江苏、福建、广东、河北
辽宁、湖北、湖南、重庆

2021届高三新高考统一适应性考试

江苏省天一中学考前热身模拟试题

数学试题

注意事项

1. 答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号填写在答题卡上。
2. 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (本题5分)已知集合 $A=\{x|-1<x<5\}$，$B=\{x|x\geq 0\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{x|x<5\}$　　　　B．$\{x|0<x<5\}$

C．$\{x|0\leq x<5\}$　　　　D．$\{x|x>-1\}$

2. (本题5分)已知复数 $z=\dfrac{1}{3+4i}$，则下列说法正确的是（　）

A．复数 z 的实部为3　　　　B．复数 z 的虚部为 $\dfrac{4}{25}i$

C．复数 z 的共轭复数为 $\dfrac{3}{25}+\dfrac{4}{25}i$　　　　D．复数的模为1

3. (本题5分)将函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)=\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$ 的图象，则函数 $f(x)$ 的一个单调减区间可以为（　　）

A．$[-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{5\pi}{12}]$　　　　B．$[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5\pi}{6}]$

C．$[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{6}]$　　　　D．$[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}]$

4. (本题 5分)设 $f(x)=x^3+\lg(x+\sqrt{x^2+1})$，则对任意实数 a、b，“$a+b\geq 0$”是“$f(a)+f(b)\geq 0$”的（　　）条件

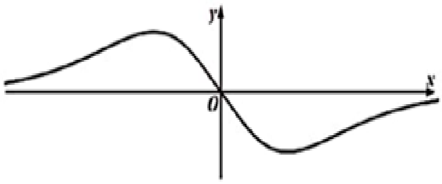
A．充分不必要　　B．必要不充分　　C．充要　　D．既不充分也不必要

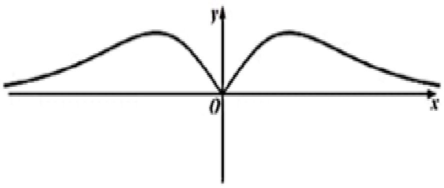
5. (本题 5分)《算法统宗》全称《新编直指算法统宗》，是中国古代数学名著，程大位著.书中有如下问题：“今有五人均银四十两，甲得十两四钱，戊得五两六钱.问：次第均之，乙丙丁各该若干？”意思是：有 5人分 40两银子，甲分 10两 4钱，戊分 5两 6钱，且相邻两项差相等，则乙丙丁各分几两几钱？（注：1两等于 10钱）(　　)

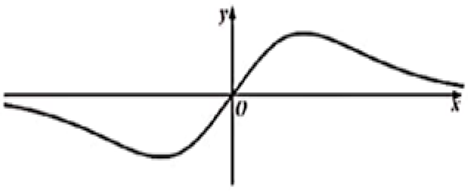
A．乙分 8两，丙分 8两，丁分 8两　　B．乙分 8两 2钱，丙分 8两，丁分 7两 8钱

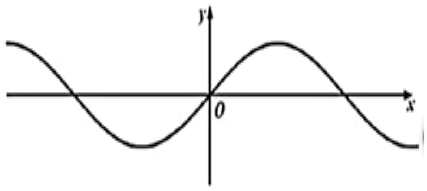
C．乙分 9两 2钱，丙分 8两，丁分 6两 8钱　　D．乙分 9两，丙分 8两，丁分 7两

6. (本题 5分)函数 $f(x)=\dfrac{2x\sqrt{9-x^2}}{e^x+e^{-x}}$ 的图像大致为（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

7. (本题 5分)已知点 P 为函数 $f(x)=\ln x$ 的图象上任意一点，点 Q 为圆 $\left[x-\left(e+\dfrac{1}{e}\right)\right]^2+y^2=1$ 上任意一点，则线段 PQ 的长度的最小值为（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{e^2+1}-e}{e}$　　B．$\dfrac{\sqrt{2e^2+1}-e}{e}$　　C．$\dfrac{e-\sqrt{e^2-1}}{e}$　　D．$e+\dfrac{1}{e}-1$

8. (本题 5分)已知 $f(x)$ 是定义在$[-1,1]$上的奇函数，且 $f(-1)=-1$，当 $a,b\in[-1,1]$，且 $a+b\neq 0$时，$(a+b)(f(a)+f(b))>0$成立，若 $f(x)<m^2-2tm+1$ 对任意的 $t\in[-1,1]$恒成立，则实数 m 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,-2)\cup\{0\}\cup(2,+\infty)$　　B．$(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

C．$(-2,2)$　　　　　　　　D．$(-2,0)\cup(0,2)$

二、多选题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得3分.

9. (本题5分)在$\left(x-\frac{1}{x}\right)^6$的展开式中，下列说法正确的有（　　）

A．所有项的二项式系数和为64　　　　B．所有项的系数和为0

C．常数项为20　　　　D．二项式系数最大的项为第4项

10. (本题5分)已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$在区间$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{2\pi}{3}\right]$上至少存在两个不同的$x_1,x_2$满足$f(x_1)f(x_2)=1$，且$f(x)$在区间$\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{12}\right]$上具有单调性，点$\left(-\frac{\pi}{6},0\right)$和直线$x=\frac{7\pi}{12}$分别为$f(x)$图象的一个对称中心和一条对称轴，则下列命题中正确的是（　　）

A．$f(x)$在区间$\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$上的单调性无法判断

B．$f(x)$图象的一个对称中心为$\left(\frac{59\pi}{6},0\right)$

C．$f(x)$在区间$\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$上的最大值与最小值的和为$\frac{1}{2}$

D．将$f(x)$图象上所有点的横坐标伸长为原来的2倍(纵坐标不变)，再向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位得到$y=g(x)$的图象，则$g(x)=-\cos x$

11. (本题5分)下列结论正确的是（　　）

A．若$\vec{v}$是直线l方向向量，$l\perp$平面α，则$\lambda\vec{v}(\lambda\in R)$是平面$\alpha$的一个法向量；

B．坐标平面内过点$P(x_0,y_0)$的直线可以写成$A(x-x_0)+B(y-y_0)=0(A^2+B^2\neq0)$；

C．直线l过点$(-2,3)$，且原点到l的距离是2，则l的方程是$5x+12y-26=0$；

D．设二次函数$y=(x-2019)(x+2020)$的图象与坐标轴有三个交点，则过这三个点的圆与坐标轴的另一个交点的坐标为$(0,1)$.

12. (本题 5分)已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$均为递增数列，$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$\{b_n\}$的前n项和为T_n.且满足$a_n+a_{n+1}=2n$，$b_n\cdot b_{n+1}=2^n(n\in N)$，则下列说法正确的有(　　)

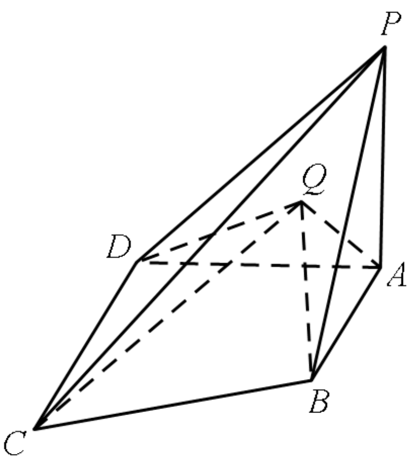
A．$0<a_1<1$　　B．$1<b_1<\sqrt{2}$　　C．$S_{2n}<T_{2n}$　　D．$S_{2n}\ge T_{2n}$

三、填空题（本题共4小题，每小题5分，其中第16题分值分配为前3分、后2分，满分共20分）

13.(本题 5分)下列命题：① $p:\forall x\in R,x^2+x+1\ge 0$；② $q:\exists x_0\in R,\sin x_0+\cos x_0=2$；③ $r:\forall x\in(-\infty,0),e^x>x+1$；④ s：若$ab\ne 0$，则$a\ne 0$的否命题，其中正确的结论是______．(填写所有正确的序号)

14. (本题 5分)$(a+2b-3c)^6$的展开式中ab^2c^3的系数为______.

15. (本题 5分)如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$平面$ABCD$，底面$ABCD$是直角梯形，$AB//CD$，$AB\perp AD$，$CD=AD=\sqrt{2}AB=2$，$PA=3$，若动点Q在$\triangle PAD$内及边上运动，使得$\angle CQD=\angle BQA$，则三棱锥$Q-ABC$的体积最大值为______.



16. (本题 5分)对于正整数n，设x_n是关于x的方程$\frac{1}{x^2}-\log_{n+1}x^n=n^2+3n$的实数根.记$a_n=\left[\frac{1}{2x_n}\right]$，其中$[x]$表示不超过$x$的最大整数，则$a_1=$____________；设数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$则$\sqrt{S_{2020}}=$___.

四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题 10分)在$\triangle ABC$中，$A=\frac{\pi}{3}$，$b=\sqrt{2}$，再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求

（Ⅰ）B的大小；

（Ⅱ）$\triangle ABC$的面积 .

条件①：$b^2+\sqrt{2}ac=a^2+c^2$； 条件②：$a\cos B=b\sin A$.

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

18. (本题 12分)已知数列$\{a_n\}$满足：$a_1=1$，$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n}{n+1}$数列$\{b_n\}$是等比数列，并满足$b_1=2$，且$b_1-1$，$b_4$，$b_5-1$成等差数列.

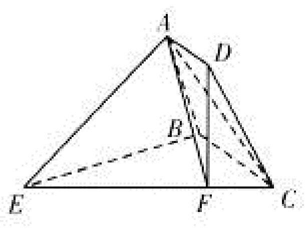
(1) 求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式；

(2) 若数列$c_n=\frac{b_n}{a_n}$，求数列$\{c_n\}$的前n项和S_n.

19. (本题 12分)如图所示的几何体中，$BE\perp BC, EA\perp AC, BC=2, AC=2\sqrt{2}$, $\angle ACB=45^\circ, AD//BC, BC=2AD$.

(1)求证：$AE\perp$平面$ABCD$;

(2)若$\angle ABE=60^\circ$，点F在EC上，且满足$EF=2FC$，求二面角$F—AD—C$的余弦值.



20. (本题 12 分)据相关部门统计，随着电商网购的快速普及，快递包装业近年来实现了超过 50% 的高速年均增长.针对这种大好形式，某化工厂引进了一条年产量为 1000 万个包装胶带的生产线.已知该包装胶带的质量以某项指标值志为衡量标准.为估算其经济效益，该化工厂先进行了试生产，并从中随机抽取了 1000 个包装胶带，统计了每个包装胶带的质量指标值 k，并分成以下 5 组：$[50,60)$，$[60,70)$，…，$[90,100]$，其统计结果及产品等级划分如下表所示：

质量指标值 k	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100]$
产品等级	A 级	B 级	C 级	D 级	废品
频数	160	300	400	100	40

试利用该样本的频率分布估计总体的概率分布，并解决下列问题（注：每组数据取区间的中点值)：(1) 由频数分布表可认为，该包装胶带的质量指标值 k 近似地服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 近似为样本平均数 $\overline{x}$，σ 近似为样本的标准差 s，并已求得 $s\approx 10.03$.记 X 表示某天从生产线上随机抽取的 30 个包装胶带中质量指标值 k 在区间 $(50.54,80.63]$ 之外的包装胶带个数，求 $P(X=1)$ 及 X 的数学期望；(精确到 0.001)

(2) 已知每个包装胶带的质量指标值 k 与利润 y（单位：元）的关系如下表所示：$(t\in(1,4))$

质量指标值 k	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100]$
利润 y	$5t$	$3t$	$2t$	t	$-5e^{t}$

假定该化工厂所生产的包装胶带都能销售出去，且这一年的总投资为 5000 万元（含引进生产线、兴建厂房等等一切费用在内)，问：该化工厂能否在一年之内通过生产包装胶带收回投资？试说明理由.

参考数据：若随机变量$Z\sim N(\mu,\sigma^2)$，则$P(\mu-\sigma<Z\le\mu+\sigma)=0..6827$，$P(\mu-2\sigma<Z\le\mu+2\sigma)=0.9545$，$P(\mu-3\sigma<Z\le\mu+3\sigma)=0.9973$，$0.8186^{29}\approx0.0030$，$\ln13\approx2.6$．

21.（本题12分）已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，其左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，点$P$为坐标平面内的一点，且$|\overrightarrow{OP}|=\frac{3}{2}$，$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=-\frac{3}{4}$，$O$为坐标原点.

（1）求椭圆C的方程；

（2）设M为椭圆C的左顶点，A，B是椭圆C上两个不同的点，直线MA，MB的倾斜角分别为α，β，且$\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$证明：直线$AB$恒过定点，并求出该定点的坐标.

22.（本题12分）已知函数$f(x)=\frac{a\cos x}{x}+b(a,b\in R)$.

（1）当$a=1,b=0$时，判断函数$f(x)$在区间$(0,\frac{\pi}{2})$内的单调性;

（2）已知曲线$f(x)=\frac{a\cos x}{x}+b$在点$(\frac{\pi}{2},f(\frac{\pi}{2}))$处的切线方程为$y=-\frac{6}{\pi}x+2$.

(i)求$f(x)$的解析式;

(ii)判断方程$f(x)=\frac{3}{2\pi}-1$在区间$(0,2\pi]$上解的个数，并说明理由.

参考答案

1．C

2．C

3．A

4．C

5．C

6．C

7．A

8．B

9．ABD

10．BC

11．BD

12．ABC

13．①③

14．-6480

15．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

16．0　　1010

17．（Ⅰ）$B=\frac{\pi}{4}$（Ⅱ）$\frac{3+\sqrt{3}}{4}$.

18．(1) $a_n=\frac{1}{n}$；$b_n=2^n$；(2) $S_n=(n-1)\cdot 2^{n+1}+2$.

19．（1）详见解析（2）$\frac{2\sqrt{7}}{7}$

20．(1) $P(X=1)\approx 0.016$，$E(X)=5.442$；(2) 不能在一年之内通过销售包装胶带收回投资，理由见解析.

21．(1) $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ (2) 证明见解析，该点坐标$(-\frac{10}{3},0)$

22．(1) 单调递减函数；(2) (*i*) $f(x)=\frac{3\cos x}{x}-1$； (*ii*) 3个，理由见解析.