

1	sum=0;	1 gán
2	i=1;	1 gán
3	while (i<=n) do	n + 1 ss
4	j=n-i*i;	n gán
5	while (j<=i*i) do	$\alpha_i + 1$ ss
6	sum=sum+i*j;	α_i gán
7	j=j+1;	α_i gán
8	end do;	
9	i=i+1;	n gán
10	end do;	
11		

Gọi α_i là số lần lặp của vòng lặp **while** trong (xét độc lập với **while** ngoài).

Số lần lặp $\alpha_i =$ số con j chạy từ $n - i^2 \rightarrow i^2$, bước tăng là 1.

$$\Rightarrow \alpha_i = i^2 - (n + i^2) + 1 = 2i^2 - n + 1$$

Vòng lặp **while** trong chỉ thực hiện khi $n - i^2 \leq i^2 \Rightarrow i^2 \geq \frac{n}{2}$

Suy ra:

$$\alpha_i = \begin{cases} 0, & \text{khi } i^2 < \frac{n}{2}. \\ 2i^2 - n + 1, & \text{khi } i^2 \geq \frac{n}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} G(n) &= 2 + 2n + \sum_{i=1}^n 2\alpha_i = 2 + 2n + 2 \sum_{i=\lceil \sqrt{\frac{n}{2}} \rceil}^n (2i^2 - n + 1) \\ &= 2 + 2n + 2(1 - n) \left(n - \left\lceil \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rceil + 1 \right) + 4 \left(\sum_{i=1}^n i^2 - \sum_{i=1}^{\lceil \sqrt{\frac{n}{2}} \rceil - 1} i^2 \right) \\ &= 2 + 2n + 2(1 - n) \left(n - \left\lceil \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rceil + 1 \right) \\ &\quad + 4 \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{\left\lceil \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rceil \left(\left\lceil \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rceil + 1 \right) \left(2\left\lceil \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rceil + 1 \right)}{6} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SS(n) &= n + 1 + \sum_{i=1}^n \alpha_i + 1 = n + 1 + \sum_{i=1}^n \alpha_i + \sum_{i=1}^n 1 \\ &= 2n + 1 + \end{aligned}$$