МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МИРЭА – РОССИЙСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Н.Н. ПЕРЦЕВ

КЛЮЧЕВЫЕ ПОНЯТИЯ ШКОЛЬНОЙ ФИЗИКИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ

Методические указания по решению задач
по физике для абитуриентов и студентов 1-го курса

Москва 2018

УДК 539.194
ББК 22.36
315

Перцев Н.Н. Ключевые понятия школьной физики и их применение при решении задач [Электронный ресурс]: методические указания / Перцев Н.Н. — М.: МИРЭА – Российский технологический университет, 2018. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

Методические указания содержат материалы, всесторонне рассматривающие наиболее сложные понятия школьной физики, связанные с работой и энергией, разбор характерных ошибок и примеры решения задач. Пособие предназначено для абитуриентов и студентов 1 курса дневного, вечернего и заочного отделений.

Методические указания издаются в авторской редакции.

Авторский коллектив: Перцев Николай Николаевич.

Рецензенты:

Жданова Елена Владимировна, .к.ф - м.н., доцент РТУ МИРЭА
Петр Иванович Ивашкин, к.ф - м.н., доцент РТУ МИРЭА.

Минимальные системные требования:
Наличие операционной системы Windows, поддерживаемой производителем.
Наличие свободного места в оперативной памяти не менее 128 Мб.
Наличие свободного места в памяти хранения (на жестком диске) не менее 30 Мб.
Наличие интерфейса ввода информации.
Дополнительные программные средства: программа для чтения pdf-файлов (Adobe Reader).
Подписано к использованию по плану Редакционно-издательского совета
МИРЭА – Российского технологического университета на 2018 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

В настоящем издании добавлены новые примеры и задачи, переработаны неудачно изложенные места, найденные в 1-м издании. При этом были учтены замечания преподавателей. Особенно хочется поблагодарить В.И.Григорьева и В.В.Костина за беспощадную, но доброжелательную и во многом справедливую критику.

1. ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ И РАЗМЕРНОСТИ

Физическими величинами называется все то, что может быть измерено или рассчитано на основе других измерений и выражено числом. Например, длина доски может быть непосредственно измерена линейкой, масса Солнца может быть рассчитана на основе измерений параметров планетных орбит. Различают скалярные и векторные физические величины. Скалярные (например, температура) обладают абсолютной величиной и знаком, векторные (например, сила) обладают абсолютной величиной и направлением. Знак скалярных и направление векторных величин не определены, если их абсолютная величина равна нулю. При записи символы, обозначающие векторные величины, принято отличать жирным шрифтом или надчеркиванием или стрелочкой сверху символа.

Все физические величины имеют **размерность** (существуют так называемые безразмерные величины, например, коэффициент полезного действия, они имеют размерность единицы). Размерность физической величины – это признак, по которому видно, в каких единицах может, и в каких не может быть выражено ее числовое значение. **Две физические величины имеют одинаковую размерность, если эти величины можно выразить в одинаковых единицах или перевести в одинаковые единицы**. Например, диаметр молекулы азота, равный 3,8 Å (Ангстрем) и расстояние до Туманности Андромеды 800 000 пк (парсек) – величины одной размерности, поскольку эти числа можно записать в одних единицах, например, так: $3{,}8\cdot10^{-13}$км и $2{,}2\cdot10^{19}$км. Эта размерность для краткости называется размерностью длины или размерностью метра (метр здесь выбран как основная единица длины в системе СИ). Для записи размерностей обычно используются квадратные скобки. Например, вводим новую величину q - расход топлива на единицу длины пути автомобиля и пишем, что она имеет размерность площади: $[q]$= м^2, или q [м^2]. Реально эта величина будет измеряться в литрах на сотню километров, но она может быть переведена в любую единицу площади, например, так: 9 л/100 км = $9\cdot10^{-3}$ м^3/10^5 м = $9\cdot10^{-8}$м^2.

1.1. Математические операции с физическими величинами

1. Складывать и вычитать можно величины только одной размерности, причем нельзя складывать (вычитать) векторные величины со скалярными. Скалярные величины складываются (вычитаются) как действительные числа, два вектора складываются по правилу параллелограмма. Чтобы вычесть второй вектор из первого, можно к первому вектору прибавить вектор, противоположный второму вектору. Прежде чем сложить или вычесть физические величины, их нужно привести к одним и тем же единицам (при этом требование одинаковой размерности выполнится автоматически). Результат сложения (вычитания) получается в тех же единицах и, следовательно, имеет ту же размерность. Одна из типичных ошибок школьников при решении задач – складывание часов с минутами, квадратных метров с квадратными сантиметрами и т.д. Часто это происходит из-за того, что в выкладках записываются только числа без единиц измерения. Чтобы избежать этого, рекомендуется подставлять числовые значения вместе с единицами измерения уже в окончательную формулу, записанную в общем виде.
2. Операция деления на вектор не определена. Умножать и делить векторные величины (в школьных курсах физики и математики) можно только на скалярные. В результате такой операции получается вектор, направленный туда же, что и умножаемый (делимый) вектор, если скалярная величина положительная

или в противоположную сторону, если она отрицательная. В высшей математике определены также операции умножения вектора на вектор. Скалярные величины можно умножать и делить друг на друга. Во всех этих операциях результат умножения (деления) имеет размерность, равную произведению размерностей двух умножаемых величин или, соответственно, отношению размерностей двух делимых друг на друга величин. Например, для импульса, массы и скорости справедливо следующее соотношение:

$$\mathbf{p}[\text{кг·м/с}] = m\,[\text{кг}]\cdot\mathbf{v}\,[\text{м/с}] \qquad (1.1)$$

3. Векторные величины как правило нельзя возводить в степень. Скалярные величины можно возводить в безразмерную степень. Размерность результата при этом возводится в ту же степень. Например, для периода колебательного контура имеем формулу Томсона: $T[\text{с}] = 2p[1]\sqrt{L\,[\text{Гн}]\cdot C\,[\text{Ф}]}$. Здесь L – индуктивность катушки, C – емкость конденсатора, T – период. Подставляя определения нужных единиц измерения, получим:

$$\text{Гн} = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \frac{\text{Тл}\cdot\text{м}^2}{\text{А}} = \left(\frac{\text{Н}}{\text{м}\cdot\text{А}}\right)\cdot\frac{\text{м}^2}{\text{А}} = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{м}}\cdot\frac{1}{\text{А}^2} = \text{Дж}\cdot\frac{\text{с}^2}{\text{Кл}^2} =$$

$$= \frac{\text{Дж/Кл}}{\text{Кл}}\cdot\text{с}^2 = \frac{\text{В}}{\text{Кл}}\cdot\text{с}^2 = \frac{\text{с}^2}{\text{Ф}}$$

Очевидно, для размерностей выполняется то же соотношение, что и для самих величин:

$$[\text{с}] = [1]\sqrt{[\text{Гн}]\cdot[\text{Ф}]} \qquad (1.2)$$

4. Более сложные алгебраические и тригонометрические функции могут производиться только с безразмерными величинами. Например, записи вроде $2^{5{,}5\ \text{кг}}$ или $\arcsin(0.03\ \text{Кл})$ не имеют смысла. Число нераспавшихся радиоактивных ядер за время t пропорционально $2^{-t/T_n}$, где T_n [с]– так называемый период полураспада. Проверяем, что показатель степени – безразмерная величина. Точно также при решении задач рекомендуется проверять, чтобы были безразмерными аргументы логарифмов,

косинусов, арктангенсов и родственных им функций. Это позволит избежать ошибок в громоздких выражениях. Исключение составляют некоторые единицы – радиан (рад), угловые градус (°), минута (′), секунда (″), оборот или цикл (об), которые обозначают безразмерное число оборотов или определенную долю этого числа или безразмерное отношение длины дуги к радиусу окружности, а также аналогичная единица стерадиан (ср) безразмерного телесного угла. Перечисленные единицы- безразмерные. Так, ctg(0,9 рад) - вполне допустимое и имеющее смысл выражение.

1.2. Что дают размерности

Кому-то изложенные выше правила могут показаться чисто формальными, однако владение размерностями дает колоссальные преимущества. **Во-первых**, проверка размерности позволяет обнаруживать ошибки в громоздких выкладках. В частности, первым делом убедитесь, что размерность левой части проверяемого равенства равна размерности правой части. Сказанное выше про радианы и подобные ему единицы остается в силе. **Во-вторых**, размерности позволяют угадывать и вспоминать нужную формулу. Допустим, вы забыли формулу, которая нужна для решения задачи о нагревании объема воды, но в условиях задачи дана удельная теплоёмкость воды c = 4,2·10^3 Дж/(кг·К). Если вы не знаете, что в Джоулях измеряется количество теплоты и энергия вообще, в килограммах – масса, а в Кельвинах – температура, то отдыхайте. Но если знаете, то без труда угадываете забытую формулу, в которую входит удельная теплоёмкость c :

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T \qquad (1.3)$$

Строго говоря, такая догадка будет с точностью до безразмерного коэффициента, например, в правой части этого соотношения без ущерба для размерностей могло бы стоять выражение в 2 раза большее или в 4π раз меньшее. Однако, практика показывает, что безразмерные множители, отличные от единицы, встречаются не так уж часто (полистайте ваши учебники по физике), а если и встречаются, то, как правило, не меняют порядка вычисляемой величины. Разумеется, ошибка в два раза в деле, требующем хорошей точности, весьма нежелательна. Тем не менее угаданная формула позволяет все же найти решение, как говорят физики, «с точностью до константы», за которым должен последовать поиск этой самой константы. Пример такого решения дается в задаче 4.2. **В-третьих**, некоторые задачи решаются абсолютно строго практически при помощи лишь соображений размерности. Вот два примера.

Задача 1.1. Математический маятник, совершающий малые колебания, обладает собственным периодом T_1= 1,5 с. Во сколько раз нужно увеличить или уменьшить длину нити, чтобы его период увеличился до T_2 = 3 с? Другими словами, чему равно отношение второй длины l_2 нити к первой l_1 ?

Решение. Давайте сделаем вид, что забыли формулу для периода математического маятника и получим решение из соображений размерности. От каких параметров задачи, т.е. от каких заданных чисел и постоянных физических величин может зависеть период маятника? Перечисляем все величины, которые можно заподозрить влияющими на период: ускорение свободного падения g , длина нити l , масса грузика m , максимальный угол отклонения, размеры грузика. Больше ничего придумать не удается. Теперь исключим из этого списка размеры грузика, поскольку понятие математического маятника подразумевает их пренебрежимо малыми по сравнению с длиной нити. Возникает также соблазн исключить из списка и максимальный угол отклонения на том основании, что для малых колебаний период не зависит от этого угла. На самом деле мы этого не можем знать, не решив задачи. Значит, максимальный угол отклонения a_m остается в списке. Таким образом, период T в данной задаче есть функция не более чем четырех величин: m , l , g , a_m . Запишем это в виде: $T=f(m, l, g, a_m)$, где f – интересующая нас функция. Вот теперь пора применить наши знания о размерностях. Левая часть этого уравнения имеет размерность [с], поэтому величины m , l , g , a_m нужно скомбинировать таким образом, чтобы получить размерность [с]. Первые три перечисленные величины имеют разные размерности, отличные от 1, поэтому из математических операций над ними допустимы лишь возведение в степень, умножение и деление друг на друга. Четвертая же величина, максимальный угол, как уже говорилось, безразмерная, над ней можно производить любые математические операции (например, взять от нее косинус), и ее безразмерность от этого не пострадает. Поэтому формулу $T=f(m, l, g, a_m)$ можно переписать в более конкретной форме:

$$T = \mathrm{k} \cdot m^{\mathrm{X}} \cdot l^{\mathrm{Y}} \cdot g^{\mathrm{Z}} \cdot F(a_m) \ , \tag{1.4}$$

где k, X, Y, Z – действительные безразмерные постоянные числа, которые нужно определить, а $F(a_m)$ -неизвестная математическая функция максимального угла, которую мы найти из соображений размерности не сможем. Следовательно, задача может быть строго решена из соображений размерности или любым другим способом, лишь если поставить дополнительное условие в формулировке задачи: максимальный угол отклонения маятника при двух длинах нити должен быть одинаковым. В этом случае знание функции $F(a_m)$ нам просто не нужно для решения, нам достаточно того, что она безразмерная и одинаковая в обоих случаях, поэтому ее можно объединить с постоянной k и заменить ее новой безразмерной постоянной $\mathrm{k}_1 = \mathrm{k} \cdot F(a_m)$, тогда

$$T = \mathrm{k}_1 \cdot m^{\mathrm{X}} \cdot l^{\mathrm{Y}} \cdot g^{\mathrm{Z}}. \tag{1.5}$$

Подставляя в последнее соотношение размерности T, m, l, g, получим аналогичное выражение для размерностей:

$$[\mathrm{с}] = [\mathrm{кг}]^{\mathrm{X}} \cdot [\mathrm{м}]^{\mathrm{Y}} \cdot [\frac{\mathrm{м}}{\mathrm{с}^2}]^{\mathrm{Z}}. \tag{1.6}$$

Поскольку слева и справа должны быть одинаковые степени при килограммах, одинаковые при метрах и одинаковые при секундах, получим систему трех уравнений:

0 = X (при килограммах)
0 = Y + Z (при метрах)
1 = -2 Z (при секундах)

Она имеет единственное решение: X=0; Y=1/2 ; Z= -1/2. Значит, $T = \mathrm{k}_1 \sqrt{l / g}$. Поскольку константа k_1 и ускорение свободного падения g не меняются,

$$T_2/T_1 = \sqrt{l_2/l_1} \Rightarrow l_2/l_1 = 4. \qquad (1.7)$$

Обратим внимание, что между делом мы получили еще один важный результат: доказали, что зависимость периода от a_m для всех математических маятников одинаковая. То, что колебания малые, в решении нигде не использовалось.

Задача 1.2. На расстоянии $b_o > 0$ от бесконечно протяженной равномерно заряженной плоскости напряженность электрического поля равна по абсолютной величине E_o. Какова абсолютная величина E напряженности электрического поля на расстоянии $b > 0$ от той же плоскости?

Решение. Определим зависимость абсолютной величины E напряженности электрического поля от расстояния b до плоскости. Так как плоскость равномерно заряжена, единственной физической величиной, являющейся количественной мерой заряда плоскости, является поверхностная плотность заряда σ [Кл/м^2] – заряд, приходящийся на единицу площади поверхности плоскости. Величина E может зависеть от нее и от расстояния b, которое является единственным масштабом длины в данной задаче. От чего еще? Поскольку напряженность электрического поля вводится как отношение суммы кулоновских сил, действующих на пробный заряд к величине этого заряда, ясно, что выражение для E может также содержать размерные константы, которые фигурируют в законе Кулона. А там есть размерная константа e_o[Кл^{2}м$^{-2}$Н$^{-1}$] (« электрическая постоянная »). Таким образом, величина E с размерностью [Н/Кл], должна быть выражена через величины b[м], e_o [Кл^{2}м$^{-2}$Н$^{-1}$] и σ [Кл/м^2]. По аналогии с предыдущей задачей находим, что соотношение для размерностей выполняется только если E пропорционально σ, обратно пропорционально e_o и вообще не зависит от b. Отсюда **ответ**: $E = E_o$.

2. РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

Понятия работы и энергии являются ключевыми во всех разделах школьной физики (кроме геометрической оптики). Эти понятия довольно сложны и требуют к себе аккуратного отношения и глубокого понимания. Жаргонно-обиходная формула РАБОТА = СИЛА × ПУТЬ часто приводит к ошибкам, прежде всего потому, что не учитывает ни знака работы, ни угла между векторами силы и перемещения. Для начала рассмотрим понятие работы над материальными точками. С работой над другими телами мы встретимся дальше, в частности, в связи с изменением объема тел. В случае движения материальных точек ***работой постоянной*** (*по величине и направлению*) ***силы*** на участке траектории тела называется произведение абсолютной величины перемещения на проекцию силы на это перемещение. Как записать это определение в виде формулы? Обозначим рассматриваемую силу через $\mathbf{F}$, перемещение тела через $\mathbf{r}$. Проекцию силы на перемещение можно записать в виде F_r. Здесь жирный шрифт убираем, поскольку проекция силы на направление - уже не векторная, а скалярная величина. Тогда работа A силы $\mathbf{F}$ при перемещении $\mathbf{r}$ тела запишется в виде: $A = |\,\mathbf{r}\,|\cdot F_r$.

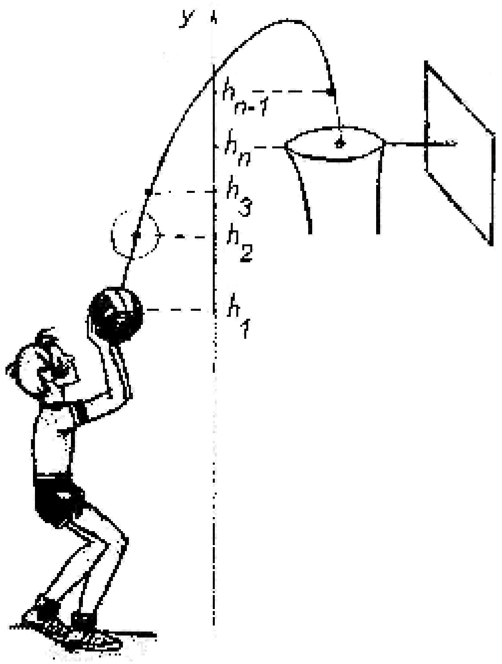
Как будет видно из дальнейшего, в некоторых задачах вместо этой формулы удобнее использовать равноправную ей следующую формулу: $A = |\,\mathbf{F}\,|\cdot r_F$. Теперь мы проектируем не силу на направление вектора перемещения, а, наоборот, вектор перемещения на направление вектора силы и умножаем эту проекцию на абсолютную величину силы. Здесь вектора $\mathbf{F}$ и $\mathbf{r}$ поменялись ролями по сравнению с предыдущей формулой. Можно записать выражение для работы в симметричном относительно этих двух векторов виде:

$$A = |\,\mathbf{r}\,|\cdot|\,\mathbf{F}\,|\cdot\cos(\mathbf{r}, \mathbf{F}), \tag{2.1}$$

где проектирование выражено через косинус угла между векторами $\mathbf{r}$, $\mathbf{F}$.

Задача 2.1. Школьник забрасывает баскетбольный мяч в кольцо. Масса мяча m = 1 кг, высота кольца над уровнем рук h = 2 м, ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Найти работу силы тяжести на участке траектории мяча от момента броска до кольца.

Решение. Заметьте, что в условиях ничего не сказано о траектории мяча и его скорости, в частности, не сказано, насколько высоко он взлетел, прежде чем попасть в кольцо, отразился ли он от потолка и т.д. Мы увидим, что это не сказывается на результате. Из трех равноправных приведенных выше формул для работы здесь удобнее всего следующая: $A = |\,\mathbf{F}\,| * r_F$. Проекция вектора перемещения мяча на направление силы тяжести зависит лишь от начальной и конечной точек и в данном случае равна $-h$. Поэтому работа силы тяжести $A = -mgh = -20$Дж. Как же получается, что эта работа не зависит от промежуточных этапов? Давайте разобьем траекторию мяча на любое число промежуточных точек, начиная от 1-й, соответствующей моменту броска, и кончая n-й, соответствующей уровню кольца. Обозначим высоты соответствующих точек, отсчитываемые неважно откуда, через h_1, h_2, ..., h_n. Тогда работа силы тяжести на первом участке траектории будет равна $mg \cdot (h_1 - h_2)$, на втором $mg \cdot (h_2 - h_3)$,...., на последнем $mg \cdot (h_{n-1} - h_n)$. Когда мы сложим все работы для отдельных участков, получим суммарную работу силы тяжести $mg \cdot (h_1 - h_n) = -mgh$.



В результате решения этой задачи можно сделать вывод, что сила тяжести относится к классу **консервативных сил**. Так называются силы, работа которых зависит только от начальной и конечной точек траектории и не зависит от промежуточных точек и движения по этой траектории. Таким же свойством обладают некоторые другие силы, например, сила упругости, если она подчиняется закону Гука, кулоновская сила со стороны неподвижной заряженной частицы. Примером неконсервативной силы является сила трения. Понятие консервативных сил будет необходимо для введения понятия потенциальной энергии.

Задача 2.2. Муравей массой 0,01 г ползет вверх по вертикальной стене дома со скоростью 1 мм/с. Какую работу совершает сила тяжести при движении муравья за 100 с в системах отсчета, связанных 1) со стеной, 2) с лифтом, едущим вниз со скоростью 1 м/с и 3) противовесом, движущимся вверх со скоростью 1 м/с ?

Ответы: -10^{-5} Дж; -10^{-2} Дж; $+10^{-2}$ Дж. Очевидно, что работа силы зависит от системы отсчета.

Уже в первых задачах на работу, встречающихся школьникам, вопрос ставится часто не о работе силы, а **работе тела**. В частности, задачу 2.2. можно было бы сформулировать так: какую работу совершает муравей? Вообще говоря, такой вопрос может пониматься по-разному. Один из вариантов понимания вопроса – какую суммарную работу производят мышцы муравья в заданный интервал времени. Между тем авторы задачников имеют в виду гораздо более простую вещь-работу тела против заданной силы, в данном случае против силы тяжести.

Вот общее определение. **Работой тела против одной из действующих на него сил называется минус работа этой силы.** Таким образом, ответы к только что сформулированной задаче будут противоположны ответам к задаче 2.2. Нужно принимать особые меры, чтобы не путать работу силы и работу тела. Например, работу тела можно обозначать слегка иначе. Давайте обозначать ее через A^*. Тогда

$$A^* = -A \qquad (2.2)$$

В некоторых случаях (как правило, в тепловых задачах) работой тела называется суммарная работа тела против всех внешних сил. Она отлична от нуля в случае, если равнодействующая сил не равна нулю и даже в случае, если равнодействующая сил равна нулю, но тело вращается или деформируется. Рассмотрим последний случай на примере, взятом из теплового раздела школьного курса.

Задача 2.3. В горизонтально расположенной трубке с двумя открытыми торцами между двумя одинаковыми легкими подвижными поршнями размещается порция газа. Его нагревают, после чего ее объем увеличивается на ΔV. Атмосферное давление снаружи равно p. Найти работу газа.

Решение. Итак, находим суммарную работу A^* против всех внешних сил. Поскольку задача имеет право-левую симметрию, равнодействующая сил, действующих на газ, равна нулю, и его центр масс не смещается с первоначального положения. Тем не менее, если рассмотреть отдельно левую половину газа и правую половину, центры масс каждой из них смещаются. Поскольку A^* равно минус суммарной работе внешних сил, нужно рассмотреть, какие из внешних сил совершают работу. Сила тяжести – не совершает, поскольку смещения по вертикали нет. Аналогично, не совершает работу и сила давления со стороны боковой поверхности трубки. Сила давления левого поршня на газ, очевидно, совершает работу

$$A_1 = p_1 \cdot S \cdot \left(-\frac{\frac{1}{2}\Delta V}{S} \right) = -\frac{1}{2}\Delta V \cdot p_1. \tag{2.3}$$

Здесь S – площадь поршня, p_1 – давление со стороны поршня на газ, в скобки заключено смещение частиц газа, находящихся у левого поршня. Точно такую же работу над "правым концом" газа совершает правый поршень. Как и работа левого поршня, она отрицательна: сила давления поршня имеет другой знак, но и перемещение частиц газа имеет другой знак. Таким образом,

$$A^* = -2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\Delta V \cdot p_1 \right) = \Delta V \cdot p_1. \tag{2.4}$$

Почему мы рассматриваем смещение именно тех частиц газа, которые примыкают к поршню? Потому что внешняя сила давления действуют только на них, на все остальные частицы действуют внутренние силы.

Сначала движение поршней должно быть ускоренное, а затем замедленное. Поэтому сначала $p_1 > p$, в конце $p_1 < p$. Но в условиях задачи подчеркивается, что поршни легкие. Если масса поршней пренебрежимо мала, то по 2-му закону Ньютона и равнодействующая сил, приложенных к поршню, пренебрежимо мала, $\Rightarrow p_1 \approx p$. Таким образом, получаем **ответ** : $A^* = \Delta V \cdot p$.

Полученная только что **формула для работы расширения тела** $A^* = \Delta V \cdot p$ является почти универсальной, если считать, что p – не атмосферное давление, а любое реальное давление, приложенное к нему со стороны граничащих с ним тел (в данном случае – поршней). Отметим, что ΔV и $A^* > 0$ при расширении и < 0 при сжатии. Формула неприменима в тех задачах, где давление существенно меняется либо от одной части поверхности тела к другой, либо в ходе расширения (сжатия). Первую проблему решают разбиением поверхности тела на части, для каждой из которых давление можно считать однородным, вторая проблема обходится разбиением процесса изменения объема на маленькие порции, в течение каждой из которых давление считается постоянным.

После того, как усвоено понятие **работы тела**, можно перейти к понятию **энергии**. **Энергией тела называется запас работы, которую это тело может совершить** благодаря его движению относительно других тел или движению его частей относительно друг друга. Так, автомобиль врезается в стоящий контейнер и сдвигает его, совершая работу против силы трения. Раскручивая камень на веревке, можно ее растянуть или порвать, т.е. совершить работу против силы упругости веревки. Неподвижное тело не может совершить работы по той простой причине, что любая работа связана с перемещением. Но это не значит, что неподвижное тело или система тел не обладают энергией. Житейская аналогия: из того, что в квартире нет наличных денег, еще не следует, что жулик в этот раз ничего не заработает. Он может утащить дорогую картину и шубу и продать их. Для вора ценность этих вещей определяется деньгами, которые он сможет за эти вещи получить. Так же обстоит дело и с энергией. Натянутый лук со стрелой можно держать в руках сколько хотите, но он не начнет совершать работу, пока вы не позволите тетиве со стрелой двигаться относительно лука. Та часть запаса работы, которая создается непосредственно движением тела или системы тел, называется кинетической энергией, а та часть запаса работы, которую можно превратить сначала в кинетическую энергию, а потом, если нужно, в работу, - потенциальной энергией. Кинетическая и потенциальная энергия могут превращаться друг в друга, вместе образуя энергию – единый запас работы.

Кинетическая энергия K зависит от массы m тела и его скорости v и вычисляется по формуле:

$$K = \frac{mv^2}{2} \qquad (2.5)$$

Разумеется, v- скорость тела как целого, и движение частей тела относительно друг друга здесь не учитывается. Однако, если тело в какой-то системе отсчета покоится (и кинетическая энергия как целого, следовательно, равна нулю), это вовсе не значит, что составляющие его молекулы покоятся друг относительно друга. Чтобы получить полную кинетическую энергию всех частей тела, нужно сложить все кинетические энергии его молекул, а кинетическая энергия отдельной молекулы должна учитывать как ее поступательное движение, так и движение составляющих ее атомов относительно ее центра масс. В задачах по механике кинетическая энергия взаимного движения молекул обычно не учитывается просто потому, что она не меняется, если температура тела не меняется.

Понятие **потенциальной энергии** тесно связано с взаимодействием между рассматриваемым телом и другими телами либо между различными частями тела или системы тел. Оно вводится только для **консервативных сил**, о которых речь уже шла выше. Разностью потенциальных энергий тела в двух возможных его положениях называется суммарная работа тела против всех консервативных сил при перемещении тела из первого положения во второе:

$$\Pi_2 - \Pi_1 = A^*_{1\to 2} = -A_{1\to 2}. \qquad (2.6)$$

Здесь П - потенциальная энергия тела. Подчеркнем, что к потенциальной энергии тела можно прибавить любую константу, от этого разность потенциальных энергий не меняется. Так, потенциальную энергию кирпича, падающего с крыши, можно отсчитывать от уровня земли, или от высоты крыши, или любого другого уровня, но разность потенциальных энергий от этого не меняется.

Именно эта разность существенна для преобразований энергии. Впрочем, в некоторых задачах (особенно если силы взаимодействия между телами зависят от расстояния между ними), принято вводить не только разность потенциальных энергий, но и нулевое значение потенциальной энергии. Потенциальная энергия двух взаимодействующих тел считается равной нулю, если они удалены друг от друга на бесконечное расстояние (где взаимодействия между ними уже нет). Так, потенциальная энергия системы двух притягивающих друг друга небесных тел равна нулю при их бесконечном удалении друг от друга и уменьшается, т.е. становится все более и более отрицательной при их сближении (поскольку сила притяжения совершает положительную работу).

Формулу, внешне похожую на (2.6), можно написать и для кинетической энергии материальной точки:

$$K_2 - K_1 = \Sigma A_{1\to 2} \qquad (2.7)$$

Она называется теоремой об изменении кинетической энергии. При движении из точки 1 в точку 2 в инерциальной системе отсчета изменение кинетической энергии рассматриваемой материальной точки равно суммарной работе всех сил, действующих на нее (знак Σ означает суммирование, в данном случае - по всем силам). Несмотря на внешнее сходство формул (2.6) и (2.7) (обратите внимание на знак минус в (2.6)), между ними есть важное отличие: (2.6) – это просто определение потенциальной энергии, а (2.7) –математическое следствие второго закона Ньютона (те из вас, кто знаком с дифференцированием, интегрированием и скалярными произведениями векторов, без большого труда могут это проверить).

3. КОЛИЧЕСТВО ТЕПЛОТЫ И ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ

Сумма кинетических энергий частиц тела и потенциальной энергии взаимодействия этих частиц между собой (но не с внешними телами!) называется **внутренней энергией** тела. В большинстве учебников **из внутренней энергии исключают кинетическую энергию поступательного и вращательного движений тела как целого.** Это позволяет упростить основные расчетные формулы, так чтобы, например, внутренняя энергия порции воздуха не зависела от скорости ветра, то есть делает возможным рассматривать независимо механические и тепловые свойства тел, по крайней мере, в простых ситуациях.

Поскольку определение внутренней энергии использует понятие потенциальной энергии взаимодействия частиц тела, то, значит, согласно определению потенциальной энергии, рассматривается взаимодействие частиц консервативными силами, работа которых за некоторый промежуток времени зависит лишь от начального и конечного взаимного расположения частиц (проще говоря, от начального и конечного расстояния между ними). Что же это за консервативные силы?

Как раз все известные силы взаимодействия, если рассматривать лишь микрочастицы, а не большие тела, являются консервативными (в рамках классической физики, где взаимодействие между частицами передается с бесконечно большой скоростью). Имеются в виду силы притяжения и отталкивания между частицами, а также магнитная сила Лоренца (которая независимо ни от чего совершает одну и ту же нулевую работу, и, следовательно, является консервативной). В этом разделе для упрощения изложения и в традициях классической физики мы не будем выходить за рамки предположения о консервативности взаимодействия между частицами. В Приложении обсуждается возможность неконсервативного взаимодействия между ними. Оказывается, что это противоречит первому началу термодинамики.

Понятие **количества теплоты** также требует пристального внимания. Обычно в учебниках в молекулярно-тепловом разделе ученики фактически отсылаются к определению, данному еще в 8-м классе: количество теплоты – это энергия, которая передается рассматриваемому телу в процессе теплопередачи. А теплопередачей, как мы помним, называется процесс, при котором работа внешних сил над рассматриваемым телом равна нулю («не совершается»). Но ведь в большинстве рассматриваемых процессов работа все-таки совершается. Как же определить количество теплоты в общем случае, который уже не называется теплопередачей? Оказывается, что это не так просто, как кажется на первый взгляд. В то же время эта физическая величина возникает естественным образом при обосновании первого начала термодинамики. Поэтому наша дорога к количеству теплоты пойдет через закон сохранения энергии и первое начало термодинамики.

Один из основных законов физики - **закон сохранения энергии** гласит: «**В инерциальной системе отсчета любая совокупность тел, взаимодействующих только между собой** (такие совокупности называются замкнутыми системами), **сохраняет свою полную энергию**», т.е. суммарную кинетическую и потенциальную энергию всех частиц (часть кинетической и потенциальной энергии частиц записывается, как мы знаем, в виде внутренней энергии). Посмотрим, как работает этот закон на примере падающего на землю метеорита. Чтобы система тел была замкнутой, в нее придется включить не только сам метеорит, но и Землю вместе с атмосферой. До входа в атмосферу метеорита система обладала некоторыми внутренней энергией, потенциальной энергией взаимного притяжения Земли и метеорита и кинетической энергией, после падения последняя обращается в ноль, потенциальная энергия также уменьшается, а внутренняя энергия системы метеорит-Земля с атмосферой, наоборот, увеличивается. Суммарное изменение энергии должно быть нулевым.

Если мы хотим иметь дело с незамкнутыми системами тел, то используем другую форму закона сохранения энергии, которая называется **первым началом термодинамики**. Ее можно вывести из теоремы об изменении кинетической энергии материальной точки (2.7) и предположения о консервативности взаимодействия частиц. Для этого представим любое тело (твердое, жидкое, газообразное – не важно) как совокупность материальных точек (молекул, атомов, ионов, электронов, ...) и вспомним, что для каждой из них в инерциальной системе отсчета должна выполняться теорема (2.7). Теперь просуммировав уравнения (2.7) по всем материальным точкам, из которых состоит тело, получим формулу, очень похожую на (2.7):

$$K_2 - K_1 = \Sigma\Sigma\, A_{1\to 2} \tag{3.1}$$

Теперь в левой части уже изменение суммарной кинетической энергии всех частиц тела, т.е. изменение кинетической энергии всего тела. В правой части в отличие от (2.7) появился второй знак суммирования; теперь мы суммируем не только по всем силам, которые действуют на частицы тела, но и по всем частицам (материальным точкам) тела. Среди этих сил есть внешние, т.е. приложенные к частицам рассматриваемого тела со стороны внешних тел и внутренние, т. е. приложенные к частицам рассматриваемого тела со стороны других частиц этого же тела. Поэтому правую часть (3.1) можно разбить на суммарную работу внешних сил $\Sigma\Sigma A_{\text{внеш}}$ и суммарную работу внутренних сил $\Sigma\Sigma A_{\text{внут}}$. Благодаря консервативному взаимодействию частиц суммарную работу внутренних сил можно записать как минус изменение потенциальной энергии внутреннего взаимодействия частиц: $\Sigma\Sigma A_{\text{внут}} = -\Delta\Pi_{\text{внут}}$. Вводя для краткости обозначение для изменения кинетической энергии тела $\Delta K = K_2 - K_1$, теперь можно переписать (3.1) в виде:

$$\Delta K + \Delta\Pi_{\text{внут}} = \Sigma\Sigma A_{\text{внеш}} \tag{3.2}$$

В свою очередь кинетическую энергию K можно разбить на **«крупномасштабную» кинетическую энергию** $K_{\text{к}}$, описывающую поступательное и вращательное движение тел, содержащих огромное количество частиц, (сравнение: смотрим на лес и не видим отдельных деревьев), и **суммарную «мелкомасштабную» кинетическую энергию** $K_м$, описывающую хаотическое движение частиц относительно центра масс тела (в более сложных случаях, таких как бурлящая горная река с водоворотами, относительно центра масс большой совокупности соседних частиц). Теперь обратим внимание на то, что $\Delta K_м + \Delta \Pi_{внут}$ согласно определению внутренней энергии тела составляют изменение внутренней энергии тела, которое обозначим как ΔU. После этого (3.2) примет вид:

$$\Delta K_к + \Delta U = \Sigma\Sigma A_{внеш} \tag{3.3}$$

Это и есть уже одна из общих формулировок **первого начала термодинамики:** суммарное изменение внутренней энергии рассматриваемого тела (или системы тел) и крупномасштабной кинетической энергии равно суммарной работе всех внешних сил (т.е. действующих со стороны тел, не входящих в рассматриваемую систему), на все частицы рассматриваемого тела (или системы тел).

Последнее, что осталось сделать, чтобы придать первому началу более привычный вид, - это выделить из этой суммарной работы внешних сил ту часть работы, которая проявляется в изменении крупномасштабных механических или электромагнитных свойств тела. Сюда относится работа по перемещению центра масс тел, работа вращательного ускорения - торможения тел (тело повернулось на определенный угол), работа сжатия - расширения тел (изменился объем), работа намагничивания тел, работа поляризации диэлектриков (изменились электромагнитные характеристики, описывающие состояние тел в целом) и т.д. Обозначим все это в сумме для краткости механической работой $A_{мех}$. Для ее вычисления внутренняя структура тела не играет роли, важна лишь мера воздействия внешних тел на рассматриваемое тело (например, равнодействующая сила) и изменение крупномасштабных характеристик тела (например, перемещение центра масс). Однако суммарная работа внешних сил над рассматриваемым телом не исчерпывается изменением крупномасштабных механических или электромагнитных характеристик тела. **Часть работы внешних сил не проявляется в изменении крупномасштабных характеристик рассматриваемого тела, а проявляется лишь в изменении движения частиц тела и их взаимодействия.** Например, при нагревании воды в кастрюле горячие молекулы кастрюли способны передавать энергию непосредственно частицам воды, почти не меняя при этом механических свойств воды как целого тела. **Эта часть работы окружающих тел и называется количеством теплоты** Q; по определению,

$$Q = \Sigma\Sigma A_{\text{внеш}} - A_{\text{мех}} \tag{3.4}$$

Из (3.3) и (3.4) получаем наиболее общую форму первого начала термодинамики:

$$\Delta K_{\text{к}} + \Delta U - A_{\text{мех}} = Q \tag{3.5}$$

или равноценную ей

$$\Delta K_{\text{к}} + \Delta U + A^* = Q, \tag{3.6}$$

где мы от работы окружающих тел $A_{\text{мех}}$ над рассматриваемым телом перешли к противоположной ей работе рассматриваемого тела A^* против внешних сил.

Можно ли считать, что мы вывели первое начало термодинамики из законов механики? – Нет, поскольку при этом выводе использована гипотеза об отсутствии неконсервативных сил между частицами тел, а она никак из законов механики не следует. По-видимому, правильнее **считать первое начало экспериментально обоснованным законом**. При таком подходе из него и законов механики можно получить (см. Приложение) как раз обоснование отсутствия неконсервативных сил между частицами.

В задачах на тепловые процессы с неподвижными или почти неподвижными телами (а в основном такие задачи и предлагаются школьникам и студентам) крупномасштабная кинетическая энергия и ее изменение $\Delta K_{\text{К}}$ равны нулю или пренебрежимо малы. Естественно, в этом случае (3.5) или (3.6) можно записать короче, например,

$$\Delta U + A^* = Q \tag{3.6 а}$$

В большинстве учебников по полуторавековой традиции (классическая термодинамика имела дело с неподвижными телами) именно это соотношение, а не более общее (3.6) или (3.5) считается первым началом термодинамики. Как это ни забавно, в большинстве учебников забывают напомнить и об условии неподвижности, и о том, что эта неподвижность подразумевается в инерциальной системе отсчета. За такое «упрощение» приходится расплачиваться. Во-первых, сокращенное первое начало (3.6а) сразу же теряет всякую связь с чисто механическими задачами на работу и энергию. Попробуйте, например, вывести механическую теорему об изменении кинетической энергии тела из (3.6 а), и вы сразу же потерпите фиаско. Между тем эта теорема мгновенно выводится из (3.5), стоит только приравнять нулю изменение внутренней энергии и количество теплоты, (поскольку в механической теореме рассматривается материальная точка). Во-вторых, часто школьники и студенты забывают о крупномасштабной кинетической энергии в тех иногда все же встречающихся задачах, где эта величина меняется. Это приводит к показательным ошибкам. Рассмотрим одну из таких задач.

Задача 3.1. Космонавт на Луне (это чтобы не осложнять задачу сопротивлением воздуха и архимедовой силой) бросает вверх шарик, надутый газом. Даны масса шарика и начальная скорость. На какую величину изменится внутренняя энергия шарика от момента бросания до наивысшей точки траектории?

Решение. Применим первое начало термодинамики в виде (3.5). Работу расширения и количество теплоты, полученное шариком, естественно считать нулевыми. Работа внешних сил сводится к работе силы тяжести, которая при подъеме шарика отрицательна. Отрицательным будет и изменение кинетической энергии. Из механики нам известно, что $\Delta K_{\text{к}} - A_{\text{мех}} = 0$ (см. теорему (2.7)), поэтому $\Delta U = 0$. Если бы мы воспользовались сокращенной формулой $\Delta U + A^{*} = Q$, то получили бы неверный ответ, согласно которому шарик охлаждается и за счет этого (а не за счет убыли кинетической энергии его поступательного движения) совершает работу против силы тяжести. Легко проверить, что последнее (ошибочное) решение противоречит закону сохранения энергии.

Задача 3.2. Две одинаковые свинцовые пули летят навстречу друг другу и совершают лобовое столкновение. Перед столкновением пули имели температуру 450 К. Какова должна быть их минимальная скорость в системе отсчета, связанной с их центром масс, чтобы они полностью расплавились? Охлаждением свинца за счет излучения и теплопроводности пренебречь. Нужные тепловые характеристики свинца взять в таблицах школьных задачников. Задачу решить не удастся, если в качестве первого начала термодинамики воспользоваться упрощенной формулировкой (3.6а). В этом случае изменение внутренней энергии пуль получилось бы нулевым независимо от их скорости.

Ответ: $v_{\min} = 300$ м/с.

Одна из распространенных ошибок школьников заключается в том, что знак количества теплоты жестко связывается с увеличением или уменьшением температуры рассматриваемого тела.

Задача 3.3. Возможно ли, чтобы рост температуры тела происходил при оттоке тепла ($Q < 0$) от него? Если да, то привести пример. **Вариант правильного ответа:**

Да. Рассмотрим быстрое сжатие газа. Как мы знаем, этот процесс близок к адиабатическому ($Q = 0$), т.к. теплообмен со стенками сосуда с поршнем почти не успевает произойти. Температура при сжатии, близком к адиабатическому, растет, и из-за этого небольшая передача тепла стенкам сосуда и поршню все-таки происходит. Таким образом, наблюдается рост температуры при $Q < 0$.

4. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ

Здесь мы не будем выходить за рамки электростатики. Это - раздел физики, в котором при исследовании электрических процессов окружающему миру для упрощения расчетов навязаны некоторые несвойственные ему особенности. Как и многие другие упрощения в науке, электростатика дает возможность получать достаточно точные приближенные решения многих задач, превосходно согласующиеся с опытом. В электростатике электрические поля создаются совокупностью крошечных (не более 10^{-14} м) заряженных частиц – ядрами атомов и электронами. Можно упомянуть и другие столь же миниатюрные частицы, обладающие электрическим зарядом, но они либо быстро исчезают (например, позитроны) при взаимодействии с другими частицами, либо вообще живут значительно меньше секунды (например, мю-мезоны), поэтому представляют меньший интерес для электростатики. Тела большего размера, например, пластины конденсатора, также могут создавать электрические поля, но последние есть просто результат сложения электрических полей, созданных крошечными частицами. При этом частицы, создающие электрические поля, и частицы, на которые эти поля действуют (пробные заряды), искусственно поставлены в неравноправное положение – первые считаются неподвижными (т.е. их перемещения считаются пренебрежимо малыми), а вторые могут перемещаться как бы не действуя при этом на первые и сами на себя (если выйти за рамки электростатики, мы обнаружим, что ускоренно движущийся заряд может действовать сам на себя). Оправданием такого упрощения может быть рассмотрение движения электронов в поле положительно заряженных ядер атомов. Хотя ядра и электроны действуют друг на друга с одинаковой (по абсолютной величине) силой, из–за того, что масса ядра по крайней мере в 1800 раз больше массы электрона, ускорениями и смещениями ядер можно в первом приближении пренебречь.

Таким образом, электростатика рассматривает одностороннее воздействие неизменных во времени электрических сил на пробные заряды. В этом случае работа сил электрического поля при перемещении пробного заряда между 1-й и 2-й точками не зависит от траектории, скорости и способа его перемещения, т.е. эти силы являются консервативными (см. раздел 2). Хотя обоснование этого положения не входит в школьную программу, формулировать его необходимо, так как благодаря нему удается ввести понятие электрического потенциала.

Поскольку электрические силы консервативны, пробный заряд обладает потенциальной энергией П в электрическом поле. Так как электрическая сила, действующая на пробный заряд, пропорциональна величине q пробного заряда (это можно обосновать, применяя закон Кулона к любой заряженной частице, действующей на пробный заряд, и затем суммируя по всем создающим электрическое поле заряженным частицам), значит и П пропорционально q, поэтому можно ввести еще очень удобную величину $j = \Pi / q$, которая называется **электрическим потенциалом**. Удобна она тем, что не зависит от величины пробного заряда, а зависит лишь от самого электрического поля, которое на него действует. Исходя из этого, его принято называть потенциалом электрического поля (в чисто электрических задачах для краткости – просто потенциалом).

А что, если вообще убрать пробный заряд? Будет ли тогда существовать потенциал? – Будет, причем точно такой же, как при пробном заряде, но он потеряет смысл величины, пропорциональной потенциальной энергии пробного заряда. Зато сохранится еще один смысл потенциала, - как силовой характеристики электрического поля. В частности, зная распределение электрического потенциала в пространстве, можно рассчитывать напряженность электрического поля в нужных точках и даже плотность энергии этого поля. Разумеется, эта напряженность и эта энергия (вспомним: энергия – запас работы) имеют чисто математическое значение, если электрическое поле ни на что не действует. Они оживут, когда возникнет либо пробный заряд, либо мы выйдем за рамки электростатики.

Задача 4.1. Найти разность потенциалов $\Delta j = j_2 - j_1$ между точками 1 и 2. Электрическое поле однородно и имеет напряженность **E**. Вектор **r**, задающий положение точки 2 относительно точки 1, образует с вектором **E** угол a .

Решение. Введем пробный заряд, пусть он для определенности имеет величину $q > 0$ (как мы знаем, от его знака потенциал поля не зависит). Заставим его мысленно перемещаться вдоль вектора **r** от точки 1 к точке 2. Тогда согласно определению потенциала

$$\Delta\varphi = q^{-1}\cdot\Delta\Pi = -\,q^{-1}\cdot|\,\mathbf{F}\,|\cdot|\,\mathbf{r}\,|\cdot\cos\alpha = -\,q^{-1}\cdot|\,\mathbf{E}\,|\cdot|\,\mathbf{r}\,|\cdot q\cdot\cos\alpha =$$

$$= -\,|\,\mathbf{E}\,|\cdot|\,\mathbf{r}\,|\cdot\cos\alpha \qquad (4.1)$$

Здесь **F** - сила, действующая со стороны электрического поля на пробный заряд. Мы учли, что для $q > 0$ вектора **F** и **E** имеют одно и то же направление, поэтому угол между векторами **F** и **r** также равен a .

Ответ: $\Delta\varphi = -\,|\,\mathbf{E}\,|\cdot|\,\mathbf{r}\,|\cdot\cos\alpha$

Из ответа, в частности, следует, что при перемещении вдоль вектора напряженности электрического поля потенциал меняется на - | **E** |·| **r** |, при перемещении противоположно вектору **E** - на |**E** |·| **r** |, при перемещении поперек вектора **E** - вообще не меняется. Вот почему **поверхности равного потенциала** (их называют часто эквипотенциальными поверхностями – геометрическими поверхностями с одинаковым потенциалом) **перпендикулярны линиям напряженности электрического поля**.

Задача 4.2. Исходя из закона Кулона, найти потенциал точечного электрического заряда q_o в зависимости от расстояния r от него до исследуемой точки.

Решение. Поскольку кулоновская сила записывается через величины q_o, q, r, e_o (как и раньше q – величина пробного заряда), а перемещение в этой задаче может быть выражено только через r -единственную имеющуюся величину с размерностью [м] - значит, работа, потенциальная энергия и электрический потенциал могут быть функцией только этих величин. Однако, как мы уже знаем, потенциал не должен зависеть от пробного заряда. Значит, следует искать зависимость потенциала j лишь от q_o, r, e_o. Аналогично решениям задач 1.1 и 1.2. , записываем эту зависимость в виде:

$$j = \mathrm{k}_1 \cdot q_o^{\mathrm{X}} \cdot r^{\mathrm{Y}} \cdot e_o^{\mathrm{Z}}, \qquad (4.2)$$

где k_1, X, Y, Z -искомые безразмерные константы. Подставляя размерности j [В=Н·м/Кл], q_0[Кл], r [м], e_o[Кл^{2}м$^{-2}$Н$^{-1}$], находим, что единственный способ получить размерность [В] в левой части – это написать зависимость вида $j = \mathrm{k}_1 \cdot \frac{q_o}{e_o r}$. Осталось определить безразмерную константу k_1. Теперь на помощь приходит решение предыдущей задачи. Давайте возьмем на одном радиусе, исходящем из заряда q_o, две точки, соответственно с расстояниями r и $r+D\,r$ от него, так что $D\,r$ гораздо меньше, чем r. Естественно ожидать, что при $\Delta r/r \to 0$ электрическое поле в окрестности этих двух точек будет стремиться к однородному, которое имеет напряженность, по закону Кулона,

$$E = \frac{1}{4p} \cdot \frac{q_o}{e_o \cdot r^2}. \tag{4.3}$$

Тогда, согласно решению задачи 4.1, разность потенциалов в точках $r+D\,r$ и r равна

$$-E \cdot \Delta r = -\frac{1}{4p} \cdot \frac{q_o}{e_o \cdot r^2} \cdot \Delta r. \tag{4.4}$$

С другой стороны, в этой задаче мы нашли, что это равно

$$k_1 \cdot \frac{q_o}{e_o(r+\Delta r)} - k_1 \cdot \frac{q_o}{e_o r} = -k_1 \cdot \frac{q_o \cdot \Delta r}{e_o r^2 \cdot (1+\Delta r/r)}. \tag{4.5}$$

При $\Delta r/r \to 0$ эти две величины совпадают, если только

$$\mathrm{k}_1 = \frac{1}{4p}. \tag{4.6}$$

Таким образом, получаем следующий **ответ**:

$$j = \frac{1}{4p} \cdot \frac{q_o}{e_o r}. \tag{4.7}$$

Из него следует, что при изменении r от бесконечности до нуля потенциал монотонно меняется от 0 до $+\infty$ или $-\infty$, в зависимости от знака q_o. При этом потенциальная энергия пробного заряда q будет меняться от нуля также до $+\infty$ или $-\infty$, теперь в зависимости от знака произведения зарядов $q \cdot q_o$. Можно сказать, потенциал отсчитывается от нулевого значения на бесконечности. Такой выбор «начала отсчета» потенциала представляется наиболее простым и естественным (если учесть написанное в конце 2-го раздела про потенциальную энергию), однако он вовсе не является обязательным. Потенциальная энергия (а, значит и потенциал) во всех точках пространства можно увеличить на одну и ту же величину, и это никак не скажется на взаимодействии зарядов, поскольку во всех формулах фигурируют лишь разности или изменения потенциальной энергии, разности или изменения потенциала. Поэтому нет ничего удивительного, что есть и другой очень распространенный способ выбора нулевого потенциала - его привязка к точке заземления электрической цепи. Оба способа равноправны.

Задача 4.3. Две материальные точки, обладающие электрическими зарядами q_1 и q_2, находятся на расстоянии R_0 друг от друга. На сколько изменится их общая потенциальная энергия, когда расстояние между ними изменится до R ? Скорости и ускорения частиц считать пренебрежимо малыми.

Решение. Прежде всего, для чего написана последняя фраза в условии задачи? В условии ничего не сказано, как движутся две частицы. Если они движутся одновременно (так обязательно и будет, если не сдерживать это движение при помощи третьих тел), то мы, строго говоря, выходим за рамки электростатики: электрические поля меняются во времени. Следовательно, мы вправе сомневаться, что силы взаимодействия между частицами являются консервативными и понятие потенциальной энергии вообще применимо. Так, при движении частиц со скоростями, близкими к скорости света, силы взаимодействия будут заметно отставать от движения самих частиц. Движение частиц с малыми скоростями и ускорениями позволяют надеяться, что силы взаимодействия в каждый момент времени успевают установиться такими, какими они были бы при неподвижных частицах, т.е. согласно закону Кулона.

При таком предположении задача как раз и имеет смысл, и однозначно решается. Рассмотрим вначале частный случай, когда скорости обеих частиц лежат на прямой, их соединяющей. Тогда, применяя 3-й закон Ньютона и определение работы, найдем, что суммарная работа кулоновских сил при перемещении двух частиц на малом промежутке времени будет равна

$$F_{21} \cdot \Delta r_1 + F_{12} \cdot \Delta r_2 = F_{12} \cdot (\Delta r_2 - \Delta r_1) = F_{12} \cdot \Delta r_{12} = F_{21} \cdot \Delta r_{21} \qquad (4.8)$$

Здесь введены следующие обозначения: $F_{12}, F_{21}, \Delta r_1, \Delta r_2, \Delta r_{12}, \Delta r_{21}$ - проекции (на ось, направленную от 1-й частицы до 2-й), векторов, соответственно, силы, действующей со стороны 1-й частицы на 2-ю; силы, действующей со стороны 2-й частицы на 1-ю; перемещения 1-й частицы; перемещения 2-й частицы; изменения вектора длины от 1-й до 2-й частицы; изменения вектора длины от 2-й до 1-й частицы. Работа получается такая же, как если одна из частиц (любая) неподвижна, а другая перемещается. Эта работа равна минус заряду перемещающейся частицы, умноженному на разность потенциалов электрического поля неподвижной частицы в конечной и начальной точках. На какие бы малые этапы мы не делили время, за которое происходит перемещение, все слагаемые и вычитаемые, соответствующие промежуточным точкам, сокращаются. Таким образом, приходим к соотношению

$$\Delta \Pi = \frac{q_1 \cdot q_2}{4pe_o R} - \frac{q_1 \cdot q_2}{4pe_o R_o}. \qquad (4.9)$$

Теперь заметим, что если есть составляющие скорости, перпендикулярные к прямой, соединяющей частицы, то это поперечное движение не вносит никакого вклада в работу кулоновской силы, поскольку при вычислении работы нужно проектировать перемещение частиц на направление силы. Следовательно, поперечное движение частиц не меняет ответа, полученного в виде формулы (4.9).

Ответ: $\Delta \Pi = \dfrac{q_1 \cdot q_2}{4pe_o R} - \dfrac{q_1 \cdot q_2}{4pe_o R_o}$

Приложение

Неконсервативные силы и сохранение энергии

Для упрощения изложения в разделе 3 использовалось присущее классической механике предположение о том, что микрочастицы взаимодействуют только консервативным образом.

Здесь обсуждается возможность неконсервативного взаимодействия между частицами тел.

Пусть между микрочастицами действуют консервативные и неконсервативные силы. Посмотрим, как неконсервативные силы согласуются с законом сохранения энергии и первым началом термодинамики. Рассмотрим замкнутую систему материальных точек, в которой происходят какие-то процессы; замкнутость означает, что $\Sigma\Sigma A_{\text{внеш}} = 0$. Работу совершают консервативные силы между частицами (она по-прежнему равна $-\Delta \varPi_{\text{внут}}$); кроме того, теперь учитываем и неконсервативные силы, пусть суммарная работа внутренних неконсервативных сил будет обозначена как $\Sigma A_{\text{не}}$. Тогда вместо формулы (3.2) получим:

$$\Delta K + \Delta \varPi_{\text{внут}} = \Sigma A_{\text{не}}, \qquad (\text{П}.1)$$

что совпадает с законом сохранения энергии лишь при $\Sigma A_{\text{не}} = 0$.

Получается, что каковы бы ни были неконсервативные силы между частицами, закон сохранения энергии требует, чтобы в любой замкнутой системе материальных точек их суммарная работа была равна нулю.

Далее, переходя к незамкнутой системе отсчета, повторим выкладки (3.3-3.6), везде добавляя работу внутренних неконсервативных сил $\Sigma A_{\text{не}}$ к работе внутренних консервативных сил $-\Delta \varPi_{\text{внут}}$. В итоге вместо (3.6) получим:

$$\Delta K_{\text{к}} + \Delta U + A^* = Q + \Sigma A_{\text{не}}, \qquad (\text{П}.2)$$

что совпадает с первым началом термодинамики (3.6) лишь при $\Sigma A_{\text{не}} = 0$. Таким образом, и в незамкнутой системе материальных точек суммарная внутренняя работа неконсервативных сил равна нулю. Теперь сократим незамкнутую систему материальных точек до трех любых частиц *A*,*B*,*C*. Суммарная работа неконсервативных сил между ними за определенный интервал времени равна нулю. Затем сократим эту систему еще сильнее, до двух частиц, *B* и *C*. Суммарная работа неконсервативных сил между ними двумя снова равна нулю. Следовательно, в системе из трех частиц суммарная работа неконсервативных сил, действующих на одну частицу *A* (со стороны *B* и *C*), равна нулю. Так как частицу

C можно заменить на любую другую (*D*), а выбор частицы *A* произволен, получается, что работа неконсервативной силы, действующей между любыми двумя частицами, равна нулю. Но в таком случае эту силу можно рассматривать как консервативную. Мы пришли к противоречию, следовательно, гипотеза о существовании неконсервативных сил не согласуется с первым началом термодинамики.

Проведенное рассмотрение позволяет сделать некоторые важные выводы. Первое начало термодинамики и закон сохранения энергии нельзя рассматривать как чистое следствие законов механики; для их вывода требуются дополнительные гипотезы (в данном случае мы фактически использовали гипотезу об отсутствии неконсервативных сил между частицами тел). По-видимому, к первому началу термодинамики правильнее всего относиться, как к закону, обоснованному опытом. Тогда предположение об отсутствии внутренних неконсервативных сил между частицами тел становится его следствием. Следствием его станет и закон сохранения энергии, поскольку для его обоснования требуется менее строгое условие суммарной нулевой работы внутренних неконсервативных сил уже в замкнутой системе материальных точек.

Заметим, что вывод о консервативности сил между материальными точками справедлив лишь для классической физики. В современной квантовой физике доказательства вроде того, что приведено здесь, дать невозможно, хотя бы из-за того, что понятие материальных точек там неприменимо, и в законе сохранения энергии учитывается энергия не только частиц, но и полей. Неконсервативность сил действительно может возникать, т.к. взаимодействие между частицами, согласно представлениям современной физики, передается не мгновенно, а с конечной скоростью. Сила немного «отстает» от перемещения, и ее работа будет зависеть не только от начального и конечного положений частиц, но и от их скорости.