SENSE

林梦然

cqulinmengran@gmail.com

2014.2.20

理论

SENSE 成像由两部构成，**第一步**：预采样以得到所有相控阵线圈的低分辨率全 FOV 图像 S_i（i=1… N_c），然后利用下面公式得到每个线圈敏感度的估计：

$$C_j(x,y)=\frac{S_j(x,y)}{\sqrt{\sum_{j=1}^{Nc}S_j(x,y)^2}} \tag{1}$$

分母为各个线圈得到的地分辨率全 FOV 图像的均方。**第二步**：利用所有线圈采集到的部分 k 空间数据和线圈敏感度打开重叠的图像。

下面对第二步详细说明：以第 i 个线圈为例，假设全采样 k 空间数据 K 规模为 N x N，当进行欠采样后，相控阵线圈得到的 k 空间数据 Sk_i 规模为：$\frac{N}{R}$ x N（1D 采样）或者 $\frac{N}{R}$ x $\frac{N}{R}$（2D 采样），其中 R 为降采样因子。直接对 Sk_i 进行二维逆傅立叶变换后得到有叠影的空间域图像 A_i，SENSE 的思路就是找到各个叠影图像与目标图像 I 的数学关系，从 A_i 与 Sk_i 的数学关系开始推导如下：

$$
\begin{aligned}
A_i(u,v) &= \frac{R}{N^2}\sum_{x=0}^{N/R-1}\sum_{y=0}^{N-1} Sk_i(x,y)e^{2\pi j(\frac{ux}{N/R}+\frac{vy}{N})} \\
&= \frac{R}{N^2}\sum_{x=0}^{N/R-1}\sum_{y=0}^{N-1} K(Rx-(R-1),y)e^{2\pi j(\frac{u(Rx-(R-1)+(R-1))}{N}+\frac{vy}{N})} \\
&\vdots \\
&= Re^{2\pi j\frac{u(R-1)}{N}}\left(\frac{1}{N^2}\sum_{x=0}^{N}\sum_{y=0}^{N-1} K(x,y)S(x,y)e^{2\pi j(\frac{u(Rx-(R-1)+(R-1))}{N}+\frac{vy}{N})}\right)
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

$$\Downarrow$$

$$A_i(u,v) = Re^{2\pi j\frac{u(R-1)}{N}}(F^{-1}(S)*(C_iI))$$

其中 S 为采样矩阵，这样我们就得到了叠影图像值与理想图像值的关系，最终就是解决如下的方程组：

$$
\begin{bmatrix}
E_1(i,j) & E_1(i+\frac{N}{R},j) & \cdots & E_1(i+\frac{N}{R}(R-1),j) \\
E_2(i,j) & E_2(i+\frac{N}{R},j) & \cdots & E_2(i+\frac{N}{R}(R-1),j) \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
E_{N_c}(i,j) & E_{N_c}(i+\frac{N}{R},j) & \cdots & E_{N_c}(i+\frac{N}{R}(R-1),j)
\end{bmatrix}
\bullet
\begin{bmatrix}
I(i,j) \\
I(i+\frac{N}{R},j) \\
\vdots \\
I(i+\frac{N}{R}(R-1),j)
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
A_1(i,j) \\
A_2(i,j) \\
\vdots \\
A_{N_c}(i,j)
\end{bmatrix}
$$ （

3）

简写为：

$$EI(i:\frac{N}{R}:(i+\frac{N}{R}(R-1)),j) = A_{1:N_c}(i,j)$$

这是一个最小二乘问题：

$$F = (E^H E)^{-1}E^H$$

最终的结果为：

$$I = FA_{1:N_c}(i,j)$$

迭代每个 $A_{1:N_c}(u,v)$，最终可得到目标图像 I 。

对于 2D 采样，分析和 1D 一样。