МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«МИРЭА – Российский технологический университет»
РТУ МИРЭА

ЛЕКЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ
по дисциплине

Цифровые устройства и микропроцессоры

Часть 1 (5 семестр)

Лекция 1

Рекомендуемая литература

Основная

Новожилов О.П. Основы цифровой техники. 2-ое изд., стереотип. / Учебное пособие — М.: ИП РадиоСофт, 2017. — 528 с.
https://library.mirea.ru/books/39872 (в библиотеке в наличии издание предыдущих лет)

Микушин А.В., Сажнев А.М., Сединин В.И. Цифровые устройства и микропроцессоры. — СПб.: БВХ-Петербург, 2010. — 832 с.
https://library.mirea.ru/books/42462

Сажнев, А. М. Цифровые устройства и микропроцессоры : учебное пособие для вузов / А. М. Сажнев.— 2-е изд., перераб. и доп.— Москва : Издательство Юрайт, 2020.—139 с.

Дополнительная

Кириченко П.Г. Цифровая электроника для начинающих. — СПб.: БВХ-Петербург, 2019. — 176 с.

Угрюмюв Е.П. Цифровая схемотехника : учеб. пособие для вузов. — 3-е изд., перераб. и доп. — СПб: БХВ-Петербург, 2010. — 816 с.
https://library.mirea.ru/books/39066

Рафиков Р.А. Электронные сигналы и цепи. Цифровые сигналы и устройства : учебное пособие / Р. А. Рафиков. — СПб.: Лань, 2016. — 318 с.
https://library.mirea.ru/books/53743

Гольденберг Л.М., Малев В.А., Малько Г.Б. Цифровые устройства и микропроцессорные системы. Задачи и упражнения. Учеб. пособие для вузов. — М.: Радио и связь, 1992 — 256 с.
https://library.mirea.ru/books/6824

Деменкова Т. А. Проектирование цифровых устройств [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т. А. Деменкова. — М.: РТУ МИРЭА, 2018. — Электрон. опт. диск (ISO)
https://library.mirea.ru/share/3070

Богаченков А. Н. Цифровые устройства и микропроцессоры [Электронный ресурс]: методические указания / А. Н. Богаченков. — М.: РТУ МИРЭА, 2020. — Электрон. опт. диск (ISO). URL: https://library.mirea.ru/share/3798

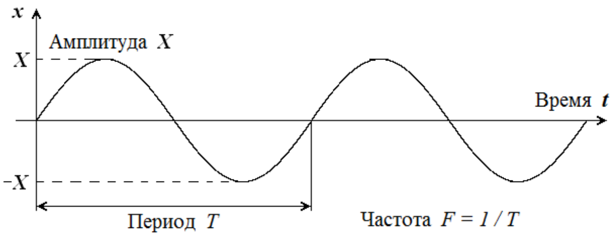
Основные темы лекции

Аналоговые и цифровые сигналы. Логические уровни. Запас помехоустойчивости.
Дискретизация и квантование сигналов. Критерии выбора оптимальных параметров.
Представление чисел в различных системах счисления.
Основные логические операции. Таблицы истинности. Обозначения логических элементов.
Логические базисы.
Операции булевой алгебры и их свойства.
Синтез и минимизация логических функций комбинационных устройств.

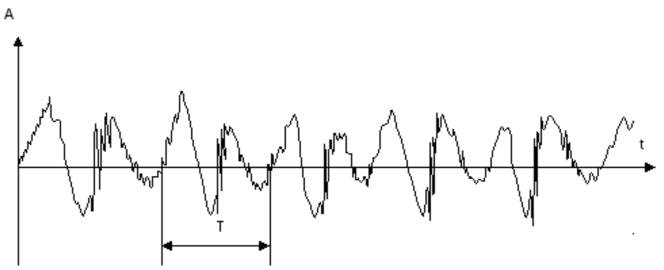
Аналоговые и цифровые сигналы

По типу сигнала различают устройства: аналоговые, импульсные, цифровые. Для представления цифровых сигналов служат кодовые слова ограниченной разрядности, каждый разряд представляет бит информации – лог. 0 или 1.

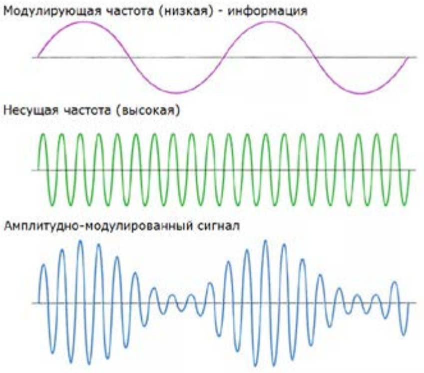
Аналоговый гармонический сигнал

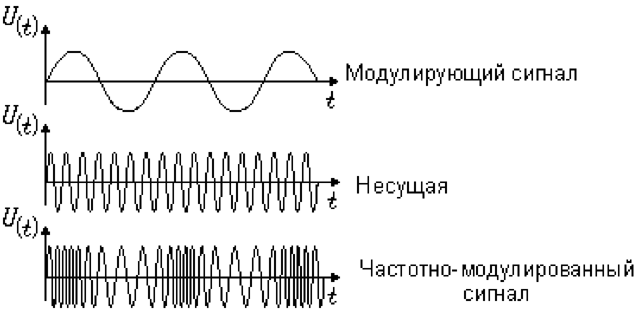


Аналоговый сигнал сложной формы (например, звуковой)

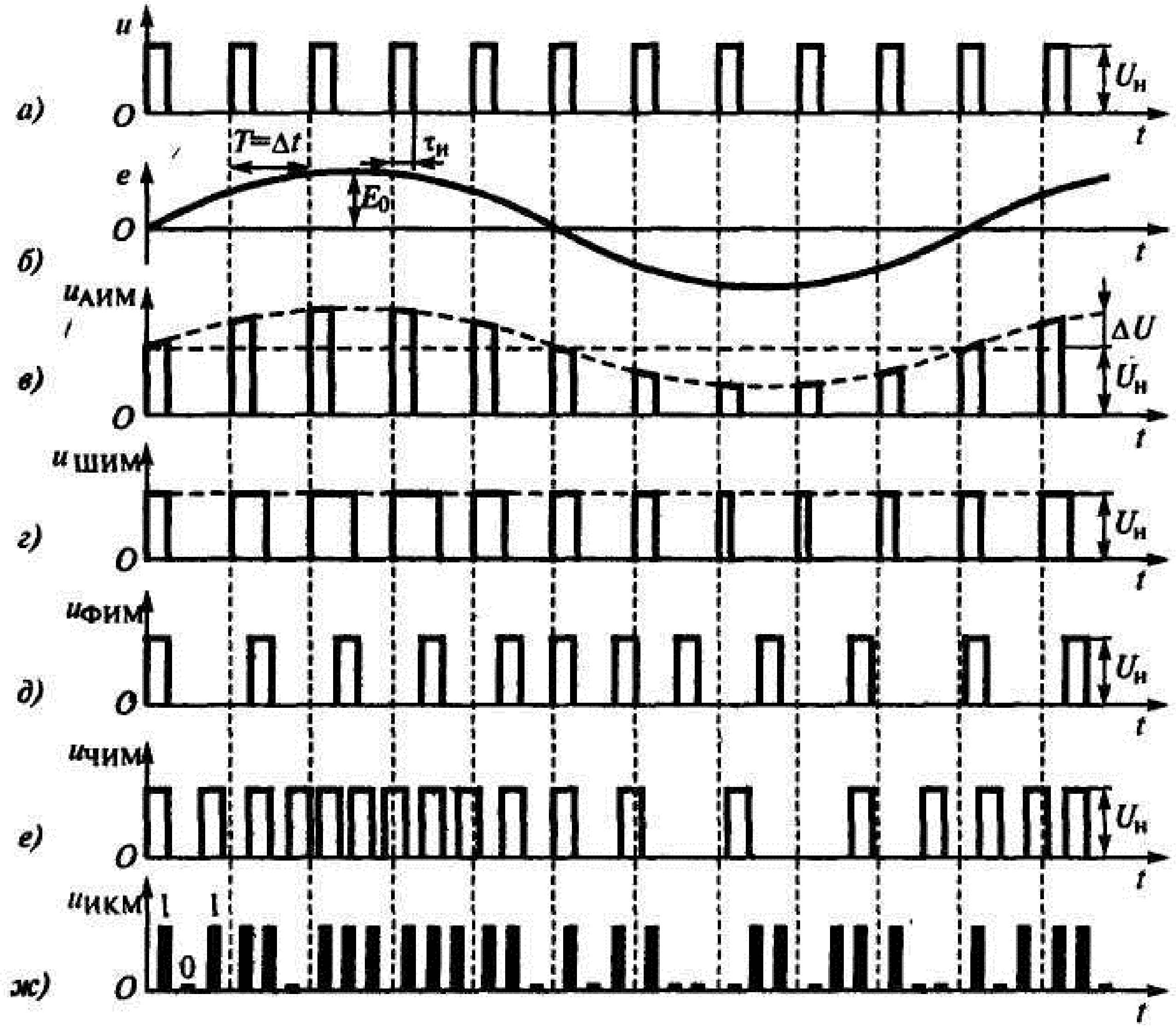


Примеры АМ и ЧМ сигналов





Пример сигналов с импульсной модуляцией

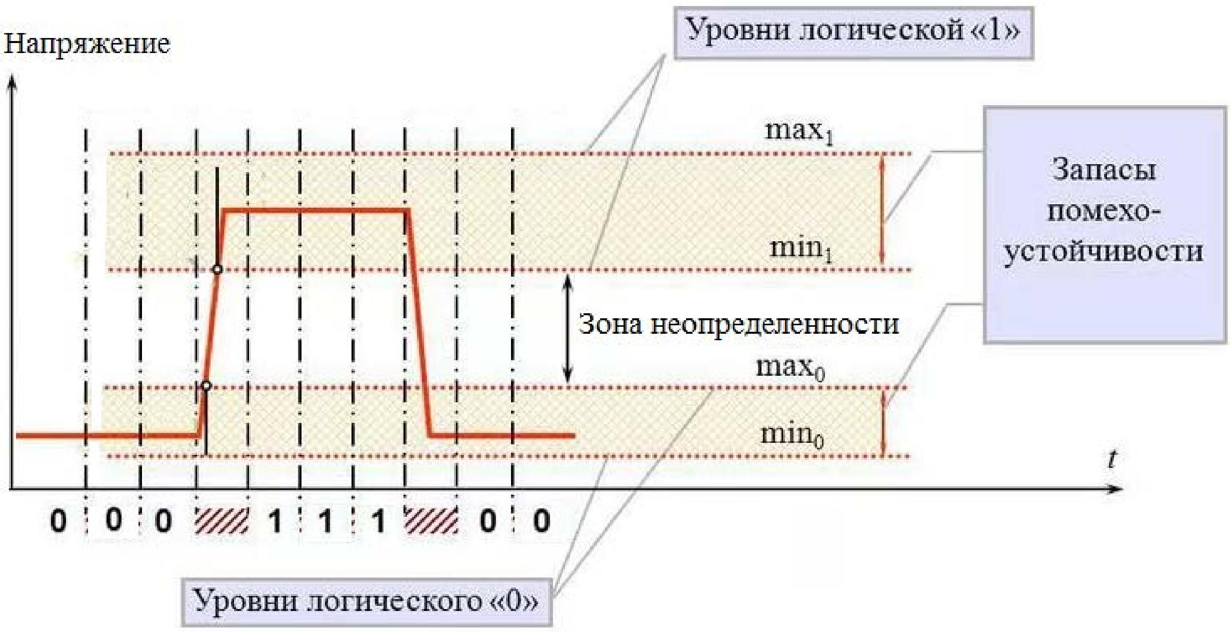


Импульсная модуляция:
а — периодическая последовательность исходных импульсов;
б — модулирующий сигнал; *в* — АИМ; *г* — ШИМ; *д* — ФИМ; *е* — ЧИМ; *ж* — ИКМ

Все сложные сигналы представляются спектром – частотными составляющими от FMIN до FMAX (обычно FMIN = 0).

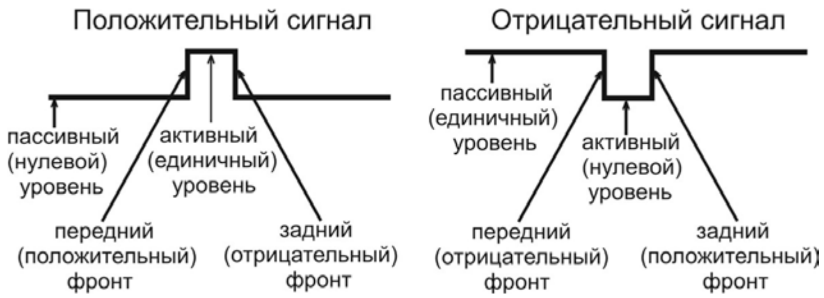
Логические уровни

Обычно низкий уровень (вблизи нулевых напряжений) обозначают лог. "0", высокий уровень (близкий к напряжению питания) — лог. "1". В большинстве случаев источником лог. "0" является общий провод (земля), источником лог. "1" — цепь питания.

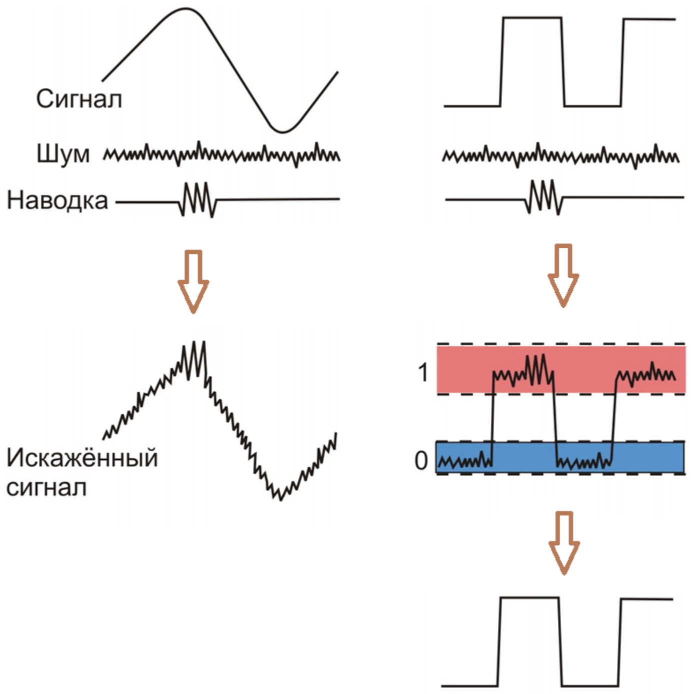


Правильно работающий источник (передатчик) сигналов должен создавать уровни только внутри зон помехоустойчивости. При приеме уровни сигналов в зоне неопределенности могут интерпретироваться конкретным устройством по-разному в зависимости от его технических характеристик, например, устройство может держать предыдущее состояние и изменять его только при выходе из зоны неопределенности, может иметь порог переключения посередине зоны, может формировать сигнал ошибки и т.п. Максимальный уровень для лог. "1" (на рис.— max_1) обычно ограничен максимально допустимым напряжением, которое можно подавать на вход логического элемента.

Типы логических уровней



Пример воздействия помехи на аналоговый и логический сигналы



Однако при очень сильных помехах логический сигнал восстановить невозможно, в то время как из аналогового еще можно извлечь полезную информацию.

Дискретизация и квантование

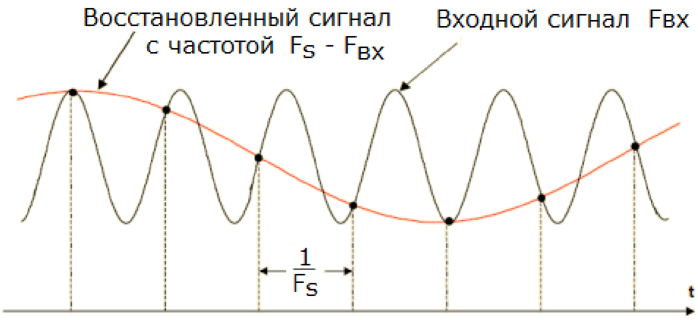
Дискретизация по времени

Выбор частоты дискретизации

Терема Котельникова: функцию (сигнал) u(t), имеющую ограниченный спектр частот от 0 до F_{MAX} , можно однозначно восстановить/передать отсчетами, следующими с интервалом $\Delta t \le \frac{1}{2F_{MAX}}$ (или частотой $F_S \ge 2F_{MAX}$).

Другая формулировка: частота следования дискретных отсчетов должна как минимум в 2 раза превышать максимальную частоту сигнала.

Пример выбора низкой частоты дискретизации (эффект наложения спектров):



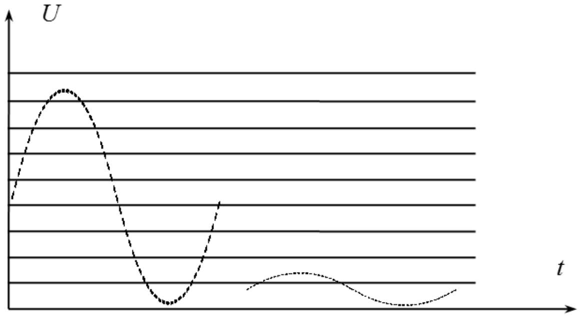
Квантование по амплитуде

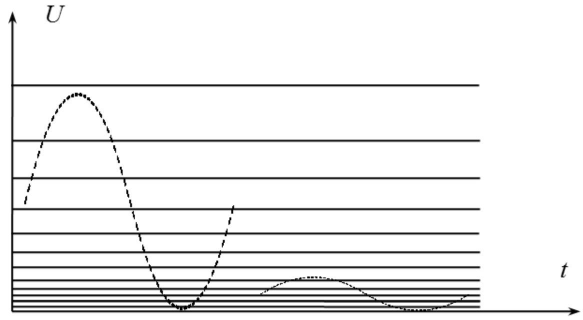
Число уровней квантования = 2^N (N – разрядность двоичного кода). При квантовании, в зависимости от принципа работы аналого-цифрового преобразователя (АЦП), может производиться усечение (выбор уровня, меньшего текущей амплитуды сигнала) или округление (выбор ближайшего уровня). При этом возникает ошибка квантования, приводящая к дополнительному шуму в сигнале.

Выбор квантования:

1. Исходя из требуемой точности представления амплитуды.
2. Исходя из динамического диапазона сигнала.
3. При учете шумов квантования – исходя из требуемого отношения сигнал/шум.

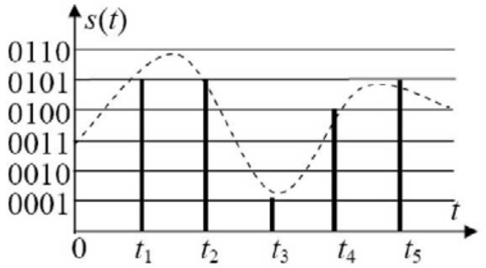
Квантование может быть равномерным и с переменным шагом. При неравномерном квантовании относительная ошибка шума квантования практически постоянная при изменении уровня входного сигнала.





Цифровой сигнал — последовательность N-разрядных кодов, представляющих собой приближенные (квантованные) значения сигнала на каждом временном интервале.

Правильное изображение на диаграммах цифрового сигнала:



Представление чисел в различных системах счисления

Число в позиционной системе счисления (или в формате с плавающей точкой/запятой) записывается как последовательность цифр (разрядов), разделенных точкой/запятой:

$$a_n a_{n-1} \ldots a_0 , a_{-1} a_{-2} \ldots a_{-m} ,$$

где 0…*n* – номера (индексы) разрядов целой части, -1…-*m* – дробной.

Десятичное значение числа:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_0 p^0 + a_{-1} p^{-1} a_{-2} p^{-2} \ldots a_{-m} p^{-m}$$

где p – основание системы счисления.

Пример

N разряда: **2 1 0 -1-2**

Число: **1 0 1, 0 1** $_2$ $= 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2}$

Системы счисления

Десятичная система			8-ричная	16-ричная	Двоичная система
Без знака	Со знаком, 1 байт	Со знаком, 2 байта			
0	0	0	0	0	0000
1	1	1	1	1	0001
2	2	2	2	2	0010
3	3	3	3	3	0011
4	4	4	4	4	0100
5	5	5	5	5	0101
6	6	6	6	6	0110
7	7	7	7	7	0111
8	8	8	10	8	1000
9	9	9	11	9	1001
10	10	10	12	A	1010
11	11	11	13	B	1011
12	12	12	14	C	1100
13	13	13	15	D	1101
14	14	14	16	E	1110
15	15	15	17	F	1111
16	16	16	20	10	1 0000
126	126	126	176	7E	0111 1110
127	127	127	177	7F	0111 1111
128	-128	128	200	80	1000 0000
129	-127	129	201	81	1000 0001
254	-2	254	376	FE	1111 1110
255	-1	255	377	FF	1111 1111
256		256	400	100	1 0000 0000
257		257	401	101	1 0000 0001
4095		4095	7777	FFF	1111 1111 1111
4096		4096	10000	1000	1 0000 0000 0000
32766		32766	77776	7FFE	0111 1111 1111 1110
32767		32767	77777	7FFF	0111 1111 1111 1111
32768		-32768	100000	8000	1000 0000 0000 0000
32769		-32767	100001	8001	1000 0000 0000 0001
65534		-2	177776	FFFE	1111 1111 1111 1110
65535		-1	177777	FFFF	1111 1111 1111 1111

Примеры перевода:

$\underbrace{1001}_{9}\ \underbrace{1110}_{E}\ \underbrace{1000}_{8}\ \underbrace{0100}_{4}$

– двоичная

– 16-ричная

$101110_2 = 1\cdot2^5 + 0\cdot2^4 + 1\cdot2^3 + 1\cdot2^2 + 1\cdot2^1 + 0\cdot2^0 = 46_{10}$

$4BC_{16} = 4\cdot16^2 + 11\cdot16^1 + 12\cdot16^0 = 1212_{10}$

Однобайтовое число (байт):

Без знака: ст.бит — мл.бит

D7	D6	D5	D4	D3	D2	D1	D0

Диапазон: $0...255_{10}$

Со знаком в дополнительном коде:

знак	D6	D5	D4	D3	D2	D1	D0

Диапазон: $-128...127_{10}$
(для вычислений, как правило, используют доп. код)

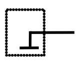
Число комбинаций – 2^N (N – разрядность двоичного кода).

Логические операции

Логические функции одной переменной:

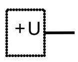
X	Y
0	0
1	0

Постоянный 0



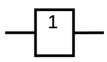
X	Y
0	1
1	1

Постоянная 1



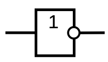
X	Y
0	0
1	1

Повторение
$Y = X$

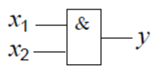
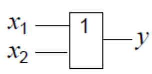
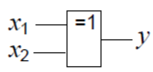


X	Y
0	1
1	0

Инверсия (операция НЕ)
$Y = \overline{X}$



Для двух переменных существует теоретически 16 функций. Наиболее часто используются следующие три::

Функция	Математич. запись	Таблица истинности	Логический элемент
Логическое умножение, конъюнкция, операция "И"	$y = x_1 \wedge x_2$ или $y = x_1 \& x_2$	x_1 x_2 | y: 0 0 | 0; 0 1 | 0; 1 0 | 0; 1 1 | 1	
Логическое сложение, дизъюнкция, операция "ИЛИ"	$y = x_1 \vee x_2$	x_1 x_2 | y: 0 0 | 0; 0 1 | 1; 1 0 | 1; 1 1 | 1	
Неравнозначность, сложение по модулю 2, операция "исключающее ИЛИ"	$y = x_1 \oplus x_2$ или $y = x_1 \forall x_2$	x_1 x_2 | y: 0 0 | 0; 0 1 | 1; 1 0 | 1; 1 1 | 0	

Логические базисы

И, ИЛИ, НЕ – избыточный набор из 3-х элементов
И, НЕ ; ИЛИ, НЕ – минимальные наборы из 2-х элементов
И-НЕ ; ИЛИ-НЕ – минимальные наборы из одного элемента

Операции булевой алгебры

Аксиомы алгебры логики

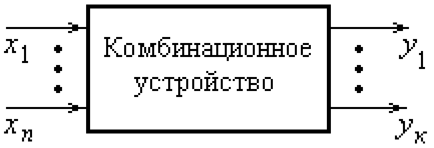
$\overline{\overline{x}} = x$

$x + 0 = x$	$x \cdot 0 = 0$	$x \oplus 0 = x$
$x + 1 = 1$	$x \cdot 1 = x$	$x \oplus 1 = \overline{x}$
$x + x = x$	$x \cdot x = x$	$x \oplus x = 0$
$x + \overline{x} = 1$	$x \cdot \overline{x} = 0$	$x \oplus \overline{x} = 1$

Законы алгебры логики

$x_1 + x_2 = x_2 + x_1$ $x_1 \cdot x_2 = x_2 \cdot x_1$	Коммутативный (переместительный)
$(x_1 + x_2) + x_3 = x_1 + (x_2 + x_3)$ $(x_1 \cdot x_2) \cdot x_3 = x_1 \cdot (x_2 \cdot x_3)$	Ассоциативный (сочетательный)
$x_1 \cdot (x_2 + x_3) = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3$ $x_1 + x_2 \cdot x_3 = (x_1 + x_2) \cdot (x_1 + x_3)$	Дистрибутивный (распределительный)
$\overline{x_1 + x_2} = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2}$ $\overline{x_1 \cdot x_2} = \overline{x_1} + \overline{x_2}$	Двойственности (правило де Моргана)
$x_1 + x_1 \cdot x_2 = x_1$ $x_1 \cdot (x_1 + x_2) = x_1$	Правило поглощения
$x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot \overline{x_2} = x_1$ $(x_1 + x_2) \cdot (x_1 + \overline{x_2}) = x_1$	Правило склеивания

Синтез и минимизация логических функций комбинационных устройств



$$y_i = F\left(x_1, x_2, ..., x_n\right)$$

В комбинационных устройствах выходные сигналы $y_1 \ldots y_k$ однозначно определяются комбинацией входных $x_1 \ldots x_n$.

Пример таблицы с 3-мя входными и двумя выходными сигналами:

Номер набора	x2	x1	x0	y2	y1	Минтермы для y2	Макстермы для y1
0	0	0	0	1	1	$\overline{x2}\ \overline{x1}\ \overline{x0}$	
1	0	0	1	0	0		$x2 + x1 + \overline{x0}$
2	0	1	0	0	1		
3	0	1	1	1	0	$\overline{x2}\ x1\ x0$	$x2 + \overline{x1} + \overline{x0}$
4	1	0	0	0	1		
5	1	0	1	0	1		
6	1	1	0	1	1	$x2\ x1\ \overline{x0}$	
7	1	1	1	0	0		$\overline{x2} + \overline{x1} + \overline{x0}$

Для текущего набора выходная лог. "1" получается логическим произведением входных переменных в прямом или инверсном виде, такая формула называется **минтермом**. Выходной лог. "0" получается логическим суммированием входных – формула называется **макстерном**.

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ): логическая сумма минтермов, для которых выходной сигнал равен 1:

$$y2 = \overline{x2}\ \overline{x1}\ \overline{x0}\ +\ \overline{x2}\ x1\ x0\ +\ x2\ x1\ \overline{x0}$$

Совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ): логическое произведение макстермов, для которых выходной сигнал равен 0:

$$y1 = (x2 + x1 + \overline{x0})\ (x2 + \overline{x1} + \overline{x0})\ (\overline{x2} + \overline{x1} + \overline{x0})$$

Структурные формулы в виде СДНФ и СКНФ как правило приводят к избыточному количеству логических элементов, поэтому проводят минимизацию логического выражения:

- с помощью карт Карно, диаграмм Вейча;
- методов Квайна, Мак-Класки, Петрика и др.

В настоящее время ручные методы минимизации неактуальны, так как сильно развиты машинные (например, в процессе проектирования ПЛИС).

Для неполностью определенных функций их доопределяют обычно произвольно, либо анализируют несколько вариантов.