центра масс**:

$$\vec{V}_C = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \frac{d(m_i \vec{r}_i)}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_i = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \vec{P}_i = \frac{\vec{P}_{\text{сист}}}{m}$$

Величина $\sum_{i=1}^n \vec{P}_i = \vec{P}_{\text{сист}}$ является **импульсом системы материальных то-**

чек. Итак, мы получили:

$$\vec{P}_{\text{сист}} = m \cdot \vec{V}_C \quad (2.11)$$

Подставляя (2.11) в (2.8) получим **уравнение движения центра масс**:

$$\frac{d(m \vec{V}_C)}{dt} = \vec{F}_{\text{рез}}^{\text{внеш}} \quad (2.12)$$

Итак, центр масс движется так, как двигалась бы материальная точка, масса которой равна массе всей системы, помещённая в центр масс и движущейся под действием силы, равной результирующему вектору внешних сил.

ЛЕКЦИЯ 3. РАБОТА. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ

3.1. Работа

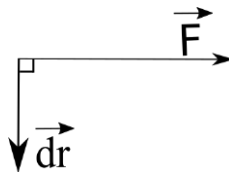


Рисунок 3.1. При перемещении $d\vec{r}$ точки под действием силы F совершается работа δA .

Примечание. Скалярное произведение двух векторов \vec{a} и \vec{b} обозначают либо точкой $\vec{a} \cdot \vec{b}$, либо круглыми скобками: $s = (\vec{a}, \vec{b})$. В результате скалярного произведения двух векторов получается число $s = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$, где α - угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

Элементарной работой δA силы \vec{F} при малом перемещении $d\vec{r}$ точки, к которой приложена сила, называется скалярное произведение \vec{F} и $d\vec{r}$ (рис 3.1).

$$\delta A = (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = F \cdot dr \cdot \cos \alpha \quad (3.1)$$

(Работа обозначается δA , а не dA , т.к. она не является полным дифференциалом.)

Примеры:

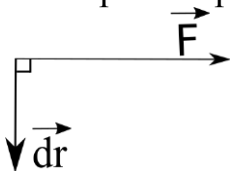
а) Пусть сила \vec{F} и смещение $d\vec{r}$ направлены в одну сторону: $\vec{F} \parallel d\vec{r}$.

Тогда: $\delta A = F \cdot dr \cdot \cos(0^\circ) = F \cdot dr$ - работа максимальна.



б) Если сила \vec{F} перпендикулярна перемещению $d\vec{r}$: $\vec{F} \perp d\vec{r}$

То: $\delta A = F \cdot dr \cdot \cos 90^\circ = 0$ - работа равна нулю.



Работа переменной силы на конечном участке пути от \vec{r}_1 до \vec{r}_2 вычисляется как сумма элементарных работ (интеграл), (рис.3.2).

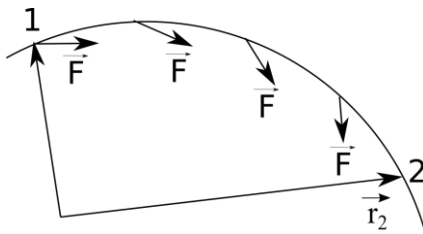


Рисунок 3.2. Работа на участке пути складывается из элементарных работ.

Криволинейный интеграл по траектории:

$$A_{12} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \delta A = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (\vec{F} \cdot d\vec{r}) \quad (3.2)$$

Работа, совершаемая за единицу времени, называется мощностью P :

$$P = \frac{\delta A}{dt} \quad (3.3)$$

Поскольку $d\vec{r} = \vec{V} \cdot dt$, то $\delta A = (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = (\vec{F} \cdot \vec{V})dt$. Отсюда следует, что мощность равна:

$$P = (\vec{F} \cdot \vec{V}), \quad (3.4)$$

где \vec{V} - скорость.

Единица измерения работы: $[A] = [F][r] = \text{Нм} = \text{Дж}$ (Джоуль)

Единица измерения мощности: $[P] = [F][V] = \text{Нм} / \text{с} = \text{Дж} / \text{с} = \text{Вт}$ (Ватт)

3.2. Консервативные и неконсервативные силы

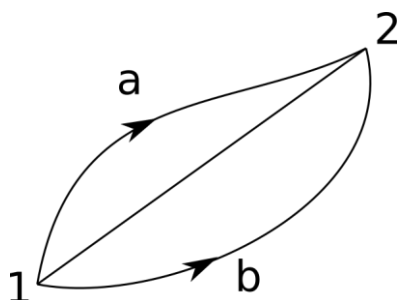


Рисунок 3.3. Работа консервативной силы на участке 1a2 и 1b2 одинакова.

Сила, действующая на материальную точку, называется **консервативной** или **потенциальной**, если работа этой силы зависит только от начального и конечного положения материальной точки. (Работа **консервативной** силы не зависит ни от вида траектории, ни от закона движения точки по траектории). $A_{1A2} = A_{1B2} = A_{12}$, (рис. 3.3).

Силы, не удовлетворяющие этому условию называются **неконсервативными**.

Для **консервативных сил** изменение направления движения на противоположное приводит к изменению знака и для элементарной работы $\delta A = (\vec{F} \cdot d\vec{r})$ и для работы на конечном участке $A_{1A2} = -A_{2A1}$.

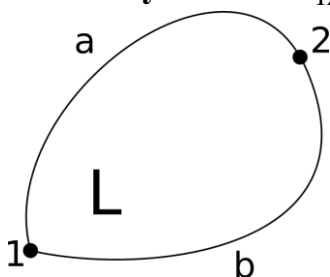


Рисунок 3.4. Работа консервативной силы по замкнутому контуру равно нулю.

Работа консервативной силы на любом замкнутом контуре равна нулю (рис. 3.4). Покажем это. Поделив замкнутый участок точками 1 и 2, получим:

$$A_{1a2b1} = A_{1a2} + A_{2b1} = A_{1a2} - A_{1b2} = 0$$

Таким образом, для любого замкнутого контура L получаем:

$$\oint_L (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = 0 \quad (3.5)$$

Примеры **консервативных сил**: силы упругости, силы гравитации, силы электрического взаимодействия.

Примеры **неконсервативных сил**: сила, действующая на тело со стороны человека, силы трения, силы сопротивления.

3.3. Потенциальная энергия материальной точки

В математике доказывается, что если $\oint_L (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = 0$ для любого замкнутого

контура L , то $(\vec{F} \cdot d\vec{r}) = -dW$, т.е. $\vec{F} \cdot d\vec{r}$ является полным дифференциалом некоторой скалярной функции координат $W(\vec{r})$:

$$dA = (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = -dW_{\Pi} \quad (3.6)$$

В физике эту скалярную функцию $W_{\Pi}(\vec{r})$ называют **потенциальной энергией**

Учитывая (3.6), **работу на участке 1-2** можно представить в виде:

$$A_{12} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} dW_{\Pi} = W_{\Pi}(\vec{r}_1) - W_{\Pi}(\vec{r}_2) \quad (3.7)$$

Итак, **работа A_{12} консервативной силы** на участке траектории равна разности потенциальных энергий в начальной и конечной точках.

Если потенциальную энергию в определённой точке пространства принять за нулевую, например $W_{\Pi}(\vec{r}_0) = 0$, то $A_{10} = W_{\Pi}(\vec{r}_1) - W_{\Pi}(\vec{r}_0) = W_{\Pi}(\vec{r}_1)$.

Получим, что **потенциальная энергия материальной точки** в данном положении \vec{r} равна работе по перемещению материальной точки из положения \vec{r} в фиксированное положение \vec{r}_0 .

Поскольку во все физические уравнения входит либо разность потенциальных энергий, либо её производные, то W_{Π} можно определить с точностью до любой константы, поэтому не важно какую точку пространства принять за положение с нулевой потенциальной энергией.

Если задана потенциальная энергия материальной точки $W_{\Pi}(\vec{r})$, то легко найти силу, действующую на точку:

$$F_x = -\frac{\partial W_{\Pi}}{\partial x}; \quad F_y = -\frac{\partial W_{\Pi}}{\partial y}; \quad F_z = -\frac{\partial W_{\Pi}}{\partial z} \quad (3.8)$$

Здесь $\frac{\partial}{\partial x}$ означает частную производную. Объединяя (3.8) в одно уравнение, получим:

$$\vec{F} = -\text{grad } W_{\Pi} \equiv -\left[\frac{\partial W_{\Pi}}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial W_{\Pi}}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial W_{\Pi}}{\partial z} \cdot \vec{k} \right] \quad (3.9)$$

Вектор $\text{grad } W_{\Pi}(\vec{r})$ называется градиентом и является вектором, компоненты которого равны частным производным.

Градиент обладает интересным свойством – он указывает направление самого быстрого роста функции W_{Π} . Альпинисты любят самые сложные маршруты, проложенные по градиенту, самому крутому подъёму. Вода же стекает в направлении противоположном градиенту – туда, куда направлена сила.

3.4. Потенциальная энергия системы материальных точек

Конфигурацией системы материальных точек называется совокупность положений каждой точки системы.

Если силы, действующие на точки системы, зависят только от ее конфигурации, и сумма работ этих сил, при изменении конфигурации не зависит от пути перехода, а определяется только начальной и конечной конфигурацией, то такие силы называют консервативными.

В такой системе можно ввести понятие потенциальной энергии системы, при этом работа консервативных сил при изменении конфигурации будет равна:

$$A_{12}^{\text{конс}} = W_{\Pi}(1) - W_{\Pi}(2) \quad (3.10)$$

где $W_{\Pi}(1), W_{\Pi}(2)$ – значения потенциальной энергии системы в этих конфигурациях.

Некую конфигурацию можно принять за уровень с нулевой потенциальной энергией $W_{\Pi} = 0$, тогда $W_{\Pi}(1)$ будет равна работе консервативных сил по переводу системы из конфигурации (1) в конфигурацию (0).

3.5. Примеры

3.5.1. Потенциальная энергия тела в однородном поле тяжести

Потенциальная энергия материальной точки на высоте H равна работе силы тяжести по перемещению материальной точки из положения H в положение $H=0$, где потенциальную примем за нулевую.

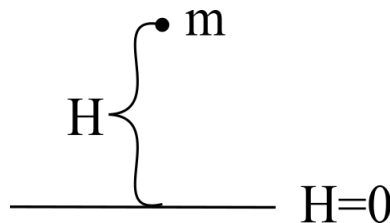


Рисунок 3.5. Тело на высоте H обладает потенциальной энергией $W_{\Pi} = mgH$.

При перемещении массы m с высоты H на нулевой уровень сила тяжести совершает работу $A = F \cdot H \cdot \cos 0^\circ = mgH$, которая и будет **потенциальной энергией материальной точки m на высоте H** :

$$W_{\Pi} = mgH \quad (3.11)$$

3.5.2. Потенциальная энергия растянутой (или сжатой) пружины

Пусть x - отклонение груза от положения равновесия. Сила упругости пружины: $F = -kx$.

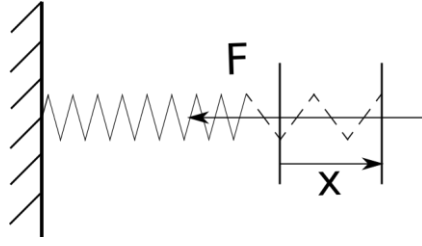


Рисунок 3.6. Потенциальная энергия растянутой пружины равна $W_{\Pi} = \frac{kx^2}{2}$.

При возврате пружины в исходное состояние, в котором $W_{\Pi}=0$, сила упругости совершает работу:

$$A = \int_x^0 \delta A = -k \int_x^0 x dx = \frac{1}{2} kx^2$$

Таким образом, потенциальная энергия пружины:

$$W_{\Pi} = \frac{kx^2}{2} \quad (3.12)$$

3.5.3. Потенциальная энергия гравитационного притяжения двух материальных точек массой M и m .

Материальную точку M считаем неподвижной. Принимая W_{Π} при бесконечном удалении точек равной нулю, получим, что потенциальная энергия в некоторой точке \vec{r} равна работе сил гравитации по перемещению массы m из данной точки \vec{r} в бесконечность

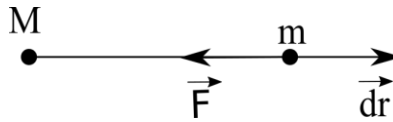


Рисунок 3.7. Элементарная работа отрицательна, т.к. угол между dr и F равен 180°

$$W_{\Pi} = A(\vec{r} \rightarrow \infty) = \int_r^\infty (\vec{F} d\vec{r}) = \int_r^\infty -G \frac{Mm}{R^2} dr = G \frac{Mm}{\infty} - G \frac{Mm}{r}$$

Таким образом, потенциальная энергия гравитационного поля, созданного двумя материальными точками, имеет вид:

$$W_{\Pi} = -G \frac{Mm}{r} \quad (3.13)$$

Здесь $A_{12}^{всехсил}$ – работа всех сил, действующих на материальные точки системы (внешние, внутренние, консервативные и неконсервативные, т.е. все виды сил).

W_{K1} и W_{K2} – кинетическая энергия всех точек системы в состоянии 1 и 2, соответственно.

Итак, доказана **Теорема об изменении кинетической энергии системы:**

Изменение кинетической энергии системы материальных точек равно работе всех сил, действующих на точки системы.

$$A_{12}^{всехсил} = W_{K2} - W_{K1} \quad (4.4)$$

Примечание: Следует отметить, что работу внутренних сил системы также следует учитывать, т.к. они изменяют кинетическую энергию системы.

4.2. Закон изменения и закон сохранения полной механической энергии

Рассмотрим систему из n материальных точек, на которые действуют и консервативные и неконсервативные силы. Согласно (4.4) работа всех сил $A_{12}^{всехсил}$ затрачивается на приращение кинетической энергии системы. Разобьём эту работу на работу консервативных сил $A_{12}^{конс}$ и работу неконсервативных сил $A_{12}^{неконсерв.}$.

$$A_{12}^{консерв.} + A_{12}^{неконсерв.} = W_{K2} - W_{K1}$$

Но, в соответствии с (3.7), $A_{12}^{консерв.} = W_{П1} - W_{П2}$ – работа консервативных сил равна убыли потенциальной энергии. Отсюда:

$$(W_{K2} + W_{П2}) - (W_{K1} + W_{П1}) = A_{12}^{неконсерв.}$$

Сумму кинетической и потенциальной энергии системы называют **полной механической энергией системы** и обозначают E :

$$E = W_K + W_{П} \quad (4.5)$$

Итак, мы получили **закон изменения** полной механической энергии: *Приращение полной механической энергии системы материальных точек равно работе неконсервативных сил, действующих на точки системы:*

$$E_2 - E_1 = A_{12}^{неконсерв.} \quad (4.6)$$

Если неконсервативных сил нет (система консервативна), то энергия не переходит в тепло и полная механическая энергия системы остаётся постоянной. Мы получаем **закон сохранения** полной механической энергии:

В консервативных системах полная механическая энергия системы сохраняется.

$$E = W_K + W_{П} = const \quad (4.7)$$

4.3. Упругое и неупругое столкновение

Абсолютно неупругий удар – это удар, при котором после столкновения тела “слипаются” и далее движутся вместе.

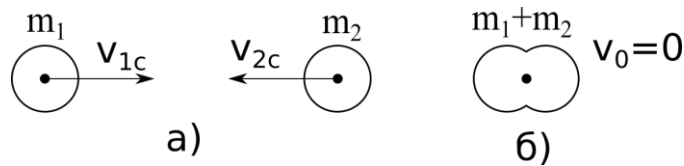


Рисунок 4.1. а) Тела до удара в системе центра масс $V_c=0$; б) После неупругого удара тела в системе центра масс покоятся $V_c=0$.

При этом часть кинетической энергии переходит в тепло, поэтому полная механическая энергия при неупругом ударе не сохраняется. С другой стороны, выполняется закон сохранения импульса: $\vec{P}_{сист}^{до\ удара} = \vec{P}_{сист}^{после\ удара}$. Для двух тел получим:

$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = (m_1 + m_2) \vec{V}'$, где \vec{V}_1 и \vec{V}_2 скорости тел до удара, а \vec{V}' – скорость слипшихся тел после удара. Из этого уравнения легко получить \vec{V}' .

$$\vec{V}' = (m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2) / (m_1 + m_2) \quad (4.8)$$

Отметим, что если два тела сталкиваются неупруго, то в системе центра масс они двигаются вдоль одной прямой навстречу друг другу, а после удара – покоятся (рис. 4.1).

Абсолютно упругим называют удар, при котором потери механической энергии нет. (Выполняются закон сохранения энергии и закон сохранения импульса), рис.4.2.

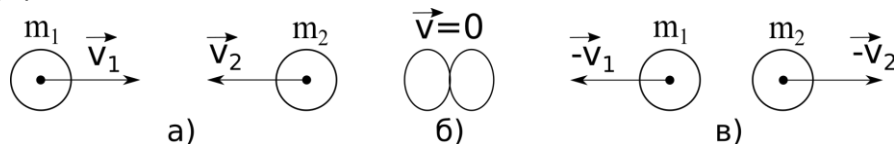


Рисунок 4.2. а) До удара б) При упругой механической деформации в) После абсолютно упругого удара

Следует отметить, что в природе ничего “абсолютного” не бывает, но некоторые удары с высокой точностью можно считать абсолютно упругими.

Рассмотрим абсолютно упругий удар в системе центра масс. Напомним, что в ней $\vec{V}_C = 0$.

При механической деформации шары аналогичны сжатым пружинам, которые затем выпрямляются. После удара (в системе центра масс) шары как бы поменяют знак своей скорости.

Для произвольных начальных скоростей \vec{V}_1 и \vec{V}_2 скорости тел после абсолютно упругого удара \vec{V}_1' и \vec{V}_2' описываются формулами:

$$\left. \begin{aligned} \vec{V}_1' &= \frac{2m_2 \vec{V}_2 + (m_1 - m_2) \vec{V}_1}{m_1 + m_2} \\ \vec{V}_2' &= \frac{2m_1 \vec{V}_1 + (m_2 - m_1) \vec{V}_2}{m_1 + m_2} \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

где m_1 и m_2 – массы соответствующих тел.

4.4. Общефизический закон сохранения энергии

Классическая механика учитывает лишь кинетическую энергию макроскопического движения тел и их потенциальную энергию, отвлекаясь от атомистического строения вещества.

На самом деле при трении, неупругом ударе и т.д. энергия не пропадает, а переходит в кинетическую и потенциальную энергию теплового движения атомов и молекул, (во внутреннюю энергию). Поэтому полное, с учётом энергии атомов, количество энергии в изолированной системе тел всегда остаётся постоянным.

Это общефизический закон сохранения энергии. Его нельзя вывести из уравнений механики, т.к. он имеет общую универсальность.

В основе закона сохранения энергии лежит однородность времени, т.е. тот факт, что замена момента времени t_1 моментом времени t_2 при сохранении координат и скорости тел не изменяет законов движения системы.

Для дальнейшего изучения курса физики нам потребуется понятие векторного произведения и знание его основных свойств. Напомним свойства векторного произведения с помощью небольшого раздела.

Примечание. Свойства векторного произведения

Вектор $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ называют векторным произведением векторов \vec{a} и \vec{b} , если он обладает следующими 3-мя свойствами:

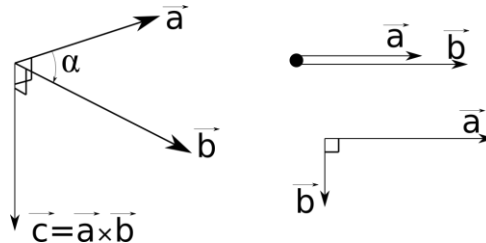


Рисунок 4.3

1) Модуль вектора \vec{c} вычисляется по формуле: $|\vec{c}| = |\vec{a}| \times |\vec{b}| \cdot \sin \alpha$, где α – угол между векторами \vec{a} и \vec{b} . Направление вектора \vec{c} определяется правилами 2 и 3.

2) Вектор \vec{c} перпендикулярен и к первому вектору (\vec{a}) и ко второму (\vec{b}): $\vec{c} \perp \vec{a}$; $\vec{c} \perp \vec{b}$ следовательно, вектор \vec{c} перпендикулярен плоскости, в которой лежат вектора \vec{a} и \vec{b} . Но перпендикулярно плоскости будут два направления: и вверх, и вниз. Выбрать верное позволяет **правило «буравчика»**:

3) Ручку буравчика нужно поворачивать по кратчайшему пути от первого вектора (\vec{a}) ко второму (\vec{b}), тогда перемещение самого буравчика укажет направление вектора \vec{c} .

Пример 1. Если вектор $\vec{a} \parallel \vec{b}$, то $|\vec{c}| = |\vec{a}| \times |\vec{b}| \cdot \sin 0^\circ = 0$.

Пример 2. Если вектор $\vec{a} \perp \vec{b}$, то $|\vec{c}| = |\vec{a}| \times |\vec{b}| \cdot \sin 90^\circ = a \cdot b$.

В этом случае модуль вектора $|\vec{c}|$ принимает максимально возможное значение.

Пример 3. Если векторы \vec{a} и \vec{b} поменять местами см. рис. 7.1., то изменится знак векторного произведения: $\vec{b} \times \vec{a} = -\vec{a} \times \vec{b}$.

Примечание. Иногда векторное произведение обозначают квадратными скобками.

$$\vec{a} \times \vec{b} \equiv [\vec{a}, \vec{b}]$$

ЛЕКЦИИ 5. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

5.1. Поступательное и вращательное движение твердого тела

Поступательным является движение, при котором траектория каждой точки одинакова, поэтому движение твердого тела можно описать движением центра масс. (При этом любая прямая, проведенная в теле, движется, оставаясь параллельной самой себе). Уравнение движения центра масс мы уже получали ранее. Оно имеет вид:

$$\frac{d(m\vec{V}_C)}{dt} = \vec{F}_{\text{рез}}^{\text{внеш}},$$

где m -масса тела, а \vec{V}_C - скорость центра масс. Итак, центр масс движется так, как двигалась бы материальная точка, масса которой равна массе всего тела, помещённая в центр масс и движущейся под действием силы, равной результирующему вектору внешних сил, действующих на тело.

Строго вращательным называется движение тела вокруг некоторой оси, при котором траектория каждой точки является окружностью с центром на оси вращения.

Движение твердого тела можно представить как сумму поступательного и вращательного движений. При этом ось вращения в общем случае может перемещаться в пространстве.

5.2. Момент силы и момент импульса относительно неподвижной точки

Введём следующее определение:

***Моментом силы** относительно неподвижной точки O называют векторное произведение радиус-вектора \vec{r} , идущего от точки O к точке приложения силы, на силу \vec{F} .*

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (5.1)$$

Момент силы \vec{M} это такая физическая величина, которая приводит к угловому ускорению вращающихся тел. Модулю момента силы можно дать наглядное толкование:

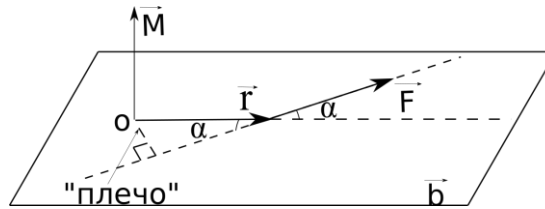


Рисунок 5.1. Момент силы $|\vec{M}| = |\vec{F}| \cdot \text{«плечо»}$ и направлен перпендикулярно плоскости, составленной векторами \vec{r} и \vec{F}

$$|\vec{M}| = F \cdot r \cdot \sin \alpha = F \cdot \text{«плечо»}, \text{ где введено понятие «плечо»}.$$

По определению **«плечо»** = $r \sin \alpha$, соответствует кратчайшему расстоянию от точки O до линии, вдоль которой действует сила \vec{F} (см. рис. 5.1).

Если на материальную точку действуют N различных сил, то результирующий момент сил определяется как векторная сумма моментов всех сил.

$$\vec{M}_{\text{рез}} = \sum_{i=1}^N \vec{M}_i = \sum_{i=1}^N \vec{r}_i \times \vec{F}_i \quad (5.2)$$

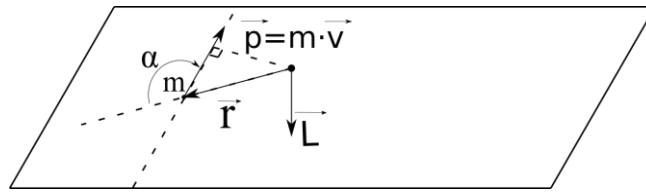


Рисунок 5.2. Момент импульса \vec{L} перпендикулярен плоскости, составленный векторами \vec{r} и \vec{p}

Моментом импульса \vec{L} материальной точки массой m относительно неподвижной точки O называется векторное произведение радиус-вектора \vec{r} на импульс материальной точки $\vec{p} = m \cdot \vec{V}$.

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m \vec{V} \quad (5.3)$$

Для системы из N материальных точек суммарный **момент импульса** \vec{L} равен векторной сумме моментов импульса всех точек.

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^N \vec{L}_i = \sum_{i=1}^N \vec{r}_i \times \vec{p}_i \quad (5.4)$$

5.3. Закон изменения момента импульса. (Уравнение моментов)

Пусть материальная точка массой m движется относительно неподвижной точки O со скоростью \vec{V} . Продифференцируем её момент импульса $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ по времени:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Но $d\vec{r}/dt = \vec{V}$, поэтому в первом произведении векторно умножаются параллельные векторы \vec{V} и $m\vec{V}$, что даёт ноль. В свою очередь $d\vec{p}/dt = \vec{F}$, и мы получаем:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \text{или} \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{M} \quad (5.5)$$

Это закон изменения момента импульса (уравнение моментов) для одной материальной точки.

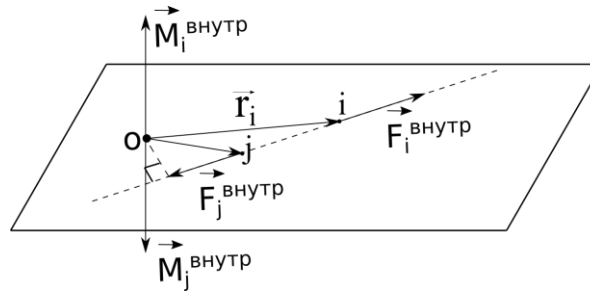


Рисунок 5.3. Моменты, обусловленные парами внутренних сил, противоположно направлены и попарно уничтожаются.

Для системы из N материальных точек уравнение (5.5) можно написать для каждой точки системы, а затем сложить.

Моменты сил, обусловленные внутренними силами $\vec{F}_i^{\text{внут}}$, попарно уничтожаются.

В результате для системы материальных точек получаем **закон изменения момента импульса:**

$$\frac{d\vec{L}_{\text{сист}}}{dt} = \vec{M}_{\text{рез}}^{\text{внеш}} \quad (5.6)$$

,где $\vec{L}_{\text{сист}} = \sum_{i=1}^N \vec{L}_i$ - момент импульса системы материальных точек,

$\vec{M}_{\text{рез}}^{\text{внеш}} = \sum_{i=1}^N \vec{r}_i \times \vec{F}_i^{\text{внеш}}$ - результирующий момент внешних сил, действующих

на точки системы или на твердое тело.

5.4. Закон сохранения момента импульса

Из закона изменения момента импульса для системы материальных точек:

$$\frac{d\vec{L}_{\text{сист}}}{dt} = \vec{M}_{\text{рез}}^{\text{внеш}}$$

следует, что в замкнутых системах, где внешних сил нет и $\vec{M}_{\text{рез}}^{\text{внеш}} = 0$, суммарный момент импульса $\vec{L}_{\text{рез}} = \text{const}$, т.е. сохраняется, и мы получаем:

Закон сохранения момента импульса: В замкнутой системе материальных точек момент импульса сохраняется.

$$\vec{L}_{\text{сист}} = \sum_{i=1}^N \vec{r}_i \times \vec{p}_i = \text{const} \quad (5.7)$$

Примечание: Момент импульса сохраняется и в незамкнутой системе материальных точек, если результирующий момент внешних сил $\vec{M}_{\text{рез}}^{\text{внеш}}$ равен нулю.

Закон сохранения момента импульса справедлив не только в классической механике, но и во всём материальном мире. В основе закона сохранения момента импульса лежит изотропность пространства, т.е. неизменность законов движения при повороте системы в пространстве на любой угол.

5.5. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Момент инерции. Теорема Штейнера

Рассмотрим вращение твердого тела вокруг некоторой неподвижной оси Z . Уравнение моментов (5.6) можно рассчитать для любой точки O на оси а затем спроектировать его на ось вращения $\frac{dL_z}{dt} = M_z^{\text{внеш}}$.

При этом моменты M_z и L_z можно рассчитывать как произведение силы или импульса на «плечо», которое является расстоянием от оси до линии, вдоль которой направлен вектор силы или импульса, соответственно.

Рассмотрим вращение материальной точки, находящейся на расстоянии r вокруг неподвижной оси Z . При таком движении скорость точки $V=r\omega$, и для момента импульса получаем:

$$L_z = r \cdot mV = r m(r \cdot \omega) = mr^2 \cdot \omega$$

По определению, величина $J_z = m\omega^2$ называется моментом инерции материальной точки относительно оси Z .

Итак, момент импульса L_z материальной точки относительно оси вращения Z равен:

$$L_z = J_z \cdot \omega \quad (5.8)$$

где J_z – момент инерции относительно оси z , ω – угловая скорость.

Для расчёта момента инерции твёрдого тела относительно оси, необходимо разбить тело на элементарные массы dm , для каждой рассчитать элементарный момент инерции $dJ = r^2 dm$ и проинтегрировать все элементарные моменты инерции по всему объёму тела V :

$$J = \int_V r^2 dm \quad (5.9)$$

Уравнение динамики тела, вращающегося относительно оси z , с учетом связи момента импульса с угловой скоростью (5.8.) будет иметь вид:

$$M_z^{\text{внеш}} = J_z \cdot \frac{d\omega}{dt} = J_z \cdot \varepsilon$$

Здесь мы учли, что $d\omega/dt$ является угловым ускорением ε . В результате мы получаем уравнение вращения твердого тела в виде, аналогичном второму закону Ньютона:

$$M_z^{\text{внеш}} = J_z \cdot \varepsilon \quad (5.10)$$

где $M_z^{\text{внеш}}$ - проекция на ось Z результирующего момента внешних сил, J_z - является моментом инерции всего тела относительно оси Z.

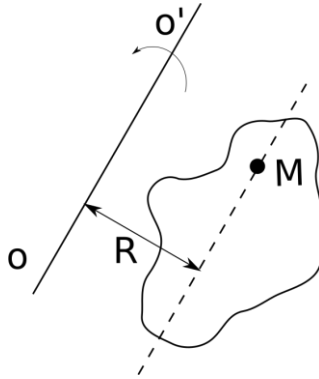


Рисунок 5.4. При вращении тела вокруг оси OO' её момент инерции вычисляют по теореме Штейнера.

При расчётах момента инерции тел, очень полезна теорема Штейнера, которая имеет следующий вид:

$$J_{OO'} = J_C + mR^2 \quad (5.11)$$

где $J_{OO'}$ - момент инерции относительно оси OO' ;

J_C - момент инерции относительно оси параллельной OO' и проходящей через центр масс тела C; m - масса всего тела; R - расстояние между осями.

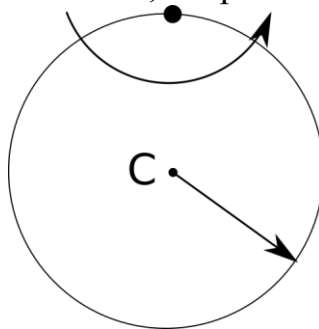


Рисунок 5.5. Обруч может вращаться вокруг гвоздя, вбитого в стену.

Пример: Рассчитаем момент инерции обруча, вращающегося на гвозде вокруг точки O. По теореме Штейнера, учитывая, что момент инерции обруча относительно центра масс C равен mR^2 , получим:

$$J_O = J_C + mR^2 = mR^2 + mR^2 = 2mR^2$$

Приведем **табличные значения моментов инерции** некоторых твердых тел.

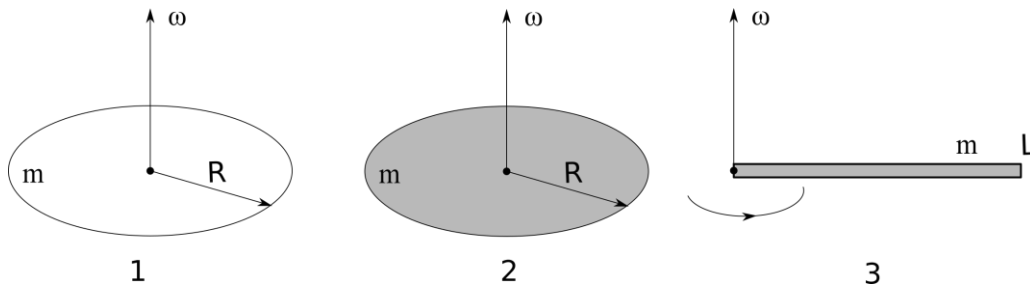


Рисунок 5.6. 1- обруч, 2- диск, 3- тонкая палочка или стержень.

1. Обруч, массой m и радиусом R , при вращении вокруг оси, проходящей через центр обруча перпендикулярно его плоскости:

$$J = mR^2$$

2. Однородный диск массой m и радиусом R при вращении вокруг оси, проходящей через центр диска перпендикулярно его плоскости:

$$J = \frac{mR^2}{2}$$

3. Однородная палочка массой m и длиной L , при вращении вокруг оси, проходящей через крайнюю точку:

$$J = \frac{mL^2}{3}$$

5.6. Кинетическая энергия при вращении тела вокруг оси

Полная кинетическая энергия любого тела складывается из кинетической энергии всех материальных точек тела. Разобьем тело на малые участки массой dm и сложим их кинетические энергии:

$$W_k = \int_V \frac{V^2 dm}{2} = \int_V \frac{r^2 \omega^2 dm}{2} = \frac{\omega^2}{2} \int_V r^2 dm = \frac{J_z \cdot \omega^2}{2}$$

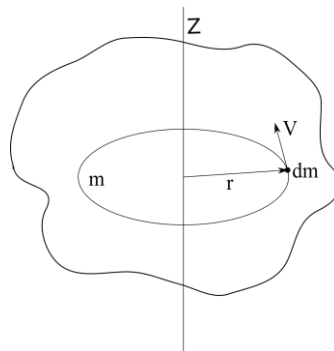


Рисунок 5.7. Твердое тело разобьем на участки dm и сложим их кинетические энергии.

Итак, кинетическая энергия вращающегося тела равна:

$$W_K = \frac{J_z \omega^2}{2} \quad (5.12)$$

где J_z – момент инерции тела относительно оси вращения Z ;
 ω - угловая скорость вращения тела.

5.7. Кинетическая энергия тела при плоском движении

Плоским называют движение, при котором все материальные точки движутся, оставаясь в параллельных плоскостях.

Пример: Колесо при движении велосипеда.

Плоское движение можно представить как сумму поступательного и вращательного движения.

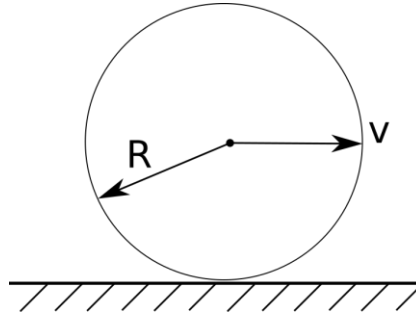


Рисунок 5.8. Катящийся обруч участвует в двух движениях: поступательном со скоростью центра масс и во вращательном вокруг центра масс.

Можно показать, что кинетическая энергия при плоском движении равна сумме кинетических энергий поступательного движения тела со скоростью центра масс плюс кинетическая энергия вращения вокруг оси, проходящей через центр масс:

$$W_K^{\text{плоск}} = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{J_c \omega^2}{2} \quad (5.13)$$

Где m – масса тела, V_c – скорость центра масс, J_c – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс, ω – угловая скорость вращения тела.

Пример: Найдём кинетическую энергию обруча, массой m , катящегося без проскальзывания со скоростью V . Момент инерции обруча $J_c = mR^2$. Угловую скорость вращения в системе центра масс найдем по скорости движения нижней точки обруча, которая вместе с землей движется назад со скоростью $V = R\omega$. Откуда $\omega = V/R$. В результате получаем по формуле (5.13):

$$W_K^{\text{плоск}} = \frac{mV^2}{2} + \frac{J_c \omega^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + \frac{mR^2 V^2}{2R^2} = mR^2$$

Кинетическая энергия катящегося обруча оказалась больше, чем $\frac{mV^2}{2}$.

Таблицу сравнения поступательного и вращательного движения смотри в конце конспекта.

5.8. Работа внешних сил при вращении твердого тела

Пусть твердое тело может вращаться вокруг неподвижной оси. В точке на расстоянии r от оси приложена сила \mathbf{F} , которая направлена под углом α к кас-

тельной. Пусть тело под действием этой силы повернулось на некоторый угол $d\varphi$. При этом сила совершит работу:

$$\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{S} = F \cos(\alpha) dS = F_{\tau} dS$$

где α угол между направлением силы и касательной к окружности. Но при вращении величина перемещения $dS = r d\varphi$ и направлена по касательной. Поэтому мы получаем для элементарной работы при вращении твердого тела:

$$\delta A = F_{\tau} r d\varphi = M d\varphi \quad (5.14)$$

где M – момент силы относительно оси вращения, а $d\varphi$ – угол поворота.

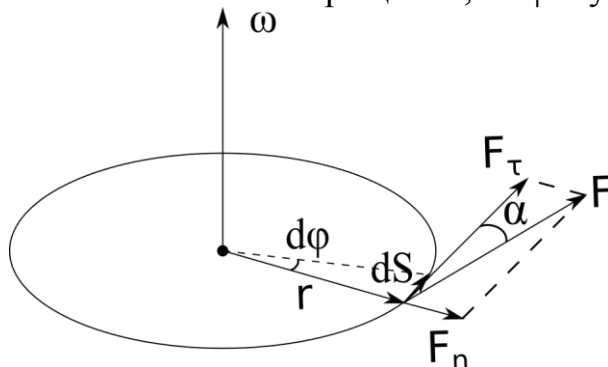


Рисунок 5.9. Сила, приложенная к диску, создает момент силы M , который совершает работу

$$\delta A = F_{\tau} r d\varphi = M d\varphi$$

При конечном угле поворота элементарные работы следует проинтегрировать в пределах от начального угла φ_1 до конечного угла φ_2 :

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi \quad (5.15)$$

РАЗДЕЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

ЛЕКЦИЯ 6. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

6.1. Статистический и термодинамический методы исследований

Молекулярная физика изучает физические свойства веществ исходя из представления об их молекулярном строении. Её основной метод – физическая статистика, в котором не следят за поведением каждой молекулы, а используют средние величины, осреднённые по огромному массиву молекул.

В молекулярной физике происходит переход наших представлений в новое качество: от точного знания мы переходим к знанию усреднённому, приближённому. Мы не знаем (да и не стремимся узнать) как движется каждая из 10^{20} молекул и не только потому, что рассчитать движение каждой молекулы технически сложно (10^{20} диф. уравнений). Главное в том, что указать точное движение даже одной молекулы в замкнутом сосуде принципиально невозможно, т. к. свойства молекул и параметров движения носят вероятностный характер (квантовая механика).

На наше счастье в телах настолько огромное число молекул, что знать о движении каждой и не нужно, потому что их совместное результирующее действие с очень высокой точностью можно описать средними величинами.

Рассмотрим пример давления газа на поршень, которое обусловлено ударами молекул. В молекулярной физике давление описывается одним числом P . Насколько это обосновано? Отметим, что в действительности сила давления флуктуирует вокруг некоторого среднего значения. Причём, чем больше число молекул, тем меньше относительные флуктуации и тем с большим основанием можно вводить понятие давления и считать его константой. (Относительные флуктуации $\Delta p / p \sim 1 / \sqrt{n}$, где n – концентрация молекул, и при $n = 10^{20}$ $\Delta p / p \approx 10^{-10}$). Таким образом, чем больше число молекул, тем меньше относительные флуктуации.

Аналогично температура является мерой интенсивности (энергии) хаотического движения молекул и тем более точно описывает систему, чем больше в ней частиц.

Принципиально иным подходом к свойствам веществ является **термодинамика**. **Термодинамику**, в отличие от молекулярной физики, не интересует строение тел. Термодинамика изучает количественные и качественные соотношения между макроскопическими характеристиками объектов (энергию, температуру, давление, фазовые переходы и т.д.), исходя из трех экспериментально установленных законов (начал), обладающих большой общностью. Поэтому термодинамический подход можно применять к большому кругу явлений (газы, твердые тела, электромагнитные поля и др.).

Термодинамика, как и молекулярная физика, не учитывает флуктуации и при малом числе частиц теряет смысл.

6.2. Основные понятия. Уравнение состояния идеального газа

Напомним основные положения молекулярно-кинетической теории:

1. Вещества состоят из атомов и молекул.
2. Атомы и молекулы находятся хаотическом тепловом движении.
3. Свойства макроскопических тел объясняются взаимодействием молекул.

Основные термодинамические параметры состояния:

1. Объём V [м^3]
2. Давление $P = dF/dS$ – численно равно силе, действующей на единицу площади перпендикулярно к ней. [Н/м^2] = Па (паскаль)
3. Температура T [K] Кельвин
4. Масса газа m [Кг]

Равновесное состояние - состояние системы, которое с течением времени не изменяется (пример неравновесного состояния - горячее тело внесли в комнату).

Идеальный газ – это газ, в котором молекулы не взаимодействуют на расстоянии, а лишь при столкновениях. Размеры молекул исчезающе малы.

Моль - это набор из $6 \cdot 10^{23}$ элементов (Это число называют числом Авогадро и обозначают N_A)

Молярная масса - это масса 1 моля вещества. Обозначается буквой μ . Размерность моля $[\mu] = \text{кг/моль}$.

Закон Авогадро (опыт): В равных объёмах различных газов при равных температурах и равных давлениях содержится одинаковое число молекул. Из закона Авогадро следует **уравнение состояния идеального газа Клапейрона - Менделеева**:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \quad (6.1)$$

где $R = 8,3 \left[\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \right]$ - универсальная газовая постоянная, $\frac{m}{\mu}$ - число молей.

Напомним основные изопроцессы, которые можно проводить с идеальным газом. Эти процессы автоматически следуют из уравнения состояния (6.1):

1. Изотермический ($T = \text{const}$) $PV = \text{const}$ (см. рис.6.1а)
2. Изобарический ($P = \text{const}$) $V = CT$ (см. рис.6.1б)
3. Изохорический ($V = \text{const}$) $P = C_1 T$ (см. рис.6.1в)

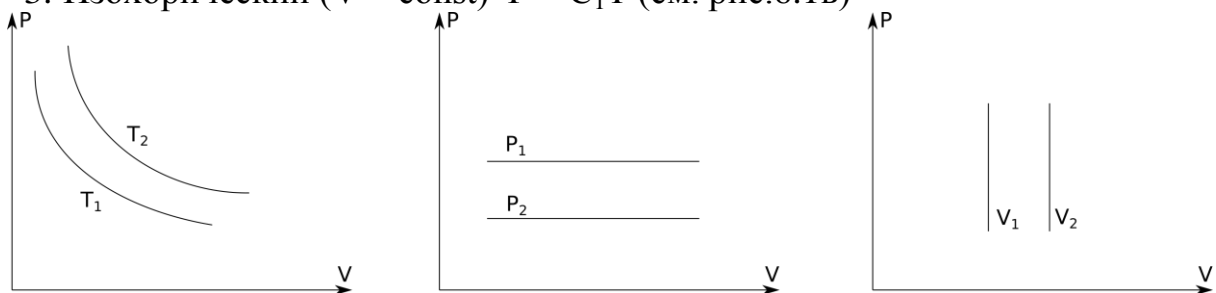


Рисунок 6.1 Графики изопроцессов: а) изотермический; б) изобарический; в) изохорический.

6.3. Вывод основного уравнения молекулярно-кинетической теории

Найдем давление газа на стенки сосуда. Рассмотрим следующую модель: пусть в центре куба со стороной Δl находится молекула (рис.1.2). Условно можно считать, что молекула может двигаться в одном из 6 возможных направлений. Пусть ее средняя скорость равна V . Ударяясь в стенки, молекула оказывает на них давление. Найдем его.

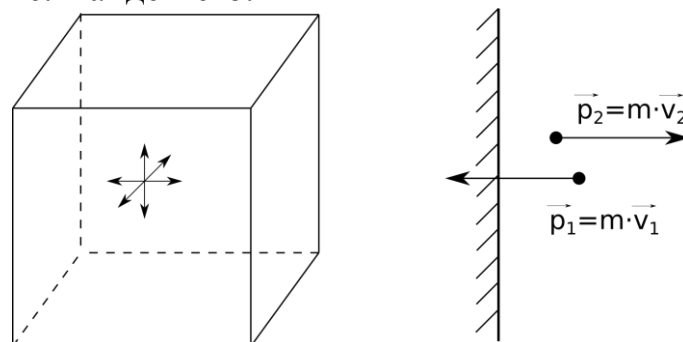


Рисунок 6.2 а) Молекула из центра куба может лететь к одной из 6-ти граней куба; б) $P_1 = mv_1$, $P_2 = mv_2$ - импульсы молекулы до и после удара о стенку

Сила, действующая на стенку при ударе одной молекулы равна силе, действующей на молекулу. Она равна отношению изменения импульса $\Delta \vec{p}$ молекулы ко времени этого изменения Δt : $\vec{F} = \Delta \vec{p} / \Delta t$

После удара о стенку молекула упруго отражается и летит обратно, $(\vec{v}_2 = -\vec{v}_1)$ (рис. 6.2.а). Изменение импульса молекулы: $\Delta \vec{p} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = -2m\vec{v}_1$, где m - масса 1 молекулы, v_1, v_2 - скорости движения молекулы к стенке и обратно (рис. 6.2.б). Изменение импульса стенки имеет противоположный знак и равно $\Delta p = 2mv$.

Молекула долетит до стенки и вернется в центр куба через время $dt = \Delta l / v$.

Отсюда получаем, что сила, действующая на стенку, равна $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2mv^2}{\Delta l}$.

Средняя сила, создаваемая ударом одной молекулы равна $\langle F \rangle = \frac{2m\langle v^2 \rangle}{\Delta l}$. Здесь мы угловыми скобками $\langle \rangle$ обозначаем усреднение по всем молекулам. Если число молекул в кубе n , то к данной стенке движутся их $1/6$ часть. В таком случае они создают силу:

$f = \frac{n}{6} F = \frac{1}{3} \frac{nm\langle v^2 \rangle}{\Delta l}$ и давление:

$P = \frac{f}{\Delta l^2} = \frac{1}{3} \frac{nm\langle v^2 \rangle}{\Delta l^3} = \frac{2}{3} \frac{n}{\Delta l^3} \left(\frac{m\langle v^2 \rangle}{2} \right)$. Величина $\frac{n}{\Delta l^3} = n_0$ - является концентрацией

молекул. А величина $\frac{m\langle v^2 \rangle}{2} = W_K$ - средняя кинетическая энергия одной молекулы. Итак, для давления идеального газа на стенки сосуда получаем **основное уравнение кинетической теории газов**:

$$P = \frac{2}{3} n_0 W_K \quad \text{или} \quad P = \frac{2}{3} n_0 \left(\frac{m\langle v^2 \rangle}{2} \right) \quad (6.2)$$

Давление на стенку сосуда определяется произведением концентрации мо-

лекул n_0 на их среднюю кинетическую энергию $W_K = \frac{m\langle v^2 \rangle}{2}$.

6.4. Молекулярно-кинетическое толкование температуры

Перепишем основное уравнение кинетической теории для произвольной массы газа m . Пусть в объеме V содержится идеальный газ, имеющий молярную массу μ .

В одном моле газа (массой μ) содержится число молекул, равное числу Авогадро N_A , если же масса газа равна m , то это составит $\nu = m/\mu$ молей и общее

число молекул будет равно $N = N_A \cdot m/\mu$. С учетом объема V , занимаемого газом, не трудно получить концентрацию молекул $n_0 = N/V = (N_A \cdot m/\mu)/V$. Подставляя это значение в соотношение (6.2), получим выражение:

$$pV = \frac{3}{2} N_A \frac{m}{\mu} W_k,$$

которое целесообразно сравнить с уравнением состояния идеального газа Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

Сравнение этих выражений позволяет получить величину средней кинетической энергии молекулы газа:

$$W_k = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{3}{2} kT \quad (6.3)$$

По определению, отношение газовой постоянной R к числу Авогадро N_A называют **постоянной Больцмана** и обозначают буквой $k = \frac{R}{N_A}$.;

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}.$$

Таким образом, получаем, что температура тела T с точностью до постоянного множителя $3/2 \cdot k$ равна средней кинетической энергии поступательного движения молекул W_k :

$$W_k = \frac{3}{2} kT \quad (6.4)$$

С учетом данного выражения основное уравнение кинетической теории можно переписать иначе (основное уравнение кинетической теории):

$$p = \frac{2}{3} n_0 W_k = n_0 kT \quad (6.5)$$

Найдём среднюю квадратичную скорость поступательного движения молекул $V_{\text{ср.кв.}}$ из выражения для средней кинетической энергии:

$$W_k = \frac{m \langle v^2 \rangle}{2} = \frac{3}{2} kT$$

откуда

$$V_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{3kT/m} = \sqrt{3RT/\mu}, \quad (6.6)$$

где k – постоянная Больцмана, m – масса молекулы, R – универсальная газовая постоянная, μ – молярная масса, T – температура.

При абсолютном нуле ($T = 0$) движение молекул прекращается т.е. $W_k = 0$.

6.5. Статистические распределения

Задача статистического распределения - указать, какая доля частиц имеет заданные параметры. Например, какая часть людей имеет рост от H до $H + dH$

(рис.6.3), или какая часть молекул имеет скорость в интервале $(V, V+dV)$ или энергию в интервале $(W, W+dW)$.

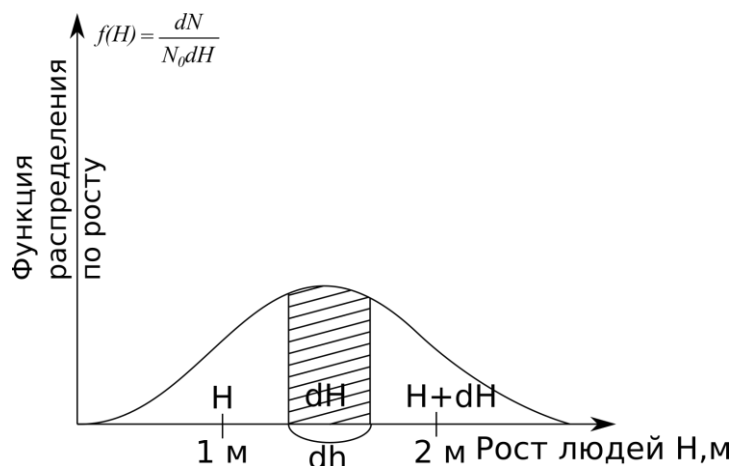


Рисунок 6.3 Пример статистического распределения

Площадь заштрихованного прямоугольника (см. рис.6.3) равна $f(H)dH$ и является долей людей ростом от H до $H+dH$:

$$f(H)dH = dN/N_0, \quad (6.7)$$

где dN – количество людей с ростом от H до $H+dH$, N_0 – общее число людей.

Площадь под всей кривой, с одной стороны равна интегралу $\int f(H)dH$, с другой стороны, равна единице, т. к. общее число людей $\int dN = N_0$, равно N_0 , откуда следует, что $\int dN/N_0 = \int f(H)dH = 1$.

Величина $dN = N_0 f(H)dH$ - задает число людей с ростом в интервале H до $H+dH$.

Вид статистики зависит от свойств частиц: квантовые объекты подчиняются квантовым статистикам.

ЛЕКЦИЯ 7. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МОЛЕКУЛ ПО ПАРАМЕТРАМ. ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ И РАБОТА ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

7.1. Барометрическая формула. Классическое распределение Больцмана

Рассмотрим газ в сосуде (см. рис.7.1). Как молекулы распределены по высоте?

Слой dH создаёт дополнительное давление $dP = -\rho g dH$, но плотность

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{P \cdot \mu}{T \cdot R} = \frac{P \cdot m_0 N_A}{T \cdot k \cdot N_A} = \frac{P \cdot m_0}{kT},$$

где m_0 - масса молекулы. Тогда $dP = -\frac{P \cdot m_0 g}{kT} dH$ или $\frac{dP}{P} = -\frac{m_0 g}{kT} dH$.

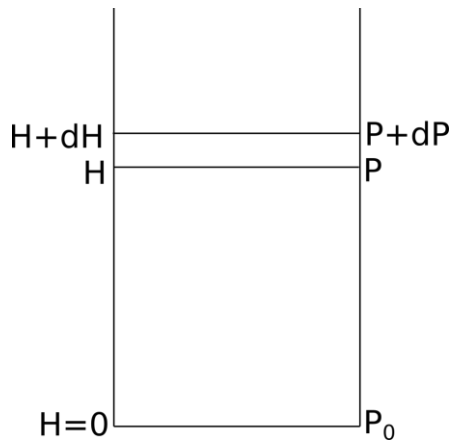


Рисунок 7.1 Слой dH оказывает дополнительное давление dP

Проводя интегрирование данного уравнения от $H=0$ до H , получим:
 $\ln P - \ln P_0 = -\frac{m_0 g}{kT}(H-0)$, где P_0 – давление газа на уровне $H=0$, P – давление на высоте H . Отсюда получаем формулу, которую называют **барометрической**:

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{mgH}{kT}\right) \quad (7.1)$$

Поскольку $P = nkT$, то при $T = \text{const}$ концентрация n пропорциональна давлению p и изменяется с высотой по аналогичному закону: $n = n_0 \cdot e^{\left(\frac{-m_0 g H}{kT}\right)}$.

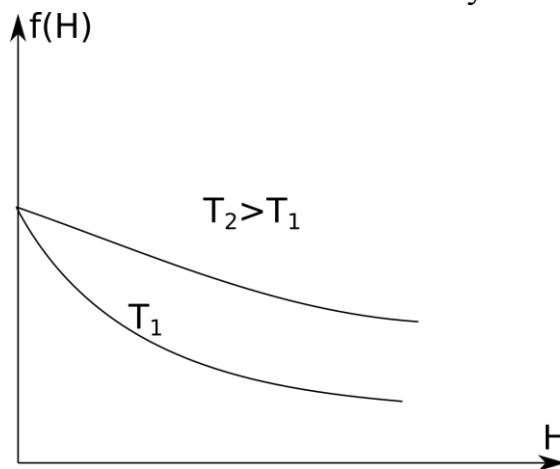


Рисунок 7.2 Функция распределения молекул по высоте

Итак, функция распределения молекул по высоте имеет вид (**распределение Больцмана**):

$$f = A e^{\frac{-m_0 g H}{kT}} = A e^{\frac{-W_{\Pi}}{kT}} \quad (7.2)$$

(где $W_{\Pi} = m_0 g H$ – потенциальная энергия молекулы коэффициент A определяется из нормировки). Зависимость (7.2) называют распределением Больцмана. Графики функции распределения молекул по высоте для различных температур представлены на рис.7.2.

7.2. Распределение молекул по скоростям. Распределение Максвелла-Больцмана

Ясно, что высоты H достигают лишь быстрые молекулы (рис.7.3), у которых $\frac{m_0 V^2}{2} \geq m_0 g H$, поэтому можно ожидать, что распределение по кинетическим энергиям такое же, как и по потенциальным (так оно и есть).
Функция распределения по проекциям скоростей молекул на любую ось:

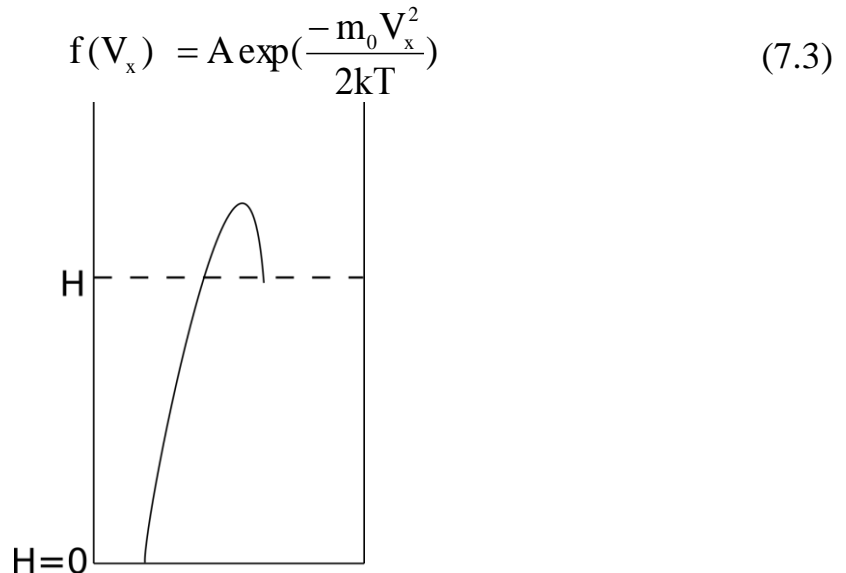


Рисунок 7.3 Высоты H достигают лишь быстрые молекулы.

Можно показать, что распределение молекул по абсолютным скоростям имеет следующий вид:

$$f(V) = A e^{\frac{-m_0 V^2}{2kT}} \cdot 4\pi V^2 \quad (7.4)$$

Это называется **распределением Максвелла по абсолютным скоростям** (рис.7.4).

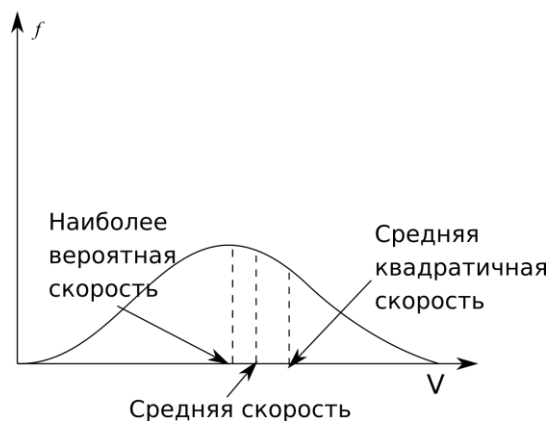


Рисунок 7.4 Распределение Максвелла по скоростям

Распределения Максвелла и Больцмана можно объединить:

$$f = A \cdot \exp\left(-\frac{W_k + W_p}{kT}\right), \quad (7.5)$$

где $W_{\text{п}}, W_{\text{к}}$ – потенциальная и кинетическая энергии молекулы. Это распределение носит имя Максвелла - Больцмана.

При температуре абсолютного нуля $T=0$ молекулы падают на дно сосуда и перестают двигаться.

7.3. Степени свободы молекулы. Внутренняя энергия и теплоёмкость идеального газа

Напомним: **степени свободы** - это минимальное число независимых переменных, которые однозначно описывают положение системы в пространстве.

Примеры: 1 точка - 3 степени свободы (X, Y, Z)

2 свободные точки - 6 степеней свободы

2 жёстко связанные точки - 5 степеней свободы (каждая связь уменьшает число степеней свободы на 1)

3 свободные точки - 9 степеней свободы

3 жёстко связанные точки $9 - 3 = 6$ степеней свободы. (3 связи)

Положение твёрдого тела в пространстве можно полностью задать 3-мя точками, связанными с телом, следовательно, у твёрдого тела 6 степеней свободы.

Поскольку молекулы идеального газа не взаимодействуют на расстоянии, то потенциальной энергии взаимодействия у идеального газа нет. Можно принять, что внутренняя энергия идеального газа складывается из кинетической энергии атомов.

Выполняется **принцип равного распределения тепловой энергии по степеням свободы**. На каждую степень свободы у одной молекулы приходится в среднем энергия равная: $\frac{1}{2}kT$.

Если у молекулы i степеней свободы, то энергия молекулы составит:

$$W_{\text{молек.}} = (i/2)kT \quad (7.6)$$

Внутренняя энергия для 1 моля складывается из кинетической энергии N_A молекул. (Напомним, что в 1 моле любого вещества содержится $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ молекул)

$$U_{\mu} = N_A \cdot W_{\text{молек.}} = N_A \cdot \frac{i}{2} \cdot kT = \frac{i}{2} \cdot RT \quad (7.7)$$

Внутренняя энергия для произвольной массы m идеального газа равна:

$$U = \frac{m}{\mu} U_{\mu} = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT \quad (7.8)$$

В общем случае, для неидеальных газов и тел внутренняя энергия включает энергию всевозможных видов движения и взаимодействия всех частиц термодинамической системы (кинетическая энергия атомов и молекул, потенциальная энергия всех частиц, включая ядра и т. д.). Внутренняя энергия не включает кинетическую энергию и потенциальную энергию термодинамической системы как целого.

7.4. Работа идеального газа

Рассмотрим газ в цилиндре с поршнем, площадь которого равна S . (рис.7.5). Пусть газ сдвигает поршень на расстояние dX .

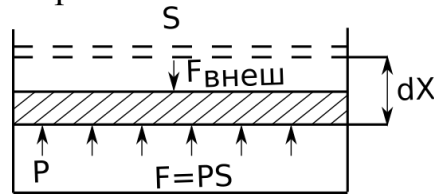


Рисунок 7.5. Работа идеального газа при расширении.

При квазистатическом (квазиравновесном) расширении газа он совершит работу: $\delta A = F dx = P \cdot S dx = PdV$

Итак, мы получили выражение для элементарной работы газа:

$$\delta A = PdV \quad (7.9)$$

При медленном квазистатическом расширении внешние силы равны силе давления газа, но противоположно направлены. Поэтому работа внешних сил:

$$\delta A_{\text{внеш}} = -\delta A \quad (7.10)$$

Работа при конечном приращении объема складывается (интегрируется) из элементарных работ:

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} PdV \quad (A_{12} > 0, A_{21} < 0) \quad (7.11)$$

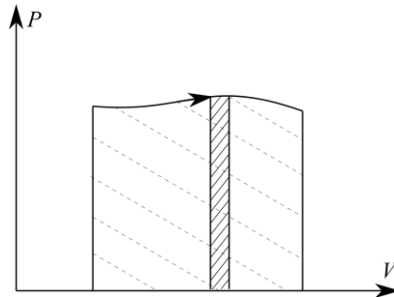


Рисунок 7.6 Элементарная работа на графике соответствует площади заштрихованного столбца. Вся работа газа A_{12} равна площади под кривой 1-2.

Если при переходе газа из точки 1 в точку 2 газ расширяется $dV > 0$, работа газа получится положительной $A_{12} > 0$. При обратном процессе, переходе из точки 2 в точку 1, газ сжимается $dV < 0$, и работа газа отрицательна $A_{21} < 0$.

Работа равна площади под кривой перехода в координатах P, V (см. рис.7.6).

Работа зависит от пути перехода, значит, не является функцией состояния (см. рис.7.7).

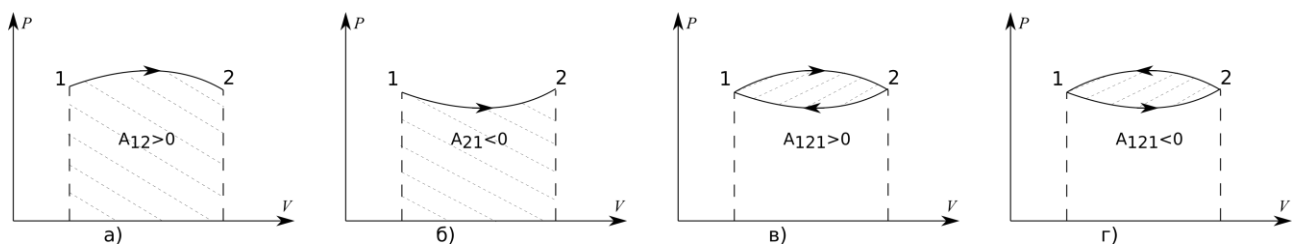


Рисунок 7.7 а) работа газа $A_{12} > 0$; б) работа газа $A_{21} < 0$; в) работа в замкнутом цикле $A_{121} > 0$ и равна площади внутри замкнутой кривой; г) в обратном цикле $A_{121} < 0$

Найдем работу газа в различных изопроцессах:

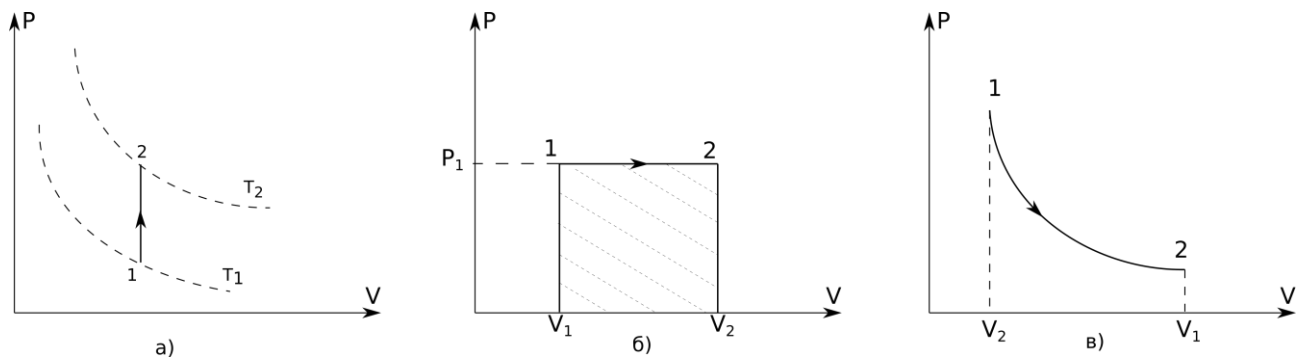


Рисунок 7.8. Работа идеального газа в различных процессах равна площади под кривой $P(V)$.

а) изохорный процесс $V=\text{const}$. Площадь под изохорой равна нулю, следовательно, $A_{12}=0$.

б) изобарное расширение газа: $P=\text{const}$. Работа A_{12} равна площади заштрихованного прямоугольника $A_{12}=P(V_2-V_1)$.

в) изотермическое расширение газа: $T=\text{const}$.

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} (m/\mu) \cdot RT \cdot dV/V = (m/\mu) \cdot RT \int_{V_1}^{V_2} dV/V = (m/\mu) RT \ln(V_2/V_1)$$

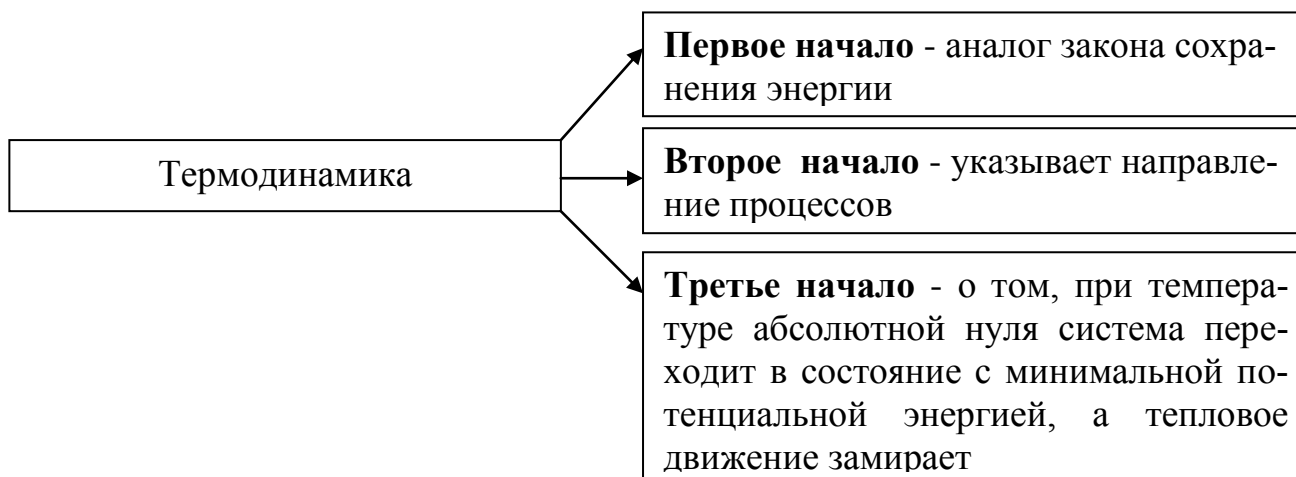
где V_2 и V_1 - объем газа в начальном и конечном состояниях, соответственно.

ЛЕКЦИЯ 8. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

8.1. Основные понятия

Термодинамика не интересуется строением тел, а изучает превращение энергии, происходящее в системе (теплообмен, работа над телами и др.)

Термодинамика основывается на трёх опытных законах, началах:



Изолированная система - система, не взаимодействующая с окружающей средой.

Замкнутая система - механически изолирована, но возможен теплообмен с окружающей средой.

Адиабатически изолированная система – это система, в которой нет теплообмена с окружающей средой, но возможно механическое взаимодействие.

Равновесное состояние - состояние, в которое приходит изолированная система со временем (после этого состояние системы не изменяется во времени).

Для равновесного состояния вводят термодинамические параметры состояния: давления P , температура T , объём V .

Опыт показывает, что параметры состояния взаимосвязаны некоторым уравнением, которое называют уравнением состояния:

$$f(P, V, T) = 0 \quad (8.1)$$

8.2. Количество теплоты. Первое начало термодинамики

Энергию термодинамическая система может получать двумя путями: в виде работы, совершаемой внешними силами, и в виде тепла (теплообмен).

Энергия, переданная системе окружающей средой в результате теплообмена, называется **количеством теплоты Q** , полученной системой. При переходе системы из состояния 1 в 2 по общезначимому закону энергия сохраняется. В этом заключается смысл 1-го начала термодинамики.

1-ое начало термодинамики: теплота, сообщаемая системе, расходуется на изменение внутренней энергии системы и на совершение системой работы

$$Q_{12} = (U_2 - U_1) + A_{12} \quad (8.2)$$

где Q_{12} – теплота, полученная системой в процессе 1-2; U_1, U_2 – внутренняя энергия системы в состояниях 1 и 2, соответственно; A_{12} – работа, совершенная системой при переходе 1→2. Для бесконечно малых процессов

$$dQ = dU + dA \quad \text{или} \quad dQ = dU + pdV \quad (8.3)$$

Знак δ в δQ и δA означает, что количество теплоты Q и работа A не являются функциями состояния системы, а d в dU означает, что U является функцией состояния и dU – полный дифференциал.

8.3. Теплоёмкость

Теплоёмкостью термодинамической системы называется величина

$$C = \frac{\delta Q}{dT} \quad (8.4)$$

Теплоёмкость численно равна количеству тепла δQ , которое надо сообщить системе, чтобы повысить её температуру на 1 градус.

Молярная теплоёмкость C_μ – теплоёмкость 1 моля вещества.

Удельная теплоёмкость $C_{уд}$ – теплоёмкость 1 массы вещества.

Эти величины связаны между собой:

$$C_\mu = C_{уд} \mu, \quad (8.5)$$

где μ – молярная масса.

1. Найдем теплоёмкость 1 моля идеального газа при постоянном объёме, которую обозначают C_V . Из 1 начала термодинамики:

$$dQ = dU + dA = iRdT / 2 + PdV$$

Так как $V = \text{const}$, то $dV = 0$ и $PdV = 0$, и мы получаем:

$$C_V = (dQ / dT)_V = iR / 2 \quad (8.6)$$

2. Определим теплоёмкость 1 моля идеального газа при постоянном давлении. Из 1 начала термодинамики:

$$\delta dQ = dU + pdV = (i / 2)RdT + pdV,$$

но для 1 моля $pV = RT$; $pdV = RdT$ ($p = \text{const}$)

$$C_p = (dQ / dT)_p = iR / 2 + R = (i + 2)R / 2 = C_V + R \quad (8.7)$$

В результате получаем **уравнение Майера**:

$$C_p = C_V + R \quad (8.8)$$

C_V – характеризует затраты тепла на увеличение внутренней энергии идеального газа, универсальная газовая постоянная R – характеризует дополнительные затраты тела на работу идеального газа при постоянном давлении.

8.4. Адиабатный процесс

Адиабатный процесс - термодинамический процесс, при котором система не обменивается теплотой с окружающей средой. ($dQ = 0$)

Первое начало термодинамики для адиабатного процесса имеет вид:

$U_2 - U_1 + A_{12} = 0$ или $A_{12} = U_1 - U_2$. Для малых приращений: $dU + pdV = 0$ или $pdV = -dU$.

Работа, совершаемая термодинамической системой в адиабатном процессе, происходит за счёт убыли внутренней энергии $A_{12} = U_1 - U_2$. И наоборот, работа над системой в адиабатном процессе приводит к повышению внутренней энергии. (Пример – разогрев насоса велосипеда при накачки камеры).

Можно показать, что при адиабатном процессе в идеальном газе выполняется соотношение (**уравнение адиабаты**):

$$PV^\gamma = \text{const} \quad (8.9)$$

где показатель степени называется **постоянной адиабаты**:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{(i+2)R}{iR} = \frac{i+2}{i} \quad (8.10)$$

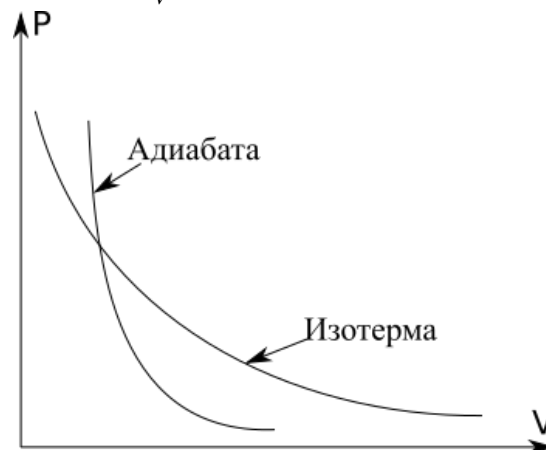


Рисунок 8.1. Адиабата при расширении газа спадает круче, чем изотерма

Постоянная $\gamma > 1$, поэтому, если на графике в координатах P, V изобразить изотерму $PV = \text{const}$ и адиабату $PV^\gamma = \text{const}$, то получим рисунок 8.1.

Так как $\gamma > 1$, то с ростом объема в координатах P, V график адиабаты спадает круче, чем график изотермы (см. рис. 8.1).

8.5. Обратимые и необратимые процессы.

Второе начало термодинамики

Обратимым называется термодинамический процесс, совершаемый системой, если после него систему и окружающие тела можно вернуть в исходное состояние так, что в окружающей среде не останется никаких изменений. В противном случае процесс называется **необратимым**.

Пример необратимых процессов.

- 1) Расширение газа в свободную часть сосуда. Газ можно вернуть в первоначальное состояние, но для этого внешним телам нужно совершить над газом работу, т. е. в окружающей среде произойдут изменения.
- 2) Торможение тела за счёт трения сопровождается переходом кинетической энергии тела в нагрев тел, тепловое движение молекул. Обратный процесс разгона тела невозможен, т. к. хаотическое движение частиц среды не может самопроизвольно привести к упорядоченному движению тела.

Пример обратимых процессов:

Все квазистатические изопроцессы обратимы. Например, при плавном адиабатическом сжатии газа и последующем расширении газ и окружающие тела вернуться в исходное состояние.

Первое начало термодинамики выражает лишь закон сохранения энергии. Оно не позволяет указать направление процессов. Так 1-му началу не противоречит самопроизвольный переход тепла от холодного тела к более горячему. (Из опыта мы знаем, что это невозможно).

Направление процессов в природе указывает 2-е начало термодинамики.

Существует несколько эквивалентных формулировок **2-го начала термодинамики**.

- 1) (**Формулировка Клаузиуса**) Невозможен процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от холодного тела к горячему.
- 2) (**Формулировка Томсона**) Невозможен процесс, единственным результатом которого является совершение работы за счёт охлаждения одного тела. (КПД не может быть равным единице. Вечный двигатель 2-го рода невозможен).

Можно показать эквивалентность этих формулировок.

8.6. Циклы. Тепловая и холодильная машины

Цикл или круговой процесс - это совокупность термодинамических процессов, в результате которых система возвращается в исходное состояние.

Тело, совершающее круговой процесс, называется **рабочим телом**. (При этом оно может обмениваться энергией с окружающими телами).

Тепловой машиной называется система, состоящая из рабочего тела и двух внешних тел - "нагревателя" и "холодильника" (рис.8.2).

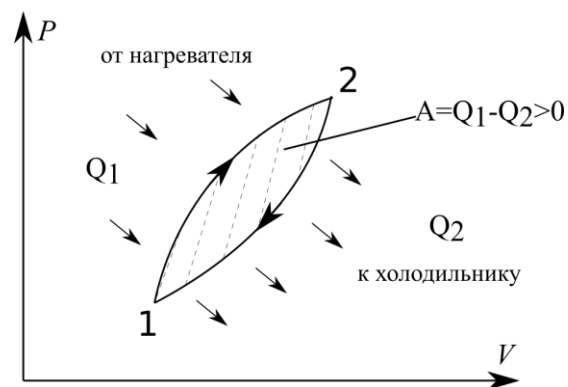


Рисунок 8.2. Цикл тепловой машины

Пример: газ, контактируя с "нагревателем", получает от него тепло Q_1 , затем, чтобы вернуться в исходное состояние, должен контактировать с "холодильником", отдав ему тепло Q_2 . По первому началу термодинамики $Q_{121} = Q_1 - Q_2 = U_2 - U_1 + A_{121}$, но придя в исходную точку имеем: $U_2 = U_1$. В результате газ совершает полезную работу $A = Q_1 - Q_2$, которая на графике равна площади внутри цикла.

$$\text{КПД теплового двигателя равно} \quad \eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad (8.11)$$

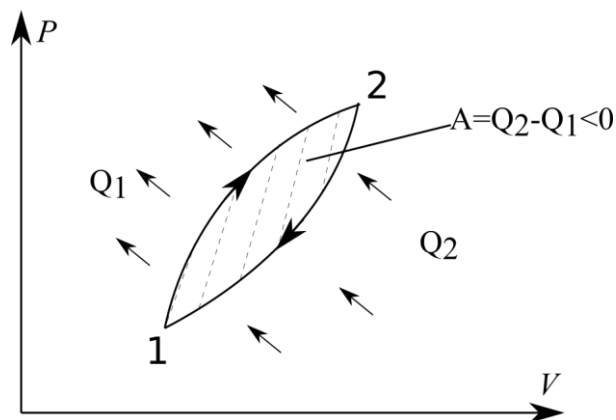


Рисунок 8.3. Цикл холодильной машины

Холодильной машиной называется тепловая машина, работающая по обратному циклу (рис.8.3). При этом она получает от "холодильника" тепло Q_2 и отдаёт нагревателю теплоту Q_1 . Газ в таком цикле совершает отрицательную работу, т. е. в таком цикле необходима работа внешних сил $A = Q_2 - Q_1$.

8.7. Цикл Карно

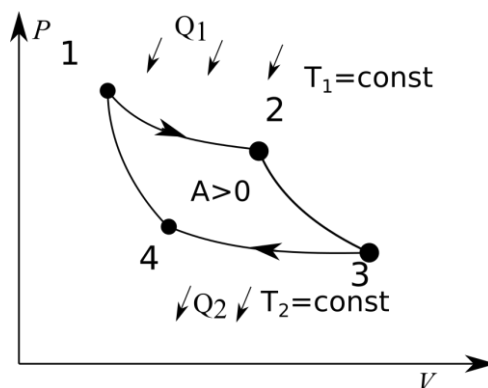


Рисунок 8.4. Прямой цикл Карно

Цикл Карно состоит из 4 обратимых процессов: двух изотерм и двух адиабат (рис.8.4). Площадь внутри цикла равна работе A , которая совершается за счет поступившего тепла: $A = Q_1 - Q_2$.

Прямой цикл состоит из следующих участков, рис.8.4:

1-2 - изотермическое расширение $T_1 = const$. Газ получает от "нагревателя" теплоту Q_1 . Внутренняя энергия не изменяется $U_2=U_1$. Тепло, полученное газом $Q_1 = A_{12}$, равно площади под кривой 1-2.

2-3 – адиабатическое расширение. $\delta Q_{23} = 0$. Температура газа падает до T_2 . Газ совершает работу за счет уменьшения внутренней энергии. $A_{23} = U_2 - U_3$.

3-4 - изотермическое сжатие при $T_2 = const$. Внутренняя энергия не меняется. Работа газа отрицательна, над ним совершает работу внешняя сила. Газ отдаёт тепло Q_2 "холодильнику".

4-1 - адиабатическое сжатие. $\delta Q_{41} = 0$. Температура газа возрастает до T_1 . Внутренняя энергия растёт за счет работы внешних сил.

Работа в цикле: $A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1 - Q_2$

Можно показать, что КПД цикла Карно $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ не зависит от вида рабочего тела, а определяется только температурой "нагревателя" T_1 и "холодильника" T_2 :

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (8.12)$$

8.8. Энтропия

Кроме внутренней энергии U в термодинамике существуют и другие функции состояния. Важнейшая из них - *энтропия*.

В отличие от теплоты δQ , приведённая теплота $\delta Q/T$ в обратимых процессах является полным дифференциалом некоторой функции S состояния системы, называемой энтропией.

Для обратимых процессов:

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{обр} \quad (8.13)$$

или:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{обр} \quad (8.14)$$

В необратимых процессах энтропия системы растёт быстрее, чем в равновесном случае:

$$(dS) > \left(\frac{\delta Q}{T} \right) \quad (8.15)$$

Из (8.15) получают ещё одну формулировку 2-го начала термодинамики: *энтропия изолированной системы не может убывать при любых процессах, происходящих в ней.*

Действительно, для изолированной системы $\delta Q = 0$ и получаем закон неубывания энтропии:

$$dS \geq 0 \quad (8.16)$$

Здесь знак равенства относится к обратимым, а неравенства - к необратимым процессам.

Итак, 2-е начало термодинамики можно также сформулировать как закон неубывания энтропии. (Можно показать эквивалентность этой формулировки с другими).

8.9. Статистический смысл энтропии и второго начала термодинамики

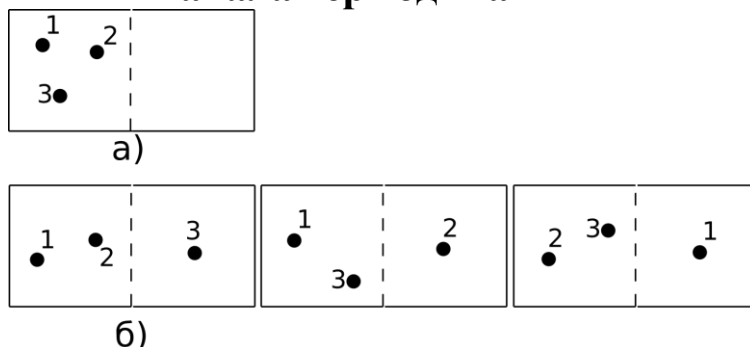


Рисунок 8.5. а) макросостояние (3:0) б) макросостояние (2:1)

Рассмотрим 3 молекулы, находящиеся в сосуде, условно разделённом на 2 части (см. рис.8.8).

Макросостоянием назовём описание всей системы, а **микросостоянием** - описание положения каждой молекулы.

Макросостоянию (3:0) соответствует всего $\Omega=1$ возможное микросостояние (см. рис.8.5.а). Макросостоянию (2:1) соответствуют $\Omega=3$ возможных микросостояния (см. рис.8.5.б). Ω - называют статистическим весом данного макросостояния системы. Ω равно числу возможных микросостояний, соответствующих данному макросостоянию.

В нашем примере 2-е макросостояние (2:1) более вероятно, чем 1-е (3:0).

Больцман доказал, что статистический вес Ω и энтропия S связаны соотношением:

$$S = k \cdot \ln \Omega \quad (8.17)$$

где k - постоянная Больцмана.

Закон неубывания энтропии означает, что изолированная система с течением времени переходит во все более вероятные состояния, достигая максимального статистического веса Ω и максимума энтропии в состоянии равновесия.

Ниже приведены дополнительные материалы, которые изучаются студентами самостоятельно

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ, (СТО)

П.1.1. Постулаты СТО (постулаты Эйнштейна)

Опыт показывает, что нельзя выделить «главную» инерциальную систему – все системы эквивалентны. Для классической механики, в которой для инерциальных систем отсчета справедливы Гауссовы преобразования системы координат, можно доказать, что все уравнения движения одинаковы во всех системах отсчета. Для скоростей близких к скорости света это далеко не было очевидным. Эйнштейн распространил этот принцип и на релятивистскую механику.

1-ый Постулат СТО. Принцип относительности: *Все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчёта.*

Никакими опытами не отличить, движется ли инерциальная система или нет. Опыт показывает, что взаимодействие между телами распространяется не мгновенно, а ограничено скоростью света в вакууме, которую обозначают буквой C . Майкельсон и Морли (с 1880 по 1887 г.) показали, что скорость света вдоль орбиты Земли и поперёк неё одинакова. Постоянство скорости света следовало и из уравнений Максвелла. Отсюда Эйнштейн сделал смелый вывод о том, что скорость света во всех инерциальных системах одинакова, что это фундаментальное свойство природы, которое нужно констатировать как опытный факт.

2-ой Постулат СТО: *Скорость света во всех инерциальных системах отсчёта постоянна.*

Эти два постулата сформулировал Эйнштейн в 1905 году.

Эти два простеньких с виду постулата приводят к удивительным выводам, которые произвели революцию в физике.

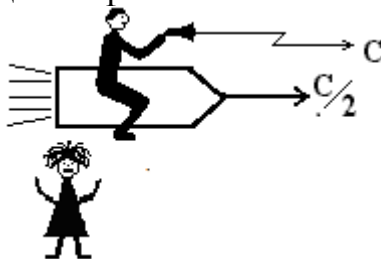


Рисунок П.1.1.

Рассмотрим простой пример на рисунке П.1.1. Пусть Вася летит на ракете со скоростью $\frac{C}{2}$ относительно Маши, и в её честь выпускает вперёд луч света. За 1 секунду свет должен убежать от Васи на расстояние C , но за эту секунду

и сам Вася улетит от Маши на $\frac{C}{2}$. Значит, свет за 1 секунду удалится от Маши на расстояние $C + \frac{C}{2}$. А это противоречит требованию о том, что свет в Машинной системе отсчёта имеет скорость C .

Это противоречие приводит к выводу о том, что, либо размер движущихся тел сокращается, либо время в разных системах течёт по-разному. Оказывается, имеет место и то и другое: и сокращение длины и замедление времени.

Рассмотрим этот вопрос более подробно.

П.1.2. Преобразования Лоренца

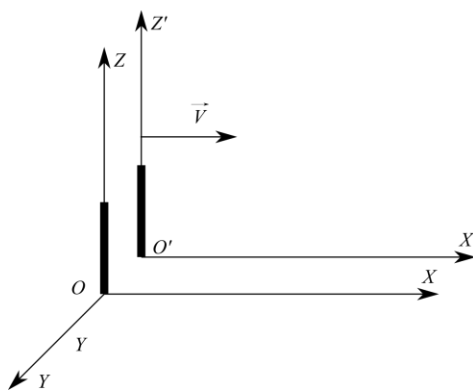


Рисунок П.1.2.

Рассмотрим две системы отсчета. Первая - неподвижная система k , в которой и время и координаты будем обозначать не штрихованными величинами. Вторая - подвижная система отсчета k' , которая движется вдоль оси X со скоростью V , и в которой все величины будут штрихованными. Снабдим системы k и k' универсальными часами: за единицу времени примем время, за которое свет проходит некоторый вертикально расположенный эталонной длины стержень. В момент совпадения т. O и т. O' , стержни можно сравнить и взять одинаковой длины.

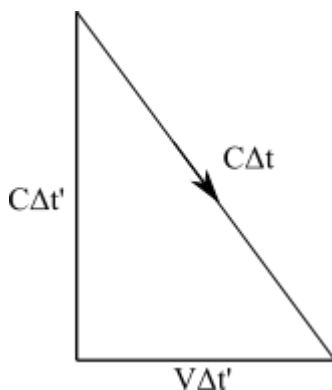


Рисунок П.1.3.

Рассмотрим интервал времени между событиями, когда свет проходит стержень в системе k' сверху вниз. С точки зрения наблюдателя k' это происходит за $\Delta t'$, и длина стержня равна $C\Delta t'$. С точки зрения наблюдателя k

свет распространяется наклонно в течение Δt и будет снесён по оси X на расстояние $V\Delta t$, рис.П.1.3.

Из теоремы Пифагора $(C\Delta t')^2 + (V\Delta t)^2 = (C\Delta t)^2$, откуда:

$$\Delta t' = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}} = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (\text{П.1.1})$$

где $\beta^2 = \frac{V^2}{C^2}$

Итак, $\Delta t'$ длительность события измеренного в k' неподвижными в k' часами (собственная длительность события) всегда меньше, чем Δt - его длительность, измеренная в системе k . Имеем **замедление времени в движущейся (k') системе.**

Аналогично можно показать, что **размеры движущихся тел в направлении движения сокращаются**

$$L = L' \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}} \quad (\text{П.1.2}),$$

где L' - собственная длина тела, измеренная неподвижной относительно тела линейкой.

Исходя из двух постулатов, Эйнштейн вывел в 1905 году правила перехода из одной инерциальной системы в другую:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \frac{t' + \frac{V}{C^2}x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \end{array} \right. \quad \text{и обратно:} \quad \left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{V}{C^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}} \end{array} \right. \quad (\text{П.1.3})$$

, где $\beta^2 = \frac{V^2}{C^2}$

Эти преобразования носят имя Лоренца, он вывел их в 1904 году из уравнений Максвелла, но не смог их правильно интерпретировать.

Для медленных движений ($V \ll C$) $\beta^2 = \frac{V^2}{C^2} \rightarrow 0$, преобразования Лоренца

переходят в преобразования Галилея (релятивистская механика переходит в классическую механику).

П.1.3. Преобразование и сложение скоростей

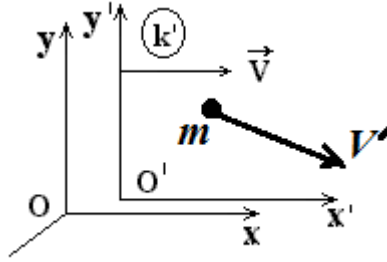


Рисунок П.1.4.

Пусть в системе k' тело движется со скоростью \vec{V}' , имея следующие составляющие:

$$V'_X = \frac{dx'}{dt'}, V'_Y = \frac{dy'}{dt'}, V'_Z = \frac{dz'}{dt'}$$

Найдём скорость тела V в системе k .

По определению: $V_X = \frac{dx}{dt}$ но $x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}$, поэтому $dx = \frac{dx' + Vdt'}{\sqrt{1-\beta^2}}$

$$t = \frac{t' + \frac{V}{C^2}x'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ соответственно } dt = \frac{dt' + \frac{V}{C^2}dx'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Подставляя dx и dt в определение скорости V_X , получим:

$$V_X = \frac{dx' + Vdt'}{dt' + \frac{V}{C^2}dx'} = \frac{\frac{dx'}{dt'} + V}{1 + \frac{V}{C^2} \cdot \frac{dx'}{dt'}} = \frac{V'_X + V}{1 + \frac{V \cdot V'_X}{C^2}}$$

В результате мы получили релятивистский закон сложения скоростей:

$$V_X = \frac{V'_X + V}{1 + \frac{V \cdot V'_X}{C^2}} \quad (\text{П.1.4})$$

Поскольку в поперечных направлениях размеры не меняются, то $dy' = dy$ и для V_Y получаем (для V_Z формула аналогична и здесь не приводится):

$$V_Y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy' \sqrt{1-\beta^2}}{dt' + \frac{V}{C^2}dx'} = \frac{V'_Y \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{V \cdot V'_X}{C^2}} \quad (\text{П.1.5})$$

Возвратимся к примеру с Васей и Машей. Если частица (свет, выпущенный Васей) движется в системе k' со скоростью света $V_X' = C$, то в k (с точки зрения Маши) ее скорость:

$$V_X = \frac{C + V}{1 + \frac{V \cdot C}{C^2}} = \frac{(C + V)}{(C + V)} \cdot C = C$$

т.е. тоже равна скорости света C . Постулат Эйнштейна не нарушается.

П.1.4. Понятие о релятивистской динамике

В классической механике масса тел m не зависит от скорости тела. Однако в конце 19 века в опытах по разгону электронов в электрических полях выяснилось, что с ростом электрического поля электроны разгонялись медленнее, чем это следовало из формул классической механики. На основе этих и других экспериментов был сделан вывод о том, что масса частиц растет с увеличением скорости частиц.

Теория о зависимости массы m движущегося тела от его скорости держалась более 100 лет вплоть до наших дней.

Однако более глубокие исследования показали, что масса тела m не зависит от его скорости и остается постоянной (инвариантной) при переходе от одной инерционной системы отсчета к другой.

В современной специальной теории относительности (СТО) справедливы следующие положения:

1. Масса тела m определяется энергией покоя тела E_0 и не зависит от скорости тела.

$$mc^2 = E_0 \quad (\text{П.1.6})$$

2. Движущееся тело, кроме энергии покоя E_0 обладает и кинетической энергией W_k , а полная энергия тела равна:

$$E = E_0 + W_k \quad (\text{П.1.7})$$

3. Полная энергия E и импульс p движущегося тела описываются формулами:

$$E = \frac{m \cdot C^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \quad \vec{P} = \frac{m \cdot \vec{V}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} = \frac{E}{C^2} \cdot \vec{V} \quad (\text{П.1.8})$$

Из (П.1.8) можно получить соотношение для связи полной энергии частицы с её импульсом и массой:

$$\frac{E^2}{C^4} - \frac{P^2}{C^2} = m^2 \quad (\text{П.1.9})$$

Безмассовые частицы, например квант электромагнитного излучения, движутся всегда со скоростью света $V=C$, а их импульс:

$$P = \frac{E}{C} \quad (\text{П.1.10})$$

Основное уравнение релятивистской механики имеет вид:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (\text{П.1.11})$$

Отсюда следует и закон сохранения импульса:

$$\vec{P}_{\text{сист}} = \text{const}$$

В замкнутой системе релятивистский импульс сохраняется.

В заключение отметим, что все формулы релятивистской механики переходят в формулы классической механики при скоростях $V \ll c$. Например, кинетическая энергия:

$$W_K = E - E_0 = mC^2 - m_0C^2 = m_0C^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \quad (\text{П.1.12})$$

При малых скоростях $V \ll C$ можно приближенно получить:

$$W_K \approx m_0C^2 \left(1 + \frac{1}{2}\beta^2 - 1 \right) = \frac{1}{2}m_0V^2$$

т.е. при малых скоростях формулы релятивистской механики переходят в формулы классической механики.

Примечание. При малых значениях x справедливо приближённое равенство:

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \quad \text{поэтому} \quad (1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\beta^2$$

Все уравнения релятивистской динамики инвариантны к преобразованиям Лоренца (не изменяются при переходе от одной инерциальной системы к другой).

П.1.5. Выводы по специальной теории относительности

1. Понятия время, расстояние, масса не являются абсолютными, а зависят от скорости тел.
2. Масса и энергия эквивалентны.
3. Пространство и время взаимосвязаны и образуют единое четырёхмерное пространство-время. Изменяются понятия одновременности и другие.

Мы рассмотрели частную (специальную) теорию относительности. Существует и общая теория относительности, в которой учитывается влияние гравитационного поля. В ней оказывается, что гравитационное поле приводит к искривлению пространства.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Мы рассмотрим три явления переноса: теплопроводность, внутреннее трение и диффузию. Диффузия заключается в возникновении в газах или жид-

костях направленного переноса массы. Внутреннее трение- это перенос импульса, а теплопроводность заключается в направленном переносе внутренней энергии(тепла).

Рассмотрим длину свободного пробега частиц λ , т. е. расстояние, которое в среднем проходит молекула между столкновениями. За время Δt молекула пройдёт расстояние $\langle V \rangle \Delta t$. Спрявим ее путь (рис.П.2.1).

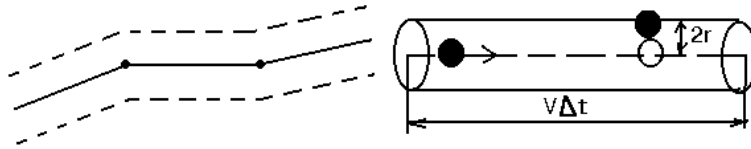


Рисунок П.2.1. Молекула столкнется со всеми молекулами, центры которых окажутся на расстоянии меньше $2r$

Введём радиус молекулы как радиус такого твёрдого шарика, которым можно заменить молекулу при рассмотрении ее столкновений. По пути молекула заденет все другие молекулы, центры которых находятся в цилиндре радиусом $2r$ и длиной $\langle V \rangle \Delta t$ (рис.П.2.1).

Число ΔZ столкновений за время Δt равно числу молекул внутри цилиндра, а эта величина произведению объема цилиндра $\pi(2r)^2 \langle V \rangle \Delta t$ на концентрацию молекул n_0 :

$$\Delta Z = \pi(2r)^2 \langle V \rangle \Delta t \cdot n_0 = 4\pi r^2 \langle V \rangle \Delta t \cdot n_0 = 4\sqrt{2}\sigma \langle V \rangle \Delta t \cdot n_0$$

, где n_0 - концентрация молекул

Учитывая $\sqrt{2}$ за счёт относительного движения молекул, получим число столкновений за единицу времени:

$$Z = \sqrt{2}\Delta Z / \Delta t = \pi(2r)^2 \langle V \rangle \Delta t \cdot n_0 = 4\sqrt{2}\sigma \langle V \rangle \Delta t \cdot n_0,$$

где величина $\sigma = \pi r^2$ называется **эффе́ктивным сече́нием молекулы**.

Итак, мы получили длину свободного пробега:

$$\lambda = \frac{\langle V \rangle t}{\Delta Z} = \frac{1}{4\sqrt{2}\sigma \cdot n_0} \quad (\text{П.2.1})$$

Длина свободного пробега обратно пропорциональна концентрации молекул n_0 (давлению).

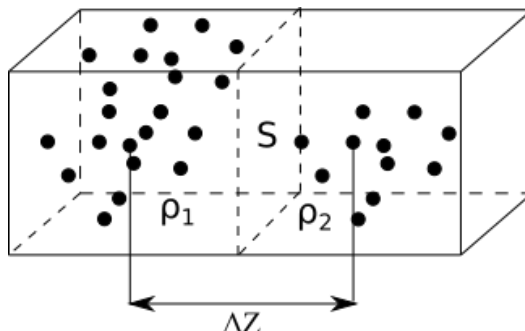


Рисунок П.2.2. Диффузия – это перенос масс

а) **Диффузия** – это перенос массы из мест с большей плотностью ρ к местам с меньшей плотностью (рис.П.2.2).

Перенос массы ΔM пропорционален:

$\Delta M \sim -\Delta/\Delta Z$ - градиенту плотности (его физический смысл - изменение плотности на 1 длины).

$\Delta M \sim S$ - площади переноса

$\Delta M \sim \Delta t$ – времени переноса

В результате получаем уравнение диффузии (Закон Фика):

$$\Delta M = -D(d\rho / dZ)S\Delta t \quad (\text{П.2.2})$$

D - называют коэффициентом диффузии. Из классической молекулярно-кинетической теории можно показать, что $D = (1/3) \langle V \rangle \lambda$ где $\langle V \rangle$ - средняя скорость движения молекул, λ - длина свободного пробега.

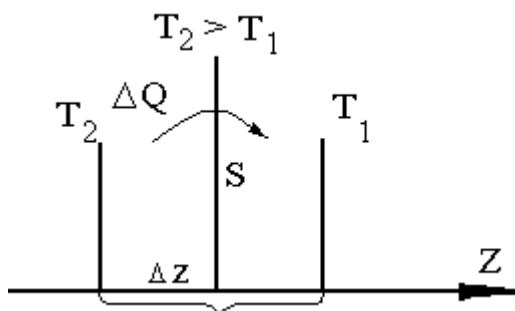


Рисунок П.2.3. Теплопроводность заключается в переносе тепла от более нагретых областей к менее нагретым.

б) **Теплопроводность** – перенос теплоты (внутренней энергии) от более нагретых частей к менее нагретым (рис.П.2.3).

Перенос тепла пропорционален:

$\Delta Q \sim -\Delta T/\Delta Z$ - градиенту температуры

$\Delta Q \sim S$ - площади переноса

$\Delta Q \sim \Delta t$ - времени переноса

В результате получаем уравнение теплопроводности:

$$\Delta Q = -\chi \frac{dT}{dZ} S \Delta t, \quad (\text{П.2.3})$$

где χ - называется коэффициентом теплопроводности. Из классической теории $\chi = 1/3 \langle V \rangle \lambda \rho C_V^{\text{уд.}}$, где $C_V^{\text{уд.}}$ - удельная теплоемкость при постоянном объеме, ρ - плотность, λ - длина свободного пробега.

в) **Внутреннее трение** – (вязкость) возникает между слоями жидкости или газа, движущимися с различными скоростями (рис.П.2.4).

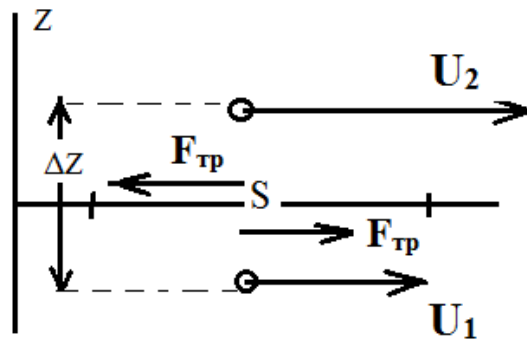


Рисунок П.2.4. При внутреннем трении происходит передача импульса между слоями

Сила трения разгоняет медленный слой и тормозит быстрый.

Сила трения пропорциональна:

$F_{тр} \sim -\Delta U / \Delta Z$ - градиенту скорости потоков. $F_{тр} \sim S$ - площади соприкосновения слоев.

В результате получаем уравнение для внутреннего трения:

$$F_{тр} = -\eta \frac{du}{dz} S \quad (\text{П.2.4})$$

где η - коэффициент внутреннего трения (динамическая вязкость). Из классической теории можно получить:

$$\eta = (1/3)\rho \langle V \rangle \lambda,$$

где ρ - плотность вещества, $\langle V \rangle$ - средняя скорость молекул, λ - длина свободного пробега молекул.

Коэффициенты переноса связаны между собой соотношениями:

$$\chi = \eta \cdot C_V^{уд}; \quad \eta = \rho D$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3. РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ

П.3.1. Взаимодействие молекул реальных газов

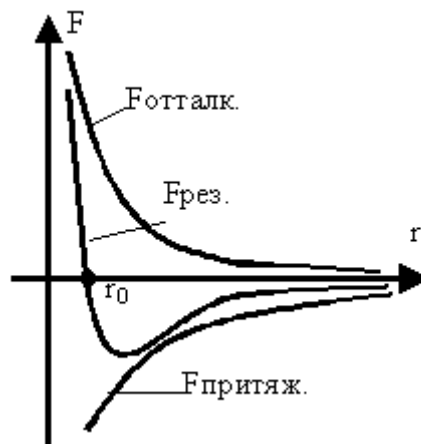


Рисунок П.3.1. Силы взаимодействия молекул в реальном газе

В отличие от идеального газа в реальном газе молекулы взаимодействуют друг с другом. Силы отталкивания $F_{отт} \sim 1/r^{13}$ очень быст-

ро возрастают, начиная с некоторых r_0 - расстояний между центрами молекул (см. рис.П3.1).

Силы притяжения $F_{прит} \sim -1/r^7$ изменяются с расстоянием медленнее (см. рис.5.1). Поэтому на расстояниях $r > r_0$ $|F_{прит}| > |F_{отт}|$ и молекулы притягиваются друг к другу (Ван-дер-Ваальсовы силы притяжения).

Потенциальная энергия взаимодействия $W_{\Pi} = \int F_{рез} dr = -C_1 / r^6 + C_2 / r^{12}$ представлена на рис. П3.2.

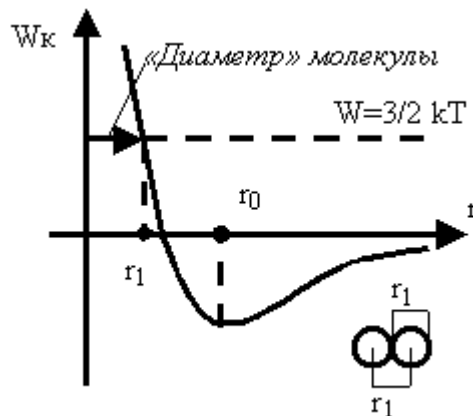


Рисунок П.3.2. Потенциальная энергия взаимодействия

Средняя кинетическая энергия теплового поступательного движения молекул $W = 3kT/2$. При этом молекулы могут сблизиться до расстояния r_1 . (С повышением температуры r_1 убывает очень слабо, см. рис. П3.2).

Расстояние r_1 называют **эффе́ктивным диа́метром** молекул.

Т. к. $kT > 0$, то молекулы в потенциальной яме не остаются, и (за счет теплового движения) вблизи друг от друга (при $r = r_0$) не задерживаются.

Итак, реальные молекулы имеют конечный размер и при обычных условиях испытывают некоторое притяжение.

П.3.2. Уравнение состояния Ван-дер-Ваальса

К чему приводит конечный размер молекул и их взаимное притяжение?

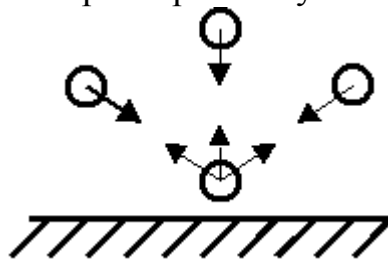


Рисунок П.3.3. Молекула у стенки притягивается внутрь сосуда

Т. к. молекулы имеют конечный объем, то в сосуде "свободным" останется не весь объем сосуда V , а объем $(V - v)$, где v - поправка, определяемая объемом молекул.

1) Притяжение молекул между собой приводит к тому, что молекулы, находящиеся у стенки, испытывают притяжение внутрь сосуда и "ударяют" по стенкам слабее, чем в случае идеального газа (как бы тормозятся пружиной)

(см. рис.П.3.3)
$$P = P_{ид} - P^*,$$

где P - давление в реальном газе, $P_{ид}$ – давление идеального газа.

Поправка P^* пропорциональна:

$\sim n$ концентрации "оттягивающих" молекул,

$\sim n$ числу молекул в пограничном слое

В итоге $P^* \sim n^2 = \frac{a}{V^2}$ (т. к. $n \sim \frac{1}{V}$ концентрация обратно пропорциональна объему данного газа). Получаем давление идеального газа:

$$P_{ид} = P + \frac{a}{V^2}$$

Вводя эти поправки в уравнение Менделеева-Клапейрона, Ван-дер-Ваальс получил уравнение состояния для 1 моля реального газа:

$$\left(P + \frac{a}{V_\mu^2}\right)(V_\mu - b) = RT \quad (\text{П.3.1.})$$

где V_μ - объем, занимаемый одним молем газа, a, b - константы, зависящие только от вида газа.

Для произвольного числа молей $\nu = m/\mu$ объем $V = V_\mu m/\mu$, и уравнение состояния принимает вид:

$$\left(P + \frac{m^2}{\mu^2} \cdot \frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{m}{\mu}b\right) = \frac{m}{\mu}RT \quad (\text{П.3.2})$$

П.3.3. Изотермы реальных газов. Фазы. Фазовые переходы.

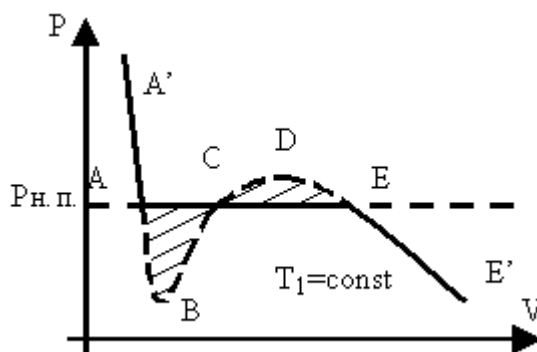


Рисунок П.3.4. Изотерма Ван-дер-Ваальса для реального газа

Изотерма Ван-дер-Ваальса представлена на рис.П.3.4. Опыт показывает, что участок пунктирный участок ABCDE практически неосуществим и заменяется прямолинейным отрезком AE (площадь ABC = площади CDE).

1. Участок EE' соответствует газообразному состоянию вещества. По мере сжатия газа давление растет до точки E.

2. Участок ЕА соответствует появлению вещества в жидком состоянии (конденсация газа). Чем ближе к точке А, тем больше доля жидкости в сосуде.

3. Участок АА' соответствует жидкому состоянию вещества. Давление растет очень быстро, жидкости, как правило, малосжимаемы.

*) Участок DE в принципе можно реализовать. Он соответствует переохлажденному пару, а участок АВ - перегретой жидкости. На этих участках вещество находится в метастабильном неустойчивом состоянии, из которого вещество может скачкообразно перейти на стабильный участок прямой АЕ.

Фазой системы называют все части системы, имеющие одинаковый химический и структурный состав. (Например, жидкая, твердая и газообразные фазы). На участке АЕ одновременно в равновесии существуют жидкая и газообразные фазы. Равновесие фаз наблюдается при определенном давлении $P_{н.п.}$, называемом **давлением насыщенного пара**. Чем больше T , тем больше $P_{н.п.}$ (см. рис. П.3.5). С ростом температуры горизонтальный участок конденсации поднимается вверх (давление P н.п. растет) и укорачивается, до тех пор пока не сожмется в точку К (рис. П.3.5).

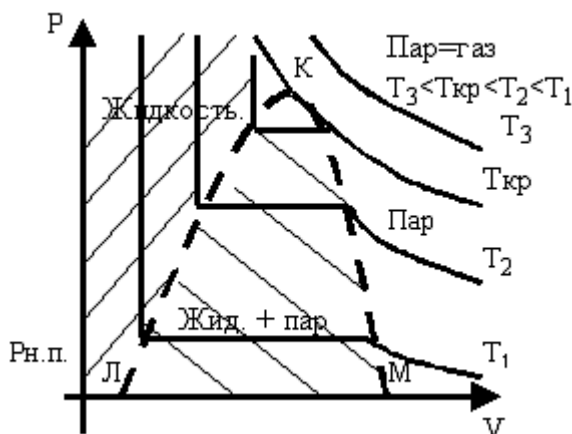


Рисунок П.3.5. Набор изотерм для реального газа

Точка К называется **критической точкой**. Изотерма при $T_{кр}$ называется **критической изотермой**.

В точке К исчезают различия между жидкой и газообразной фазой, получается однородная среда.

При $T > T_{кр}$ газ никаким сжатием нельзя перевести в жидкость.

Пунктирная линия КМ - линия начала конденсации газа, начала фазового перехода из газа в жидкость. Линия КЛ - конец конденсации, конец фазового перехода.

Различают фазовые переходы 1 рода и 2 рода.

Фазовый переход, сопровождающийся поглощением или выделением теплоты, скачкообразным изменением плотности, молярного объема, называется фазовым переходом 1-го рода. (Пример: испарения воды, плавление льда).

Фазовый переход 2-го рода не сопровождается выделением или поглощением тепла, плотность изменяется непрерывно, а скачком изменяется молярная теплоемкость, проводимость, вязкость и др. (Пример: переход из ферромагнитного состояния в парамагнитное).

П.3.4. Фазовые диаграммы Р - Т. Тройная точка

Из рис.П.3.5 видно, что фазовые переходы пар - жидкость происходят при определенном давлении $P_{н.п.}$, зависящем от температуры. Эту кривую равновесия между жидкостью и газом изображают в координатах (P, T) в виде отрезка $T_p K$ (см. рис.П.3.6) (кривая парообразования). K - критическая точка.



Рисунок П.3.6. Диаграмма состояния вещества

Фазовый переход твердая фаза - жидкость (плавление) имеет свою зависимость $T_p V$ (кривая плавления). Возможно также испарение твердой фазы (сублимация) - кривая OT_p .

Плоскость (P, T) этими кривыми разделяется на три области (твердая фаза), (жидкость) и (газ).

Точка T_p , в которой в равновесии находятся все три фазы, называется **тройной точкой**.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

| Название | Формула | Комментарии |
|---|---|---|
| Мгновенная скорость | $\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ | \vec{r} – радиус-вектор, t – время |
| Мгновенное ускорение | $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ | a – численно равен изменению скорости за единицу времени |
| Разложение ускорения на составляющие | $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ | $a_\tau = dV/dt$ – тангенциальная составляющая ускорения $a_n = V^2/R$ – нормальная составляющая ускорения R – радиус кривизны траектории |
| Угловая скорость Угловое ускорение | $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}$ $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\phi}}{dt^2}$ | $d\vec{\phi}$ – вектор угла поворота |
| Связь между линейными и угловыми величинами | $S = R \cdot \phi; V = R \cdot \omega$ $a_\tau = R \cdot \varepsilon; a_n = \omega^2 \cdot R$ | S – длина дуги, ϕ – угол поворота, R – радиус окружности, ε – угловое ускорение |
| Второй Закон Ньютона (основное уравнение динамики) | $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a}$ | \vec{F} – результирующая сила, $\vec{p} = m \cdot \vec{V}$ – импульс, m – масса материальной точки |
| Третий Закон Ньютона | $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ | Силы \vec{F}_{12} и \vec{F}_{21} приложены к телам 1 и 2 соответственно |
| Закон изменения импульса для системы материальных точек | $\frac{d\vec{P}_{\text{сист}}}{dt} = \vec{F}_{\text{внеш рез}}$ | Справедлив для любых систем материальных точек |
| Закон сохранения импульса | $\vec{P}_{\text{сист}} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_i = \text{const}$ | Справедлив для замкнутых систем, (на которые не действуют внешние тела) |
| Элементарная работа силы | $\delta A = (\vec{F} d\vec{r}) = F dr \cos \alpha$ | \vec{F} – сила, $d\vec{r}$ – перемещение, α – угол между \vec{F} и $d\vec{r}$ |

| | | |
|---|--|--|
| Работа на участке пути | $A_{12} = \int_1^2 (\vec{F} \times d\vec{r})$ | \vec{F} - сила, $d\vec{r}$ - перемещение, |
| Кинетическая энергия тела | $W_k = \frac{mV^2}{2}$ | m – масса тела, V – скорость тела |
| Закон изменения кинетической энергии | $W_{K2} - W_{K1} = A^{\text{всех сил}}$ | $A^{\text{всех сил}}$ – работа всех сил, действующих на все точки системы |
| Потенциальная энергия - тела на высоте H - пружины | $W_{\Pi} = mgH$ $W_{\Pi} = \frac{kx^2}{2}$ | m – масса тела x – смещение из положения равновесия k – жёсткость пружины |
| Закон изменения полной механической энергии системы $E = W_K + W_{\Pi}$ | $E_2 - E_1 = A_{12}^{\text{неконс}}$ | $A_{12}^{\text{неконс}}$ – работа неконсервативных сил, (справедлив для всех систем) |
| Закон сохранения полной механической энергии системы | $E_2 = E_1 = \text{const}$ | Справедлив для консервативных систем, (в которых нет неконсервативных сил) |
| Момент инерции материальной точки | $J = m \cdot r^2$ | m – масса точки, r – расстояние до оси |
| Момент инерции тела | $J = \sum m_i r_i^2$ $J = \int_V r^2 dm$ | V – объём тела, dm – элементарная масса |
| Теорема Штейнера | $J_{OO'} = J_C + mR^2$ | m – масса тела R – расстояние между осями $J_{OO'}$, J_C – моменты инерций относительно оси OO' и относительно оси параллельной OO' и проходящей через центр инерции тела C |
| Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг оси | $W_K = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$ | J – момент инерции ω - круговая частота |
| Момент силы \vec{M} относительно точки O | $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ $M = F \cdot \text{"плечо"}$ | \vec{F} - сила, \vec{r} - радиус-вектор из точки O в точку приложения силы |
| Момент импульса \vec{L} относительно точки O | $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} = J \times \vec{\omega}$ $L = P \cdot \text{"плечо"}$ | $\vec{p} = m \vec{V}$ - импульс тела, \vec{r} - радиус-вектор, J – момент инерции тела, $\vec{\omega}$ - круговая частота вращения |

| | | |
|---|--|---|
| Закон динамики вращательного движения | $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ $M_Z = \frac{dL_Z}{dt} = J_Z \cdot \varepsilon$ | \vec{M}, \vec{L} - момент силы и момент инерции относительно точки отсчёта, M_Z, L_Z - то же относительно оси z, ε - угловое ускорение |
| Закон изменения момента импульса системы материальных точек | $\frac{d\vec{L}_{\text{сист}}}{dt} = \vec{M}_{\text{рез}}^{\text{внеш}}$ | $\vec{L}_{\text{сист}} = \sum \vec{L}_i$ - момент импульса системы $\vec{M}_{\text{рез}}^{\text{внеш}}$ - результирующий момент внешних сил |
| Закон сохранения момента импульса | $\vec{L}_{\text{сист}} = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \vec{p}_i = \text{const}$ | Справедлив для замкнутых систем, (на которые не действуют внешние тела) |
| Релятивистское сокращение длины | $l = l_0 \sqrt{1 - V^2 / C^2}$ | l_0 – собственная длина тела, измеренная неподвижной относительно тела линейкой, C – скорость света, l – длина движущегося тела, V – скорость движущегося тела |
| Релятивистское замедление времени | $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - V^2 / C^2}}$ | τ_0, τ - продолжительность события, измеренная неподвижными и движущимися относительно события часами, соответственно |
| Релятивистский закон сложения скоростей | $V_X = \frac{V'_X + V_0}{1 + \frac{V_0 \cdot V'_X}{C^2}}$ | V'_X – скорость тела в системе k' движущейся в направлении оси x со скоростью V_0 относительно системы k |
| Релятивистский импульс | $\vec{p} = \frac{m \cdot \vec{V}}{\sqrt{1 - V^2 / C^2}}$ | m – масса тела, V – скорость тела, C – скорость света |
| Энергия покоя тела | $E_0 = m \cdot C^2$ | E_0 – энергия покоя, m – масса тела |
| Полная энергия релятивистской частицы | $E = \frac{m \cdot C^2}{\sqrt{1 - V^2 / C^2}} = E_0 - W_k$ | $W_k = E - E_0$ – кинетическая энергия релятивистской частицы |
| Основной закон релятивистской динамики | $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ | $\vec{p} = m \cdot \vec{V}$ - релятивистский импульс |

Таблица сравнения поступательного и вращательного движения.

| | поступательное | Вращательное |
|--|---|--|
| Скорость/угловая скорость | $\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ | $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ |
| Ускорение/угловое ускорение | $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ | $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$ |
| Связь: | $S = R \cdot \varphi; V = R \cdot \omega; a_{\tau} = R \cdot \varepsilon; a_n = \omega^2 \cdot R$ | |
| Сила/момент силы | \vec{F} | $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ $M = F \cdot \text{"плечо"}$ |
| Масса/момент инерции | m | $J = m \cdot r^2$ |
| Импульс/момент импульса | $\vec{p} = m \vec{V}$ | $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} = J \times \vec{\omega}$ $L = P \cdot \text{"плечо"}$ |
| Уравнение динамики | $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = m\vec{a}$ | $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = J \cdot \varepsilon$ |
| Закон изменения импульса/момента импульса (для системы материальных точек) | $\frac{d\vec{P}_{\text{сист}}}{dt} = \vec{F}_{\text{внеш рез}}$ | $\frac{d\vec{L}_{\text{сист}}}{dt} = \vec{M}_{\text{внеш рез}}$ |
| Закон сохранения импульса/момента импульса (Для замкнутых систем) | $\vec{P}_{\text{сист}} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_i = \text{const}$ | $\vec{L}_{\text{сист}} = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \vec{p}_i = \text{const}$ |
| Кинетическая энергия | $W_K = \frac{m \cdot V^2}{2}$ | $W_K = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$ |
| Работа при малом перемещении | $A = Fdr \cos \alpha$ | $A = Md\varphi$ |

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И.В. Курс общей физики. В 4 т. Том 1. Механика. Молекулярная физика и термодинамика - М.: КноРус, 2012.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. В 4 т. Том 4. Сборник вопросов и задач по общей физике - М.: КноРус, 2012.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. В 5 томах. Том 1. Механика. - СПб.: Лань 2011.
4. Иродов И.Е. Механика. Основные законы. - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2015.
5. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Академия, 2014.
6. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики. - М.: Высшая школа. 2013.