

А.А. ЗАДЕРНОВСКИЙ, Е.В. КОЗИС

**ОПТИКА.
АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА**

Курс лекций по физике

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Москва - 2017

УДК 539.1+535
ББК 22.34+22.38
315

Заdernовский А.А. Оптика. Атомная и ядерная физика. Курс лекций по физике. [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Заdernовский А.А., Козис Е.В. — М.: Московский технологический университет (МИРЭА), 2017. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

Учебное пособие представляет собой курс лекций по физике и содержит все основные разделы, входящие в учебную программу по оптике, атомной и ядерной физике. В соответствии с учебным планом курс поделен на восемь лекций. Главное внимание уделено выявлению физической сущности рассматриваемых явлений. Такой подход позволит студентам лучше понять главные аспекты изучаемого материала. Предназначено для студентов всех специальностей дневной, вечерней и заочной формы обучения.

Учебное пособие издается в авторской редакции.

Авторский коллектив: Заdernовский Анатолий Андреевич, Козис Евгений Владимирович

Рецензенты:

Астапенко Валерий Александрович, профессор, д.ф.-м.н, профессор, Московский физико-технический институт (государственный университет).

Кротов Юрий Александрович, к.ф.-м.н, доцент, ученый секретарь, Акционерное общество «Научно-исследовательский институт «Полнос» имени М.Ф. Стельмаха»

*Издается в электронном виде по решению редакционно-издательского совета
Московского технологического университета.*

Минимальные системные требования:

Наличие операционной системы Windows, поддерживаемой производителем.

Наличие свободного места в оперативной памяти не менее 128 Мб.

Наличие свободного места в памяти хранения (на жестком диске) не менее 30 Мб.

Наличие интерфейса ввода информации.

Дополнительные программные средства: программа для чтения pdf-файлов (Adobe Reader).

Подписано к использованию по решению Редакционно-издательского совета

Московского технологического университета от _____ 2017 г.

Тираж 10

© Заdernовский А.А., Козис Е.В., 2017

© Московский технологический университет (МИРЭА), 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|----|
| ПРЕДИСЛОВИЕ | 4 |
| ЛЕКЦИЯ 1. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ПРИРОДА СВЕТА | 5 |
| 1.1. Электромагнитные волны. | 5 |
| 1.2. Понятие о когерентности. Интерференция. | 8 |
| 1.3. Пространственная и временная когерентность. | 10 |
| 1.4. Расчет интерференционной картины от двух источников. | 12 |
| 1.5. Способы получения интерференционных картин. | 14 |
| ЛЕКЦИЯ 2. ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА | 15 |
| 2.1. Интерференция в тонких пленках. Полосы равного наклона и равной толщины. | 15 |
| 2.2. Кольца Ньютона | 19 |
| 2.3. Практическое применение явления интерференции. Интерферометры. . | 21 |
| 2.4. Дифракция света. | 23 |
| 2.5. Метод зон Френеля. | 24 |
| 2.6. Дифракция Френеля от круглого отверстия и диска. | 25 |
| ЛЕКЦИЯ 3. ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА | 27 |
| 3.1. Дифракции Фраунгофера от щели | 27 |
| 3.2. Дифракционная решетка. | 28 |
| 3.3. Дифракционные спектры. Дисперсия и разрешающая способность. | 30 |
| 3.4. Дифракция рентгеновских волн. | 32 |
| ЛЕКЦИЯ 4. ПОЛЯРИЗОВАННЫЙ СВЕТ | 34 |
| 4.1. Естественный и поляризованный свет. | 34 |
| 4.2. Степень поляризации. | 35 |
| 4.3. Поляризация света при отражении и преломлении на границе двух диэлектрических сред. Закон Брюстера. | 35 |
| 4.4. Закон Малюса. | 37 |
| 4.5. Двойное лучепреломление. | 38 |
| 4.6. Поляризационные приборы. | 39 |
| 4.7. Четвертьволновые и полуволновые пластинки. | 39 |
| 4.8. Вращение плоскости поляризации. | 42 |
| 4.9. Искусственная анизотропия. Эффект Фарадея. Эффект Керра. | 43 |
| ЛЕКЦИЯ 5. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ | 44 |
| 5.1. Основные характеристики теплового излучения. | 44 |
| 5.2. Испускательная и поглощательная способность. Абсолютно черное тело. | 45 |
| 5.3. Законы теплового излучения. | 46 |

| | |
|---|----|
| 5.4. Квантовая гипотеза и формула Планка..... | 48 |
| 5.5. Следствия формулы Планка. | 49 |
| 5.6. Оптическая пирометрия. | 50 |
| ЛЕКЦИЯ 6. КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА | 51 |
| 6.1. Фотоэффект. | 51 |
| 6.2. Тормозное рентгеновское излучение. | 55 |
| 6.3. Эффект Комптона..... | 56 |
| 6.4. Опыт Боте. Энергия, масса и импульс фотона. | 59 |
| 6.5. Давление света..... | 60 |
| ЛЕКЦИЯ 7. ОСНОВЫ АТОМНОЙ ФИЗИКИ | 61 |
| 7.1. Атомные спектры. | 61 |
| 7.2. Сериальные формулы..... | 62 |
| 7.3. Опыт Резерфорда..... | 63 |
| 7.4. Постулаты Бора. | 64 |
| 7.5. Опыт Франка и Герца..... | 64 |
| 7.6. Элементарная теория атома водорода. | 66 |
| 7.7. Рентгеновские характеристические спектры. Закон Мозли. | 68 |
| ЛЕКЦИЯ 8. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ И ЭЛЕМЕНТЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ..... | 70 |
| 8.1. Волны де Бройля | 70 |
| 8.2. Волновая функция и ее статистический смысл | 72 |
| 8.3. Соотношение неопределенностей Гейзенберга..... | 73 |
| 8.4. Уравнение Шредингера | 74 |
| 8.5. Частица в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме | 76 |
| 8.6. Элементы ядерной физики..... | 78 |
| СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ | 83 |

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие посвящено основам оптики, атомной и ядерной физики. В соответствии с учебным планом весь курс разбит на восемь лекций. Материал лекций соответствует программе курса общей физики для технических вузов. Пособие предназначено для студентов всех форм обучения и всех специальностей МИРЭА.

Наряду с разделами классической оптики (интерференции, дифракции, поляризации) излагаются основы квантовой теории. Понимание явлений физики излучения, атомной и ядерной физики, как и всех явлений микромира, невозможно без квантовых представлений. Классическая физика оказалась недо-

статочной для истолкования явлений атомного масштаба и, тем более, физики элементарных частиц. Потребовалось введение совершенно новых квантовых понятий. Необходимость и плодотворность их впервые обнаружилась при изучении проблемы распределения энергии в спектре излучения абсолютно черного тела. Квантовая гипотеза, представление о фотонах и процессе излучения, как о квантовом переходе атомной системы из одного энергетического состояния в другое, позволили также объяснить закономерности фотоэффекта, эффекта Комптона и ряд других эффектов, непонятных с точки зрения классической волновой теории света. Особенно отчетливо квантовые свойства проявились в области рентгеновского и гамма-излучения. Квантовый характер излучения и поглощения был использован Н. Бором для объяснения закономерностей, наблюдаемых в спектрах разреженных газов.

В то же время открытие явления дифракции электронов подтвердило гипотезу де Бройля о наличии у частиц вещества волновых свойств, и в настоящее время принято говорить о дуализме волн и частиц. Наличие у частиц волновых свойств привело к необходимости создания волновой или квантовой механики, основным уравнением которой является уравнение Шредингера. Используя аппарат квантовой механики, удалось достоверно описать строение атома и атомных ядер, процессы, происходящие в мире микрочастиц.

Разумеется, в курсе общей физики, частью которого является это пособие, большинство вопросов атомной и ядерной физики рассматриваются авторами лишь качественно, на основе общих принципов, избегая сложного математического аппарата квантовой механики. Излагаются основные идеи, их физический смысл, методы исследования и результаты, полученные современной физикой. При этом обращено внимание на преемственность современной и классической физики, непреходящую ценность результатов классической физики, без усвоения которых трудно проникнуться идеями современной квантовой теории.

ЛЕКЦИЯ 1. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ПРИРОДА СВЕТА

1.1. Электромагнитные волны.

Согласно современным физическим представлениям световое излучение имеет двойственную природу. С одной стороны это электромагнитная волна, с другой – поток неких частиц, называемых фотонами или квантами. Эту двойственность, как правило, характеризуют термином – корпускулярно-волновой дуализм света. Причем это касается не только видимого света, но и излучений других частотных диапазонов. Интересно, что наряду с физическими явлениями, успешно описываемыми теоретически в рамках волновой теории (интерфе-

ренция, дифракция), существуют также явления, теория которых может быть построена только с помощью квантовых представлений (фотоэффект, тепловое излучение).

В первой части настоящего курса мы рассмотрим волновые свойства света, вытекающие в принципе из общей теории электромагнитных волн, изучавшейся в конце прошлого семестра. Напомним основные понятия, связанные с волновой теорией, и наиболее важные характеристики световых волн.

Частота $\nu = 1/T$ – величина, обратная периоду колебаний T векторов напряженности электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей. Единица измерения частоты – Герц (Гц).

Циклическая (круговая) частота $\omega = 2\pi\nu$. Единица измерения – с^{-1} .

Длина волны $\lambda = \nu T$ – расстояние, которое проходит волна за время, равное периоду колебаний. Здесь ν – скорость распространения волны в данной среде, которая отличается от скорости электромагнитных волн в вакууме c равной, как известно, 3×10^8 м/с. Таким образом, свет определенной частоты будет иметь различную длину волны в разных средах. Для характеристики оптических свойств различных веществ вводится параметр, называемый **показателем преломления**

$$n = \frac{c}{\nu}, \quad (1.1)$$

показывающий во сколько раз скорость света в вакууме больше, чем скорость света в данной среде.

Фронт волны – геометрическое место точек, до которых дошли колебания к данному моменту времени. Фронт волны движется со скоростью ν .

Волновая поверхность – геометрическое место точек, колебания в которых происходят в одинаковой фазе. Такая поверхность неподвижна и ее можно, разумеется, провести через любую точку пространства, в котором распространяется волна.

Форма волновой поверхности может быть различной. Если источник точечный, волновая поверхность, как и волновой фронт, будут, очевидно, сферическими. Существуют также плоские и цилиндрические волны, волновые поверхности которых представляют собой плоскость и боковую поверхность цилиндра соответственно.

Волновой вектор \vec{k} равен по модулю волновому числу $k = 2\pi/\lambda$ и направлен, как правило, по нормали к волновой поверхности.

Интенсивностью света в данной точке пространства называется модуль среднего по времени значения плотности потока энергии, переносимой световой волной (вектора Умова-Пойнтинга \vec{S})

$$I = |\langle \vec{S} \rangle| = |\langle [\vec{E} \times \vec{H}] \rangle|. \quad (1.2)$$

Направление этого вектора совпадает с направлением линий, вдоль которых распространяется световая энергия (эти линии называются, как известно, **лучами**). В изотропных средах это направление совпадает с нормалью к волновой поверхности, т.е. с направлением вектора \vec{k} .

Таким образом, интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды колебаний напряженностей электрического E_0^2 и магнитного H_0^2 полей (**амплитуда колебаний** – максимальное значение колеблющейся величины). Опыт показывает, что основные действия света, например физиологическое, фотохимическое и т.п., связаны с колебаниями вектора \vec{E} . Поэтому его называют **световым вектором** и полагают, что

$$I \sim E_0^2. \quad (1.3)$$

Источником световых волн являются, как правило, атомы, переходящие из одного энергетического состояния в другое. Характерное время излучения атома составляет величину порядка 10^{-8} с. За это время образуется так называемый **цуг волн** (волновой пакет) определенной длины. Поскольку в излучении участвует большое количество атомов, световая волна представляет собой совокупность накладывающихся друг на друга цугов. Следует отметить, что для каждого цуга характерна своя начальная фаза колебаний светового вектора и направление его колебаний. Поэтому в естественном свете (т.е. свете, испускаемом обычными источниками), присутствуют колебания самых различных направлений, перпендикулярных лучу.

Если в световой волне направления этих колебаний каким-либо образом упорядочены, она называется **поляризованной**. Существуют различные виды поляризации. В **плоско-поляризованном** (или **линейно-поляризованном**) свете колебания светового вектора происходят только в одном направлении. В ряде случаев направление и величина вектора \vec{E} в данной точке монотонным образом изменяется, в результате чего конец вектора описывает эллипс. Такой свет носит название **эллиптически-поляризованного**. Частным случаем эллиптически-поляризованного света является **циркулярно-поляризованный** свет (или свет, **поляризованный по кругу**). При этом конец вектора \vec{E} , поворачиваясь вокруг луча, описывает окружность.

1.2. Понятие о когерентности. Интерференция.

Представим себе, что в одной области пространства распространяются одновременно две волны одинаковой частоты. В некоторой точке эти волны возбуждают колебания вида $A_1 \cos(\omega t + \alpha_1)$ и $A_2 \cos(\omega t + \alpha_2)$, где A_1 и A_2 амплитуды колебаний световых векторов для этих волн, а α_1 и α_2 - их начальные фазы.

Если направления колебаний векторов \vec{E} в обеих волнах совпадают, то в данной точке они, накладываясь друг на друга, дадут результирующее колебание с амплитудой

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta, \quad (1.4)$$

где $\delta = \alpha_2 - \alpha_1$ разность фаз складываемых колебаний.

Если δ не изменяется со временем, то интенсивность света I в данной точке (напомним, что $I \sim A^2$) будет постоянной, и в зависимости от величины δ может оказаться больше или меньше суммарной интенсивности обеих волн $I_1 + I_2$.

Волны, имеющие одинаковые частоты, постоянную разность фаз и совпадающие направления колебаний, называются **когерентными**.

Перераспределение светового потока в пространстве при наложении друг на друга когерентных волн называется **интерференцией**. В результате интерференции в различных точках интенсивность света оказывается разной, и в определенных местах она будет принимать максимальные и минимальные значения. Если, к примеру, интенсивности двух волн будут одинаковы и равны I_1 , то, согласно (1.4), максимальная интенсивность будет равна $4I_1$, а минимальная интенсивность будет равна нулю.

Поскольку естественные источники, как уже отмечалось, испускают волны, фазы и направления колебаний в которых претерпевают случайные изменения, такие источники не являются когерентными и не дают возможности наблюдать интерференцию. Возникает вопрос: как же получить когерентные волны?

Для этого необходимо, например, разделить волну, испускаемую одним и тем же источником на две части. Если полученные таким образом две волны, пройдя различные пути, будут накладываться друг на друга, произойдет интерференция. Причем, очевидно, что когерентными являются только две части одного цуга волн. Таким образом, расстояния, проходимые ими, не должны сильно отличаться друг от друга (не более, чем на длину цуга). Средняя длина цуга называется **длиной когерентности**.

Попробуем выяснить, как же будет выглядеть интерференционная картина, а именно, в каких точках получатся максимумы и минимумы интенсивности. Разность фаз складывающихся колебаний в конкретной точке пространства определяется фактически временем отставания одной волны от другой, то есть зависит не только от разности проходимых волнами путей, но и от их скоростей. Ведь эти скорости в общем случае могут отличаться друг от друга, если пути волн (полностью или частично) проходят в различных средах. Поэтому для расчета интерференционной картины вводится величина L , называемая **оптической длиной пути**,

$$L = n \cdot s, \quad (1.5)$$

где s - расстояние, пройденное волной в среде с показателем преломления n .

Поскольку $n = c/v$, то $L = c s/v = c t$. Таким образом, оптическая длина пути пропорциональна времени t , затраченному волной на прохождение данного пути. Разность оптических длин путей называется **оптической разностью хода**,

$$\Delta = L_2 - L_1 = n_2 s_2 - n_1 s_1. \quad (1.6)$$

Разность фаз δ и оптическая разность хода связаны друг с другом следующим образом

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \quad (1.7)$$

где λ_0 - длина волны в вакууме.

Максимальная интенсивность света будет, очевидно, наблюдаться в тех точках, где фазы колебаний совпадают, т.е. их значения могут отличаться на величину, кратную 2π (период синуса и косинуса). Это произойдет в случае, если разность промежутков времени, затраченных двумя частями исходной волны на прохождение ими своих путей, будет кратна периоду колебаний волны T .

Предположим, что после разделения волны, одна ее часть пройдет до некоторой точки путь s_1 за время t_1 , а другая – путь s_2 за время t_2 . Согласно вышесказанному, в этой точке будет максимум, если $t_2 - t_1 = mT$, где T – период колебаний (одинаковый, очевидно, для обеих волн), а m – целое число.

Так как $t = s/v$ и $T = \lambda_0/c$, то получаем

$$c \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = m \lambda_0,$$

и, учитывая, что $c/v = n$, имеем

$$n_2 s_2 - n_1 s_1 = m \lambda_0.$$

Условие максимума интенсивности, с учетом соотношения (1.6), будет, в итоге, выглядеть следующим образом

$$\Delta = \pm m \lambda_0, \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (1.8)$$

При этом $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ (говорят, что волны приходят в фазе).

Условие минимума интенсивности можно записать в виде

$$\Delta = \pm (m + \frac{1}{2}) \lambda_0, \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (1.9)$$

При этом $\delta = \pi, 3\pi, \dots$ (говорят, что волны приходят в противофазе).

1.3. Пространственная и временная когерентность.

Рассмотрим понятие когерентности более подробно. До сих пор мы говорили о когерентности двух волн. Можно, однако, использовать это понятие и для характеристики одной волны, т.е. волны, испускаемой одним источником. Действительно, учитывая описанную выше структуру такой волны, нетрудно сделать вывод, что колебания, возбуждаемые ею в достаточно удаленных друг от друга точках пространства, не являются когерентными, т.к. и начальная фаза и направление колебаний изменяются со временем случайным образом.

Для оценки свойств конкретной волны (и соответственно конкретного источника излучения) вводятся два параметра: **время когерентности** - $t_{\text{ког}}$ и **длина когерентности** - $l_{\text{ког}}$. Время когерентности – это время, за которое случайное изменение фазы колебаний в некоторой точке достигает значения порядка π . Длинной когерентности называют расстояние, которое проходит волна за время равное $t_{\text{ког}}$, т.е. $l_{\text{ког}} = c \cdot t_{\text{ког}}$.

Иными словами, это расстояние, на котором случайное изменение фазы достигает значения порядка π , т.е. фактически это средняя длина цуга.

Введенные таким образом параметры определяют так называемую **временную когерентность**. Она связана, как мы видели, с длиной цуга. Напомним, что цуг волн это волновой пакет (группа волн), характеризуемый некоторым разбросом по частоте присутствующих в нем колебаний - $\Delta\nu$. Этот разброс обусловлен тем, что энергетические уровни в атомах имеют некоторую ширину. Иными словами, энергия электрона, находящегося на каком-то уровне, (а значит и энергия атома) не является точно определенной. Поэтому излучение, возникающее при переходе атома из одного состояния в другое, не будет строго монохроматичным.

При этом, чем меньше $\Delta\nu$ (а, значит, и $\Delta\lambda$), т.е. чем выше степень монохроматичности, тем больше длина цуга. При больших значениях $\Delta\lambda$ длина цуга мала, что приводит в конечном итоге к ухудшению условий для интерферен-

ции. Будем считать, что время когерентности обратно пропорционально $\Delta\nu$, то есть $t_{\text{ког}} \sim 1/\Delta\nu$. Продифференцировав соотношение $\nu = c/\lambda$, связывающее частоту ν и длину волны λ (здесь и далее вместо λ_0 пишем просто λ), получим (с точностью до знака) $\Delta\nu = c\Delta\lambda/\lambda^2$. Тогда

$$t_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda}, \quad (1.10)$$

и

$$l_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}. \quad (1.11)$$

Таким образом, видно, что временная когерентность связана фактически с разбросом волн по частоте или соответственно с разбросом величины модуля волнового вектора \vec{k} . Существует, однако, еще и так называемая **пространственная когерентность**, определяющаяся разбросом вектора \vec{k} по направлению. Такой разброс возникает всегда и связан с тем обстоятельством, что любой реальный источник не является, строго говоря, точечным и имеет конечные размеры (рис 1.1).

На этом рисунке волны, идущие от точек O' и O'' , характеризуются в точке Р волновыми векторами \vec{k}' и \vec{k}'' соответственно. Видно, что в этой точке мы имеем дело не с одной, а с несколькими волнами, идущими под небольшими углами друг к другу. Если угловой размер источника φ достаточно мал т.е. расстояние от источника до точки Р велико, эти волны можно считать плоскими в окрестности данной точки. В результате колебания, возбуждаемые ими на плоскости, перпендикулярной линии ОР (условно ее можно назвать волновой поверхностью), в точках достаточно удаленных друг от друга уже не будут синфазными.

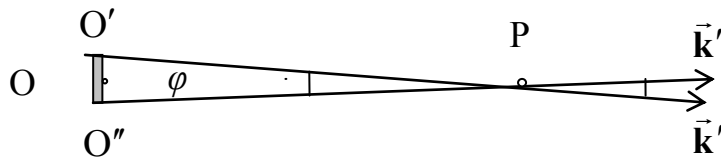


Рис. 1.1

Для количественной оценки описанного явления вводят параметр – **радиус когерентности** (или **длина пространственной когерентности**) – $\rho_{\text{ког}}$. Радиусом когерентности называется расстояние, при смещении на которое вдоль волновой поверхности, случайное изменение фазы колебаний достигает значе-

ния порядка π . Нетрудно показать, что $\rho_{\text{ког}} \sim \lambda/\varphi$, т.е. радиус когерентности обратно пропорционален угловому размеру источника.

Таким образом, в пространстве, через которое проходит волна, можно выделить небольшие области, внутри которых она когерентна сама себе. Объем такой области называют **объемом когерентности**. Приблизительно он равен произведению длины когерентности на площадь круга радиуса $\rho_{\text{ког}}$.

1.4. Расчет интерференционной картины от двух источников.

Для получения интерференции необходимо, как говорилось выше, разделить волну на две части. Этого можно осуществить, пропустив, к примеру, плоскую волну через две узкие щели в непрозрачной преграде перпендикулярной лучам. При этом обе щели будут находиться на одной волновой поверхности. Согласно **принципу Гюйгенса – Френеля** каждая точка (или каждый элемент) волновой поверхности является источником вторичной сферической волны. Каждая щель как совокупность таких источников дает в результате цилиндрическую волну. В определенной области пространства за щелями две волны будут накладываться друг на друга и интерферировать.

На экране Э, расположенном в этой области, будут наблюдаться чередующиеся светлые и темные полосы (рис. 1.2). Эти полосы, как и щели, перпендикулярны плоскости рисунка, на котором дано примерное распределение интенсивности света вдоль оси x на экране. Расчет интерференционной картины сводится к выяснению, в каких конкретно точках этой оси будут расположены максимумы и минимумы интенсивности.

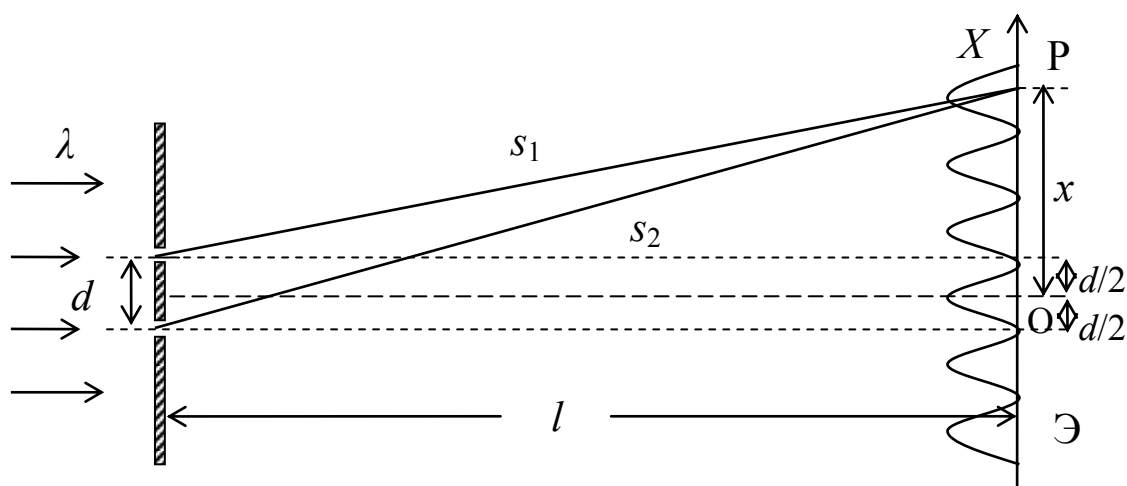


Рис. 1.2

Поскольку расстояния от щелей до середины экрана (в плоскости рисунка до точки О) одинаковы, интенсивность света там максимальна, т.к. фазы колебаний приходящих туда волн одинаковы. Координаты этих точек, отсчитывае-

мые вдоль оси X , будут соответствовать $x = 0$, и это будет середина центральной светлой полосы. Определим оптическую разность хода для волн, идущих от щелей в точку Р, расположенную на некотором произвольном расстоянии x от середины экрана. Для этого рассмотрим два прямоугольных треугольника с гипотенузами s_1 и s_2 . Согласно теореме Пифагора имеем

$$s_1^2 = l^2 + (x - d/2)^2 \quad \text{и} \quad s_2^2 = l^2 + (x + d/2)^2 .$$

Вычитая из второго уравнения первое, получим

$$(s_2 - s_1)(s_2 + s_1) = 2xd .$$

Как показывает опыт, интерференционные полосы отчетливо видны при малом расстоянии между щелями d , и только вблизи середины экрана (т.е. при малых значениях x). Действительно, с увеличением x возрастает оптическая разность хода Δ , а она не должна превышать длину когерентности. Увеличение расстояния между щелями также приводит к увеличению Δ . С другой стороны, как будет видно в дальнейшем, чем больше d , тем меньше расстояние между полосами. Таким образом, для соблюдения временной и пространственной когерентности интерферирующих волн необходимо выполнение следующих условий: $x \ll l$ и $d \ll l$.

Учитывая эти обстоятельства, можно сделать вывод, что s_1 и s_2 не сильно отличаются от l и считать, что $s_2 + s_1 \approx 2l$. Тогда $s_2 - s_1 = xd/l$. Чтобы перейти к оптической разности хода умножим обе части последнего равенства на показатель преломления n той среды, в которой распространяются волны и получим:

$$\Delta = \frac{nx d}{l} . \quad (1.12)$$

Используя условие (1.8) найдем, что $nx d/l = \pm m \lambda_0$, и, учитывая, что $\lambda_0/n = \lambda$, определим координаты максимумов интенсивности

$$x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda . \quad (1.13)$$

Аналогично, с помощью (1.9) получим координаты минимумов

$$x_{\min} = \pm (m + 1/2) \frac{l}{d} \lambda . \quad (1.14)$$

Расстояние между соседними минимумами будет при этом равно

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda . \quad (1.15)$$

Это расстояние называют **шириной интерференционной полосы**, и оно равно также расстоянию между соседними максимумами. Ширина полос и расстояние между ними зависят, таким образом, от длины волны света, даваемого источни-

ком. При этом, чем выше степень монохроматичности используемого света, тем больше размеры и лучше четкость интерференционной картины. Это легко объяснимо, так как увеличение $\Delta\lambda$ приводит к уменьшению длины когерентности, а, следовательно, и к уменьшению числа наблюдаемых полос. К тому же, максимумы для разных длин волн сдвигаются друг относительно друга по мере удаления от центра картины, вследствие чего она постепенно размывается и исчезает.

1.5. Способы получения интерференционных картин.

Рассмотренная выше интерференционная картина в виде светлых и темных полос, получаемая с помощью двух щелей, впервые наблюдалась Юнгом. Существуют и другие способы получения такого вида картины. Можно, например, разделить световую волну на две части используя ее преломление в двух призмах (бипризма Френеля) или отражение в двух зеркалах, расположенных под малым углом друг к другу (зеркала Френеля). Схемы соответствующих опытов приведены на рис. 1.3 и 1.4. Расчет интерференционной картины в обоих случаях такой же, как и для двух щелей, что хорошо видно из рисунков.

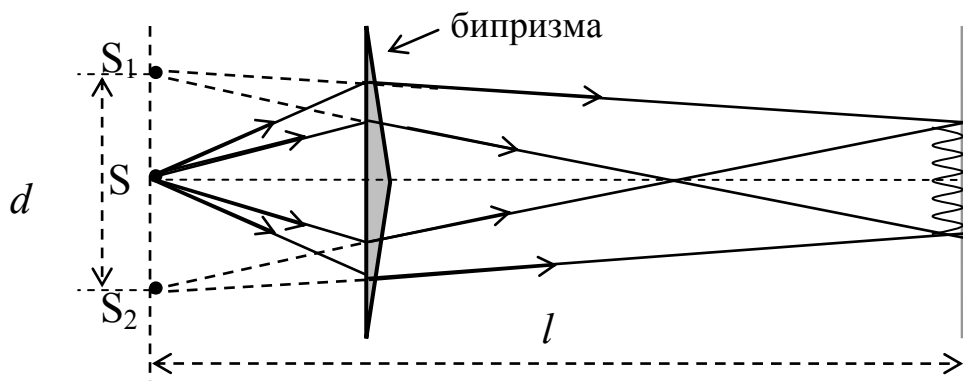


Рис. 1.3

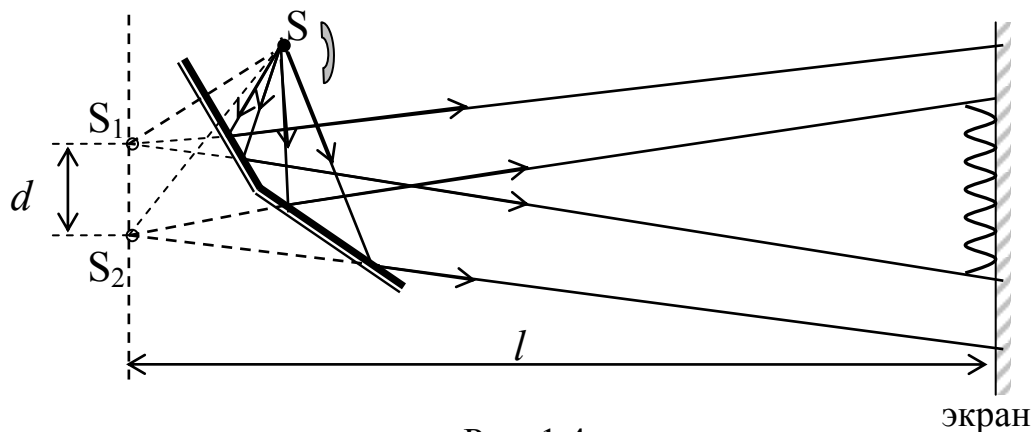


Рис. 1.4

Для определения, к примеру, ширины полос достаточно используя известные параметры экспериментальной установки вычислить расстояние между источниками d (роль источников здесь играют мнимые изображения S_1 и S_2 светящейся щели S) и расстояние от них до экрана l , и подставить полученные величины в формулу (1.15).

ЛЕКЦИЯ 2. ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

2.1. Интерференция в тонких пленках. Полосы равного наклона и равной толщины.

Наблюдать интерференцию можно, разумеется, не только в лабораторных условиях с помощью специальных оптических установок. Радужная окраска мыльных пленок и тонких пленок нефти или бензина на поверхности воды, тоже является результатом интерференции света, возникающей при наложении волн, отраженных от двух поверхностей пленок.

Рассмотрим плоскопараллельную прозрачную пленку (пластинку) толщиной d , на которую под углом α падает плоская монохроматическая световая волна (рис. 2.1).

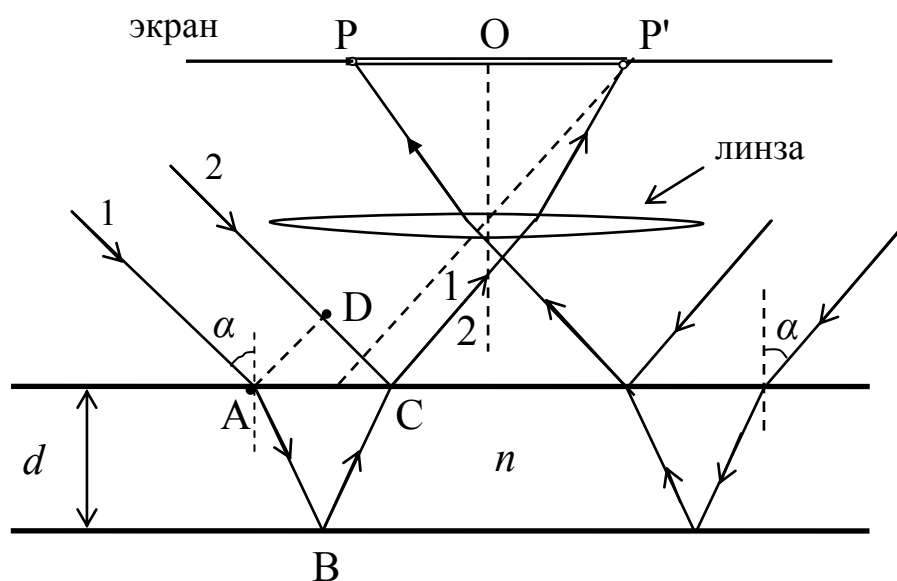


Рис. 2.1

Допустим, что по обе стороны пленки находится одна и та же среда (например, воздух) с показателем преломления меньшим, чем показатель преломления пленки n . Падающая волна представлена на рисунке двумя параллельными лучами 1 и 2. Первый луч проходит в пленку, преломившись в точке А, отражается затем в точке В на нижней границе раздела, и возвращается в ис-

ходную среду, преломившись в точке С. Второй луч, как видно из рисунка, отражается непосредственно в точке С, после чего оба луча идут вместе и интерферируют. На рисунке для простоты представлены только эти лучи и не показаны лучи проходящие насквозь через пленку, лучи, отраженные в других точках, многократно отраженные и т.п.

Интерференция волн, отраженных от верхней и нижней границ раздела, будет иметь место только в случае их когерентности. При большой толщине пленки увеличивается оптическая разность хода лучей 1 и 2, и нарушаются условия как временной, так и пространственной когерентности. Именно поэтому употребляется термин *тонкие пленки*, так как они позволяют наблюдать интерференцию практически при любом освещении. Если же использовать источник света с высокой степенью монохроматичности, например лазер, нетрудно получить интерференционную картину при отражении от пластинок толщиной даже в несколько сантиметров.

Результат интерференции зависит от разности фаз колебаний светового вектора двух рассматриваемых волн в точке С. Чтобы ее определить найдем оптическую разность хода, получающуюся в данном случае. Она, очевидно, будет равна

$$\Delta = n (AB + BC) - DC.$$

Оптические длины путей для лучей 1 и 2 отсчитываются при этом соответственно от точек А и D, лежащих на одной волновой поверхности. Используя закон преломления и геометрические соотношения, нетрудно с помощью рисунка определить длину отрезков АВ и DC и получить следующее выражение

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \quad (2.1)$$

Так, в случае нормального падения света $\alpha = 0$, и получаем вполне очевидное соотношение $\Delta = 2dn$.

Следует, однако, учесть одно важное обстоятельство. Как следует из теории волн, а конкретно, из условий их отражения на границе раздела двух сред, фаза отраженной волны может скачком измениться на π . Причем, такой скачек фазы происходит (если речь идет об электромагнитной волне) при отражении от оптически более плотной среды, т.е. среды с бóльшим показателем преломления, и не происходит при отражении от среды с меньшим n . Заметим, что речь здесь идет о векторе \vec{E} , т.е. световом векторе. Для вектора \vec{H} ситуация противоположная, что никак не сказывается на наших оценках, поскольку интенсивность света зависит, как мы помним, от амплитуды колебаний именно светового вектора.

Сдвиг по фазе на π соответствует изменению фазы колебания за промежуток времени $T/2$, в течении которого волна проходит расстояние, равное половине длины волны (иногда говорят, что имеет место «потеря полуволны»). Поэтому, чтобы правильно оценить разность фаз двух интерферирующих волн, необходимо в случае, если для одной из них произошел скачек фазы, а для другой – нет, прибавить к полученной разности хода (или отнять от нее) величину $\lambda_0/2$.

Именно с такой ситуацией мы имеем дело в рассматриваемом случае, где скачек фазы волнового вектора происходит при отражении луча 2 в точке С. Луч 1 по пути к точке С отражается в точке В от оптически менее плотной среды (под пленкой по нашим условиям находится воздух), и скачка фазы здесь не происходит. Поэтому окончательное выражение для оптической разности хода будет выглядеть так

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} \pm \lambda_0/2. \quad (2.2)$$

Заметим, что, если бы пленка (пусть для определенности это будет водяная пленка с $n \approx 1,3$) находилась бы на стеклянной пластинке с $n = 1,5$, то в точке В тоже происходил бы скачек фазы и правильным выражением для Δ было бы выражение (2.1).

Используя теперь условия максимумов и минимумов (1.8) и (1.9), можно определить в каких случаях волны, отраженные от двух поверхностей пленки будут усиливать, а в каких ослаблять друг друга. Иными словами, при каких углах падения α отражение света с длиной волны λ от пленки с известными значениями d и n будет максимальным, а при каких минимальным.

Если освещать пленку рассеянным светом, лучи будут падать на нее под разными углами и в разных плоскостях. При этом условия интерференции будут одинаковы для всех лучей, падающих под одним и тем же углом. Поставив на пути отраженных от пленки лучей собирающую линзу, параллельную пленке, мы увидим, что все они сойдутся в точках фокальной плоскости удаленных на одинаковое расстояние от точки пересечения этой плоскости с главной оптической осью линзы (точка О на рис. 2.1). Эти точки образуют светлое кольцо, если для данного угла падения выполняется условие максимума, или темное, в противоположном случае.

На рисунке видно, что лучи падающие на пленку под углом α в одной плоскости с двух разных сторон, после отражения собираются линзой на экране в точках Р и Р'. Расстояние между ними является, очевидно, диаметром соответствующего кольца. Волны, идущие под другими углами, формируют в фокальной плоскости линзы кольца других размеров. В результате получается ин-

терференционная картина в виде чередующихся светлых и темных концентрических колец с центром в точке O .

Интерференционные полосы, возникающие при наложении лучей, падающих на плоскопараллельную пленку (пластинку) под одинаковыми углами, называются **полосами равного наклона** (в нашем случае они имеют вид колец). Поскольку параллельные лучи, образующие данные полосы, условно говоря, пересекаются только в бесконечности, говорят, что полосы равного наклона локализованы в бесконечности.

Несколько иная ситуация будет в случае, когда пластинка или пленка не является плоскопараллельной. Допустим, что она имеет вид клина с углом θ при вершине. Сечение такой пластинки показано на рис. 2.2. При падении на нее плоской монохроматической волны, лучи, отразившиеся от верхней и нижней поверхностей пластинки, уже не будут параллельными, а будут пересекаться в некоторой плоскости, проходящей через вершину клина. Если расположить в этой плоскости экран, на нем будут видны светлые и темные полосы. Примерное распределение интенсивности света вдоль линии $O - O'$ показано на рисунке 2.2.

Каждая из полос соответствует определенной толщине пластинки. Лучи, отраженные в тех местах, где ее толщина дает разность хода, равную целому числу длин волн, создадут в точках их пересечения на экране максимум интенсивности. Там будет расположена светлая полоса. Для лучей, отраженных в местах с другой толщиной, будет выполняться условие минимума, и на экране в местах их пересечения образуется темная полоса. Напомним, что при определении Δ необходим учет возможных скачков фаз при отражении света от границ раздела различных сред.

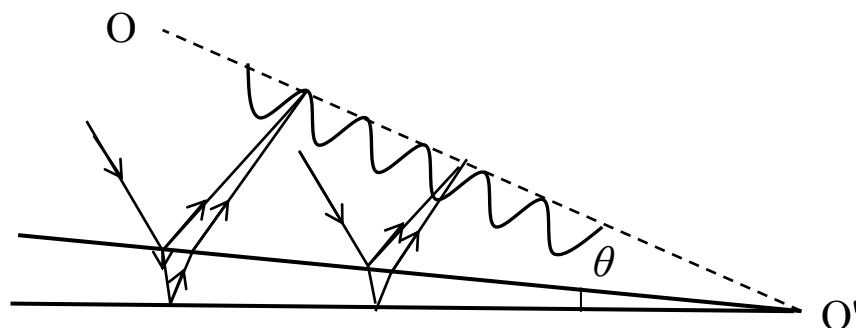


Рис. 2.2

Полосы, возникающие в результате интерференции волн, отраженных от участков клина с одинаковой толщиной, называются **полосами равной тол-**

щины. Эти полосы локализованы вблизи поверхности клина. Действительно, хотя отраженные от пластинки волны накладываются друг на друга во всей области пространства над ней, интерферировать они будут лишь при выполнении условий временной и пространственной когерентности, т.е. недалеко от поверхности клина и от его вершины. Размеры области интерференции зависят при этом от угла θ , который должен быть достаточно малым. По мере удаления от вершины толщина клина увеличивается. Растет при этом и оптическая разность хода. Когда Δ становится сравнимой с длиной когерентности, полосы исчезают. Увеличение степени монохроматичности используемого света, определяющей длину когерентности $l_{\text{ког}}$, расширяет область интерференции и увеличивает количество и отчетливость наблюдаемых полос. Если свет падает на пластинку нормально, полосы будут наблюдаться непосредственно на ее поверхности.

Оба рассмотренных вида полос можно наблюдать и в белом свете. В этом случае они принимают радужную окраску, т.к. максимумы интенсивности смещаются друг относительно друга для разных длин волн. Разумеется, подобная картина получается только при очень малых толщинах пленок, например в уже упоминавшихся мыльных пузырях.

2.2. Кольца Ньютона

Частным случаем полос равной толщины являются кольца Ньютона, которые наблюдаются с помощью установки, схема которой изображена на рис. 2.3. Плосковыпуклая линза с большим радиусом кривизны R соприкасается выпуклой поверхностью с плоскопараллельной стеклянной пластинкой в точке O . Свет падает нормально на линзу и частично отражается от верхней и нижней поверхностей воздушного промежутка между линзой и пластинкой. При наложении отраженных волн они интерферируют и образуются светлые и темные кольца, каждое из которых соответствует определенной толщине воздушного зазора. Это и будут полосы равной толщины. Вид концентрических колец они имеют в связи с тем, что толщина зазора одинакова в местах равноудаленных от точки O .

Для определения радиуса r какого-либо кольца следует найти оптическую разность хода лучей, отразившихся на расстоянии r от точки O , где толщина зазора равна h . Поскольку этот зазор может быть в принципе заполнен любым газом или жидкостью, обозначим буквой n показатель преломления этой среды. Полагая, что n меньше показателя преломления стекла получаем

$$\Delta = 2nh + \lambda/2, \quad (2.3)$$

где полволны добавляется из-за того, что одна из волн испытывает скачок фазы, отражаясь от оптически более плотной среды в точке Р.

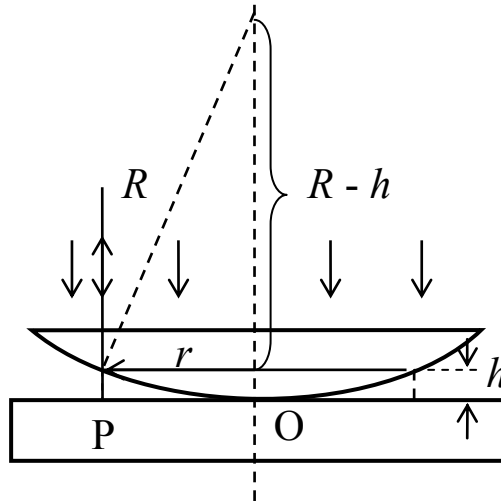


Рис. 2.3

Из прямоугольного треугольника с гипотенузой R имеем

$$r^2 = R^2 - (R - h)^2 = 2Rh - h^2 \approx 2Rh.$$

Отсюда $h \approx r^2/2R$, и подставив это соотношение в (2.3), получим

$$\Delta = n \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}.$$

Чтобы вычислить, например, радиус r_k темного кольца с номером k используем условие минимума (1.9)

$$\Delta = n \frac{r_k^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = \pm \left(k + \frac{1}{2} \right) \lambda.$$

Сократив на $\lambda/2$, и опустив знак \pm , получим окончательное выражение для радиуса любого темного кольца:

$$r_k = \sqrt{\frac{\kappa R \lambda}{n}}. \quad (2.4)$$

Аналогичным образом можно получить формулу для расчета радиусов светлых колец.

Кольца Ньютона можно наблюдать и в проходящем свете. В этом случае часть волны, прошедшей прямо через всю систему, интерферирует с другой частью той же волны, отразившейся сначала от пластинки (в точке Р), а затем от нижней поверхности линзы. Оптическая разность хода будет при этом отличаться от полученной выше на полволны, поскольку при двойном отражении от стекла скачка фазы в итоге не происходит. В результате, интерференционная

картина, наблюдаемая в проходящем свете, оказывается противоположной той, что видна в отраженном свете. Это значит, что на месте светлых колец окажутся темные, а в центре будет светлое пятно вместо темного.

2.3. Практическое применение явления интерференции.

Интерферометры.

Область практического использования интерференции весьма обширна. Можно, например, определяя количественные параметры интерференционной картины (ширину полос в опытах с бипризмой или зеркалами Френеля, радиусы колец Ньютона и т.п.) вычислить длину волны использовавшегося излучения. Еще это явление используется для улучшения качества оптических приборов (**просветление оптики**) и получения высокоотражающих покрытий.

Современные объективы, используемые для кино и фотосъемки, содержат, как известно, большое количество линз. При прохождении через объектив света в результате его частичного отражения от каждой границы раздела теряется значительная часть светового потока. Так называемое просветление оптики призвано уменьшить указанное отражение. Для этого поверхности линз покрывают тонкой прозрачной пленкой с показателем преломления меньшим, чем у материала линзы. Толщину пленки и ее показатель преломления подбирают таким образом, чтобы в результате интерференции лучи, отраженные от поверхности пленки и поверхности линзы, гасили бы друг друга (т.е. должно выполняться условие минимума). Разумеется, таким образом можно уменьшить отраженный поток не для всех длин волн. На практике обычно ослабляют отражение на участке спектра примерно в середине видимого диапазона ($\lambda \approx 550$ нм).

Явление интерференции применяется также в измерительных приборах очень высокой точности – **интерферометрах**. Существуют, к примеру, **газовые интерферометры** (или **интерференционные рефрактометры**), позволяющие определять малейшие изменения показателей преломления газов (или прозрачных жидкостей) при изменении их температуры, давления, концентрации примесей и т.п.

Принцип действия таких интерферометров следующий. На пути интерферирующих лучей помещают две одинаковые трубки (кюветы), заполненные газом с известным показателем преломления n_0 (например, воздухом) и получают интерференционную картину в виде полос. Затем одну из кювет длиной l наполняют газом с неизвестным показателем преломления n_x . Оптическая разность хода изменяется при этом на величину равную $l(n_x - n_0)$, что приведет к

сдвигу всей картины на определенное количество полос m . Определив m , нетрудно вычислить n_x из соотношения $l(n_x - n_0) = m\lambda$.

Широко используется также **интерферометр Майкельсона**, упрощенная схема которого приведена на рис. 2.4. Пучок света от источника S , представленный на рисунке одним лучом, падает на стеклянную пластинку под углом 45° . На заднюю поверхность пластинки напылен тонкий слой серебра, что делает ее полупрозрачной. Поэтому луч, прошедший через пластинку, делится в точке O на два луча примерно одинаковой интенсивности. Луч 1 идет к зеркалу M_1 , отражается от него и, снова пройдя через пластинку, попадает в зрительную трубу T .

Туда же попадает и луч 2, отразившись от зеркала M_2 , а затем от пластинки в точке O . На этом пути он дважды проходит через так называемую компенсационную пластинку, имеющую ту же толщину, что и первая пластинка. В результате при одинаковых расстояниях до зеркал оптическая разность хода лучей 1 и 2 становится равной нулю и свет, попадающий в трубу T , имеет максимальную интенсивность. Если зеркало M_2 сдвинуть параллельно самому себе на расстояние, равное $\lambda/4$, возникнет разность хода $\Delta = \lambda/2$, и максимум сменится на минимум. Таким образом, интерферометр позволяет измерять расстояния с точностью до $\lambda/4$, т.е. до десятых долей микрометра.

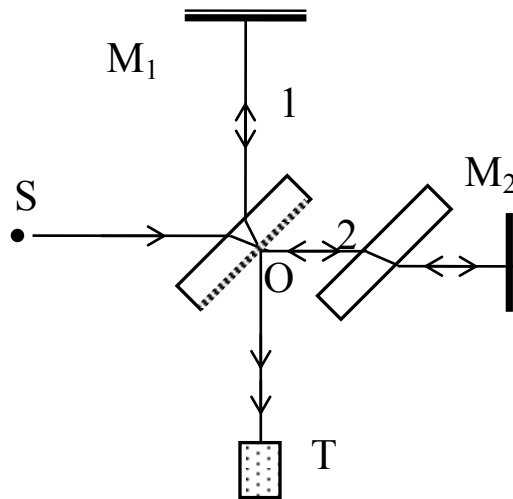


Рис. 2.4

Для увеличения чувствительности метода неподвижное зеркало M_1 немного наклоняют. Тогда лучи, падающие на разные его точки, проходят разные пути, и в окуляре зрительной трубы вместо однородного фона появятся светлые и темные полосы (полосы равной толщины). Сдвиг зеркала M_2 приводит к перемещению этих полос, за которым легко следить с большой точностью.

2.4. Дифракция света

Дифракцией называются явления непрямолинейного распространения световых волн, огибание ими препятствий и проникновение волн в область геометрической тени. Для наблюдения этих явлений необходимо создание специальных условий. Размеры приборов, с помощью которых изучается свет, должны быть невелики по сравнению с длиной волны. Например, поставив на пути светового пучка непрозрачную преграду маленького размера, мы заметим практическое отсутствие тени. Свет как бы огибает такую преграду (рис. 2.5).

Явление дифракции хорошо объясняется принципом Гюйгенса-Френеля. Вторичные сферические волны, идущие согласно этому принципу от участков волновой поверхности, непосредственно примыкающих к преграде, заполняют, естественно, практически все пространство на достаточном удалении от препятствия. Так как эти волны когерентны, то они будут интерферировать.

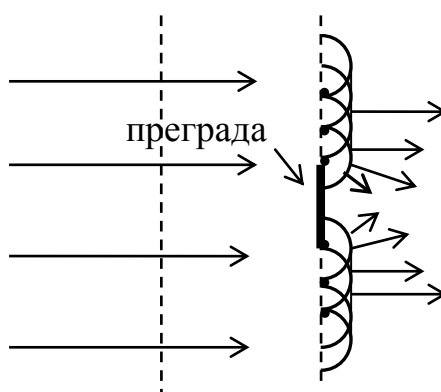


Рис. 2.5

Мы видим, таким образом, что между интерференцией и дифракцией нет существенного физического различия. Оба явления заключаются в перераспределении светового потока в результате суперпозиции волн. Как правило, при наличии двух или нескольких дискретных источников говорят об интерференции. Если же мы имеем дело с источниками, непрерывно распределенными по некоторой поверхности, картина, получаемая при наложении идущих от них волн, называется дифракционной.

Обычно различают два вида дифракции. В том случае, когда источник света и точка наблюдения находятся очень далеко от объекта, вызывающего дифракцию, говорят о **дифракции Фраунгофера** или **дифракции в параллельных лучах**. Если же дифракционная картина наблюдается на небольшом расстоянии от такого объекта, говорят о **дифракции Френеля**.

2.5. Метод зон Френеля.

В общем случае при дифракции весьма трудно подсчитать интенсивность света во всех точках пространства. Френель предложил интересный метод, позволяющий рассчитать дифракционную картину в некоторых простых случаях.

Рассмотрим волну, идущую от точечного источника S в произвольную точку P . Френель поделил волновую поверхность, находящуюся на некотором расстоянии a от источника, на кольцевые зоны. Амплитуда колебаний светового вектора в точке P рассматривается как результат интерференции когерентных волн, идущих от всех зон в эту точку. Эти зоны, получившие название **зон Френеля**, строятся следующим образом. Размер первой (центральной) зоны берется таким, чтобы расстояние от ее края до точки P было на половину длины волны больше расстояния до этой точки от ее центра. Расстояние от края второй зоны должно быть еще на полволны больше и т.д. Соответствующие построения показаны на рис. 2.6.

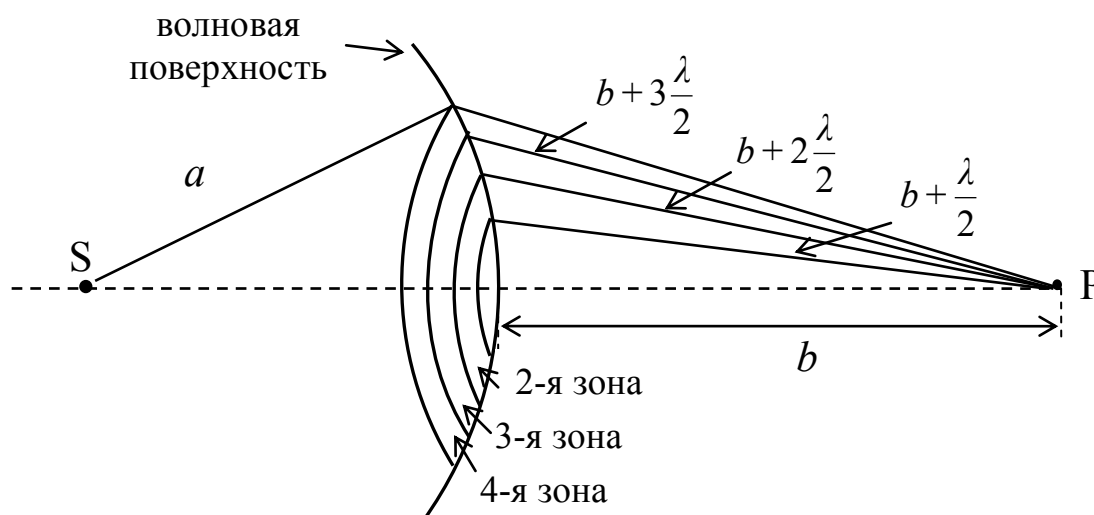


Рис. 2.6

Таким образом, волны, идущие от двух соседних зон возбуждают в точке P колебания в противофазе ($\Delta = \lambda/2$ и $\delta = \pi$). Результирующая амплитуда колебаний A в этой точке будет тогда равна

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots, \quad (2.5)$$

где A_1, A_2, \dots, A_m - амплитуды колебаний, возбуждаемых волнами, идущими от зон с соответствующими номерами. Представим выражение (2.5) в виде

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots \quad (2.6)$$

Расчет показывает, что площади зон Френеля примерно одинаковы. Однако, численные значения амплитуд постепенно уменьшаются с увеличением

их номеров. Это связано с увеличением расстояния до точки Р и ростом углов между нормальными к поверхностям зон и направлениями на данную точку. Отсюда вытекает, что в соотношении (2.6) выражения, стоящие в скобках, практически равны нулю, а, значит $A \approx A_1/2$, и, возводя это в квадрат, получим $I \approx I_1/4$.

Таким образом, интенсивность света I , создаваемая источником в данной точке, оказывается в четыре раза меньше интенсивности I_1 , которую обеспечивает одна лишь центральная зона. То есть, если на расстоянии b от точки Р поместить непрозрачную преграду с маленьким отверстием размером с центральную зону, то мы получим значительное увеличение интенсивности в этой точке.

Еще больше увеличится интенсивность в рассматриваемой точке, если перекрыть все четные (или все нечетные) зоны Френеля. Это можно сделать, поставив между источником и экраном стеклянную пластинку, на поверхность которой нанесено непрозрачное покрытие, закрывающее соответствующие зоны. Тогда в соотношении (2.5) исчезнут все амплитуды со знаком минус, и суммарная амплитуда станет гораздо больше, чем A_1 . Изготовленные таким образом пластинки называются **зонными пластинками**. Их действие фактически аналогично действию собирающих линз.

2.6. Дифракция Френеля от круглого отверстия и диска.

Представим теперь, что между точечным источником S и экраном находится непрозрачная преграда с отверстием, размер которого можно изменять (рис. 2.7).

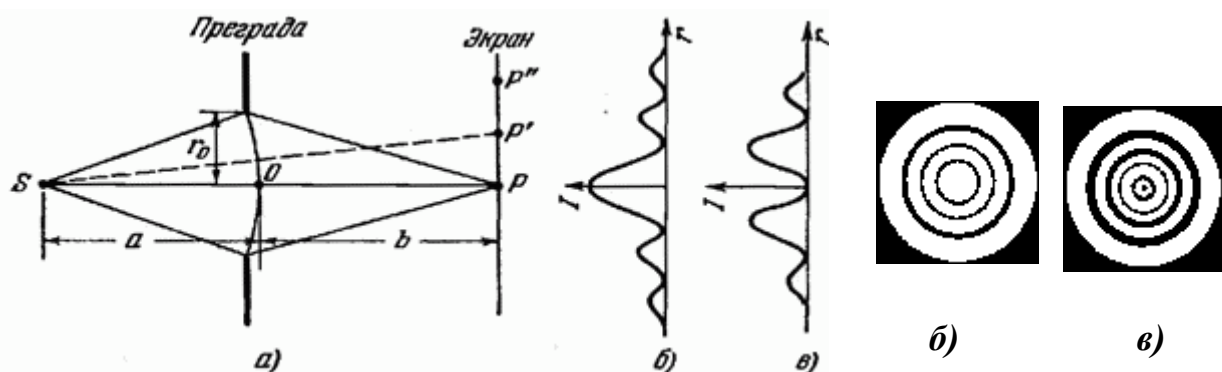


Рис. 2.7

Интенсивность света в точке Р, находящейся на экране как раз напротив середины отверстия, будет зависеть от числа зон Френеля, укладывающихся в нем. Если, например, открыты ровно две зоны, интенсивность будет минималь-

ной, т.к. волны, приходящие от этих зон в точку Р возбуждают в ней колебания, находящиеся в противофазе. Увеличив радиус отверстия так, чтобы в нем уместилось три зоны, получим в данной точке максимум, поскольку действие третьей зоны окажется не скомпенсированным. Отсюда окончательный вывод: если отверстие оставляет открытым нечетное число зон Френеля, в центре картины получается максимум интенсивности (светлое пятно), если четное – минимум интенсивности (темное пятно).

Вся же дифракционная картина на экране будет иметь вид чередующихся светлых и темных колец, как показано на рис. 2.7 б и 2.7 в. Периодическое изменение интенсивности света становится понятным из следующих соображений. Допустим для определенности, что в отверстии уместается всего две зоны, и в точку Р приходят волны только от этих зон. Если же рассматривать точку Р', то в нее попадают также волны от частично приоткрывшейся третьей зоны. При этом часть второй зоны закрывается краем отверстия. В результате интенсивность света в этой и во всех симметричных точках будет больше, чем в центре, и образуется светлое кольцо. При дальнейшем смещении от центра интенсивность начнет уменьшаться и т.д.

Аналогичные картины получаются и в случае прохождения через отверстие плоской волны. Чтобы выяснить, как конкретно будет выглядеть распределение интенсивности света на экране, необходимо знать радиусы зон Френеля. Несложный расчет дает следующее выражение для радиуса k -той зоны

$$r_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} k \lambda \quad (2.7)$$

в случае сферической волны и

$$r_k = \sqrt{bk\lambda} \quad (2.8)$$

в случае плоской волны.

Зная размер отверстия, можно вычислить какая зона имеет такой же радиус, а, значит, и количество открытых зон. Из приведенных формул видно также, что размеры зон увеличиваются при удалении экрана от отверстия (чем больше b , тем больше r_k). В результате, интенсивность в центре будет периодически изменяться до тех пор, пока радиус отверстия не окажется равным радиусу первой зоны. При дальнейшем увеличении b интенсивность в точке Р будет просто монотонно убывать.

Теперь посмотрим, какая картина образуется на экране, если между ним и источником поместить небольшой непрозрачный диск (рис. 2.8). Если диск закрывает m первых зон Френеля, то амплитуда колебаний в точке Р будет равна

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - A_{m+4} + \dots$$

Это выражение аналогично соотношению (2.5), и значит можно заключить, что

$$A \approx \frac{A_{m+1}}{2}.$$

Таким образом, в центре экрана всегда будет светлое пятно, как показано на рис. 2.8.

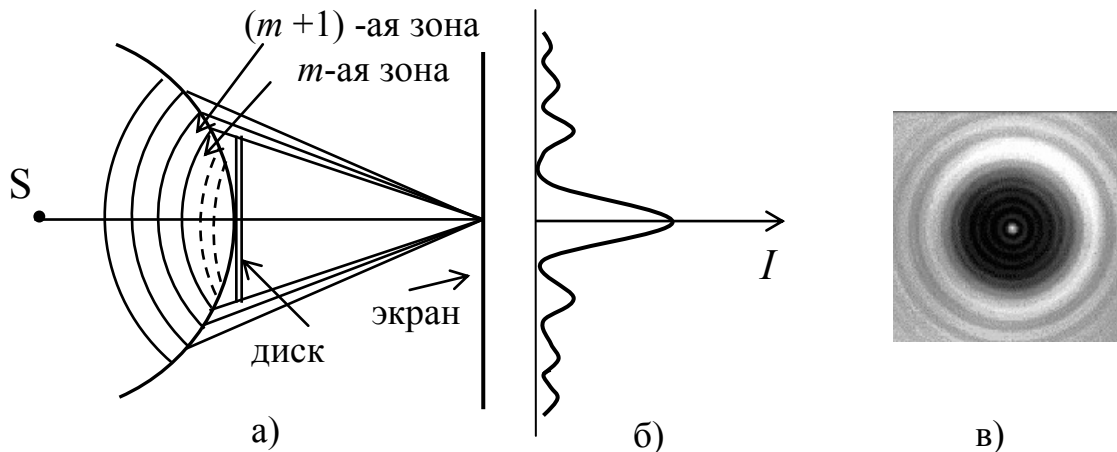


Рис 2.8

Изменение размера диска влияет только на яркость пятна. Если число закрытых зон мало, то A_{m+1} не сильно отличается от A_1 , и интенсивность света в точке Р будет почти такой же, как и в отсутствии диска. При относительно большом радиусе диска в центре дифракционной картины будет наблюдаться светлое пятнышко на темном фоне (пятно Пуассона). Примерный вид такой картины показан на рис. 2.8 в).

ЛЕКЦИЯ 3. ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА

3.1. Дифракции Фраунгофера от щели

Дифракцию Фраунгофера удобно наблюдать, собирая параллельные лучи с помощью линзы, в фокальной плоскости которой расположен экран. Рассмотрим случай падения плоской монохроматической волны на непрозрачную преграду с узкой щелью шириной b (рис. 3.1).

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля все точки, расположенные на волновой поверхности, проходящей непосредственно через щель (на линии АВ в плоскости рисунка), будут источниками вторичных волн, распространяющихся во всех направлениях. Лучи, идущие под некоторым углом φ к первоначальному направлению светового пучка, соберутся в точке Р на экране. Оптическая разность хода, определяющая условия интерференции этих волн, возникает на

пути от волновой поверхности АВ до волновой поверхности ВС, и будет различной для разных лучей.

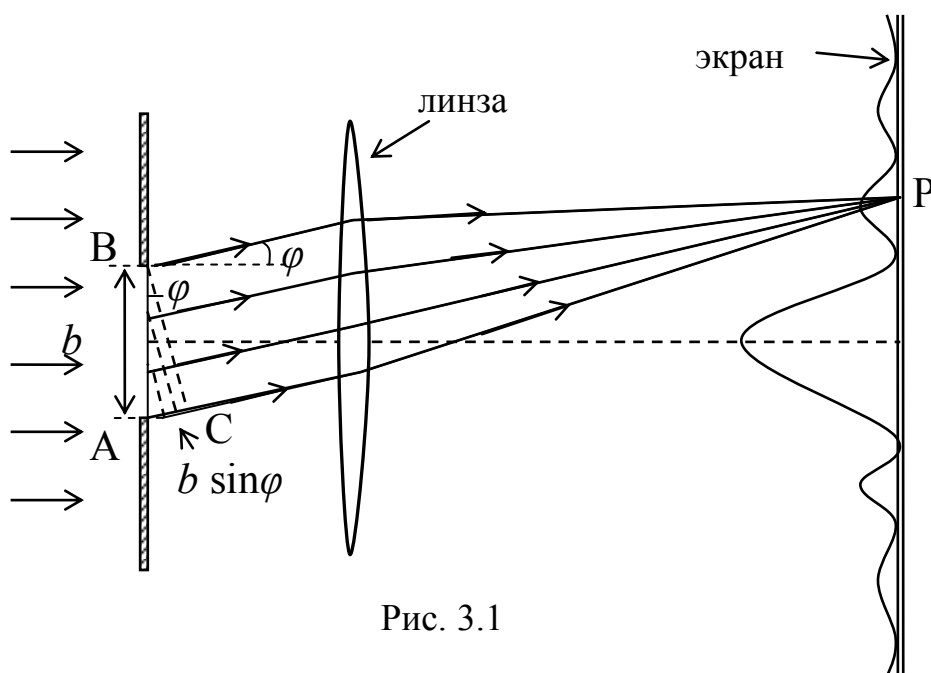


Рис. 3.1

Разделим линию AC на отрезки длиной $\lambda/2$. При этом, как видно из рисунка, щель разобьется на такое же количество зон. Оптические длины путей от двух соседних зон до точки P отличаются друг от друга на половину длины волны, т.е. фактически это будут зоны Френеля. Если их число нечетное, в точке P будет максимум интенсивности. Этот случай показан на рисунке, где число зон равно трем. Четное число зон и минимум интенсивности получается, когда на отрезке AC укладывается четное число полуволн и, соответственно, целое число длин волн.

Поскольку $AC = b \sin \varphi$, условие минимумов будет выглядеть следующим образом

$$b \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad (k = 1, 2, 3, \dots). \quad (3.1)$$

При $\varphi = 0$ амплитуды всех волн суммируются, и в центре картины (напротив центра линзы) всегда будет максимум, а затем идет ряд темных и светлых полос, интенсивность которых быстро уменьшается. Несложный расчет показывает, что интенсивность первых максимумов ($k = 1$) не превышает 4,5% от интенсивности центрального максимума.

3.2. Дифракционная решетка.

Дифракционная решетка представляет собой систему одинаковых параллельных щелей, разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками. Расстояние между соседними щелями называется **периодом решетки**.

Пусть на решетку нормально к ее поверхности падает плоская монохроматическая волна. В этом случае все щели являются когерентными источниками вторичных волн, и в результате их интерференции получится определенная дифракционная картина. Ее можно наблюдать на экране, расположенном в фокальной плоскости собирающей линзы (см. рис. 3.2).

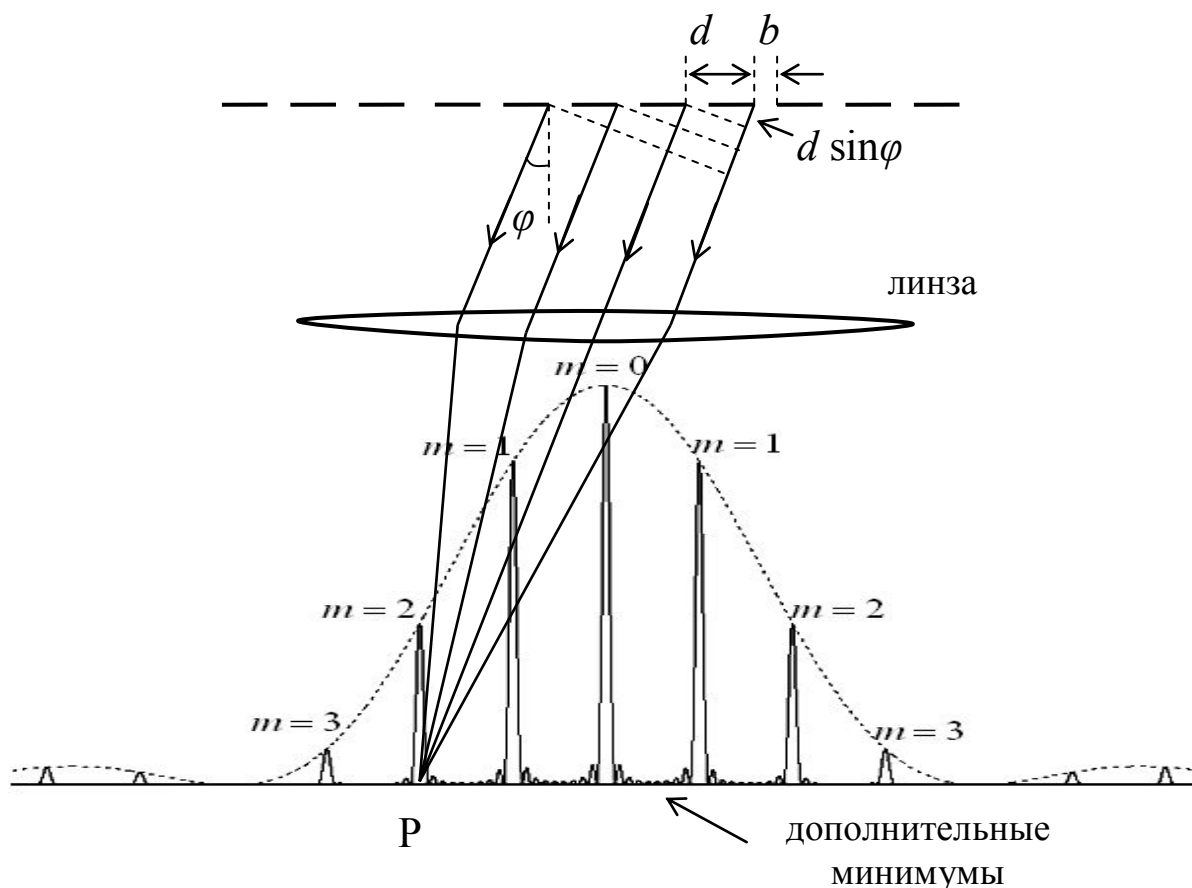


Рис. 3.2

Рассмотрим волны, идущие от щелей под некоторым углом φ к нормали. Из рисунка следует, что оптическая разность хода Δ для волн, посылаемых соседними щелями равна $d \sin \varphi$. Для любой произвольной пары щелей $\Delta = nd \sin \varphi$, ($n = 1, 2, 3, \dots, N$), где N - общее количество щелей. Таким образом, при выполнении условия

$$d \sin \varphi = \pm m\lambda, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (3.2)$$

волны, идущие от всех щелей под углом φ , возбуждают в точке Р на экране колебания в одной фазе. Следовательно, там будет наблюдаться максимум интенсивности. Результирующая амплитуда этих колебаний будет равна $A_{\text{реш}} = N \cdot A_{\varphi}$, где A_{φ} - амплитуда колебаний для волны, посылаемой под этим углом одной щелью.

Для интенсивности получаем, соответственно

$$I_{\text{реш}} = N^2 \cdot I_{\varphi}, \quad (3.3)$$

где I_{φ} - интенсивность света, идущего от одной щели. Таким образом, формула (3.2) является условием **главных максимумов** для дифракционной решетки. Число m называют **порядком главного максимума**. Так как $\sin\varphi \leq 1$, то предельное количество таких максимумов определяется соотношением

$$m_{\text{пред}} \leq d/\lambda. \quad (3.4)$$

Для углов, при которых выполняется соотношение (3.1) $b \sin\varphi = \pm k\lambda$, каждая щель дает минимум интенсивности, а значит, в соответствующих точках на экране расположены **главные минимумы**. Вообще из соотношения (3.3) вытекает, что интенсивность главных максимумов пропорциональна I_{φ} . Поэтому пунктирная кривая (оггибающая главных максимумов) на рис. 3.2 фактически показывает распределение интенсивности на экране при дифракции на одной щели (см. рис. 3.1). Если условия (3.1) и (3.2) выполняются одновременно, то $d/b = m/k$, и соответствующий главный максимум не наблюдается. Например, при $d/b = 3$, максимумы третьего порядка попадают на первые главные минимумы ($k = 1$), максимумы шестого порядка на вторые главные минимумы и т.д.

Детальный расчет интерференционной картины показывает, что в промежутках между главными максимумами существуют дополнительные максимумы и минимумы очень малой интенсивности. Они появляются в результате многолучевой интерференции волн, идущих от всех щелей решетки.

Условие дополнительных минимумов выглядит следующим образом:

$$d \sin\varphi = \pm \frac{\kappa'}{N} \lambda, \quad (\kappa' = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots, 2N-1, 2N+1, \dots). \quad (3.5)$$

При $\kappa' = N, 2N, 3N$ и т.д. получаются главные максимумы. Таким образом, между двумя соседними главными максимумами расположено $N-1$ дополнительных минимумов.

3.3. Дифракционные спектры. Дисперсия и разрешающая способность.

Из условия (3.2) следует, что положение главных максимумов зависит от длины волны. Если на решетку падает белый свет, то вместо одного максимума (линии) в каждом порядке будет наблюдаться радужная полоса, представляющая весь спектр цветов от фиолетового до красного. Это означает, что дифракционная решетка является спектральным прибором. Практический интерес представляет исследование излучений различных атомов, содержащее, как известно, набор волн с разными дискретными значениями частот (длин волн). Пропуская такой свет через решетку, получим в каждом порядке ряд линий

разных цветов. Длины волн для всех наблюдаемых линий легко определить, измеряя соответствующие углы дифракции.

В качестве характеристик спектральных приборов используют обычно два параметра. Один из них, называемый **дисперсией прибора**, определяет расстояние между двумя близкими спектральными линиями, полученными с помощью данного прибора. Различают угловую дисперсию D_φ и линейную дисперсию D_l . **Угловой дисперсией** называется величина

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}, \quad (3.6)$$

где $\delta\varphi$ – угловое расстояние между линиями, длины волн которых отличаются на $\delta\lambda$. (см. рис. 3.3)

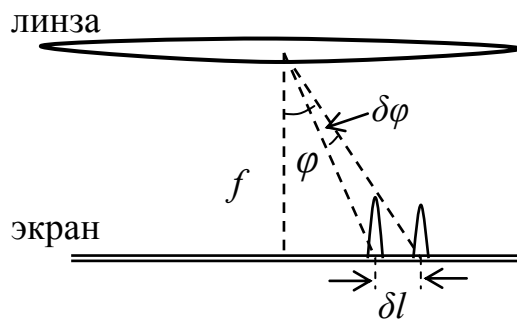


Рис. 3.3

Продифференцировав соотношение (3.2) можно получить следующее выражение для угловой дисперсии дифракционной решетки

$$D_\varphi = \frac{m}{d \cos \varphi}. \quad (3.7)$$

Отсюда видно, что чем меньше период решетки d , тем больше дисперсия, а, значит, и расстояние между линиями. Хорошие решетки содержат сотни щелей на миллиметр длины. При этом значения d не превышают нескольких микрон.

Линейной дисперсией называется величина

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta\lambda}, \quad (3.8)$$

где δl – расстояние на экране между линиями, отличающимися по длине волны на $\delta\lambda$.

Как видно из рис. 3.3, зная угол φ и фокусное расстояние линзы f , можно выразить δl через $\delta\varphi$ и связать тем самым значения линейной и угловой дисперсий. Если φ мало, то можно считать, что $\delta l \approx f \delta\varphi$, и, следовательно,

$$D_l \approx f \cdot D_\varphi \approx \frac{f}{d}, \quad (3.9)$$

т.к. при малых углах естественно считать $m = 1$ и $\cos \varphi \approx 1$.

Второй важной характеристикой спектральных приборов является **разрешающая сила (разрешающая способность)**. Разрешающей силой называется величина

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (3.10)$$

где $\delta\lambda$ – минимальная разность длин волн двух соседних спектральных линий, при которой они воспринимаются раздельно (разрешаются). Для устранения

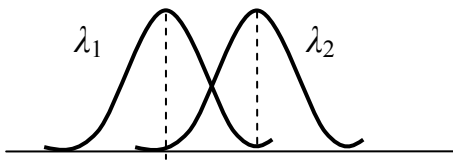


Рис. 3.4

субъективности восприятия вводится критерий разрешения линий, называемый **критерием Рэлея**. Согласно этому критерию линии считаются разрешенными, если положение максимума одной из них приходится на минимум соседней (рис. 3.4). Очевидно, что чем дальше линии

друг от друга и чем меньше их ширина, тем лучше они разделяются.

Используя критерий Рэлея с помощью условий (3.2) и (3.5) нетрудно получить выражение для разрешающей способности дифракционной решетки

$$R = mN, \quad (3.11)$$

где m – порядок спектра, а N – общее число щелей. Действительно, согласно (3.5) для первого дополнительного минимума после главного максимума порядка m имеем

$$d \sin \varphi = \frac{\kappa'}{N} \lambda = \left(\frac{mN + 1}{N} \right) \lambda = \left(m + \frac{1}{N} \right) \lambda.$$

Такому же углу должно соответствовать положение m -го главного максимума для длины волны $\lambda + \delta\lambda$, т.е. $d \sin \varphi = m (\lambda + \delta\lambda)$. Таким образом, получаем $m (\lambda + \delta\lambda) = (m + 1/N) \lambda$. Сократив на $m\lambda$, получим, что $m \delta\lambda = \lambda/N$ и $\lambda/\delta\lambda = R = mN$.

Рост разрешающей силы при переходе к более высоким порядкам связан с увеличением расстояния между линиями (т.к. возрастает дисперсия). С другой стороны, чем больше N , тем уже и выше главные максимумы, что также обуславливает увеличение R .

3.4. Дифракция рентгеновских волн.

В 1895 году Рентген обнаружил неизвестное излучение, возникающее при бомбардировке вещества быстрыми электронами. Природа этого излучения,

получившего впоследствии название рентгеновского, долгое время оставалась неясной. Во многих отношениях поток рентгеновских лучей вел себя как поток частиц, однако ряд ученых, в том числе и сам Рентген, предполагали, что это излучение является электромагнитным. Но обнаружить экспериментально его волновые свойства долго не удавалось.

Действительно, мы видели, что дифракционные явления наблюдаются, когда размеры приборов (щелей, преград и т.п.) не слишком велики по сравнению

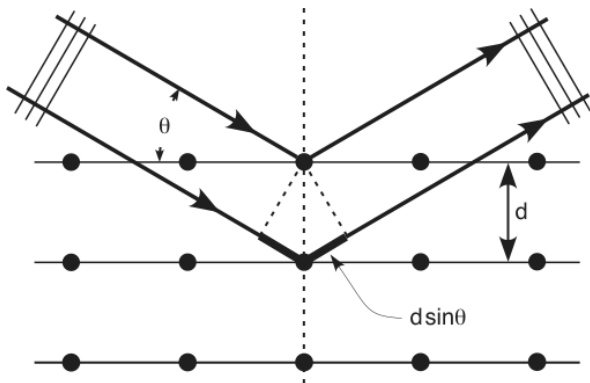


Рис. 3.5

с длиной волны. Как выяснилось, длины волн рентгеновских лучей на несколько порядков меньше длин волн оптического диапазона. Поэтому, для наблюдения их дифракции требовалось бы изготовление периодической структуры типа дифракционной решетки с исключительно малым периодом, что не представлялось технически возможным.

Оказалось, однако, что в кристаллических веществах, где атомы расположены в строго определенном порядке, расстояние между ними составляют величину порядка десятка нанометров, что сопоставимо с длинами волн рентгеновского диапазона ($\lambda \sim 0,001 \div 10$ нм). Это обстоятельство позволило использовать кристаллы в качестве естественных дифракционных (трехмерных) решеток для рентгеновского излучения.

Представим кристалл как совокупность параллельных плоскостей, на которых находятся атомы. Соответствующая схема для простой кубической решетки показана на рис. 3.5. Пусть угол между направлением падающих рентгеновских лучей и кристаллографическими плоскостями (**угол скольжения**) равен θ . Расстояние между ними, называемое **параметром решетки**, обозначим буквой d . Как видно из рисунка, разность хода для волн, отраженных от двух соседних плоскостей, равна $2d \sin \theta$. Максимумы отражения будут наблюдаться, если

$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (3.12)$$

Данное соотношение носит название – **формула Вульфа-Брэгга**.

Очевидно, что атомные слои в кристалле можно провести не единственным способом. На рис. 3.5, например, легко себе представить плоскости, расположенные под углом 45° по отношению к рассмотренным плоскостям. При этом параметр d окажется другим, однако, для углов, удовлетворяющих соотношению (3.12), также будут наблюдаться максимумы интенсивности. Заметим, что

эти максимумы будут слабее, так как плотность атомов в каждом слое оказывается в этом случае меньше.

Таким образом, направив на кристалл пучок монохроматических рентгеновских лучей, мы получим дифракционную картину, которую можно зафиксировать на фотопластинке. Эта картина имеет вид определенным образом расположенных темных пятен, поскольку кристаллическую структуру можно рассматривать как трехмерную решетку. При повороте кристалла картина будет меняться. Анализируя все полученные изображения, можно определить симметрию кристалла и, зная λ , вычислить характерные межплоскостные расстояния. Этот метод лежит в основе **рентгеноструктурного анализа**, позволяющего изучать неизвестные кристаллы.

Другое важное применение дифракции рентгеновских волн – **рентгеновская спектроскопия**. Это исследование спектрального состава рентгеновского излучения с помощью кристалла, структура и параметры которого известны.

ЛЕКЦИЯ 4. ПОЛЯРИЗОВАННЫЙ СВЕТ

4.1. Естественный и поляризованный свет.

Напомним, что свет, в котором направления колебаний светового вектора каким-либо образом упорядочены, называется поляризованным. Хаотическое изменение направлений этих колебаний со временем свидетельствует о том, что мы имеем дело с неполяризованным светом. Такой свет обычно называют естественным.

Преобразовать естественный свет в плоско-поляризованный можно, используя так называемые поляризаторы. **Поляризатор** это прибор, пропускающий колебания, совершаемые лишь в одной плоскости, называемой **плоскостью пропускания**, и полностью или частично задерживающий все остальные колебания. В простейшем случае это прозрачная пластинка, изготовленная из вещества, обладающего определенной **анизотропией**, т.е. такой среды, структура и свойства которой в различных направлениях неодинаковы.

Допустим, что пластинка полностью задерживает колебания, перпендикулярные ее плоскости пропускания и совершенно не ослабляет параллельные ей колебания. Пропуская через нее свет от естественного источника, мы, очевидно, получим линейно-поляризованный свет. Такую пластинку можно назвать идеальным поляризатором. Если же поляризатор неидеален, на выходе из него получается так называемый **частично-поляризованный свет**, который можно рассматривать как смесь естественного и плоско-поляризованного света.

4.2. Степень поляризации.

Для анализа частично-поляризованного света пропустим его через идеальный поляризатор, который в этом случае принято называть **анализатором**. Если его плоскость пропускания будет совпадать с направлением колебаний поляризованной составляющей, интенсивность прошедшего света будет максимальной I_{\max} . При повороте анализатора на 90° , она станет минимальной I_{\min} . **Степенью поляризации** называется величина

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (4.1)$$

Изменяется этот параметр в пределах от нуля до единицы, то есть $0 \leq P \leq 1$. Если, к примеру, свет полностью поляризован, то $I_{\min} = 0$ и $P = 1$. Для естественного света $P = 0$, поскольку в этом случае интенсивность прошедшего через анализатор света вообще не зависит от положения его плоскости пропускания, а, значит, $I_{\max} = I_{\min}$.

4.3. Поляризация света при отражении и преломлении на границе двух диэлектрических сред. Закон Брюстера.

При падении света на границу раздела двух сред он, как известно, частично отражается от нее. Другая часть световой волны проходит дальше, изменяя в общем случае свое направление, т.е. испытывая преломление. Как следует из теории электромагнитных волн, интенсивность отраженной волны зависит от направления колебаний светового вектора в падающем свете. Наиболее сильно отражаются волны, в которых этот вектор колеблется перпендикулярно плоскости падения. Именно эти колебания будут преобладать в отраженной волне, если на границу раздела падает естественный свет, в котором присутствуют колебания всех направлений. В преломленной волне будут, следовательно, в большей мере присутствовать колебания, лежащие в плоскости падения. Это означает, что в общем случае обе эти волны оказываются частично-поляризованными.

Степень поляризации зависит, как выяснилось, от угла падения лучей. Существует некоторый угол падения, при котором отраженный свет полностью поляризован. Этот угол получил название **угла Брюстера**. Преломленная волна в этом случае остается частично поляризованной, но с максимальной степенью поляризации. Значение угла Брюстера $\alpha_{\text{Бр}}$ зависит от показателей преломления n_1 и n_2 сред, на границе которых происходит отражение и преломление, и определяется из соотношения, называемого **законом Брюстера**:

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Бр}} = \frac{n_2}{n_1} . \quad (4.2)$$

Отражение и преломление световых волн на границе раздела двух сред ($n_1 < n_2$), проиллюстрировано рисунком 4.1. Использованное на рисунках схематичное изображение лучей с различной поляризацией обусловлено следующими соображениями. Любое колебание, как известно, можно разложить на два взаимно-перпендикулярных колебания. Естественный свет можно в принципе рассматривать как совокупность двух волн поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях со случайно изменяющимися фазами колебаний. Одна из волн поляризована, например, в плоскости рисунка и изображается двойными стрелками. В другой волне колебания перпендикулярны плоскости рисунка и изображаются точками.

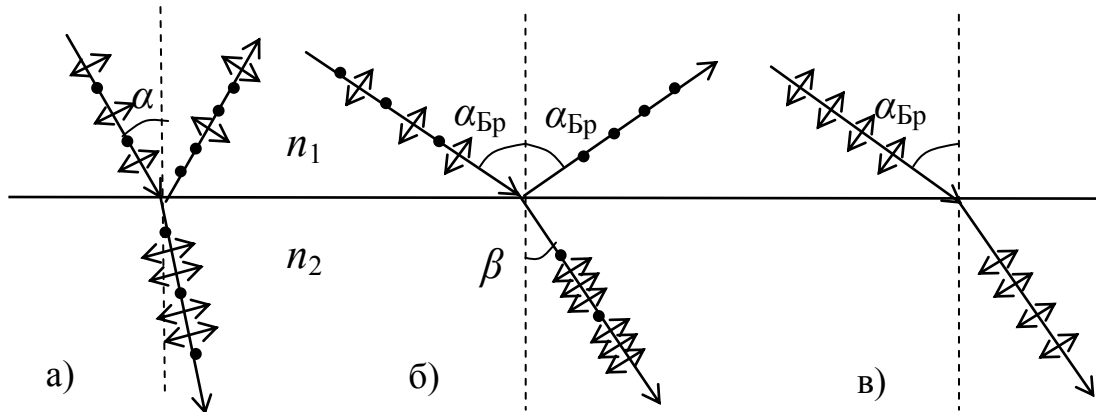


Рис. 4.1

На рис. 4.1 а) показана поляризация отраженного и преломленного лучей при произвольном угле падения неполяризованного света α . Угол падения на рис. 4.1 б) и в) равен углу Брюстера. При этом в случае б) падающий луч не поляризован, а в случае в) поляризован полностью в плоскости падения. Отсутствие отраженного луча в последнем случае объясняется тем обстоятельством, что в падающем луче нет колебаний, перпендикулярных плоскости падения.

Нетрудно показать, что если свет падает под углом Брюстера, отраженный и преломленный лучи перпендикулярны друг другу. Действительно, согласно закону преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (4.3)$$

где β - угол преломления. Сопоставив, далее, соотношения (4.2) и (4.3) получаем

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \alpha_{\text{Бр}}}{\cos \alpha_{\text{Бр}}}.$$

Отсюда следует, что если $\alpha = \alpha_{\text{Бр}}$, то $\sin \beta = \cos \alpha_{\text{Бр}}$. Тогда $\alpha_{\text{Бр}} + \beta = 90^\circ$. Учитывая, что угол отражения равен углу падения, из рис. 4.1 б) делаем вывод, что искомым углом тоже равен 90° .

4.4. Закон Малюса.

Поскольку поляризатор пропускает лишь часть светового потока, интенсивность полученного на выходе из него линейно-поляризованного света меньше чем начальная интенсивность. Предположим сначала, что на поляризатор (здесь и далее будет иметься в виду идеальный поляризатор) падает плоско-поляризованная волна с интенсивностью I_0 . Пусть направление колебаний светового вектора составляет угол φ с плоскостью пропускания поляризатора.

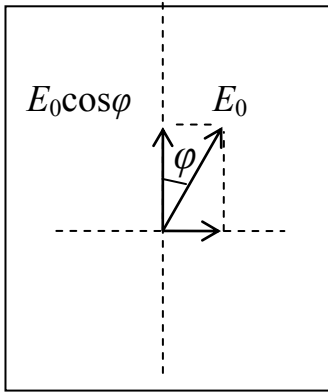


Рис. 4.2

Как видно из рис. 4.2, если амплитуда колебаний светового вектора в падающей волне равна E_0 , то поляризатор пропустит колебания с амплитудой $E_0 \cos \varphi$. Поскольку интенсивность света пропорциональна

квадрату амплитуды, имеем

$$I = I_0 \cos^2 \varphi. \quad (4.4)$$

Это соотношение, которое носит название **закон Малюса**, показывает, как уменьшается интенсивность поляризованного света при прохождении через поляризатор.

В естественном свете нет, как известно, выделенного направления колебаний светового вектора, и угол φ может принимать все возможные значения от 0 до 2π . Чтобы рассчитать уменьшение интенсивности такого света при пропускании его через поляризатор, в законе Малюса необходимо взять среднее по всем углам значение квадрата косинуса, равное, как известно, $1/2$. В результате получим

$$I = I_0 \langle \cos^2 \varphi \rangle = \frac{1}{2} I_0.$$

Таким образом, интенсивность прошедшего через поляризатор естественного света уменьшается вдвое. Этот результат является вполне ожидаемым, если вспомнить, что такой свет можно представить в виде совокупности двух волн

одинаковой интенсивности, поляризованных в двух взаимно-перпендикулярных направлениях и имеющих случайные фазы.

При пропускании естественного света через два поляризатора, плоскости пропускания которых образуют между собой угол α , интенсивность полученной поляризованной волны зависит от этого угла. Она будет равна $I_0/2$, если эти плоскости параллельны ($\alpha = 0$). Если же они перпендикулярны друг другу (такие поляризаторы называют **скрещенными**) свет вообще не пройдет через эту систему т.к. $\alpha = 90^\circ$ и $\cos\alpha = 0$.

4.5. Двойное лучепреломление.

Еще в 17-м веке было обнаружено, что проходящий через кристалл исландского шпата узкий пучок света в ряде случаев делился на два луча. Эти лучи выходили из кристалла в различных точках и были полностью поляризованы во взаимно-перпендикулярных направлениях. Один из этих лучей вел себя в соответствии с законами геометрической оптики и получил название **обыкновенного**. Другой же луч этим законам не подчинялся (он мог, например, преломляться при нормальном падении света на поверхность кристалла), и был назван **необыкновенным**.

Описанным свойством **двойного лучепреломления** обладают, как выяснилось, многие оптически анизотропные прозрачные кристаллы. При этом оказалось, что существует в кристаллах такое направление (а иногда и два), при пропускании вдоль которого светового пучка **двойного лучепреломления** не происходит. Это направление называют **оптической осью** кристалла. Если волна распространяется вдоль оптической оси, направление колебаний светового вектора будет перпендикулярно ей независимо от того, поляризована она или нет (это вытекает из поперечности электромагнитных волн). Поскольку необыкновенная волна в данном случае отсутствует, делаем вывод, что в обыкновенной волне вектор \vec{E} колеблется перпендикулярно оптической оси. При распространении света под каким-либо углом к оптической оси можно выделить плоскость, в которой лежит луч и данная ось. В необыкновенной волне колебания совершаются именно в этой плоскости.

Условия распространения волн с различным направлением колебаний светового вектора оказываются в таких кристаллах неодинаковыми. Скорость распространения обыкновенной волны в кристалле не зависит от ее направления и соответствует показателю преломления n_o . Показатель преломления n_e необыкновенной волны может быть больше или меньше n_o в зависимости от вида кристалла. То же самое можно сказать и о скорости ее распространения.

Следует отметить, что значение n_e зависит и от направления луча, т.е. от угла между оптической осью и вектором \vec{E} . При этом максимальное различие между n_e и n_o будет в случае, когда свет идет перпендикулярно оптической оси, а световой вектор колеблется параллельно ей.

4.6. Поляризационные приборы.

Обыкновенный и необыкновенный лучи в общем случае и поглощаются по разному. Это явление называется **дихроизмом** и используется для изготовления поляризаторов. Сильно выраженным дихроизмом обладают, например, кристаллы **турмалина**. При толщине турмалиновой пластинке порядка 1 мм обыкновенный луч практически полностью поглощается, и из нее выходит только необыкновенный луч. Еще сильнее поглощают обыкновенные лучи кристаллы **герапатита**. Нанося такие кристаллы на прозрачную пленку, получают поляризаторы большой площади, называемые **поляроидами**.

Существуют также поляризаторы другого типа – поляризационные призмы. Принцип действия таких поляризаторов основан на пространственном раз-

делении лучей при двойном лучепреломлении.

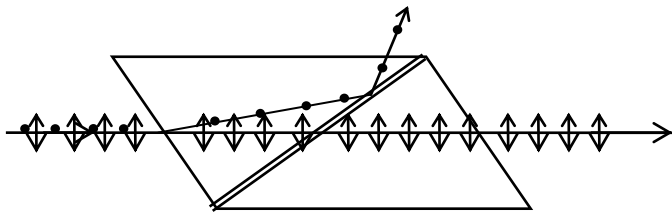


Рис. 4.3

На рисунке 4.3 изображен один из таких приборов – **призма Николя** или просто **николь**. Это две призмы из исландского шпата, склеенные специальным прозрач-

ным клеем – канадским бальзамом. Углы призм подобраны таким образом, чтобы необыкновенный луч проходил через них, практически не преломляясь, как это показано на рисунке. При этом обыкновенный луч, преломившись на входе в призму, падает на границу раздела призма - клей под большим углом. Т.к. показатель преломления клея меньше, чем показатель преломления исландского шпата, данный луч испытывает полное внутреннее отражение и выходит через боковую поверхность николя (или поглощается зачерненной боковой поверхностью). Оптические оси кристаллов лежат в плоскости рисунка, поэтому колебания в обыкновенном луче показаны точками.

4.7. Четвертьволновые и полуволновые пластинки.

Особый интерес представляет прохождение света через пластинку, вырезанную из двоякопреломляющего кристалла вдоль оптической оси. Световая волна, падающая на пластинку нормально, идет внутри нее перпендикулярно

этой оси. При этом происходит деление волны на обыкновенную и необыкновенную, но обе волны не разделяются пространственно, а продолжают распространяться вдоль первоначального направления. Из-за различия в показателях преломления эти волны перемещаются с разной скоростью, и в результате на выходе из пластинки они приобретают определенную разность фаз.

Если падающий свет не поляризован, вышедшие из пластинки волны оказываются некогерентными. Действительно, необыкновенная волна формируется в основном цугами, направление колебаний в которых близко к направлению оптической оси, а главный вклад в обыкновенную волну вносят цуги с другим направлением колебаний. Поэтому выходящие из кристалла волны не интерферируют и, накладываясь друг на друга, дают все тот же неполяризованный свет.

Совсем иная картина получается при пропускании через пластинку плоско-поляризованного света. Обыкновенная и необыкновенная волны в этом случае когерентны и будут интерферировать при выходе из пластинки. Если направление колебаний в падающей волне составляет угол $\varphi = 45^\circ$ с оптической осью, их амплитуды в обеих волнах будут одинаковы. Результат сложения взаимно-перпендикулярных электрических колебаний зависит от их разности фаз. Если она равна $\pi/2$, то при их сложении получается вращение вектора \vec{E} , причем конец этого вектора будет описывать окружность. Таким образом, в этом случае мы получаем свет, поляризованный по кругу.

Нетрудно рассчитать возможные значения толщины пластинки, дающей такую разность фаз. Напомним, что $\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$, и, следовательно, она равна $\pi/2$ при $\Delta = \lambda_0/4$. Та же самая ситуация получится, очевидно при $\delta = \pi/2 + 2\pi m$, ($m = 1, 2, \dots$) и, соответственно, $\Delta = \lambda_0/4 + m\lambda_0$. Поскольку оптическая разность хода, возникающая при прохождении обеими волнами пластинки толщиной d , равна

$$\Delta = (n_o - n_e) d,$$

получим окончательно

$$(n_o - n_e) d = \lambda_0/4 + m\lambda_0. \quad (4.5)$$

Вырезанная параллельно оптической оси пластинка, для которой выполняется соотношение (4.5), называется **пластинкой в четверть волны**. Если через такую пластинку пропускать линейно-поляризованный свет с другой ориентацией колебаний светового вектора ($\varphi \neq 45^\circ$), амплитуды колебаний в обыкновенной и необыкновенной волнах окажутся различными. Тогда конец светового вектора на выходе из пластинки будет описывать эллипс, т.е. получится эллиптически-поляризованный свет. Заметим также, что при совпадении направления

колебаний с оптической осью кристалла ($\varphi = 0$), в нем будет распространяться только необыкновенная волна, и свет, выходящий из пластинки, останется плоско-поляризованным. Аналогичная ситуация возникнет при $\varphi = 90^\circ$. В этом случае внутри пластинки будет только обыкновенная волна.

Как видно из соотношения (4.5), для определенной длины волны можно изготовить целый ряд пластинок различной толщины (для разных m), каждая из которых будет являться четвертьволновой. Если же толщина пластинки не удовлетворяет условию (4.5), разность фаз колебаний на выходе из нее будет отличаться от $\pi/2$. При сложении таких колебаний также будет получаться эллиптически-поляризованный свет независимо от ориентации пластинки.

Особый интерес представляет случай когда $\delta = \pi$. Для получения такой разности фаз обыкновенной и необыкновенной волн необходимо, чтобы их оп-

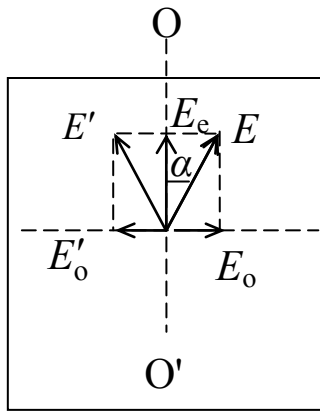


Рис. 4.4

тическая разность хода составила $\lambda_0/2$. Вырезанная параллельно оптической оси пластинка, для которой выполняется соотношение

$$(n_o - n_e) d = \lambda_0/2 + m\lambda_0, \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (4.6)$$

называется **пластинкой в полволны**.

Рассмотрим прохождение плоско-поляризованного света через такую пластинку (рис. 4.4). Пусть направление колебаний светового вектора составляет угол α с оптической осью $O-O'$. На рисунке показано амплитудное значение этого вектора

E на входе в пластинку в некоторый момент времени. Проекции этого вектора на оптическую ось и на перпендикулярное к ней направление дадут амплитуды колебаний в необыкновенной E_e и в обыкновенной E_o волнах соответственно. Такое их взаимное расположение будет при нулевой разности фаз.

На выходе из пластинки разность фаз колебаний составит π , а это означает, что один из указанных векторов должен поменять свое направление на противоположное (на рисунке изменено направление вектора \vec{E}_o). Результирующий вектор повернется при этом на угол $\varphi = 2\alpha$. Таким образом, полуволновая пластинка осуществляет поворот направления колебаний светового вектора на угол, величина которого зависит от ориентации пластинки. Заметим, что при двух ее положениях ($\alpha = 0$ и $\alpha = 90^\circ$) указанного поворота не происходит, и свет проходит через пластинку, никак не изменяясь. Причем, то же самое происходит при любой толщине пластинки.

4.8. Вращение плоскости поляризации.

Некоторые вещества, называемые **оптически активными**, обладают способностью вращать плоскость поляризации. Это означает, что при прохождении через такое вещество линейно-поляризованного света, направление колебаний светового вектора постепенно изменяется. Оптически активными являются, например, кристаллы кварца. Если направить луч света вдоль оптической оси такого кристалла, будет наблюдаться поворот плоскости поляризации. Кроме кристаллов оптическая активность присуща некоторым жидкостям (скипидар, никотин), а также растворам (например, раствор сахара в воде).

Для кристаллов и чистых жидкостей угол поворота направления колебаний равен:

$$\varphi = \alpha \cdot d, \quad (4.7)$$

где d - толщина пластинки или слоя жидкости, а α – **постоянная вращения**. Она определяется природой вещества, и довольно сильно зависит от длины волны света.

Для растворов

$$\varphi = [\alpha] Cl, \quad (4.8)$$

где $[\alpha]$ - удельная постоянная вращения, l - расстояние, пройденное светом в растворе, а C – его массовая концентрация.

Из последнего соотношения следует, что измерив угол поворота плоскости поляризации луча прошедшего через трубку с раствором сахара, можно вычислить его концентрацию. Эта возможность реализуется в приборах, называемых **сахариметрами**.

Интересно, что кварц, как и другие оптически активные вещества, имеет две разновидности – **правовращающий** и **левовращающий**. Первый поворачивает плоскость колебаний по часовой стрелке, если смотреть навстречу лучу, второй в противоположном направлении.

Объяснение оптической активности было предложено Френелем. Согласно его теории, вращение плоскости поляризации происходит из-за различия скоростей распространения волн, поляризованных по кругу в разных направлениях. Действительно, линейно-поляризованную волну можно разложить на две волны, в которых векторы \vec{E} вращаются синхронно в разные стороны. Если скорость одной из волн будет больше другой, по мере распространения их в кристалле будет нарастать сдвиг по фазе, и направление колебаний результирующего вектора будет поворачиваться.

4.9. Искусственная анизотропия. Эффект Фарадея. Эффект Керра.

Явления двойного лучепреломления и оптической активности обусловлены, как мы видели, естественной анизотропией некоторых прозрачных сред. Можно, однако, создать **искусственную анизотропию**. Оптически изотропные вещества становятся анизотропными при различных внешних воздействиях, а именно при деформациях, под действием электрического или магнитного полей.

Так, если поместить, к примеру, обычное стекло, являющееся аморфным и изотропным, между скрещенными поляризаторами, свет через такую систему

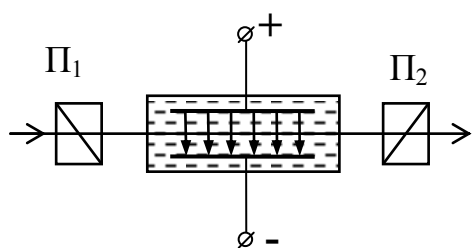


Рис. 4.5

не проходит. Если же стекло деформировать, оно становится анизотропным. Возникает двойное лучепреломление, и плоскополяризованная волна, проходя через него, станет в общем случае эллиптически-поляризованной. В результате свет будет проходить через второй поляризатор. При этом интенсивность прошедшего света оказывается

пропорциональной степени деформации, и полученная на экране картина будет отображать распределение деформаций в данном стекле.

Эффект Керра или **электрооптический эффект** связан с появлением двойного лучепреломления при поляризации прозрачных диэлектриков в электрическом поле. Схема установки для наблюдения эффекта приведена на рис. 4.5.

Ячейка Керра - кювета с жидкостью (нитробензол), в которую введены пластины конденсатора, помещена между скрещенными поляризаторами Π_1 и Π_2 . В отсутствие электрического поля свет через систему не проходит. При подаче напряжения на пластины происходит преимущественная ориентация молекул жидкости вдоль линий напряженности. В результате возникает выделенное направление (оптическая ось). Линейно-поляризованный луч, идя перпендикулярно этой оси, становится эллиптически-поляризованным, и свет проходит через второй поляризатор. Заметим, что при изменении напряжения на пластинах, меняется степень анизотропии жидкости, а значит, и интенсивность прошедшего света.

Поскольку процесс поляризации диэлектрика является практически безынерционным, ячейка Керра может играть роль очень быстродействующего светового затвора, открытого при включенном напряжении и закрывающегося при его снятии.

Эффект Фарадея или **магнито-оптический эффект** заключается в возникновении или усилении оптической активности в некоторых веществах при их намагничивании. Этот эффект можно наблюдать, пропуская линейно-поляризованный свет через образец вдоль линий намагниченности. При этом направление луча совпадает с направлением, в котором происходит ориентация магнитных моментов атомов, т.е. с оптической осью. Угол поворота плоскости поляризации записывается в виде:

$$\varphi = V \cdot l \cdot H, \quad (4.9)$$

где H – напряженность магнитного поля, l – путь проходимый светом в веществе, а V – коэффициент пропорциональности, носящий название **постоянной Верде**. Эта постоянная характеризует данное вещество, и, так же, как и постоянная вращения α , зависит от длины волны.

ЛЕКЦИЯ 5. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

5.1. Основные характеристики теплового излучения.

Тепловым называют излучение, совершающееся за счет внутренней энергии тела, т.е. за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества. Это излучение происходит практически при любой температуре, хотя при очень низких температурах интенсивность его весьма мала. Тепловое излучение имеет сплошной спектр (для твердых тел и жидкостей) и охватывает достаточно широкий диапазон длин волн (или частот). При этом с ростом температуры происходит увеличение интенсивности излучения и существенное расширение указанного диапазона.

Основной количественной характеристикой теплового излучения является **энергетическая светимость**. Энергетической светимостью R называется энергия, испускаемая единицей поверхности тела в единицу времени во всех направлениях (в пределах телесного угла 2π). Энергетическая светимость сильно зависит от температуры и эту зависимость принято обозначать индексом T , т.е. $R = R_T$.

Интенсивность теплового излучения неодинакова в различных интервалах длин волн. Обозначим символом dR_λ энергию, излучаемую в единицу времени с единицы поверхности тела (при данной температуре) в интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$. Она, очевидно, пропорциональна величине данного интервала $d\lambda$:

$$dR_\lambda = r_\lambda d\lambda. \quad (5.1)$$

Коэффициент пропорциональности r_λ , являющийся функцией длины волны (а также, разумеется, и температуры) называется **испускательной способ-**

ностью тела. По сути это спектральная характеристика излучения, показывающая, как распределяется испускаемая энергия по всему диапазону длин волн. Поэтому, эту величину называют также **спектральной плотностью энергетической светимости** тела. Таким образом, энергетическую светимость можно записать в виде

$$R_T = \int_0^{\infty} dR_{\lambda,T} = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda. \quad (5.2)$$

Типичный вид зависимости испускательной способности от длины волны для двух различных температур показан на рис. 5.1. Заштрихованная площадь

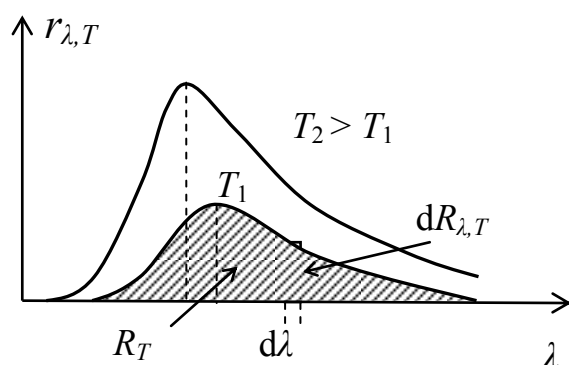


Рис. 5.1

под кривой $r_{\lambda,T}$ показывает энергетическую светимость тела при температуре T_1 , а маленький заштрихованный участок - энергию $dR_{\lambda,T}$, излучаемую в узком интервале длин волн $d\lambda$.

Из рисунка видно, что при нагревании тела значительно увеличивается излучение в коротковолновой части спектра. При небольших температурах мы имеем дело в основном с инфракрас-

ным излучением. При высоких температурах кривая $r_{\lambda,T}$, как правило, захватывает уже и видимый участок спектра, в результате чего тела (например, металлы) начинают светиться.

5.2. Испускательная и поглощательная способность.

Абсолютно черное тело.

Потери энергии в результате теплового излучения должны, казалось бы, привести к охлаждению тел. На практике, однако, мы наблюдаем примерное постоянство температур окружающих нас тел. Это означает, что они находятся в состоянии теплового равновесия. При этом тело должно получать извне столько же энергии, сколько оно излучает. Исключив для простоты другие возможные виды теплообмена, будем считать, что восполнение потерянной энергии идет за счет поглощения телом внешнего излучения (т.е. излучения других объектов).

Обозначим поток падающего на единицу площади поверхности тела излучения как Φ_0 . Выделим из всего потока излучение в узком интервале длин волн $d\Phi_{0,\lambda}$. Часть этого потока $d\Phi_{\lambda}^{\text{погл}}$ будет поглощаться телом, часть $d\Phi_{\lambda}^{\text{отр}}$ -

отражаться (считаем тела непрозрачными). Имеем, таким образом, $d\Phi_{0,\lambda} = d\Phi_{\lambda}^{\text{погл}} + d\Phi_{\lambda}^{\text{отр}}$, и соответственно

$$1 = \frac{d\Phi_{\lambda}^{\text{погл}}}{d\Phi_{0,\lambda}} + \frac{d\Phi_{\lambda}^{\text{отр}}}{d\Phi_{0,\lambda}}$$

Безразмерное отношение $d\Phi_{\lambda}^{\text{погл}}/d\Phi_{0,\lambda}$ называется **поглощательной способностью** тела $a_{\lambda,T}$, а отношение $d\Phi_{\lambda}^{\text{отр}}/d\Phi_{0,\lambda}$ - **отражательной способностью** $\rho_{\lambda,T}$. Оба эти параметра являются спектральными характеристиками и зависят от температуры тела.

Тело, полностью поглощающее падающее на него излучение (всех длин волн и при любой температуре), называется **абсолютно черным телом** (АЧТ). Поглощательная способность такого тела тождественно равна единице, $a \equiv 1$, а отражательная способность $\rho = 0$. При освещении такого тела каким-либо источником, оно ничего не отражает, и представляется нам черным.

Тело, поглощательная способность которого одинакова для всех длин волн, но меньше единицы, называется **серым телом**. Для таких тел, очевидно, $a = \text{const} < 1$. Можно выделить также **абсолютно белое тело**, для которого $a = 0$, а $\rho = 1$. Для большинства же тел поглощательная и отражательная способности сильно зависят от λ . Эта зависимость обуславливает, в частности, различную окраску тел при освещении их белым светом.

5.3. Законы теплового излучения.

Поглощательная способность связана не только с отражательной, но и с испускательной способностью. Действительно, представим себе, что имеется несколько тел, находящихся в состоянии теплового равновесия при одинаковой температуре. Каждое из них испускает в единицу времени столько же энергии, сколько поглощает. Поэтому наибольшую испускательную способность будет иметь тело, которое сильнее других поглощает падающее на него излучение. Кирхгоф установил, что *отношение испускательной и поглощательной способностей не зависит от природы тела, и является для всех тел одной и той же универсальной функцией частоты (длины волны) и температуры:*

$$\left(\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} \right)_1 = \left(\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} \right)_2 = \left(\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} \right)_3 = \dots = \varphi(\lambda, T). \quad (5.3)$$

Данное утверждение называют **законом Кирхгофа**, а функцию $\varphi(\lambda, T)$ - **универсальной функцией Кирхгофа**. Соотношение (5.3) выполняется для всех тел и, в частности, для абсолютно черного тела. Поскольку в этом случае

$a = 1$, то нетрудно сделать вывод, что *функция Кирхгофа есть не что иное, как испускательная способность АЧТ*.

Для экспериментального исследования этой функции удобно использовать модель черного тела в виде замкнутой полости с маленьким отверстием.

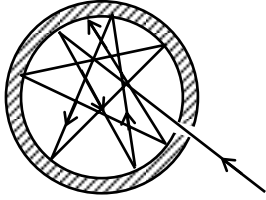


Рис. 5.2.

Лучи света (или другого излучения), проникающие в такое отверстие, практически полностью поглощаются внутренними стенками полости после многократных отражений (рис. 5.2).

Таким образом, можно считать, что поглощательная способность такой конструкции близка к единице.

При этом излучение, выходящее из отверстия, будет по спектральному составу подобно излучению АЧТ. Меняя температуру полости, можно получить экспериментальные кривые для $\varphi(\lambda, T)$. Примерный вид таких кривых показан на рис. 5.3.

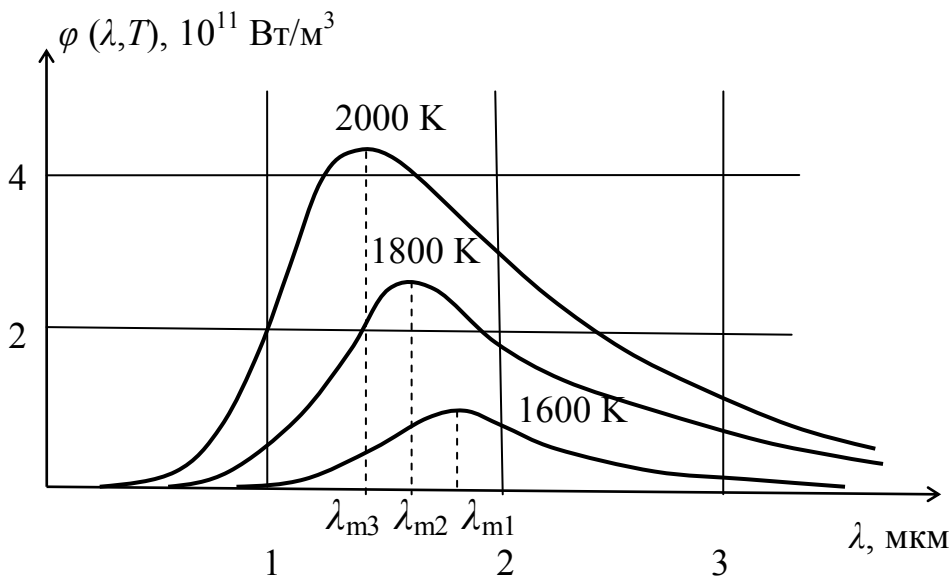


Рис. 5.3

Площадь под этими кривыми дает, очевидно, величину энергетической светимости абсолютно черного тела R^* при указанных температурах. Как видно из рисунка, она быстро растет с увеличением T . Конкретную зависимость R^* от абсолютной температуры дает **закон Стефана – Больцмана**

$$R^* = \sigma T^4, \quad (5.4)$$

где $\sigma = 5,7 \times 10^{-8} \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{К}^4)$ - **постоянная Стефана – Больцмана**.

Из рисунка видно также, что длина волны, на которую приходится максимум излучения λ_m , смещается при увеличении температуры в сторону более коротких длин волн. Это, впрочем, характерно для любых тел, и видно также из

рис. 5.1. Немецкий физик В. Вин установил, что для АЧТ выполняется соотношение

$$\lambda_m \cdot T = b, \quad (5.5)$$

где b – **постоянная Вина**. Данное выражение носит название **закона смещения Вина**. Значение постоянной Вина, полученное экспериментально, равно $b = 2,9 \times 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$.

5.4. Квантовая гипотеза и формула Планка.

Надо сказать, что попытки получить теоретически функцию $\varphi(\lambda, T)$ долгое время не приводили к успеху. Используя законы термодинамики, Вин показал, что она должна иметь вид

$$\varphi(\lambda, T) = \psi(\lambda T) / \lambda^5, \quad (5.6)$$

где $\psi(\lambda T)$ – некоторая функция, зависящая от произведения длины волны на абсолютную температуру. Вин предложил также интерполяционную формулу

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{\alpha}{\lambda^5} e^{-\frac{\beta}{\lambda T}}, \quad (5.7)$$

которая, при должном выборе постоянных α и β , достаточно хорошо описывала экспериментальные кривые. Наиболее строгие расчеты, произведенные английскими учеными Рэлеем и Джинсом с помощью методов статистической физики, дали следующее выражение для функции $\psi(\lambda T) = 2\pi c k(\lambda T)$ (k – постоянная Больцмана, c – скорость света). Соответственно, для функции $\varphi(\lambda, T)$ получалось соотношение

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi c k T}{\lambda^4}, \quad (5.8)$$

названное **формулой Рэля – Джинса**. Эта формула, однако, совпадала с экспериментальными данными только для больших длин волн и при высоких температурах. В области малых длин волн испускательная способность АЧТ (а, значит и его энергетическая светимость) согласно (5.8) должна резко возрастать, и стремиться к бесконечности при $\lambda \rightarrow 0$. Это обстоятельство породило в свое время термин «ультрафиолетовая катастрофа».

Правильный вид функции $\varphi(\lambda, T)$ удалось получить немецкому физику М. Планку в 1900 г. Для этого ему пришлось отказаться от классических представлений и предположить, что излучение испускается в виде отдельных порций – квантов (фотонов). Энергия кванта при этом, пропорциональна его частоте

$$\varepsilon = h\nu = hc/\lambda, \quad (5.9)$$

где h – универсальная постоянная, названная впоследствии **постоянной Планка**. Полученное с помощью этой гипотезы выражение для испускательной способности АЧТ имеет вид

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (5.10)$$

и называется **формулой Планка**. Построенные по этой формуле кривые прекрасно совпадали с экспериментом, что позволило Планку вычислить значение постоянной h . По уточненным данным $h = 6,62 \times 10^{-34}$ Дж·с.

5.5. Следствия формулы Планка.

Нетрудно убедиться в том, что из формулы Планка вытекают практически все приведенные выше законы и соотношения, описывающие тепловое излучение. Если, например, проинтегрировать функцию (5.10) по всем длинам волн от нуля до бесконечности, получим выражение для энергетической светимости АЧТ:

$$R^* = \int_0^{\infty} \varphi(\lambda, T) d\lambda.$$

При этом, она действительно окажется пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры, как это следует из закона Стефана-Больцмана (5.4). К тому же, полученное выражение позволяет вычислить коэффициент пропорциональности, который хорошо согласуется с экспериментальным значением постоянной Стефана – Больцмана σ .

Чтобы получить закон смещения Вина (5.5), следует найти длину волны λ_m , на которую приходится максимум испускательной способности. Для этого необходимо продифференцировать функцию $\varphi(\lambda, T)$ (5.10) и приравнять нулю полученное выражение. В результате получится, что λ_m , как и в выражении (5.5), обратно пропорциональна T , а рассчитанный теоретически коэффициент пропорциональности, равен постоянной Вина b .

При больших значениях λ и T формула Планка (5.10) преобразуется в формулу Рэлея – Джинса (5.8). Показатель степени экспоненты $\frac{hc}{\lambda kT}$ будет в этом случае мал, и ее можно разложить в ряд $e^{\frac{hc}{\lambda kT}} \approx 1 + \frac{hc}{\lambda kT}$. Подставив это соотношение в (5.10), получим

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{\lambda kT}{hc} = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4},$$

то есть формулу (5.8).

Напротив, при больших значениях $\frac{hc}{\lambda kT}$ можно пренебречь единицей в знаменателе формулы Планка, и получить выражение

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}},$$

согласующееся с интерполяционной формулой Вина (5.7), если принять $\alpha = 2\pi hc^2$ и $\beta = hc/k$.

5.6. Оптическая пирометрия.

Иногда для измерения температуры тел обычные приборы (термометры, термопары и т.п.) непригодны. Это может быть связано, например, с большой удаленностью объекта (звезды), очень высокими температурами (расплавленный металл) и т.д. В таких случаях используют так называемые *бесконтактные* методы, одним из которых является **оптическая пирометрия**. Приборы, служащие для измерения температуры тел по их тепловому излучению в оптическом диапазоне называются **пирометрами**. Существует несколько типов пирометров.

5.6.1. Радиационные пирометры.

Принцип действия таких пирометров следующий. Излучение от источника с помощью объектива фокусируется на приемнике (термопара или болометр). Приемник площадью s поглощает столько же энергии в единицу времени, сколько испускает ее источник с той же площади. Таким образом, измерив эту энергию, определяют энергетическую светимость исследуемого тела. Используя закон Стефана-Больцмана можно затем вычислить температуру по формуле: $T = \sqrt[4]{R_T / \sigma}$. Эта температура не будет, однако, соответствовать истинной температуре тела, т.к. закон Стефана-Больцмана годится только для абсолютно черного тела.

Радиационные пирометры градуируются, как правило, по АЧТ, и измеряют так называемую **радиационную температуру** $T_{\text{рад}}$. Это такая температура АЧТ, при которой его энергетическая светимость R^* равна энергетической светимости R_T исследуемого тела. Расчет истинной температуры T производится исходя из соотношения $\alpha_T \sigma T^4 = \sigma T_{\text{рад}}^4$, то есть $T^4 = T_{\text{рад}}^4 / \alpha_T$, где α_T – степень черноты (коэффициент черноты). Этот коэффициент оценивается по отношению энергии, испускаемой телом при данной температуре к энергии, испускаемой АЧТ при той же температуре. Для серых тел он не зависит от T и яв-

ляется постоянным. Поскольку степень черноты по определению меньше единицы, истинная температура всегда будет выше радиационной.

5.6.2. Яркостные пирометры.

С их помощью измеряют так называемую **яркостную температуру** $T_{\text{ярк}}$. Это температура черного тела, при которой для определенной длины волны его испускательная способность равна испускательной способности исследуемого тела. Примером может служить **пирометр с исчезающей нитью**.

В окуляре такого пирометра совмещают изображения светящегося объекта и раскаленной нити внутри прибора. Меняя накал нити, добиваются их одинаковой яркости, при которой нить как бы исчезает на фоне исследуемого тела. На шкале прибора отображается при этом температура нити (т.е. яркостная температура). Используя формулу Планка можно получить соотношение для расчета истинной температуры тела, если известна его поглощательная способность в данном температурном интервале. Заметим, что яркостная температура, также как и радиационная, всегда меньше истинной.

5.6.3. Цветовые пирометры.

Эти приборы позволяют определять длину волны λ_m , на которую приходится максимум излучения тела, и по закону смещения Вина (5.5) оценить его температуру. Измеренная таким образом температура называется **цветовой** $T_{\text{цв}}$. Это температура АЧТ, максимум излучения которого совпадает с максимумом излучения исследуемого тела.

Для серых тел $T_{\text{цв}}$ равна, очевидно, истинной температуре. Для тел, спектр излучения которых не слишком отличается от спектра АЧТ и спектра серого тела, с помощью формулы Планка можно получить выражение для пересчета цветовой температуры в истинную. Для тел, сильно отличающихся от серых, понятие цветовой температуры просто теряет смысл.

ЛЕКЦИЯ 6. КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

6.1. Фотоэффект.

Квантовая гипотеза Планка, позволившая успешно решить проблемы теплового излучения, получила дальнейшее развитие в объяснении такого явления, как **фотоэффект**.

Фотоэффектом называется испускание электронов веществом под воздействием электромагнитного излучения. Существует два вида фотоэффекта – **внешний** и **внутренний**. При внешнем фотоэффекте электроны выбиваются с

поверхности твердых тел, при внутреннем фотоэффекте электроны под воздействием внешнего излучения покидают свои атомы, но остаются внутри вещества. Рассмотрим подробнее внешний фотоэффект.

В металлах, например, свободные электроны находятся в электрическом поле, создаваемом положительно заряженными ионами кристаллической решетки. При невысоких температурах их энергии недостаточно, чтобы преодолеть электрические силы притяжения, и они не могут покинуть поверхность металла. Чтобы осуществить эмиссию электронов им необходимо сообщить некоторую энергию. Эта энергия зависит от концентрации свободных электронов в веществе, т.е. от вида металла. Однако в одном и том же металле при заданной температуре скорости электронов неодинаковы, и им нужны разные порции энергии для того, чтобы вылететь из металла. Для определенности было введено понятие работы выхода. **Работа выхода** $A_{\text{вых}}$ - это минимальная энергия, которую надо сообщить электрону, чтобы он смог покинуть поверхность металла.

Осуществить электронную эмиссию можно различными способами. **Термоэлектронная эмиссия** происходит при нагревании металлов, когда энергия теплового движения значительной доли электронов становится больше работы выхода. При бомбардировке металла пучком каких-либо частиц электроны также могут получить необходимую для вылета с поверхности энергию. Существует еще **автоэлектронная эмиссия** – испускание электронов под действием сильного внешнего электрического поля. Фотоэффект является, по сути, **фотоэлектронной эмиссией**, происходящей под действием света или другого (например, ультрафиолетового) излучения.

Фотоэффект был обнаружен в 1887 году Герцем, наблюдавшим усиление процесса искрового разряда, при воздействии на электроды ультрафиолетового излучения. Первые фундаментальные исследования эффекта проводил А.Г. Столетов. Он обнаружил, что под действием света вещество теряет отрицательные заряды, что сила фототока пропорциональна интенсивности излучения и что наибольшее действие оказывают ультрафиолетовые лучи.

Дальнейшее изучение фотоэффекта выявило наличие целого ряда закономерностей. С помощью установки, схема которой приведена на рис. 6.1. можно получить **вольт-амперную характеристику** фотоэффекта, т.е. зависимость фототока от напряжения между анодом и катодом. Несколько таких характеристик показаны на рис. 6.2.

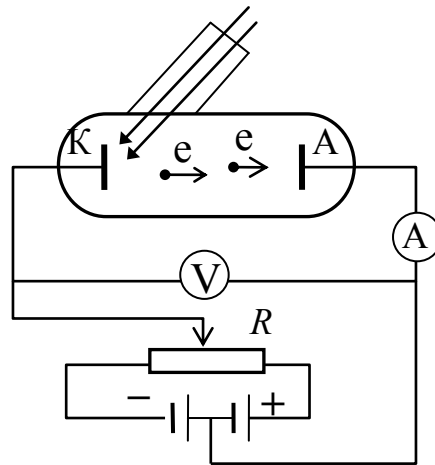


Рис. 6.1

При отсутствии анодного напряжения часть электронов, вылетающих из катода под действием света, достигает анода и возникает так называемый фототок. Если подать на анод положительное напряжение U_A , то доля достигающих его электронов увеличивается и фототок возрастает.

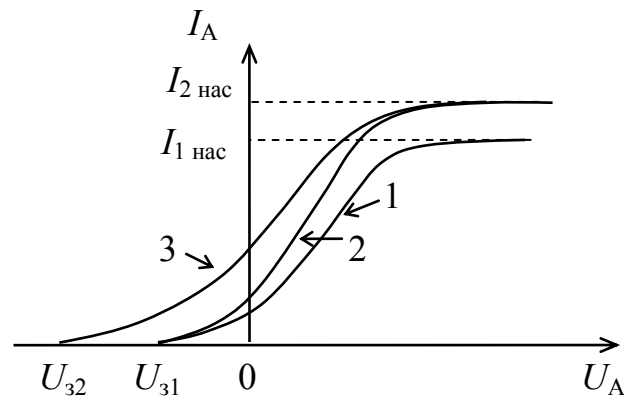


Рис. 6.2

Увеличение анодного напряжения приводит, в конце концов, к ситуации, когда все вылетевшие электроны участвуют в создании анодного тока, и он достигает насыщения, то есть максимального значения $I_{\text{нас}}$. Количество электронов, выбиваемых из катода в единицу времени, зависит, очевидно, от интенсивности падающего на него светового потока. Поэтому $I_{\text{нас}}$ возрастает с увеличением интенсивности света.

Для прекращения фототока на анод надо подать некое отрицательное напряжение, называемое **задерживающим напряжением** U_3 . Оно определяется максимальной кинетической энергией фотоэлектронов т.к. при этом напряжении даже самые быстрые электроны не долетают до анода.

Кривые 1 и 2 на рис. 6.2 получены при использовании монохроматического света с одной и той же длиной волны, но разной интенсивности. Кривая 3 - при облучении катода светом той же интенсивности, что и для второй кривой, но с меньшей длиной волны. Волновая теория вполне объясняет увеличение тока насыщения с ростом освещенности катода. Однако, в рамках этой теории совершенно непонятной остается зависимость максимальной скорости электронов от длины волны использованного излучения. Более того, как показали опыты, при увеличении длины волны фотоэффект в какой-то момент вообще прекращается. Иными словами существует длинноволновая граница фотоэффекта, называемая, обычно, **красной границей фотоэффекта**, что тоже никак не вытекает из теории электромагнитных волн.

В 1905 г. Эйнштейн для объяснения этих экспериментальных данных предложил квантовую теорию фотоэффекта (за что и получил потом Нобелевскую премию). Он исходил из идеи, что свет не только испускается, как это постулировал Планк, но и распространяется, а также поглощается веществами отдельными порциями (квантами). Эти кванты электромагнитного излучения получили название **фотонов**.

Согласно Эйнштейну, каждый фотон отдает свою энергию $\varepsilon_{\text{ф}}$ одному электрону. Поэтому количество фотоэлектронов, покидающих поверхность металла, пропорционально интенсивности облучения. С другой стороны, скорость вылетевшего электрона зависит от энергии поглощенного им кванта. С учетом того, что эта энергия равна $\varepsilon_{\text{ф}} = h\nu = hc/\lambda$, логично объясняется и зависимость максимальной скорости фотоэлектронов от длины волны света, и наличие красной границы фотоэффекта.

Количественное описание фотоэффекта дает так называемое **уравнение Эйнштейна для фотоэффекта**, которое можно написать в виде

$$\varepsilon_{\text{ф}} = \frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых}} + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} . \quad (6.1)$$

Фактически это закон сохранения энергии. Часть энергии фотона идет на вырывание электрона, остальное – на сообщение ему кинетической энергии. Необходимо отметить, что данное уравнение справедливо только для тех электронов, скорость которых, а, значит, и кинетическая энергия, имеет максимальное значение $\frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = T_{\text{max}}$. Это именно те электроны, которым нужна *минимальная* энергия для вылета, т.е. $A_{\text{вых}}$.

Чтобы найти максимальную скорость фотоэлектронов достаточно определить задерживающую разность потенциалов U_3 . Действительно, в момент

прекращения фототока работа сил тормозящего электрического поля становится равной T_{\max} , т.е.

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_3. \quad (6.2)$$

Из уравнения Эйнштейна легко получить и выражение для красной границы фотоэффекта λ_0 :

$$\frac{hc}{\lambda_0} = A_{\text{вых}}. \quad (6.3)$$

При внутреннем фотоэффекте, как уже отмечалось, электроны не покидают облучаемое вещество. В полупроводниках, к примеру, электроны, выбитые из атомов фотонами, становятся свободными, т.е. переходят в зону проводимости. При этом растет концентрация носителей тока, и электрическое сопротивление полупроводника уменьшается. На этом основан принцип действия фоторезисторов, исключительно широко используемых в современной технике.

6.2. Тормозное рентгеновское излучение.

Надо сказать, что наиболее ярко квантовые свойства электромагнитного излучения проявляются при малых длинах волн, например, в рентгеновском

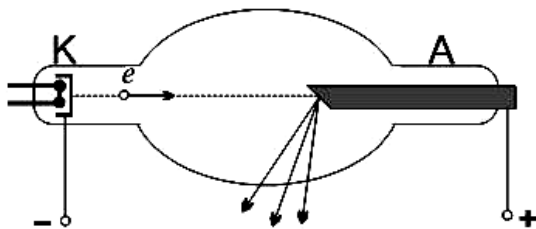


Рис. 6.3

диапазоне. Рентгеновское излучение было открыто в 1895г. немецким физиком В. Рентгеном. Возникало оно при бомбардировке мишени из какого-либо тяжелого металла быстрыми электронами.

Для получения такого излучения обычно служит так называемая рентге-

новская трубка (рис. 6.3). Это откачанный баллон с двумя электродами катодом К и анодом А, называемым иногда антикатодом. Источником электронов служит катод, нагреваемый электрическим током. В результате термоэлектронной эмиссии они вылетают с поверхности катода и, ускоренные электрическим полем, создаваемым высоким напряжением между электродами, бомбардируют анод. При этом происходит резкое торможение электронов и возникает излучение, получившее название **тормозного рентгеновского излучения**. Его природа вполне укладывается в рамки классической электродинамики, согласно которой, любое движение заряженных частиц с ускорением, сопровождается электромагнитным излучением.

Это излучение имеет сплошной спектр. Типичные экспериментальные кривые показаны на рис. 6.4, где приведено распределение мощности излучения P по длинам волн.

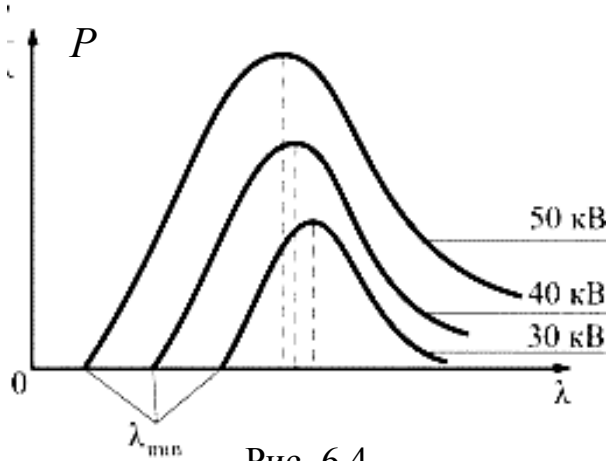


Рис. 6.4

Кривые получены при разных напряжениях на трубке U , и демонстрирует четко выраженную коротковолновую границу λ_{\min} . Причем, при увеличении U эта граница (как и максимум мощности) сдвигается в сторону более коротких длин волн. Наличие коротковолновой границы спектра приводит к очевидному противоречию с классической теорией, не накладывающей каких-

либо ограничений на частоту излучения.

Согласно квантовым представлениям энергия рентгеновского фотона не может превышать максимальную кинетическую энергию электронов равную, как известно, eU , т.е. $\frac{hc}{\lambda} \leq eU$. Будем считать, что вся кинетическая энергия электрона переходит при его торможении в энергию кванта. Тогда, очевидно, получаем

$$\frac{hc}{\lambda_{\min}} = eU. \quad (6.4)$$

Отсюда находим теоретическое значение $\lambda_{\min} = hc/eU$, полностью совпадающее с экспериментальными результатами.

Заметим, что соотношение (6.4) позволяет определить по известным значениям U и λ_{\min} постоянную Планка h . Характер экспериментальных кривых, приведенных на рис. 6.4, показывает, что коротковолновую границу тормозного излучения λ_{\min} можно определить опытным путем с большой точностью. Поэтому, полученное таким способом численное значение h считается наиболее точным.

6.3. Эффект Комптона.

В 1923 г. американский физик Ф. Комптон проводил исследования рассеяния монохроматического рентгеновского излучения в различных веществах. Он обнаружил, что в составе рассеянного излучения помимо исходной длины волны λ присутствует компонента с большей длиной волны λ' («смещенная» компонента). При этом оказалось, что разность этих длин волн $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ не

зависит ни от значения исходной длины волны λ , ни от рассеивающего вещества, а является функцией угла рассеяния θ . Структура излучения, рассеянного под разными углами показана на рис. 6.5.

Кроме того, опыты показали, что относительная интенсивность двух компонент сильно зависит от природы рассеивающего вещества. При использова-

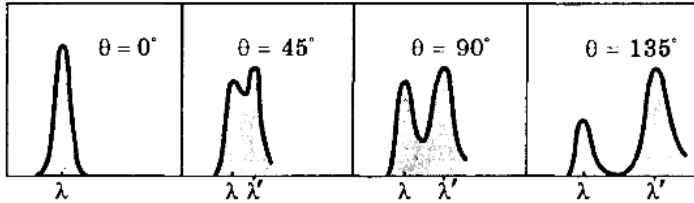


Рис. 6.5

нии веществ с малыми атомными номерами в рассеянном излучении преобладает «смещенная» компонента. С увеличением атомного номера рассеивателя, наблюдается ослабление этой компонен-

ты и усиление компоненты с начальной длиной волны («несмещенной» компоненты). На рис. 6.6 приведены результаты рассеяния монохроматического излучения с длиной волны λ (кривая 1) в натрии и железе (кривые 2 и 3, соответственно).

Полученные Комптоном результаты, получившие название **эффекта Комптона**, никак не вписывались в рамки классической теории. Действительно,

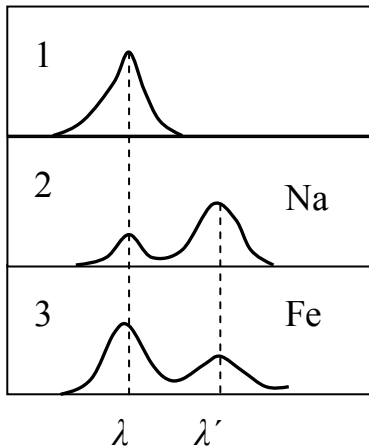


Рис. 6.6

но, согласно волновой теории переменное электрическое поле, распространяющейся в веществе в виде волны, вызывает колебания электронов с частотой равной частоте колебаний вектора \vec{E} . При этом они излучают вторичные волны той же частоты, которые собственно и являются рассеянным излучением. Таким образом, при рассеянии частота и длина волны излучения не должны изменяться, что, в общем, и подтверждается для достаточно длинных волн (зеленый луч, например, не становится при рассеянии желтым или синим). В рентгеновской области, как мы ви-

дели, такая картина противоречит опыту.

Используя квантовые представления, эффект Комптона можно объяснить столкновением рентгеновских фотонов со свободными электронами или с электронами, слабо связанными с атомами. При этом фотон отдает часть своей энергии электрону. Рассеянный фотон и электрон разлетаются в результате под разными углами, в соответствии с законом сохранения импульса.

Примерная схема такого взаимодействия показана на рис. 6.7. Согласно закону сохранения энергии

$$\varepsilon_{\phi} = \varepsilon_{\phi'} + T_e, \quad (6.5)$$

где ε_ϕ и ε_ϕ' - энергии фотона до и после рассеяния, а T_e - кинетическая энергия электрона (считаем, что до столкновения электрон покоился). Поскольку $\varepsilon_\phi = hc/\lambda$, делаем вывод, что длина волны рассеянного фотона λ' должна быть больше λ .

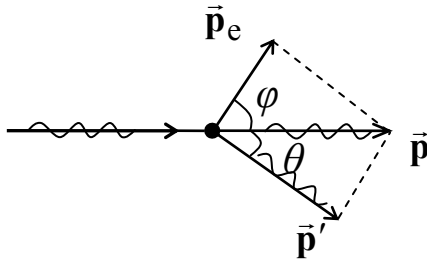


Рис. 6.7.

Закон сохранения импульса имеет в данном случае вид

$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_e, \quad (6.6)$$

где \vec{p} и \vec{p}' - импульсы фотона до и после рассеяния, а \vec{p}_e - импульс электрона.

С помощью законов сохранения (6.5) и (6.6) можно получить для $\Delta\lambda$ следующее выражение

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta), \quad (6.7)$$

называемое **формулой Комптона**. В этой формуле θ - угол рассеяния, а m_e - масса покоя электрона. Коэффициент $h/m_e c$ имеет размерность длины, его обозначают λ_c и называют **комптоновской длиной волны** электрона.

Полученная теоретически формула (6.7), как и вычисленное значение постоянной $\lambda_c = 2,43 \times 10^{-12} \text{ м} = 2,43 \text{ пм}$, находятся в прекрасном соответствии с результатами экспериментов.

Осталось объяснить присутствие в рассеянном излучении несмещенной компоненты. Дело в том, что фотоны могут, очевидно, рассеиваться не только на свободных или почти свободных электронах. При взаимодействии фотона с электроном, сильно связанным с атомом, он фактически обменивается энергией и импульсом с целым атомом.

Так как масса атома в тысячи раз больше массы электрона, доля передаваемой ему фотоном энергии ничтожна, и можно считать, что длина волны фотона после такого столкновения практически не изменяется. Это вытекает и из формулы Комптона (6.7), где массу электрона m_e в выражении для λ_c надо заменить на массу атома. При этом комптоновская длина волны становится очень малой, и $\Delta\lambda \rightarrow 0$.

В легких атомах энергия связи электронов с ядром невелика. Поэтому при рассеянии в веществах с малыми атомными номерами, в рассеянном излучении преобладают фотоны с длиной волны λ' (смещенная компонента). При увеличении атомного номера вещества возрастает доля сильно связанных с ядром электронов. В результате растет число фотонов, рассеянных на атомах, а, сле-

довательно, и интенсивность несмещенной компоненты, что и наблюдается на опыте (рис. 6.6).

6.4. Опыт Боте. Энергия, масса и импульс фотона.

Экспериментальное подтверждение гипотезы Эйнштейна, согласно которой электромагнитное излучение можно рассматривать, как поток особых частиц – квантов света или фотонов, было получено в опытах Боте (1924 г.). Схема опыта представлена на рис. 6.8. На металлическую фольгу направлялся слабый поток рентгеновских лучей, вызывавших в ней вторичное рентгеновское излучение очень малой интенсивности. По обе стороны от фольги располагались счетчики, обладавшие высокой чувствительностью (счетчики Гейгера). При попадании в них излучения счетчики срабатывали, приводя в действие механизмы самописцев M_1 и M_2 , делавших отметки на движущейся ленте.

Если бы излучение, даваемое фольгой, носило волновой характер, счетчики срабатывали бы одновременно, т.к. волна, очевидно, распространяется одинаковым образом в обе стороны. Опыты же показали, что отметки на ленте

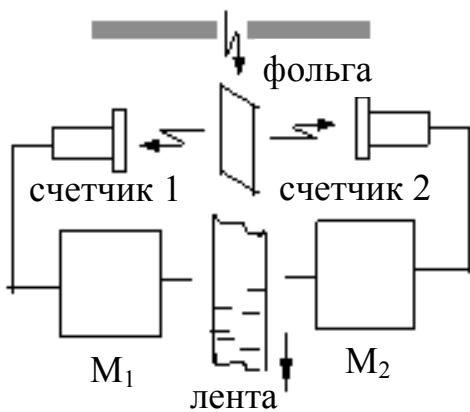


Рис. 6.8

были расположены совершенно случайным образом. Этот результат можно объяснить только наличием квантов излучения, вылетающих из фольги то в одну, то в другую сторону.

Рассмотрим подробнее основные свойства фотона. Как мы уже знаем, энергия фотона ε_ϕ равна $h\nu$ или hc/λ . Импульс фотона связан с его энергией соотношением

$$p = \varepsilon_\phi / c, \quad (6.8)$$

откуда получаем

$$p = h\nu/c = h/\lambda. \quad (6.9)$$

Используя фундаментальную связь $E = c\sqrt{(mc)^2 + p^2}$ между массой m , энергией E и импульсом p релятивистской частицы, можно, на основании соотношения (6.8), сделать вывод, что масса фотона равна нулю.

Так как направление импульса фотона совпадает с направлением волнового вектора \vec{k} , то можно записать этот импульс в векторном виде

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}, \quad (6.10)$$

где $\hbar = h/2\pi$.

6.5. Давление света.

Падая на какую-либо поверхность свет, как известно, оказывает на нее давление. Это вытекает как из волновой, так и из корпускулярной теории. Опираясь на теорию электромагнитных волн, Максвелл получил следующее выражение для давления света

$$P = w(1 + \rho). \quad (6.11)$$

Здесь ρ - коэффициент отражения поверхности, а w – объемная плотность энергии падающего излучения вблизи этой поверхности, т.е. энергия, заключенная в единице объема

$$w = \frac{\Delta W}{\Delta V}. \quad (6.12)$$

Такую же формулу для давления дает и квантовый подход. При этом, давление света на поверхность находится аналогично тому, как находится давление газа на стенки сосуда. Будем считать для простоты, что $\rho = 0$ (черная поверхность). Сила давления равна импульсу, получаемому поверхностью в единицу времени, т.е. $F_d = \Delta p / \Delta t$. Здесь Δp - суммарный импульс фотонов долетевших за время Δt до поверхности.

Выделим на поверхности круг, площадью S (рис 6.9). Двигаясь по нормали к этой площадке, фотон пролетает за время Δt расстояние $c\Delta t$. Таким образом,

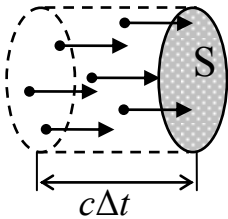


Рис. 6.9.

все фотоны, находящиеся внутри показанного на рисунке цилиндрического объема, достигнут площадки за этот промежуток времени. Число этих фотонов будет, очевидно, равно $N = n \Delta V$, где n – концентрация фотонов в указанном объеме. Учтя, что $\Delta V = S c \Delta t$, и что импульс фотона равен $p = \epsilon_\phi / c$, получим $\Delta p = N p = n \Delta V \epsilon_\phi / c = n S \Delta t \epsilon_\phi$. Поделив это выражение на Δt , имеем $F_d = n S \epsilon_\phi$, и поскольку $P =$

F_d / S , получаем окончательно $P = n \epsilon_\phi = w$.

Давление на зеркальную поверхность получится в два раза больше, т.к. импульс, передаваемый поверхности каждым фотоном при отражении равен удвоенному импульсу самого фотона.

Опытная проверка формулы (6.11) оказалась весьма затруднительной ввиду очень малой величины давления света. К тому же, освещенная сторона пластинки нагревается сильнее ее обратной стороны. В результате возникает разность давлений воздуха сопоставимая с давлением света (так называемый радиометрический эффект). Этот эффект заметно проявляется даже при помещении пластинки в откачанный баллон.

Вполне удовлетворительные результаты были, тем не менее, получены Лебедевым в 1900 г. Он использовал в своих опытах лепестки из очень тонкой фольги, что позволило свести радиометрический эффект к минимуму. Определенное им давление совпало с теорией с точностью до 20%, что не превышало погрешности опытов.

ЛЕКЦИЯ 7. ОСНОВЫ АТОМНОЙ ФИЗИКИ

7.1. Атомные спектры.

Довольно долгое время ученые, изучавшие строение материи были уверены в том, что мельчайшими неделимыми частицами вещества являются атомы. К концу XIX века, однако, накопился уже ряд фактов, свидетельствовавших об их сложной структуре. Были открыты электроны, вылетающие из атомов, которые приобретали при этом положительный заряд. Оказалось также, что атомы способны испускать и поглощать электромагнитные волны различных частот (свет). Причем для каждого вида атомов были характерны свои частоты.

Все это приводило к выводу, что в состав атомов входят электрические заряды, распределение которых внутри атома оставалось пока неизвестным. Ключом к созданию моделей строения атомов служили подробные исследования спектров разреженных газов, состоящих из практически не взаимодействующих атомов. Эти спектры имели вид отдельных линий, и получили название **линейчатых спектров**. Каждая линия соответствовала определенной длине волны, как в видимом, так и в ультрафиолетовом и инфракрасном диапазонах. При этом наблюдались определенные закономерности в расположении спектральных линий. Их можно было разделить на группы – серии линий, отделенные друг от друга довольно значительными частотными промежутками.

На рис. 7.1 приведена часть спектра простейших атомов – атомов водорода, а именно одна серия линий, лежащая в видимой и ультрафиолетовой обла-

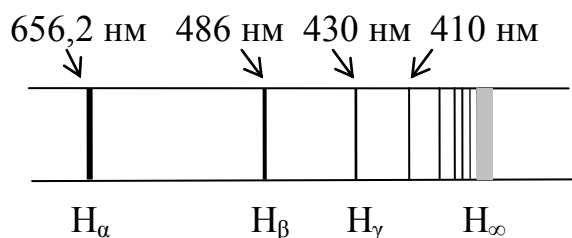


Рис. 7.1.

для видимых линий. Остальные линии относятся к ультрафиолетовому диапазону. Граница серии $H_{\infty} \approx 364,6$ нм.

сти (**серия Бальмера**). Первая (головная) линия H_{α} имеет самую большую длину волны. Далее расположены линии с меньшими длинами волн. Расстояние между ними постепенно уменьшается по мере приближения к **границе серии** H_{∞} . На рисунке приведены длины волн

7.2. Сериальные формулы.

Швейцарский ученый Бальмер получил эмпирическую формулу, по которой можно рассчитать длины волн для всех линий этой серии. Она имеет вид

$$\lambda = b \frac{n^2}{n^2 - 2^2},$$

где $n = 3, 4, 5, \dots$, и b – константа. Эта формула была позднее переписана в виде

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (7.1)$$

предложенном Ридбергом, и получила название **формулы Бальмера**. Здесь $R \approx 1,1 \times 10^7 \text{ м}^{-1}$ – **постоянная Ридберга**.

Впоследствии, в спектре атома водорода были обнаружены и другие серии линий. В ультрафиолетовой области – серия Лаймана, в инфракрасной области – серии Пашена, Брэкетта и т.д. Длины волн для всех линий этих серий можно было определить по формулам, аналогичным (7.1), и называемым **серийными формулами**

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (n = 2, 3, \dots) \quad (\text{ф-ла Лаймана}) \quad (7.2)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (n = 4, 5, \dots) \quad (\text{ф-ла Пашена}) \quad (7.3)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (n = 5, 6, \dots) \quad (\text{ф-ла Брэкетта}) \quad (7.4)$$

Из всех этих формул была получена **обобщенная формула Бальмера**

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (n = m+1, m+2, \dots), \quad (7.5)$$

где Z – зарядовое число (для атома водорода $Z = 1$) В настоящее время выражение (7.5) называют просто формулой Бальмера, так же, как и формулу для расчета циклической частоты линий в спектре водорода

$$\omega = R'Z^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (7.6)$$

В этой формуле константа $R' \approx 2,1 \times 10^{16} \text{ с}^{-1}$ тоже называется постоянной Ридберга.

7.3. Опыт Резерфорда.

В самом начале XX века было предпринято несколько попыток описать строение атома. В 1903 г. Томсон предложил модель, согласно которой атом представлял собой шар, заполненный равномерно распределенным положительным зарядом. Внутри шара находились электроны, суммарный отрицательный заряд которых, уравнивал положительный заряд. Согласно законам электростатики, они должны были совершать гармонические колебания относительно центра атома. Эта модель, однако, никак не могла объяснить наличие многочисленных линий в спектрах. Например, для атома водорода, она предсказывала непрерывное излучение электромагнитной энергии, причем, только на одной частоте.

Резерфорд и его сотрудники для выяснения структуры атомов произвели ряд экспериментов по рассеянию α -частиц в тончайшей металлической фольге. К тому времени уже было известно, что это тяжелые положительно заряженные частицы, образующиеся в результате радиоактивного распада некоторых веществ. Их масса в тысячи раз превышает массу электронов. Опыты показали, что большинство α -частиц отклонялись совсем немного от первоначального направления. Однако некоторые частицы рассеивались на очень большие углы (почти до 180°).

Анализируя полученные результаты, Резерфорд пришел к выводу, что такие отклонения могут происходить при взаимодействии α -частиц с объектами, обладающими положительным зарядом, большой массой и относительно малыми размерами. Исходя из этого, он предложил **”ядерную“ (планетарную) модель атома**. Согласно этой модели, в центре атома находится положительно заряженное ядро, в котором сосредоточена практически вся его масса. Вокруг ядра по замкнутым орбитам движутся электроны, подобно тому, как планеты вращаются вокруг Солнца. Так как атомы электрически нейтральны, то при заряде ядра $+Ze$ вокруг него должно вращаться Z электронов.

Несмотря на свою наглядность, модель Резерфорда имела ряд существенных недостатков. Под действием электрических сил притяжения электроны могли двигаться вокруг ядра по любым орбитам и с любыми скоростями. При этом всякое изменение радиуса орбиты электрона и его скорости, сопровождалось бы излучением порций энергий, значения которых также могли быть любыми. Таким образом, спектр излучения атома должен был быть сплошным, а не линейчатым.

К тому же, движение частицы по замкнутой траектории это всегда движение с ускорением. Поэтому, при таком движении электрон, согласно класси-

ческой теории, будет непрерывно терять энергию из-за излучения, и очень быстро приближаться к ядру.

7.4. Постулаты Бора.

Попытку устранить описанные противоречия предпринял в 1913 г датский физик Н. Бор. Он поставил перед собой задачу с помощью квантовых идей Планка и Эйнштейна, увязать ядерную модель атома и закономерности линейчатых спектров.

В основу своей теории Бор положил два постулата.

1. Из бесконечного множества электронных орбит, возможных с точки зрения классической механики, осуществляются только некоторые дискретные орбиты, удовлетворяющие определенным квантовым условиям. Электрон, находящийся на одной из этих орбит, несмотря на то, что он движется с ускорением, не излучает энергию.

2. Излучение испускается или поглощается в виде кванта энергии $h\nu$ при переходе электрона из одного стационарного состояния в другое. Величина кванта равна разности энергий тех стационарных состояний, между которыми совершается переход:

$$h\nu = E_n - E_m. \quad (7.7)$$

Иными словами, атом может находиться в некоторых дискретных состояниях с определенным значением энергии, и испускать (или поглощать) конкретные порции энергии при переходе из одного состояния в другое. Здесь следует отметить, что строго стационарным (устойчивым) является только одно из этих состояний – состояние с минимальной энергией. Это состояние называется **основным**, и в нем атом может находиться сколь угодно долго. Все остальные состояния атома называются **возбужденными**.

Из любого возбужденного состояния атом самопроизвольно может переходить в основное состояние с излучением фотонов. Время жизни атомов в возбужденных состояниях обычно не превышает $10^{-8} \div 10^{-7}$ с.

7.5. Опыт Франка и Герца.

Экспериментальным доказательством наличия в атоме дискретных энергетических уровней явились опыты немецких ученых Д. Франка и Г. Герца. Примерная схема использовавшейся ими установки приведена на рис. 7.1.

Вакуумная трубка, заполненная парами ртути, имела три электрода: катод К, сетка С и анод А. Вылетающие из катода вследствие термоэлектронной эмиссии электроны ускорялись положительной разностью потенциалов между катодом и сеткой. На анод подавался небольшой отрицательный потенциал относительно сетки, и создавалось, таким образом, слабое тормозящее электрическое поле. В опытах изучалась зависимость анодного тока от напряжения между сеткой и катодом, которое можно было плавно изменять с помощью реостата R.

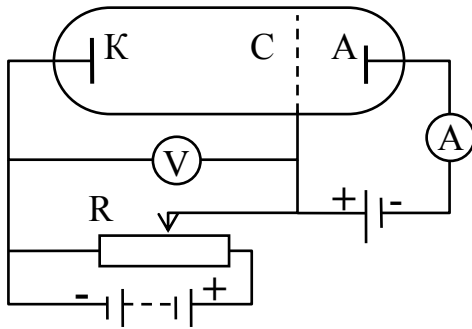


Рис. 7.1.

Типичная экспериментальная кривая приведена на рис. 7.2. Как видно из рисунка, вначале сила тока I возрастает, достигая максимума при напряжении $U \approx 4,9$ В. При дальнейшем увеличении напряжения ток постепенно уменьшается до некоторого минимального значения, а затем вновь начинает расти. Таким образом получалось несколько максимумов, расстояние между которыми было одинаково, и составляло около 4,9 В (точнее 4,86 В).

Полученные результаты объясняются следующим образом. Электроны, двигаясь от катода под действием ускоряющей разности потенциалов U , испытывают соударения с атомами ртути. При небольших значениях энергии электронов эти столкновения можно считать упругими. Большая часть электронов практически не теряет в этом случае энергию и, преодолев тормозящее поле, достигает анода. При возрастании U , таких электронов становится все больше, что и приводит к увеличению анодного тока.

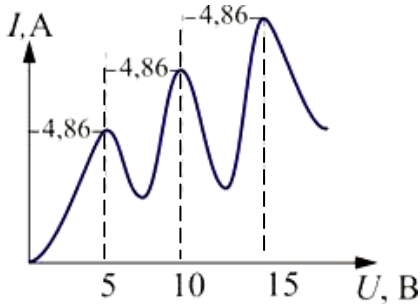


Рис. 7.2.

Согласно постулатам Бора, атомы ртути могут переходить из основного состояния в возбужденное, поглощая при этом определенную порцию энергии, равную разности энергий этих двух состояний. Логично предположить, что минимальная энергия возбуждения атомов ртути составляет величину порядка 4,9 эВ. Тогда электроны, ускоренные разностью потенциалов превосходящей 4,9 В, будут уже испытывать неупругие соударения, отдавая атомам всю свою энергию. При этом они не могут преодолеть тормозящую разность потенциалов между сеткой и анодом, и ток начинает уменьшаться. Дальнейший рост U позволяет электронам, испытавшим такое столкновение, вновь набрать скорость, достаточную для достижения анода, что приводит к новому увеличению анод-

ного тока. При значениях энергии, кратных 4,9 эВ, электроны могут испытать 2, 3 и более неупругих столкновений, чем и объясняется дальнейший ход экспериментальной кривой.

Возбужденные атомы ртути должны возвращаться в основное состояние, испуская при этом, согласно второму постулату Бора, кванты с энергией $h\nu = hc/\lambda = 4,86$ эВ. Расчет показывает, что длина волны такого излучения составляет ≈ 255 нм. Именно такая линия и была обнаружена в ультрафиолетовой области во время проведения вышеописанных экспериментов. Таким образом, опыты Франка и Герца явились убедительным доказательством правомерности Боровских постулатов.

7.6. Элементарная теория атома водорода.

На базе своих постулатов Бору удалось вычислить значения всех основных параметров, связанных с движением электрона в атоме водорода и в **водородоподобных ионах** (так обычно называют системы, состоящие из ядра с зарядом $+Ze$ и одного электрона, например, ионы He^+ и Li^{++}). Созданная Бором теория позволила также рассчитать спектры излучения этих систем.

Для решения поставленной задачи Бор предложил так называемое **правило квантования электронных орбит**. Согласно этому правилу, момент импульса электрона на стационарной орбите может принимать только дискретные значения, кратные постоянной Планка \hbar

$$mv_n r_n = n\hbar, \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (7.8)$$

где v_n - скорость электрона на орбите с номером n , а r_n - радиус этой орбиты. Число n в данной формуле называют **главным квантовым числом**. Оно же обозначает номер орбиты и соответствующего энергетического уровня. Заметим, что квантовое условие (7.8) иногда тоже относят к постулатам Бора.

Определить оба неизвестных в данном уравнении не представлялось возможным, поэтому Бор использовал в своей теории классический закон, описывающий движение тела по окружности, а именно второй закон Ньютона. В данном случае он имеет следующий вид

$$\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} = \frac{mv_n^2}{r_n}. \quad (7.9)$$

Выразим из (7.8) скорость электрона $v_n = n\hbar / mr_n$ и подставим это в (7.9). Из полученного соотношения выразим радиус орбиты вращения

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{mZe^2} n^2. \quad (7.10)$$

Для радиуса первой орбиты ($n=1$) в атоме водорода ($Z=1$), называемого **боровским радиусом**, и обозначаемого символом r_0 , имеем

$$r_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} = 5,29 \times 10^{-11} \text{ м.} \quad (7.11)$$

Скорости электронов на стационарных орбитах можно вычислить по формуле

$$v_n = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0\hbar} \cdot \frac{1}{n}. \quad (7.12)$$

Пренебрегая кинетической энергией ядра, будем считать, что энергия атома есть сумма кинетической энергии электрона и потенциальной энергии его взаимодействия с ядром, то есть

$$E_n = \frac{mv_n^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}.$$

Так как, согласно (7.9), первое слагаемое в этом выражении два раза меньше второго, то получим

$$E_n = -\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r_n}.$$

Подставив сюда r_n (7.10), имеем окончательно

$$E_n = -\frac{Z^2 me^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (7.13)$$

Эта формула позволяет рассчитать все возможные значения энергии для атома водорода и водородоподобных ионов.

Согласно второму постулату Бора, при переходе атома водорода ($Z=1$) из состояния, характеризуемого квантовым числом n , в состояние с квантовым числом m , испускается фотон с энергией равной $h\nu = E_n - E_m$. Используя выражение (7.13), получаем

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{me^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Поделив обе части этого равенства на hc , приходим к выражению

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8h^3 c \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Нетрудно убедиться, что это выражение идентично формуле Бальмера (7.5), если

$$R = \frac{me^4}{8h^3 c \varepsilon_0^2}. \quad (7.14)$$

Рассчитанная по этой формуле величина R , полностью соответствует экспериментально полученному значению постоянной Ридберга.

Теория Бора позволила, таким образом, не только качественно объяснить происхождение линейчатых спектров, но и численно рассчитать значения энергии атомов в различных состояниях,

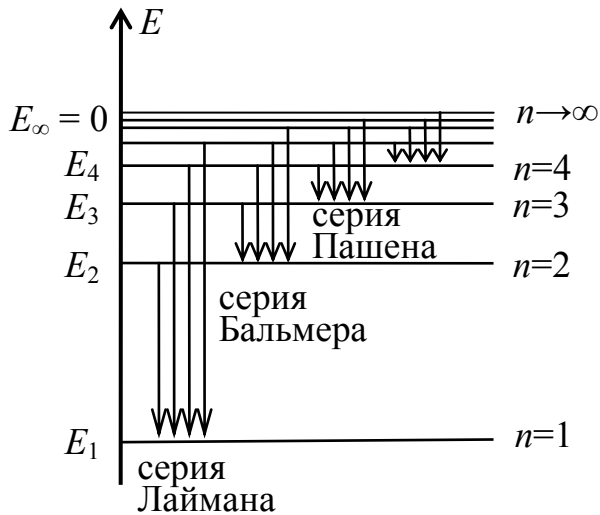


Рис. 7.3.

длины волн спектральных линий, а также постоянную Ридберга. Схема энергетических уровней атома водорода приведена на рис. 7.3.

С увеличением n энергия атома возрастает (уменьшается ее отрицательное значение) и стремится к нулю при $n \rightarrow \infty$. Постепенно уменьшается и расстояние между уровнями (по шкале энергий). Численное значение энергии основного состояния

$E_1 \approx -13,6$ эВ. Поделив это на 4, получим $E_2 \approx -3,4$ эВ и т.д.

Энергия, необходимая для перевода электрона с первого уровня на уровень, соответствующий E_∞ (т.е. для удаления его из атома), называется **энергией ионизации** E_i . Как видно из рисунка, она равна модулю E_1 . Для атома водорода, следовательно, имеем $E_i = |E_1| = 13,6$ эВ.

Несмотря на очевидные успехи, теория Бора оставляла без объяснения ряд вопросов, касавшихся даже простейших одноэлектронных систем. Например, почему совершаются те или иные переходы, почему интенсивность линий неодинакова? Не удалось в рамках этой модели построить теорию атома гелия, имеющего всего два электрона, не говоря уже о более сложных атомах. Основной причиной этих неудач считается внутренняя противоречивость теории, совмещавшей классические (второй закон Ньютона) и сугубо квантовые представления (правило квантования орбит).

7.7. Рентгеновские характеристические спектры.

Закон Мозли.

В многоэлектронных атомах расстояние между энергетическими уровнями на порядки больше, чем в атоме водорода. Поэтому переходы таких атомов из одного состояния в другое сопровождаются излучением (или поглощением)

гораздо больших порций энергии. Испускаемые при этом кванты имеют очень малые длины волн, лежащие в рентгеновской области. Таким образом, многоэлектронные атомы могут давать линейчатые рентгеновские спектры, характерные для каждого типа атомов. Подобное излучение называется **характеристическим**.

Получить характеристическое рентгеновское излучение можно с помощью рентгеновской трубки. Мы уже рассматривали излучение, возникающее при торможении быстрых электронов в материале анода этой трубки. При увеличении напряжения между катодом и анодом энергия электронов, бомбардирующих анод, становится сравнимой с энергией связи ближайших к ядру электронов. Начинается процесс выбивания электронов из внутренних оболочек. Освободившееся место в электронном слое занимает какой либо из более удаленных электронов. В результате, возвращение атома в основное состояние сопровождается, как правило, несколькими переходами, и испусканием ряда рентгеновских фотонов. При этом на сплошной спектр тормозного излучения накладываются резкие линии характеристического излучения.

Энергетические уровни (оболочки) в многоэлектронных атомах принято обозначать буквами K, L, M, N и т.д. Переходы на первый уровень K дают линии так называемой K-серии. Например, при переходах электронов с L-оболочки образуется K_α -линия, с M-оболочки - K_β -линия и т.д. (K-серия аналогична серии Лаймана атома водорода). Переходы на уровень L дают L-серию и т.д. Если энергия ударяющихся в анод электронов достаточна для выбивания наиболее сильно связанных с ядром электронов K-оболочки, в характеристическом спектре могут наблюдаться все линии K-серии, а также, разумеется, и линии других серий. Если же выбиваются только электроны из L-оболочки, линии K-серии будут отсутствовать.

Длины волн или частоты спектральных линий можно вычислить по формулам, аналогичным формуле Бальмера для водородоподобных ионов. Следует, однако, учесть то обстоятельство, что электроны L, M и других оболочек движутся в электрическом поле ядра, экранированного более близкими к нему электронами. Поэтому вместо Z используют так называемый «эффективный заряд» $(Z - \sigma)$, где σ – **постоянная экранирования**, имеющая определенные значения для каждого конкретного перехода. Так, частоту для K_α -линии можно посчитать по формуле

$$\omega = R'(Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right).$$

Здесь $\sigma = 1$, так как между электронами L-слоя и ядром находится только один экранирующий электрон (K-оболочка содержит всего 2 электрона, а один из них должен отсутствовать).

Для других линий значения постоянной экранирования будут иными, однако, их частоты найдутся из общей формулы вида

$$\omega = R'(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (7.15)$$

Введя обозначение $R'(m^{-2} - n^{-2}) = C'$, получим

$$\omega = C'(Z - \sigma)^2. \quad (7.16)$$

Данное выражение носит название **закона Мозли**, который часто также записывают в виде

$$\sqrt{\omega} = C(Z - \sigma), \quad (7.17)$$

где $C = \sqrt{C'}$.

Следует напомнить, что в формулах (7.16) и (7.17) константы C' , C и σ являются параметрами, зависящими от вида спектральной линии. Из закона Мозли вытекает, что $\sqrt{\omega}$ является линейной функцией атомного номера Z . Таким образом, измерив например частоту K_α -линии какого-либо элемента, можно точно установить его атомный номер, а, значит, и его положение в таблице Менделеева.

ЛЕКЦИЯ 8. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ И ЭЛЕМЕНТЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

8.1. Волны де Бройля

В 1923 г. французский физик Луи де Бройль высказал гипотезу о том, что поскольку свет ведет себя в одних случаях как волна, а в других – как частица, то и объекты природы, которые мы считаем частицами (элементарные частицы, атомы, молекулы и т.д.), могут обладать волновыми свойствами. Де Бройль предположил, что длина волны, отвечающая материальной частице, связана с ее импульсом так же как и у фотона, т.е. соотношением $p = h/\lambda$ (2.3). Иначе говоря, любой частице с массой m , движущейся со скоростью v , соответствует волна, для которой длина волны равна

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{h}{mv}. \quad (8.1)$$

Величину λ называют дебройлевской длиной волны частицы. Дебройлевская длина волны обычных тел слишком мала, чтобы ее можно было обнаружить.

Так, длина волны шарика массой $m = 1$ г, движущегося со скоростью $v = 100$ м/с, составляет всего $6,6 \times 10^{-33}$ м. Очевидно, что такая величина не поддается измерению.

Другое дело, если речь идет об элементарных частицах. Так как масса частицы входит в знаменатель формулы (8.1), то частице с очень малой массой соответствует достаточно большая длина волны. Легко посчитать, что электронам, ускоренным разностью потенциалов 100 В, соответствует длина волны 0,12 нм. Хотя это очень короткие волны, но их можно обнаружить экспериментально. Межатомные расстояния в кристалле того же порядка ($\sim 0,1$ нм). Поэтому, как и в случае рентгеновского излучения, регулярно расположенные атомы кристалла можно использовать в качестве дифракционной решетки для таких волн.

Наличие волновых свойств у частиц (электронов) экспериментально было убедительно подтверждено в 1927 г. в опытах американских физиков Дэвиссона и Джермера. В этих опытах (схема опыта показана на рис. 8.1) наблюдалось рассеяние параллельного пучка моноэнергетических электронов, создаваемого электронной пушкой ЭП, на монокристалле никеля.

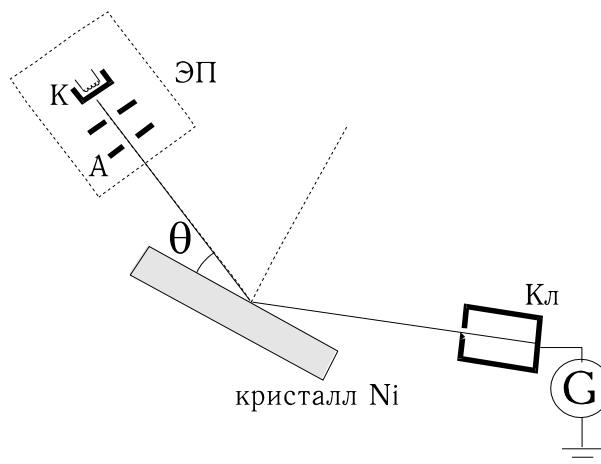


Рис. 8.1

Рассеянные электроны улавливались коллектором КЛ, соединенным с гальванометром G. По показаниям гальванометра можно было судить об интенсивности пучка электронов, рассеянных в различных направлениях. Оказалось, что при фиксированном угле скольжения $\theta = \text{const}$, изменение ускоряющего напряжения U между катодом К и анодом А электронной пушки приводило к периодической зависимости тока через гальванометр I от \sqrt{U} , показанной на рис. 8.2.

Исходя из гипотезы де Бройля, эта зависимость легко объясняется. Действительно, приобретаемая электроном кинетическая энергия равна

$$\frac{mv^2}{2} = eU,$$

откуда скорость электронов $v = \sqrt{2(e/m)U}$. Из (8.1) следует, что таким электронам соответствует длина волны

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2emU}}.$$

Если электрон обладает волновыми свойствами, то дифракционный максимум (максимум тока коллектора) должен наблюдаться при выполнении условия Вульфа – Брэгга (3.12)

$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad (n=0, 1, 2, \dots).$$

Учитывая это соотношение, получим

$$\frac{nh}{\sqrt{2emU_n}} = 2d \sin \theta,$$

откуда

$$\sqrt{U_n} = \frac{h}{\sqrt{2em} 2d \sin \theta} n = D_0 n,$$

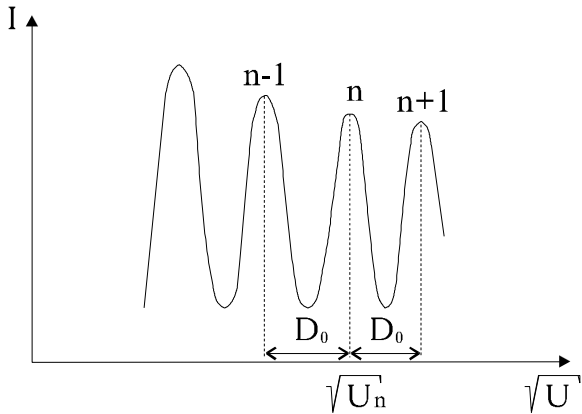


Рис. 8.2

что соответствует опытным фактам.

Позднее дифракция электронов наблюдалась также при их прохождении сквозь тонкую металлическую фольгу.

Волновые свойства наблюдались не только у электронов, но и у более тяжелых частиц – протонов, нейтронов, легких атомов. Таким образом, экспериментально было доказано, что волновые явления свойственны всем частицам независимо от их природы и строения.

8.2. Волновая функция и ее статистический смысл

Рассмотрим, какой физический смысл имеют волны де Бройля. Для этого воспользуемся аналогией со световыми волнами. Интенсивность световой волны I пропорциональна квадрату амплитуды колебаний E_0 светового вектора (т.е. $I \sim E_0^2$). С другой стороны, интенсивность световой волны (энергия волны, проходящая в единицу времени через единичную площадку, ориентированную перпендикулярно направлению распространения волны) пропорциональна числу фотонов N , проходящих через такую площадку ежесекундно. Отсюда $N \sim E_0^2$.

Если мы имеем дело со светом очень малой интенсивности, когда видно действие каждого отдельного фотона, или вообще с единственным фотоном, то

соотношение $N \sim E_0^2$ можно интерпретировать несколько иначе. В любой точке пространства квадрат амплитуды световой волны определяет вероятность того, что фотон находится в данный момент времени в окрестности данной точки. Там, где значение E_0^2 велико, фотон находится с большей вероятностью, где E_0^2 имеет малую величину, вероятность обнаружить фотон невелика.

Аналогичную интерпретацию можно использовать и в случае волн де Бройля. В квантовой механике волну де Бройля называют **волновой функцией** и обозначают греческой буквой Ψ (“пси”). В случае, когда частица находится в потенциальном поле, волновая функция Ψ может быть очень сложной функцией координат и времени. Если Ψ -функция описывает ансамбль, состоящий из большого числа частиц, то величина $|\Psi|^2$ в любой точке пропорциональна числу частиц, которые будут обнаружены в малой окрестности данной точки. Но если число частиц мало, то точных предсказаний сделать нельзя и $|\Psi|^2$ приобретает вероятностный смысл. Если волновая функция Ψ описывает отдельную частицу (например, электрон в атоме), то $|\Psi|^2 dV$ интерпретируется как вероятность $dw(x,y,z,t)$ того, что частица в момент времени t находится в элементе объема $dV=dx \cdot dy \cdot dz$, выбранном вблизи точки с координатами x, y, z , т.е.

$$dw = |\Psi|^2 dV. \quad (8.2)$$

Отсюда видно, что физический смысл имеет не сама волновая функция Ψ , а квадрат модуля ее амплитуды $|\Psi|^2 = \Psi \times \Psi^*$ – интенсивность волны де Бройля*), равная плотности вероятности пребывания частицы в окрестности данной точки в данный момент времени.

Волновая функция Ψ – основная характеристика состояния микрообъектов (элементарных частиц, атомов, молекул). С ее помощью могут быть вычислены средние значения различных величин, характеризующих данный объект (средние расстояния, средние квадраты расстояний, средние скорости и т.д.). Свойства волновой функции будут рассмотрены далее.

8.3. Соотношение неопределенностей Гейзенберга

В классической механике состояние материальной частицы однозначно определяется заданием значений координат, импульса, энергии и т.д. Однако

) В общем случае функция Ψ – комплексная, поэтому квадрат ее модуля находится как произведение самой функции на ее комплексно сопряженную величину Ψ^

при рассмотрении микрочастиц необходимо учитывать их волновые свойства, и мгновенные состояния таких объектов уже нельзя характеризовать точным заданием их координат и импульсов.

Неопределенности в определении этих параметров связаны между собой соотношением

$$\Delta x \Delta p \geq h = 2\pi\hbar, \quad (8.3)$$

полученным в 1927 г. немецким физиком Гейзенбергом, и называемым **соотношением или принципом неопределенности Гейзенберга для координаты и импульса частицы.**

В трехмерном случае частица характеризуется тремя координатами x , y и z , и значения составляющих ее импульса равны p_x , p_y и p_z . В этом случае соотношение аналогичное (8.3) можно записать для каждой координаты в отдельности.

Наряду с (8.3) в теории волн также выводится соотношение

$$\Delta\omega\Delta t \geq 2\pi. \quad (8.4)$$

Смысл его состоит в том, что ограниченный во времени волновой процесс не может быть монохроматическим. Если процесс длится в течение времени Δt , то его можно представить как суперпозицию периодических процессов с частотами, лежащими в диапазоне $\Delta\omega$, удовлетворяющем соотношению (8.4). Поэтому, если имеется даже идеально монохроматический процесс, но время его наблюдения конечно и равно Δt , то частота процесса принципиально может быть определена в лучшем случае с погрешностью $\Delta\omega$, определяемой соотношением (8.4).

Если частоте ω поставить в соответствие энергию фотона по формуле $E = \hbar\omega$, то неравенство (8.4) преобразуется к виду

$$\Delta E \Delta t \geq 2\pi\hbar = h. \quad (8.5)$$

Формула (8.5) называется **соотношением неопределенностей Гейзенберга для энергии и времени.**

Соотношение (8.5) означает, что, чем короче время существования какого-то состояния или время, отведенное для его наблюдения, тем с меньшей определённой можно говорить об энергии этого состояния.

8.4. Уравнение Шредингера

Состояние частицы в квантовой механике описывается волновой функцией. Следовательно, основной задачей квантовой механики является нахождение

вида этих функций для различных объектов. Для ее решения служит уравнение, предложенное Шредингером в 1926 г.

$$i \hbar \frac{d\Psi}{dt} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(x, y, z, t) \Psi, \quad (8.6)$$

где $i = \sqrt{-1}$ - мнимая единица, m – масса микрочастицы, Δ – оператор Лапласа. В декартовых координатах оператор Лапласа имеет вид

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$U(x, y, z, t)$ – функция координат и времени, описывающая воздействие на частицу силовых полей (в стационарном случае $U(x, y, z)$ – потенциальная энергия частицы).

Уравнение (8.6) называется **общим (временным) уравнением Шредингера**. Оно дополняется следующими условиями, накладываемыми на волновую функцию Ψ :

- 1) функция Ψ – конечная, непрерывная и однозначная;
- 2) производные от Ψ по x, y, z, t непрерывны (в отсутствии бесконечного скачка функции $U(x, y, z, t)$);
- 3) функция $|\Psi|^2$ должна быть интегрируема, т.е. интеграл
$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dx dy dz$$
 должен быть конечным.

Уравнение Шредингера постулируется, его нельзя вывести из старых принципов. Единственным подтверждением истинности этого уравнения является только опытная проверка всех выводимых из него следствий. Таковую проверку уравнение Шредингера выдержало.

Для большого числа физических явлений, происходящих в микромире, важно уметь находить стационарное решение уравнения (8.6), в котором исключается зависимость от времени. Оно имеет смысл для тех задач, в которых все наблюдаемые физические параметры стационарны, в частности $U=U(x, y, z)$. Оказывается, что в стационарных состояниях решение уравнения Шредингера может быть представлено в виде

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-i\omega t}. \quad (8.7)$$

Для определения функции $\psi(x, y, z)$ подставим выражение (8.7) в уравнение (8.6) и найдем

$$\hbar\omega\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + U(x,y,z)\psi.$$

По аналогии со световыми волнами будем считать, что величина $\hbar\omega$ представляет собой полную энергию частицы E в стационарном состоянии. Таким образом, для стационарных состояний мы имеем следующее уравнение

$$\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + [E - U(x,y,z)]\psi = 0. \quad (8.8)$$

Это уравнение не содержит времени и называется **стационарным уравнением Шредингера**.

Функции ψ , удовлетворяющие стационарному уравнению Шредингера при заданном значении потенциальной энергии частицы $U(x,y,z)$, называются **собственными функциями**.

Полная энергия частицы E входит в уравнение (8.8) в качестве параметра. В теории дифференциальных уравнений доказывается, что уравнения вида (8.8) имеют решения, удовлетворяющие указанным выше ограничениям на Ψ -функцию, не при любых значениях E , а лишь при некоторых, избранных, зависящих от условий конкретной задачи. Они называются **собственными значениями**.

Таким образом, квантование энергии частицы получается из основных положений квантовой механики без каких либо дополнительных предположений, в отличие, например, от полуклассической теории Бора, где пришлось постулировать квантование энергии атома.

8.5. Частица в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме

В качестве примера использования уравнения Шредингера для решения простейших квантово-механических задач рассмотрим частицу, находящуюся в одномерной бесконечно глубокой “потенциальной яме”. В этом случае потенциальная энергия частицы $U(x)$ принимает значение, равное нулю на интервале $0 \leq x \leq l$ и равна бесконечности вне этого интервала, то есть

$$U(x) = \begin{cases} 0 & (0 \leq x \leq l) \\ \infty & (x < 0, x > l) \end{cases}.$$

Очевидно, что при этих условиях за пределы ямы частица попасть не может (у нее не может быть бесконечная энергия), следовательно, за ее пределами $\psi(x) \equiv 0$. Из условия непрерывности волновой функции следует, что на границах ямы

$$\psi(0) = \psi(l) = 0. \quad (8.9)$$

Для частицы в “яме” уравнение (8.8) имеет вид

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + k^2 \psi = 0, \quad (8.10)$$

где, $k^2 = 2mE/\hbar^2$ а его решением будет функция

$$\psi(x) = A \sin(kx + \alpha). \quad (8.11)$$

Из граничных условий (8.9) имеем $\alpha = 0$ и $\sin kl = 0$, откуда $kl = \pm n\pi$, ($n=1, 2, 3, \dots$) или

$$\frac{2m}{\hbar^2} E = \frac{n^2 \pi^2}{l^2}.$$

Таким образом, получаем, что энергия частицы в яме может принимать только дискретные значения

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, \quad (8.12)$$

причем расстояние между соседними уровнями энергии равно

$$\Delta E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (2n+1) \cong \frac{\pi^2 \hbar^2}{ml^2} n \quad (\text{для больших } n).$$

Видно, что для массивных частиц и для больших l (например, молекулы в сосуде) уровни энергии будут практически сливаться, однако при малых m и l (например, электроны в атоме) ΔE_n сравнимо с величиной E_n .

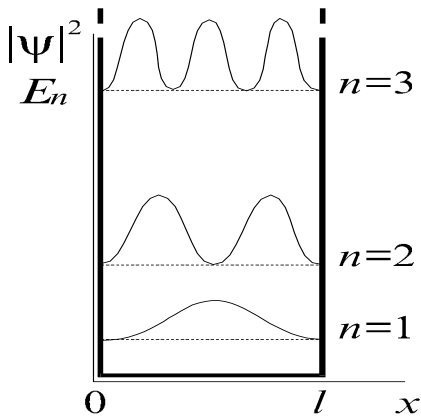


Рис. 8.3

Коэффициент A в (8.11) находится из условия нормировки. Поскольку частица находится внутри ямы, вероятность нахождения её там равна единице. То есть

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi^2(x) dx = A^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n\pi x}{l} dx = 1,$$

откуда $A = \sqrt{\frac{2}{l}}$. Таким образом, получаем

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right). \quad (8.13)$$

Заметим, что на ширине “ямы” l укладывается целое число полуволен де Бройля свободной частицы с энергией $E=E_n$.

На рис. 8.3 представлена зависимость плотности вероятности обнаружения частицы в окрестности определенной точки “ямы” от координаты точки x

(т.е. $|\psi_n(x)|^2$), а также спектр значений энергии частицы. Из этого рисунка видно, что, например, при $n=2$ частица не может находиться в центре ямы, но одинаково часто бывает как в левой, так и в правой её половинах.

8.6. Элементы ядерной физики

8.6.1. Строение атомного ядра

Ядро, как известно, состоит из протонов и нейтронов часто объединяемых общим названием – **нуклоны**. Протон p представляет собой ядро атома водорода. Он обладает положительным зарядом, равным по величине заряду электрона $e=1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл, и его масса $m_p=1,672 \cdot 10^{-27}$ кг = $1836,15m_e$, где m_e - масса электрона. Нейтрон n электрически нейтрален, его масса равна $m_n=1,675 \cdot 10^{-27}$ кг = $1838,68m_e$.

Число протонов в ядре Z определяет заряд ядра ($+Ze$) и называется **зарядовым числом**. Оно равно порядковому номеру химического элемента в таблице Менделеева. Число нейтронов в ядре обозначают через N . Их сумма $A = Z + N$ называется **массовым числом** ядра. Ядра атомов принято обозначать символом A_ZX , где X – символ химического элемента в таблице Менделеева, например, 2_1H , ${}^{15}_7N$, ${}^{235}_{92}U$.

Атомы с одинаковыми Z (т.е. атомы одного химического элемента), но различными N называются **изотопами**. Большинство химических элементов имеет несколько изотопов. Например, у водорода три изотопа: 1_1H – обычный водород или протий; 2_1H – тяжелый водород или дейтерий; 3_1H – сверхтяжелый водород или тритий, углерод имеет четыре изотопа – ${}^{11}_6C$, ${}^{12}_6C$, ${}^{13}_6C$, ${}^{14}_6C$.

Атомы с одинаковым массовым числом называются **изобарами**, например, ${}^{40}_{18}Ar$, ${}^{40}_{20}Ca$.

В настоящее время известно около 1500 различных ядер. Около четверти этих ядер устойчивы, остальные радиоактивны. Многие изотопы в природе не встречаются, но могут быть получены искусственным путем.

8.6.2. Ядерные силы, энергия связи.

Приблизительная оценка размеров атомных ядер показывает, что нуклоны в ядре расположены практически вплотную друг другу. Поэтому, чтобы ядро не распадалось из-за весьма значительных сил электрического взаимодействия между одноименно заряженными протонами, необходимо существование еще больших сил их притяжения друг к другу.

Ядерное взаимодействие между нуклонами называется **сильным взаимодействием**, а отвечающие ему силы – **ядерными силами**. Сильное взаимодействие не зависит от заряда нуклонов. Помимо этого к основным свойствам ядерных сил следует отнести их **короткодействие** (при расстояниях больших, чем $3 \cdot 10^{-13}$ см они практически незаметны) и зависимость от взаимной ориентации спинов нуклонов. Важно отметить также, что эти силы, в отличие от, например, электрических сил, обладают свойством насыщения. Это значит, что каждый нуклон в ядре взаимодействует с ограниченным числом, окружающих его других нуклонов.

Для того, чтобы удалить из ядра один или несколько нуклонов необходимо, очевидно, преодолеть действие ядерных сил, т.е. совершить определенную работу. При этом энергия системы должна увеличиться. Поэтому суммарная энергия покоя отдельных нуклонов будет больше, чем энергия ядра, состоящего из этих нуклонов. Поскольку, согласно известному уравнению Эйнштейна

$$E = mc^2, \quad (8.14)$$

то и сумма масс нуклонов должна быть больше массы ядра. Разницу Δm между массой ядра $m_{\text{я}}$ и массой составляющих его нуклонов называют **дефектом массы**

$$\Delta m = (Zm_p + Nm_n) - m_{\text{я}}. \quad (8.15)$$

При объединении нуклонов в ядро выделяется определенное количество энергии – энергия образования ядра. Эта энергия называется **энергией связи** $E_{\text{св}}$, и равна она минимальной работе, необходимой для того, чтобы полностью расщепить ядро на составляющие его нуклоны. Согласно (8.14), $E_{\text{св}} = \Delta m \cdot c^2$, т.е.

$$E_{\text{св}} = (Zm_p + Nm_n - m_{\text{я}})c^2. \quad (8.16)$$

Поделив энергию связи на массовое число A получим **удельную энергию связи** $E_{\text{уд}} = E_{\text{св}}/A$. Эта энергия зависит от количества нуклонов в ядрах и в конечном счете определяет их устойчивость. Как показывает опыт наибольшие значения $E_{\text{уд}} \sim 8,7$ МэВ/нуклон имеют ядра с массовыми числами 50 -60. Это означает, что сильнее всего нуклоны связаны в ядрах атомов элементов, находящихся примерно в середине таблицы Менделеева. Относительно слабо связаны между собой нуклоны в легких ядрах. Наблюдается также монотонное уменьшение удельной энергии связи при увеличении A .

Указанные обстоятельства делают энергетически выгодными два процесса: 1) деление тяжелых ядер на более легкие; 2) слияние легких ядер в одно более тяжелое (синтез). Оба процесса сопровождаются выделением большого количества энергии. Так деление одного ядра с $A=240$ ($E_{\text{уд}}=7,5$ МэВ) на два ядра с $A=120$ ($E_{\text{уд}}=8,5$ МэВ) приводит к высвобождению энергии в 240 МэВ. Слияние

двух ядер тяжелого водорода в ядро гелия приводит к выделению энергии, равной 24 МэВ. Для сравнения при соединении одного атома углерода с двумя атомами кислорода (сгорание угля до CO_2) выделяется энергия, равная всего 5 эВ.

8.6.3. Радиоактивность

Радиоактивностью называют самопроизвольное превращение изотопов одного химического элемента в изотопы другого элемента. К числу таких превращений относятся: 1) альфа-распад (α -распад), 2) бета-распад (β -распад), 3) спонтанное деление ядер, 4) протонный распад и др.

Альфа-распад это испускание α частицы (то есть ядра атома гелия). Он обусловлен тем, что ядерные силы не в состоянии обеспечить стабильность тяжелых ядер. Он протекает по следующей схеме:



где X – химический символ материнского ядра, Y – химический символ дочернего ядра. Очевидно, что в этом случае масса материнского ядра больше суммарной массы дочернего ядра и α -частицы. Разность масс выделяется в виде кинетической энергии, уносимой в основном α -частицей.

Различают три вида **бета-распада**:

- 1) **электронный β -распад**, в котором ядро испускает электрон,
- 2) **позитронный β^+ -распад**, в котором ядро испускает позитрон^{*)}
- 3) **электронный захват (К-захват)**, в котором ядро поглощает один из электронов электронной оболочки атома (обычно электрон поглощается из K -слоя).

При β -распаде необходимо, чтобы масса материнского атома была больше суммы масс дочернего атома и β -частицы. Разность этих масс определяет кинетическую энергию W_0 бета -частицы. Эксперименты же показали, что лишь отдельные частицы имеют энергию, близкую к W_0 , для большинства β -частиц она существенно меньше W_0 . Кроме того, измерения импульса и момента импульса материнского и дочернего ядер и β -частицы показали, что эти величины при β -распаде также не сохраняются.

Чтобы объяснить эти факты, В. Паули в 1932 г. выдвинул гипотезу, согласно которой при β -распаде наряду с электроном вылетает еще какая-то неизвестная нейтральная частица, уносящая с собой часть энергии, импульса и

^{*)} Позитрон – античастица по отношению к электрону, которая отличается от электрона только знаком заряда.

момента импульса. Эта частица, обнаруженная Э. Ферми, была названа **нейтрино**. Позднее частица, появляющаяся в β^- -распаде вместе с электроном стала называться **электронным антинейтрино** $\tilde{\nu}_e$, а частица, появляющаяся при β^+ -распаде вместе с позитроном, – **электронным нейтрино** ν_e . В дальнейшем были открыты и другие типы нейтрино.

В соответствии с вышеизложенным, схемы различных видов β -распада выглядят следующим образом:

- 1) ${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z+1}^AY + {}_{-1}^0e + \tilde{\nu}_e$ для β^- -распада;
- 2) ${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z-1}^AY + {}_{+1}^0e + \nu$ для β^+ -распада;
- 3) ${}_Z^AX + {}_{-1}^0e \rightarrow {}_{Z-1}^AY + \tilde{\nu}$ для K -захвата.

K -захват всегда сопровождается испусканием характеристического рентгеновского излучения, поскольку вакантное место в K -оболочке заполняется электронами с L -, M - и т.д. оболочек.

Атомные ядра могут **испускать гамма-излучение** (гамма-лучи, γ -излучение) – вид электромагнитного излучения с чрезвычайно малой длиной волны менее 10^{-10} м. Такое излучение также можно представить как поток фотонов (квантов) с очень большой энергией. Испускание ядром гамма-излучения во многом напоминает испускание фотонов возбужденными атомами. Подобно атому, ядро может находиться в возбужденном состоянии. При переходе в состояние с более низкой энергией испускается фотон. Расстояния между энергетическими уровнями в ядре гораздо больше, чем в атоме и имеют порядок $10^3 \div 10^6$ эВ, (в атоме ~ 10 эВ). Следовательно, энергии гамма-квантов могут меняться от единиц кэВ до МэВ. Спектр гамма-излучения всегда дискретный, т.к. дискретны энергетические уровни ядра.

Переход ядра в возбужденное состояние может произойти, например, при неупругом столкновении с частицей, обладающей высокой кинетической энергией. Дочернее ядро, возникающее в результате радиоактивного распада, также может оказаться в возбужденном состоянии. Так что α - и β -распады чаще всего сопровождаются гамма-излучением.

8.6.4. Закон радиоактивного распада

Для каждого радиоактивного ядра имеется определенная вероятность λ того, что оно испытает превращение в единицу времени. Эта величина называется **постоянной распада**. Если радиоактивное вещество содержит N ядер, то количество ядер $-dN$, которые испытают превращение за время dt , будет равно

$$-dN = \lambda N dt. \quad (8.18)$$

Знак “минус” свидетельствует о том, что с увеличением времени число N уменьшается. Интегрирование выражения (8.18) дает

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (8.19)$$

где N_0 – число нераспавшихся ядер в начальный момент времени, N – число нераспавшихся ядер в момент времени t .

Выражение (8.19) носит название **закона радиоактивного распада**. Число распавшихся ядер N' определяется по формуле

$$N' = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}). \quad (8.20)$$

Время, за которое распадается половина первоначального числа ядер, называется **периодом полураспада** $T_{1/2}$. Из (8.19) нетрудно получить, что

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (8.21)$$

Различные атомные ядра, испытывающие распад, имеют разную продолжительность (время) жизни. Расчет показывает, что **средняя продолжительность жизни** ядер τ обратно пропорциональна постоянной распада, т.е.

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (8.22)$$

Число распадов в единицу времени

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| \quad (8.23)$$

называется **активностью** препарата. Воспользовавшись (8.18) и (8.19), получим

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}. \quad (8.24)$$

Единицей активности в системе СИ является беккерель (Бк), равный одному распаду в секунду. Внесистемная единица активности 1 кюри = $3,7 \times 10^{10}$ Бк.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3-х томах. Том 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика - М.: Лань, 2017. – 500 с.
2. Савельев И.В. Курс физики. В 3 томах. Том 3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. - М.: Лань, 2016. – 406 с.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. В 5 томах. Том 4. Волны. Оптика. – М.: Лань, 2011. – 256 с.
4. Сивухин Д.В. Общий курс физики. В 5 томах. Том 4. Оптика. - М.: Физматлит, 2017. – 792 с.
5. Сивухин Д.В. Общий курс физики. В 5 томах. Том 5. Атомная и ядерная физика. - М.: Физматлит, 2008. – 784 с.
6. Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы. - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2015. – 264 с.
7. Иродов И.Е. Квантовая физика. Основные законы. - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2014. – 256 с.
8. Ландсберг Г.С. Оптика. - М.: Физматлит, 2017. – 852 с.
9. Ландсберг Г.С. Элементарный учебник физики. В 3 томах. Том 3. Колебания и волны. Оптика. Атомная и ядерная физика. - М.: Физматлит, 2015. – 664 с.
10. Трофимова Т.И. Краткий курс физики. - М.: Абрис, 2012. – 352 с.
11. Трофимова Т.И. Физика. - М.: Academia, 2012. – 320 с.
12. Трофимова Т.И. Физика. Краткий курс. - М.: КноРус, 2017. – 272 с.