

基于压缩传感的核磁共振成像方法研究



重庆大学硕士学位论文
(学术学位)

学生姓名：

指导教师：

专 业：软件工程

门 类：工学

重庆大学软件学院

二〇一六年四月

Magnetic resonance imaging research based on compressed sensing



A Thesis Submitted to Chongqing University
in Partial Fulfillment of the Requirement for the
Master's Degree of Science

By

Supervised by Prof.

Specialty: Software Engineering

School of Software Engineering of
Chongqing University, Chongqing, China

April 2016

摘 要

近年来,随着压缩传感理论的日渐成熟,该理论在核磁共振成像上的应用成为人们的研究热点。核磁共振成像是一种利用水中氢核的共振对检测区域器官进行图像重建的医学成像技术。应用该技术重建的图像具有较高的分辨率,可以更好的帮助医生进行诊断,然而其较慢的成像速度制约着核磁共振成像的进一步发展,在保证重建图像分辨率的前提下,如何减少采样数据从而提高成像速度成为该成像技术的核心问题,然而,采样频率一旦低于奈奎斯特频率,重建图像就会出现混叠现象。压缩传感的出现,为突破奈奎斯特频率从而进一步减少采样数据提供了新思路。因此,本文在深入研究压缩传感以及核磁共振理论后,对基于压缩传感的核磁共振成像方法进行了研究。主要研究工作和创新如下:(1)针对在压缩传感中独立使用全局或局部稀疏字典所分别导致的图像细节或整体图像结构信息的丢失,提出了一个联合利用局部稀疏和全局稀疏约束来捕捉核磁共振图像的局部和整体结构信息的重建模型。我们分两步来解决该模型:首先,学习局部稀疏字典,然后对图像块进行稀疏编码;其次,联合利用局部稀疏和全局稀疏约束来进行图像重建。模拟实验表明,本文提出的 GLSMRI (Global and Local sparse MRI) 超过了现有的仅利用局部稀疏结构或全局稀疏结构的方法。几个重要参数的选取原理也被阐述。将来的工作将着眼于:开发更为鲁棒的局部稀疏字典和使用自适应的全局稀疏字典来改善重建质量。(2)针对实时动态成像中帧差不满足高斯分布的问题,提出了结合运动约束和稀疏约束的实时动态核磁共振成像模型。在求解时,我们利用像素的方差来估计加权矩阵,并在压缩传感框架下进行求解。实验结果表明:通过与卡尔曼滤波方法作对比,本文的重建方法在模拟数据和动态心脏数据上具有更好的重建性能。将来的工作将致力于寻找更好的运动检测模型,此外,我们会通过并行计算的方式来进一步加速我们的成像速度。

关键字: 核磁共振成像, 动态成像, 静态成像, 压缩传感, 字典学习

ABSTRACT

In recently years, MRI(magnetic resonance imaging) based on compressed sensing has become a hotspot with the development of compressed sensing. MRI is a medical imaging technique which exploits the resonance of hydrogen nuclei in water to detect regional organs. The reconstructed image using MRI has a high resolution and can help doctors to diagnose better. However, MRI has a slower imaging speed which restricted its further development. With the premise of image resolution, improving imaging speed by reducing sampling data has become the core problem. However, the reconstructed image will occur artifact if the sampling frequency bellows Nyquist frequency. Compressed sensing provides a new idea for breaking the Nyquist frequency. Therefore, this thesis manly focuses on compressed sensing-based MRI methods after going into the theories of compressed sensing and MRI. In this thesis, the main research work is arranged as follows: (1) It will respectively result in the losses of image details or overall structures of MR images when the compressed sensing-based methods use the global sparse dictionaries or local sparse dictionaries separately. In order to solve this problem, the thesis proposed a novel imaging model combining both local and global sparse constraints to capture details and overall structures of MR images. Firstly, the local sparse representations are trained from specific image. Secondly, traditional analytical dictionaries are used to promote global sparse performance of the MR images. Finally, the reconstruction is solved using a nonlinear conjugate gradient with known local and global sparse constraints. This procedure is repeated iteratively to improve the quality of reconstruction. Experimental results demonstrate a better image quality comparing with the DLMRI (dictionary learning MRI). Meanwhile, this thesis describes several important parameters of the imaging model. The future work will focus on developing more robust local sparse dictionary and using an adaptive global sparse dictionary to improve the quality of image.(2) With the consideration of the fact that the system noise in real-time dynamic MRI do not fit Gaussian, the thesis proposed an model which reconstructs images using a hybrid optimization procedure that combine motion and sparse constraints. The proposed model uses the variance of the voxels to derive an estimation for weighting matrix and is implemented in the compressed sensing framework. Experimental results demonstrate a better image quality comparing with the Kalman filter based method on simulated phantom and cardiac MRI cine datasets. Future work will focus on better

motion estimation methods . In addition, the imaging method will be implemented using parallel-computing hardware to further speed up the reconstruction.

Keywords: MRI, dynamic MRI, static MRI, compressed sensing, dictionary learning

目 录

中文摘要.....	I
英文摘要.....	II
1 绪论	1
1.1.研究背景.....	1
1.2.国内外研究现状.....	2
1.3.本文的研究内容.....	5
1.4.论文的结构安排.....	6
2 压缩传感理论与核磁共振成像相关技术研究	8
2.1.核磁共振成像.....	8
2.2.压缩传感理论.....	9
2.2.1.采样定理.....	9
2.2.2.信息冗余以及数据压缩.....	10
2.2.3.传统的压缩方式.....	12
2.2.4.压缩传感.....	13
2.2.5.应用领域.....	15
2.3.压缩传感在核磁共振上的应用.....	16
2.4.本章小结.....	16
3 联合局部和全局稀疏表示的核磁共振图像重建方法	18
3.1.基于 DLMRI 算法的静态核磁共振成像.....	19
3.2.GLSMRI 成像模型.....	19
3.3.模型求解.....	20
3.4.实验结果与讨论.....	22
3.4.1.实验结果.....	23
3.4.2.讨论.....	33
3.5.本章小结.....	34
4 基于弹性网络的实时动态核磁共振成像	35
4.1.基于卡尔曼滤波的实时动态核磁共振成像方法.....	36
4.2.Elastic-net 成像模型.....	37
4.3.模型求解.....	39
4.4.实验结果与讨论.....	39
4.4.1.实验结果.....	40
4.4.2.讨论.....	47
4.5.本章小结.....	48
5 总结与展望.....	49
5.1.总结.....	49

5.2.展望.....	49
致 谢	51
参考文献.....	52

1 绪论

1.1. 研究背景

为了避免出现混叠现象,传统的核磁共振成像(Magnetic Resonance Imaging, MRI)需要满足奈奎斯特采样定理,然而采集出来的数据存在大量的冗余信息,同时采集数据是一个很耗时的过程,因此这在很大程度上限制了核磁共振成像速度。提高核磁共振的成像速度非常重要,尤其体现在以下实际应用中:实时动态核磁共振成像、动态对比增强核磁共振成像、血管成像和功能成像。因此寻找基于少量采集数据并且不影响图像质量的成像方法是目前的研究热点。压缩传感理论可以通过少量非相干测量值重构出原信号,从而减少重构时间。这一性质恰好可以解决核磁共振成像问题,因此基于压缩传感的核磁共振成像是目前主流的研究方法^{[1][2]}。

目前,压缩传感已经应用于医学成像,人脸识别,视频编码等诸多领域。其中核磁共振成像是一种具有缓慢数据采集过程的医学成像技术,在保证重建图像分辨率的前提下缩短数据采集的时间可以减轻患者的痛苦。核磁共振成像如果要成功应用具有大幅度减少采样数据的性质的压缩传感需要满足两个关键条件^[1]: 1) 待重建图像是稀疏的或是具有稀疏表示的; 2) 采样数据是不相干的或是随机的。稀疏性是压缩传感的先决条件,由于大部分核磁共振图像都具有稀疏性,甚至有些图像在图像域就是稀疏的,比如血管,而一些比较复杂的图像,如人脑,虽然在图像域不是稀疏的,但是在一定的变换域如小波域下是稀疏的。因此,核磁共振图像满足压缩传感的稀疏性先决条件,也就说明可以利用压缩传感来解决核磁共振成像问题^[3]。压缩传感在核磁共振成像应用中具有很好的发展潜力,然而,该理论还不够成熟,待解决的问题还有很多。比如:如何设计快速有效的稀疏算法、如何利用压缩传感来对核磁共振图像进行去噪,以及设计一种稳定且能够求出最优图像的重构算法等等。尽管如此,压缩传感在实时动态核磁共振成像、动态对比增强成像、心脏成像、血管成像以及功能成像上仍然具有很好的应用前景。随着研究的进行、压缩传感理论的逐渐成熟,核磁共振扫描硬件的提高,该技术一定会广泛应用于核磁共振成像的实际应用场景^[1]。

在核磁共振成像中,数据采集的成本要大于图像重建的成本,因此,减少采集数据就成为一个吸引人的问题,而压缩传感为解决这个问题提供了契机。如果能够将压缩传感成功应用于核磁共振成像问题,那么就可以大幅度减少对测量数据的扫描。传统的等间隔采样必须遵守奈奎斯特采样定理,在这种采样模式下,采样数据量大,并且数据中含有大量的冗余信息。而压缩传感则要求随机采样,从

而有效的避免了对冗余信息的采集。无论是二维图像还是三维图像，只要满足压缩传感的条件，就可以大幅减少对数据的测量，从而缩短重构时间。成像速度快并且重构图像质量高无论是从病人的角度还是从医生的角度来讲，都具有重要的意义^[1]。

1.2. 国内外研究现状

压缩传感理论的三篇奠基性论文是 Candes、Dohnoho 和 Tao 于 2006 年发表的。Candes^[6]指出，对于一个稀疏信号 f ，可以从它的部分变换域信息 f^{\wedge} 近似或准确的恢复出 f ，这个恢复过程是典型的线性规划问题。Dohnoho 主要讨论了如何从测量数据中准确的重建出原信号^{[2][4][6]}，并将信号的稀疏采样理论定义为压缩传感，同时重点研究了具有比较好的重建效果的追踪算法^[4]。Tao 独立证明了传感矩阵需要满足的条件^[6]。

压缩传感主要涉及信号的稀疏性，感知信号的获取与重建。该理论是一种线性的不完全信号获取方法，突破了奈奎斯特采样定理，开创了信号处理研究的新纪元。自压缩传感理论问世以来，就出现了一系列的研究成果，其主要侧重于稀疏性分析、测量矩阵或传感矩阵的设计以及重建算法的优化。下面将简要回顾一下这些研究成果^[4]。

信号的稀疏性是压缩传感理论应用的前提，然而自然界中的信号几乎都是不稀疏的，因此对信号进行稀疏建模是压缩传感理论应用的一大难点。练秋生^[7]将轮廓波作为图像的稀疏变换，首先将图像分解为一个低频子带和具有不同分辨率的高频子带，针对高频子带做希尔伯特变换来获得二维解析信号，然后用一组方向滤波器对该解析信号进行分解，最终构造出具有平移不变性的轮廓波变换，实验结果表明该变换具有提供良好的稀疏建模性能。吴巧玲^[8]提出一种利用非下采样轮廓波变换来对图像稀疏化的方法，该方法需要保留低频子带的分解系数，实验表明该方法可以在保证图像质量的前提下提高成像速度。此外，还有一些研究使用混合稀疏变换来对信号进行稀疏化，从而减少运算时间并提高了重建信号的精度^[4]。Aharon^[9]等人提出利用 k 奇异值分解来设计超完备字典。

Elad^[10]将压缩传感中的随机测量矩阵作为优化目标，从测量矩阵的随机性上改进了压缩传感的重建性能；Applebaum^[11]采用线性调频序列来对测量矩阵进行构建，从而实现信号的测量与重建；在实际的采样数据中，往往带有不同程度的噪音，为此，Herman^[12]讨论了在有噪声情况下的压缩传感理论中测量矩阵的设计，进而提出了信号准确重建的模型。目前，压缩传感理论中的测量矩阵大多采用满足高斯分布的随机测量矩阵，在优良的随机测量矩阵的作用下，可以以较高的概率恢复出原始信号，因此，在理论上理想的测量矩阵可以使信号得到近似完

美的重建,进而使得信号的精确重建成为一个需要解决的问题。此外,如何在硬件上实现随机采样也是待突破的问题。

Ma^[13]利用逆尺度空间中的曲线波阈值化方法从反应-扩散方程的角度提出一种信号重建算法;文献 Blumensath^[14]将递归硬阈值算法应用于压缩传感逆问题中,并对该算法进行了理论分析与实现;Rauhut^[15], Candes^[16]将冗余字典作为稀疏变换来对重建信号进行稀疏化,应用在压缩传感上,实验表明:采用冗余字典可以获得比较好的重建细节;受系统识别的启发, Jin^[17]提出利用随机梯度自适应滤波框架来解决稀疏信号重建问题,实验效果表明该算法可以有效的抵抗噪音。

国内对于压缩传感理论的研究起步比较晚,但在该理论的应用研究方面上也取得了一定的成绩。刘长红^[18]对基于压缩传感的手写字符识别进行了研究;练秋生^[19]在基于压缩传感的 CT 图像重建方面上做出了成果;傅迎华^[20]研究了压缩传感重建算法里求解线性方程的近似 QR 分解算法,利用 QR 分解来对测量矩阵进行近似分解,实验结果表明该改进可以产生比较好的重建效果^[17]。此外,国内诸多学者对压缩传感理论的普及和发展也做出了贡献^[4]。

在应用层面上,随着压缩传感理论的日渐成熟,压缩传感技术的应用也成为人们的研究热点。从 MRI RF 脉冲设备到编码孔径相机,从单像素照相机到压缩传感滤波器,这些压缩传感的硬件推进了压缩床理论的实用化。

从上面的论述可以看出,压缩传感可以应用的前提条件是对信号进行稀疏化,而信号得以精确重建的关键在于测量矩阵的设计和重建算法的选择^[4]。在基于压缩传感的核磁共振成像研究中,信号的稀疏表示,精确的实时动态核磁共振成像是我们研究的重点。下面对压缩传感在核磁共振图像重建里的研究现状进行总结:

核磁共振成像是当前医学领域里一种重要的检测手段,然而,缓慢的成像速度制约着该成像技术的进一步发展,提高成像速度是目前急需解决的问题。国外学者在基于压缩传感的核磁共振重建技术的研究上已经取得了一些成果,而国内学者在该领域的应用研究仍然处于起步阶段。

Lustig 率先将压缩传感理论应用到核磁共振成像领域,他提出了 k-t SPARSE 方法,该方法将小波变换作为图像的稀疏变换,并在时间方向上通过傅立叶变换来稀疏化信号,从而成功将该领域应用于心脏成像。Lustig 提出了基于压缩传感理论的 SparseMRI(Sparse MRI Reconstruction)^[3]算法,并采用非线性共轭梯度来对核磁共振图像重建问题进行求解。Lingala^[21]针对下采样的 k-t 空间数据,提出了一种利用稀疏性和低阶结构来重建动态核磁共振图像的新方法,该方法通过确定时间基函数和空间权重来达到联合利用时间相关性和空间相关性的目的,因此可以获得比较好的重建效果。压缩传感在核磁共振上的研究基本限于二维空间,对

三维图像的研究很少，尤其是在三维核磁共振图像的重建上^[1]。三维图像^[22]所含信息量非常大，若满足传统的奈奎斯特采样定理，对数据的处理不仅耗时也不利于病人的身体，而三维立体诊断结果可以更好的帮助医生对病人的病变区域进行诊断，确诊。因此，将压缩传感应用于三维图像重建是一个难度大但具有应用前景的研究课题。目前，将压缩传感应用于三维图像的重构来缩短成像时间已经取得了一些成果。这方面的研究主要有：基于压缩传感理论的大腿肌肉中的磷酸肌酸三维快速成像，该应用将主成分分析方法作为稀疏变换并采用相位编码来对图像进行分割，然后采用基于 k - t 稀疏技术的重构算法对图像进行重构^[23]；

Montefusco^[24]提出了基于图像梯度稀疏性的快速成像算法，该文献表明目前得到的核磁共振图像大部分是基于少量的频域空间采样数据，这种方式会引起图像分辨率的降低，为此，提出了加强图像体积的梯度稀疏性的重建模型，该模型可通过收敛迭代过程中的惩罚函数来进行前后分割解决。在核磁共振成像领域，动态成像是一个很重要的应用方向，动态成像技术发展已经有 20 多年，其中出现了很多经典的成像方法。根据所利用的时空相关性的不同，动态成像主要包含^[25]：

1) 只利用时间冗余信息重构图像的成像方法。如：1995 年 Doyle.M 提出的 BRISK^[26]方法，该方法利用动态数据时间轴方向的相关性，对时间方向的冗余信息做傅立叶变换。2) 先利用时间冗余信息，再利用空间冗余信息，如：Kellman 提出的 TSENSE^[27]方法，该方法是 SENSE 在动态核磁共振中的应用。SENSE^[28]是并行核磁共振成像中经典的图像域重建方法，而 TSENSE 是将 SENSE 的重构结果与相应的时间变换函数做卷积，其中，时间变换函数通常为时间轴方向上的低通脉冲响应。但是，TSENSE 的重构图像的细节往往会受到抑制，为了获得更多的图像细节，TSENSE 需要用信号的高频部分来对重构结果进行修正。3) 将空间和时间的冗余信息结合的成像方法。如：Tsao 提出的 UNFOLD^[29]方法，该方法将 k - t 空间分成一个个网格进行采样，对 k - t 空间的下采样数据做傅立叶变换就得到了 x - f 空间数据，该空间的数据表现为一个个时间段的数据，所以在 k - t 空间中数据量最多的网格对应到 x - f 空间中就是数据量最多的时间段^[25]，这样就可以选出数据量最多的几个时间段还原图像，一定程度上加快了重构速度，但是网格的分割工作比较复杂，另一方面又制约了重构速度，Tsao 在 2003 年提出了 k - t BLAST^[30]和 k - t SENSE^[30]方法，这两个方法分别应用于单线圈和多线圈采样，这两个方法在 k - t 空间中对数据进行采样，将采样所得数据通过点扩散函数重构成图像，Jung 与 2009 年提出 k - t FOCUSS^[31]，该方法着重于研究图像的重构算法，在原 k - t BLAST 方法基础上加入压缩感知，大大提高了重构图像的质量。

目前，国外学者已经针对压缩传感理论在核磁共振成像上的应用上取得了一些成果，国内学者在核磁共振成像的应用尚处于起步阶段。

在基于压缩传感理论的 MRI 重建中, 屈小波深入研究了核磁共振图像的稀疏性, 并取得了一些研究成果: 文献^[32]提出将轮廓波作为核磁共振图像的稀疏变换, 并采用迭代阈值法来对图像进行重构, 能够较好的重建核磁共振图像的曲线和边缘, 文献^[33]提出利用块的方向性小波来对图像进行稀疏化, 该方法在保留图像边缘方面比传统的稀疏重建方法取得了更好的效果。

综上所述, 压缩传感在核磁共振成像上的应用尚不成熟, 虽然取得了一些成果, 但是待解决的问题还有很多, 而我国在这方面的研究尚处于起步阶段, 真正解决实际核磁共振图像重建问题的成果较少, 其中主流成像方法在实时动态成像上是无法胜任的, 这一系列的问题需要我们继续深入研究, 从而让基于压缩传感的核磁共振图像重建走向实用。

1.3. 本文的研究内容

压缩传感理论通过信号所携带的信息量而不是传统的信号的傅立叶带宽来决定信号的采样率, 它的建立和发展为利用系数信号处理技术解决实际信号处理问题奠定了理论依据, 可广泛应用于核磁共振成像方面。将压缩床理论应用到核磁共振图像重建需要解决的一个关键问题是: 如何设计稀疏变换, 使得信号具有更优的稀疏表示; 以及在实时动态成像上如何更快更好的捕捉运动信息。因此本文主要研究也是围绕着这两个问题而展开的, 具体表现在如下两个方面:

压缩传感^[34-38]具有可以从少量随机采样数据中恢复信号的性质, 因此, 可以应用于核磁共振图像的重建问题, 进而发展成为核磁共振成像领域里主流的成像技术, 如 CS-MRI^[3]。压缩传感要求待重建的信号在稀疏字典或稀疏变换(本文统称为稀疏字典)下具有稀疏表示, 目前的稀疏字典主要分为两类: 全局稀疏字典和局部稀疏字典。然而, 独立使用全局或局部稀疏字典, 会分别导致图像细节或图像整体结构信息的丢失。在静态成像上, 本文提出一个联合利用局部和全局稀疏字典来表示图像稀疏结构的成像模型(GLSMRI), 既保证了图像的整体结构信息, 也较好地保留了比较精细的图像细节, 克服了单独使用全局或局部稀疏字典所带来的问题。

为了在扫描的过程中就可以检测到物体的运动, 就需要实时动态成像。解决此类问题的方法有: Bilen 的光流法, 该方法将先前帧的像素迁移到当前帧, 并通过压缩传感来重建图像。然而, 使用简单的将引用帧的像素移动到当前帧的策略往往导致重建的图像质量不高。由于卡尔曼滤波可以通过测量值来预测变量, 因此可以应用于动态核磁共振成像。比如, KF-CS 模型将压缩传感和卡尔曼滤波结合起来重构稀疏冗余信号。sumbulet 用一个离散线性系统来对动态核磁共振成像问题进行建模, 然后通过卡尔曼滤波逐帧的对图像进行重建。对于非笛卡尔采样,

通过忽略卡尔曼滤波中的协方差中的非对角元素来简化卡尔曼滤波的计算。对于笛卡尔采样, Feng 将图像分割成列, 对于每一列都独立使用卡尔曼滤波来进行重建。在先前的工作中, 我们通过将卡尔曼滤波作为优化目标并附加稀疏约束来改进 Feng 提出的模型。然而, 在 Feng 的模型中, 卡尔曼滤波的系统噪声实际上是两个连续帧的帧差而不是高斯随机噪声, 因此违背了卡尔曼滤波的条件。在本文工作中, 考虑到帧差是由物体的运动引起的并且帧差是稀疏的, 我们提出使用弹性网络模型来描述物体的实时动态特征。重建模型结合了保证稀疏的 L_1 约束项和捕捉帧差的 L_2 约束项。本文提出的成像模型不需要卡尔曼滤波的对测量噪声的高斯随机分布的假设。在实验部分, 本文采用模拟数据和心脏电影数据来对模型进行验证。

1.4. 论文的结构安排

在后续章节中, 本文首先介绍了采样定理, 压缩传感基本理论, 并引出了压缩传感在核磁共振成像上的应用, 以及所面临的问题, 然后分别在静态成像和实时动态成像上介绍了本文提出的成像方法。全文分五章, 各章节的具体安排如下:

第一章为绪论, 主要对压缩传感理论以及在核磁共振成像上的应用进行了介绍, 指出研究背景和意义, 并给出本文的内容安排。

第二章主要对压缩传感理论、核磁共振成像原理以及压缩传感在核磁共振成像领域里的应用进行概述。本文首先从采样定理出发, 引出如果采用等间隔采样进行信号重建必须要满足奈奎斯特频率。接着总结了先采样再压缩的传统压缩方式为, 并指出了传统压缩模式的数据浪费的缺陷, 进而引出本章的重点: 压缩传感理论。然后通过举例来说明压缩传感必须要满足的: 随机采样和稀疏表示的两个特点, 并引出压缩传感的数学模型以及其 l_1 范数的稀疏优化求解模型, 同时解释了为什么要选取 l_1 范数作为优化目标。此外, 我们还介绍了几个压缩传感的实际应用。紧接着, 本文通过概述核磁共振成像原理引出核磁共振成像所面临的问题, 进而引出压缩传感在该领域的应用, 通过分析发现, 压缩传感正好适用核磁共振成像问题。最后的实验结果也表明, 压缩传感具有比较好的重建结果。

第三章提出了一个新颖的联合利用局部稀疏和全局稀疏约束来捕捉核磁共振图像的局部和整体结构信息的重建模型。我们分两步来解决该模型: 首先, 学习局部稀疏字典, 然后对图像块进行稀疏编码; 其次, 联合利用局部稀疏和全局稀疏约束来进行重建。模拟实验表明, GLSMRI 超过了现有的仅利用局部稀疏结构或全局稀疏结构的方法。几个重要参数的选取原理也被阐述。将来的工作将着眼

于：开发更为鲁棒的局部稀疏字典和使用自适应的全局稀疏字典来改善重建质量。

第四章提出了结合运动约束和稀疏约束的实时动态核磁共振成像模型。实验结果表明：通过与卡尔曼滤波方法作对比，本文的重建模型在模拟数据和动态心脏数据上具有更好的重建性能。将来的工作将致力于寻找更好的运动检测模型，此外，我们会通过并行计算的方式来进一步加速我们的成像速度。

第五章对全文进行了总结并对将来的工作进行了展望。

2 压缩传感理论与核磁共振成像相关技术研究

本章主要介绍了核磁共振成像的原理、压缩传感理论以及压缩传感在核磁共振成像上的应用。

2.1. 核磁共振成像

自诞生至今，核磁共振已有十几年的历史，该技术及应用不断发展，特别是近几年的发展更加迅猛，目前该技术已经过得了六次 Nobel 奖。

从本质上来讲，核磁共振成像是用硬件的方法实现傅立叶变换，因此对人体扫描得到的是相应的频域数据，对采集得到的数据做逆傅立叶变换就得到了医生诊断所需的空域图像，流程如图所示：

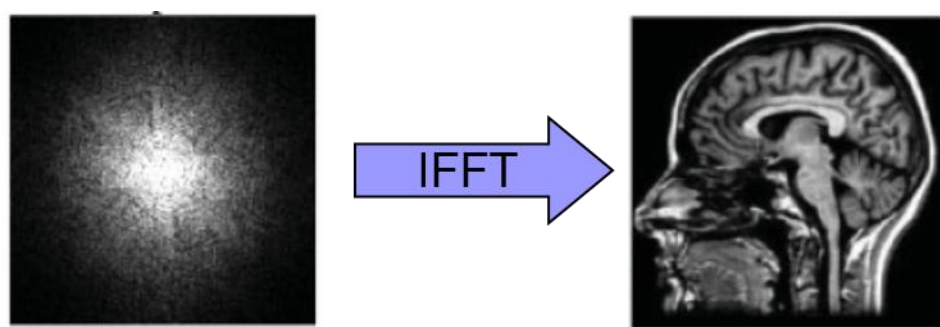


图 2.6 成像原理^[3]

Figure 2.6 The imaging principle^[3]

尽管核磁共振技术已经广泛应用于临床诊断中，但是其扫描速度慢是其在很多应用中的一大瓶颈，缓慢的扫描速度导致运动伪影的产生，也给动态成像带来困难。获得高分辨率医学图像对核磁共振成像技术提出了更高的要求，因此在保证图像质量的情况下如何提高成像速度已经成为当前的研究重点。

目前核磁共振成像技术的成像速度慢 ~~wanting~~ 主要受扫描时间的限制，较长的扫描时间使得患者难以忍受，并且扫描过程中病人必须保证绝对静止，这给实时成像带来困难。目前常用的解决方案是需要硬件支持的并行成像，它采用相控阵线圈同时接受感应信号，并对空间位置信息进行编码，从而实现大幅度的扫描时间，提高成像速度。但是其降采样因子不能过高，由于空间信息有限，当数据采集过少时，重建图像的伪影较为严重。其次，通过数学的办法利用少量采样数据来提高成像质量也是当前的研究热点

2.2. 压缩传感理论

相比于传统的数据压缩方式，压缩传感最鲜明的特点是绕过了采样后再压缩这个比较低效的环节，利用传感矩阵直接获得稀疏信号或者可压缩信号的特征信息。如果对具有稀疏表示的原信号进行随机采样，那么可以在突破奈奎斯特的条件下恢复出原信号。为了更好的理解压缩传感，本章首先介绍采样定理，进而引出传统数据压缩方式需要满足的奈奎斯特频率，其次介绍图像、声音以及视频信息在数字化过程中所产生数据冗余类型，以及相应的去冗余策略，接着本章总结了这些传统去冗余策略的特点，最后引出压缩传感理论的模型以及实现，最后本章简单介绍了压缩传感理论的应用领域。

2.2.1. 采样定理

如果采样足够密集，一个连续信号完全可以用其在等时间间隔点上的采样值来表示，并且可以通过这些样本值把信号全部恢复出来，这就是采样定理的内容^[69]。采样定理的重要性在于它在连续时间信号和离散时间信号之间起到桥梁作用^[69]。在一定条件下，一个连续时间信号可以由它的样本完全恢复出来，这样就为离散信号表示连续信号提供了理论依据，因为在很多方面，离散信号的处理要比连续信号的处理更为灵活、方便。这主要归功于过去几十年数字技术的飞速发展产生了大量廉价，可编程的离散时间系统硬件。采样的概念使人们想到利用离散时间系统技术来实现连续时间并间接达到处理连续时间信号：先通过采样把连续时间信号转换为离散时间信号，然后利用离散时间系统对该离散时间信号进行处理，最后，再将离散时间信号转换到连续时间中^[69]。

为了建立采样定理，我们用 $x_p(t) = x(t)p(t)$ 来表示一个带限（即信号的傅立叶变换在某一有限频带范围外均为零）连续时间信号 $x(t)$ 在均匀间隔上的采样^[69]，图 1 中左图红色点代表 $x_p(t)$ ，用 ω_M 代表 $x(t)$ 的最高频率，其中采样函数 $p(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$ ， T 称为采样周期， $\omega_s = 2\pi/T$ 为采样频率。

由傅立叶变换的相乘性质，我们可得到 $x_p(t)$ 的频谱 $X_p(j\omega)$ 为：

$$X_p(j\omega) = \frac{1}{2\pi} [X(j\omega) * P(j\omega)] \quad (2.1)$$

其中： $X(j\omega)$ 为原信号 $x(t)$ 的频谱， $P(j\omega)$ 为 $p(t)$ 的频谱，表示为：

$$P(j\omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - k\omega_s) \quad (2.2)$$

由 2.1,2.2 可得：

$$X_p(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(j(\omega - k\omega_s)) \quad (2.3)$$

这就是说, $X_p(j\omega)$ 是频率 ω 的周期函数, 它由一组移位的 $X(j\omega)$ 叠加所组成, 但幅度为原信号频谱的 $1/T$ 倍。当 $\omega_s > 2\omega_M$ 时, 互相移位的这些 $X(j\omega)$ 并不发生重叠, 因此就能够用一个低通滤波器从 $x_p(t)$ 中恢复出与原信号 $x(t)$ 完全一致的重建信号 $x_c(t)$ (图 2.1 中右图虚线), 这一基本结果称之为采样定理。采样定理要求采样频率必须大于 $2\omega_M$, 而该频率 $2\omega_M$ 就称为奈奎斯特频率。

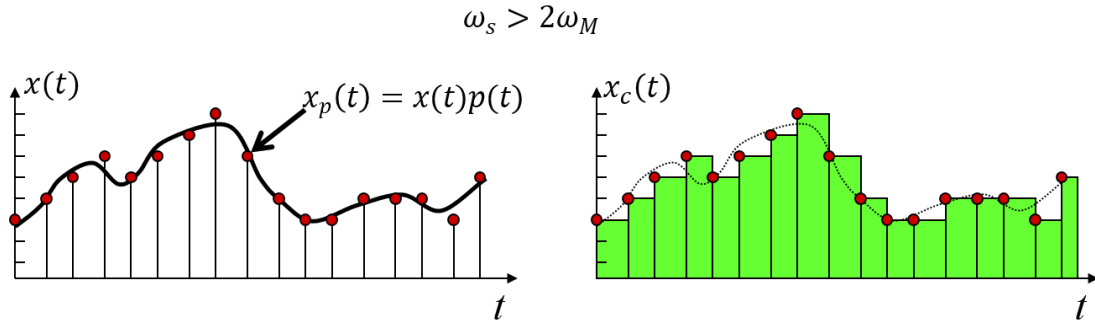


图 2.1 原信号 $x(t)$, 采样信号 $x_p(t)$ 与恢复的信号 $x_c(t)$

Figure 2.1 The original signal $x(t)$, sampling signal $x_p(t)$ and recovered signal $x_c(t)$

很明显, 有无限多个信号都可以产生一组同样的样本值。然而, 如果一个信号是带限的, 并且采样足够密集, 那么就可以从这一组样本值中唯一的恢复出原信号, 这个结果就是采样定理。该定理在数字信号处理的实际应用中极其重要。

2.2.2. 信息冗余以及数据压缩

图像、声音以及视频信息在数字化过程中, 会产生冗余数据^[70]。冗余的具体表现形式通常可以分为: 空间冗余、时间冗余和编码冗余。一般而言, 静态图像中会存在一定的空间冗余。一副图像中, 存在着较大的背景, 其背景中所有像素点的光强、色彩、以及饱和度的相识程度都是非常接近的, 这种冗余表为在空间上的连续性, 被称之为空间冗余。相较于空间冗余, 时间冗余的存在方式就是在有时间维度的媒体信息中, 即声音和视频, 在视频信息中, 相邻的图像帧往往包含着相同或者相似的背景和物体, 只是在不同的时间帧中, 物体所处的位置不同而已, 相邻时间帧之间数据的这种相似性就被称之为时间冗余。编码冗余还被称作信息熵冗余, 由信息论所述, 一副图像中的一个像素应该按照其信息熵的大小来分配对应的比特数表示即可^[70]。而图像数据中, 每个像素的信息熵是难以得到的, 因此在实际的图像数据中, 都采用相同的比特数来表示每个像素, 这样就很难得到最佳编码, 必然存在着一定的冗余, 这种冗余被称之为编码冗余。

人眼的结构导致人理解图像并不像数据存储在二进制介质上面那般, 人眼对图像场上均匀或者线性变化的敏感度很低。例如, 对一些失真的情况并不敏感,

没法察觉到图像中某些细微的变化,即使直接丢失这些细微的变化信息,人眼也不能感受到。因此,在一定范围内,量化误差导致的图像变化就不能被人眼所察觉。通常的原始数据的记录方式是建立在人眼视觉系统是均匀和线性的假设之上的,这导致视觉不敏感部分会得到和视觉敏感部分的同等对待,产生了比理想编码更多的数据,这种冗余就称之为视觉冗余^[70]。

图像中所蕴含的某些信息是人们已经存在的先验知识。例如,人的面部图像有固定的结构,五官的分布就是一些常识。这些有规律的结构信息可以通过人的先验知识或者背景知识的方式获得,常识性知识产生的这类冗余称之为知识冗余。图像的存储只需要保存一些特征参数,再加上已有的知识构造出来某些图像中的一些现成的基本形状和相应的图像库,就能大大减少数据量,知识冗余是模型编码利用的主要特征

结构冗余是指视频图像中存在很强的有规律的纹理结构或者自相似性^[70]。一些图像的纹理部分,像素之间存在着明显的分布模式,例如,有一定规律的几何形状。如果能已知其某种分布的模式,就可以通过数学方法生成图像。

经过几十年的研究,虽然人们已经找到了一些数据压缩方法来去除这些冗余,但是离达到理想程度的距离还很遥远。

常用来解决空间冗余的方法有两种。第一种是基于预测的方法,对采样空间进行预测和估计,能够去除空间过采样导致的冗余。一般基于自适应滤波器理论的来设计方法,用周边的像素点来预测当前的像素点。第二种是使用变换编码的方法,即正交变换,先将空间域图像信号的像素矩阵变换到频域去处理,再根据不同频率信号对视觉质量的贡献度大小进行数据表达和比特再分配。这样就可以纠正空间域上均匀采样带来的不合理。与此同时比特再分配的过程中如果加上考虑去除视觉冗余的需要,并且省略过分精细的高频分量,就能达到有效压缩的目的。20世纪60年代视频编码领域引入了变换编码,到了70年代初期,人们就已经发现了对于去除空间冗余的方法中,变换编码是性能最好的。当然,基于预测和基于变换的这两种方法也是可以结合在一起使用的。

对于解决时间冗余的方法,一般是使用基于预测的方法,即时间域预测编码。变换方法不太适合的主要原因是,在时间轴方向上的视频信号的采样是离散的,因此对这个方向上变换操作的实施缺乏依据。于1952年^[70]提出的预测编码,同年就用于视频信息的编码,被作为空间编码技术来使用。运动补偿预测技术于1959年突出,极大的改进了预测编码的性能。预测编码与变换编码结合使用的情况在20世纪70年代中期开始出现,直到预测/变换混合编码的编码结构于80年代成形。预测/变换混合编码结构中,预测可以在多个帧之间进行,中间帧

主要通过运动向量比例因子来预测，而其中变换编码被用于插值编码。双向预测技术于 80 年代末期被提出，并且沿用至今。

对于编码冗余，熵编码于 20 世纪 40 年代后期提出，60 年代后去被开始用于食品编码领域^[70]，80 年代中期的二维变长编码以及更晚一些的算术编码是熵编码的典型应用形态。

2.2.3. 传统的压缩方式

上述传统的压缩方法总结起来就是：先采样，再压缩。以相机拍照为例来详述该数据压缩过程：相机的感光单元 CCD 曝光后采样得到原数据，其数据量很大，不方便进行存储和传输，于是在正交基小波变换下计算得到投影数据，并以一定的压缩比选取其中比较大的数据，并对其位置信息进行编码，这两部分数据就是最终得到的压缩数据，该数据可以方便的进行存储和传输，接收端接收后解压缩即可，流程如图 2.2 所示：

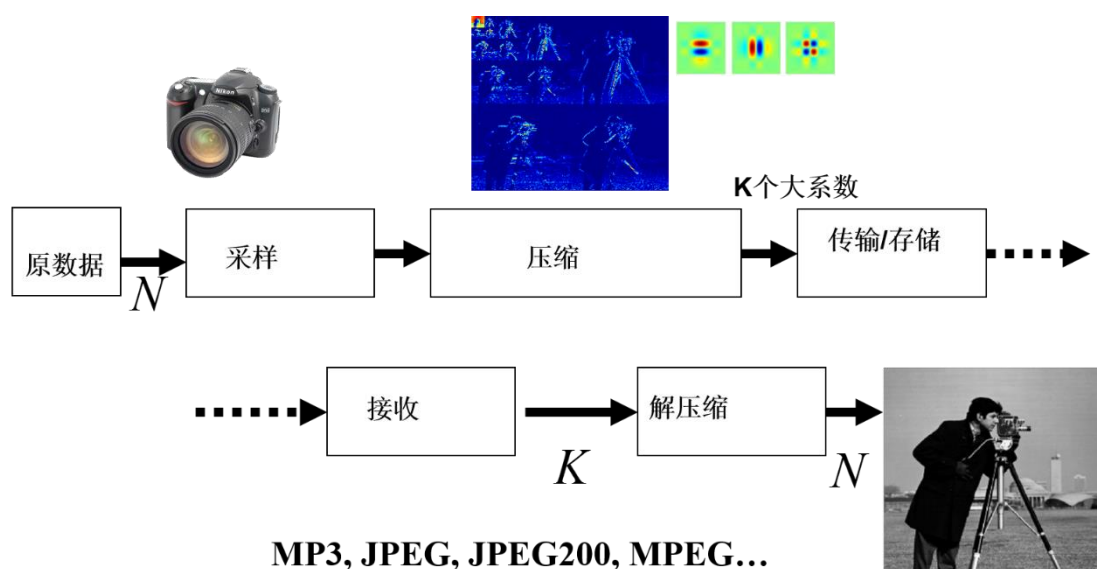


图 2.2 传统的压缩流程

Figure 2.2 The traditional compressive process

为了重建原信号，需要计算所有的投影数据，然后从中选取 K 个幅值较大的数据，并对其进行位置编码，而剩余的幅值较小的投影数据全部被舍弃。在这种方式下，当原数据比较大，并且压缩比也比较大的时候，就会造成大量数据的浪费。例如：在音频处理中的 MP3，AAC 标准会丢掉 90%（10: 1 的压缩比）的数据，图像处理中的 JPEG，JPEG2000 标准会丢掉 95%（20: 1 的压缩比）的数据，视频处理中的 MPEG2，MPEG4 标准会丢掉 97.5%（40: 1 的压缩比）的数据。

2.2.4. 压缩传感

相比传统的压缩方式，压缩传感绕过了采样后再压缩这个比较低效的环节，其利用传感矩阵直接获得稀疏信号或者可压缩信号的特征信息。

压缩传感表明：如果对具有稀疏表示的原信号进行随机采样，那么可以在突破奈奎斯特的条件下恢复出原信号。为了描述压缩传感的这一特点，我们通过图 2.3 的实验来进行说明。如图 2.3 所示：图中左上中的绿色点代表对原信号进行随机采样，红色点代表对原信号进行等间隔采样。右上是原信号的频谱，左下是等间隔采样信号的频谱，右下是随机采样信号的频谱。通过对比三个频谱图发现等间隔采样下的频谱的混叠现象已经把原信号的频谱淹没，而随机采样下的频谱的混叠结果更像是随机噪声。因此，通过对比两种采样模式下的频谱图，发现在随机采样模式下可以更容易从采样信号恢复出原信号，换句话说，可以通过随机采样信号完美的恢复出原信号。

为了实现压缩传感，需要满足以下三个条件：第一，压缩传感要求采样是随机的，第二压缩传感要求原信号具有稀疏表示（图 2.3 中的信号在恒等变换下具有稀疏表示），信号越稀疏，所需要的采样数据就越少，第三，压缩传感需要速度快且精度高的重建算法。

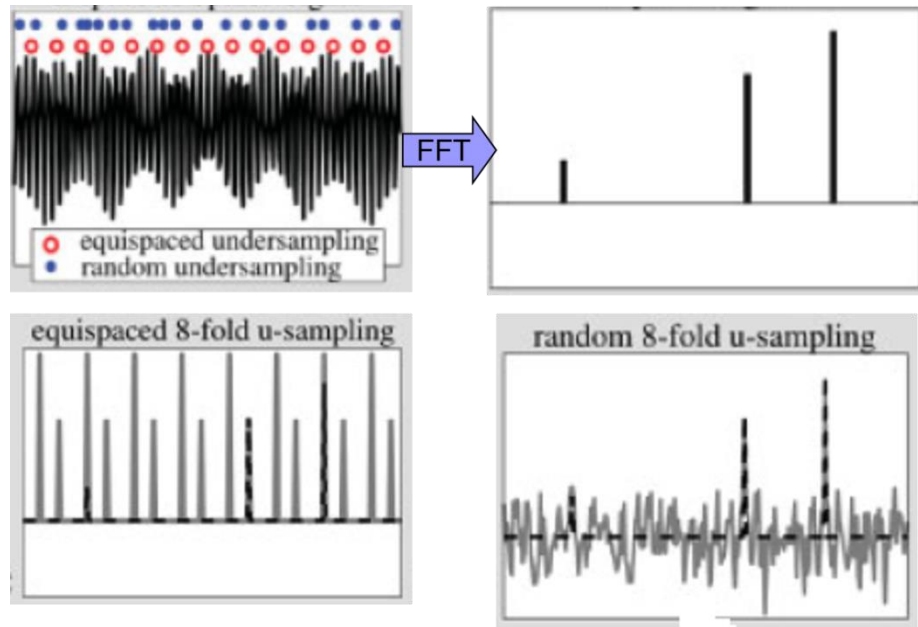


图 2.3 随机采样与等间隔采样下的信号恢复^[3]

Figure 2.3 The recovered processes under equispaced undersampling and random undersampling^[3]

压缩传感正成为信号处理领域里的一个大想法。对于信号 $\mathbf{x} \in R^{N \times 1}$ ，我们可以通过它的 M 个线性测量， $\mathbf{s} = \phi \mathbf{x}$ ， $\phi \in R^{N \times M}$ 。其中， ϕ 为传感器，拥有了这 M

个随机测量和 ϕ ，我们就可以在概率上完美的重构原始信号了。实际上，这看似神奇的现象是基于严格的数学优化问题。下面以一维信号为例来引出压缩传感的数学模型。

对于一维信号 x ，利用 $M \times N (M \ll N)$ 的传感矩阵 ϕ 来失去特征信息，则可得：

$$y = \phi x \quad (2.4)$$

设 $\{\psi_i\}_{i=1}^N$ 是由 $N \times 1$ 列向量构成的正交基， ψ 为 $N \times N$ 的正交矩阵。那么信号 x 具有稀疏度为 k 的稀疏表示，表示为：

$$x \approx \sum_{i=1}^k \alpha_i \psi_i \quad (2.5)$$

写成矩阵乘积的形式为：

$$x = \psi \alpha \quad (2.6)$$

将公式(2.6)带入(2.4)可得：

$$y = \phi \psi \alpha \quad (2.7)$$

压缩传感的传感过程如图 2.4 所示：

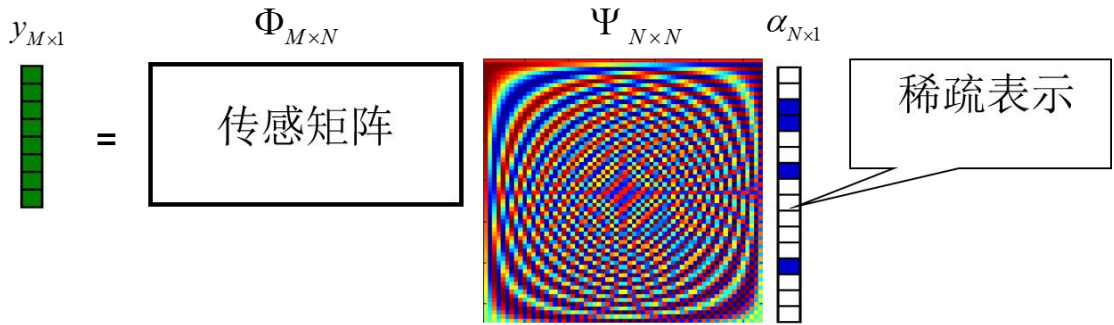


图 2.4 压缩传感的测量过程^[71]

Figure 2.4 The sensing process in comprehensive sensing^[71]

从图中我们可以认识到，接下来的问题是：在已知 y 和 ϕ ，而且 x 在正交基 ψ 中具有稀疏表示，如何从 y 重建出 x 。其中：随机性要求 ϕ 与 ψ 之间具有补相关性，因此 ϕ 一般取高斯噪声矩阵。

公式 2.7 所描述的问题可以当成稀疏优化问题求解，模型如下：

$$\min \|\alpha\|_0 \text{ s.t. } y = A\alpha \quad (2.8)$$

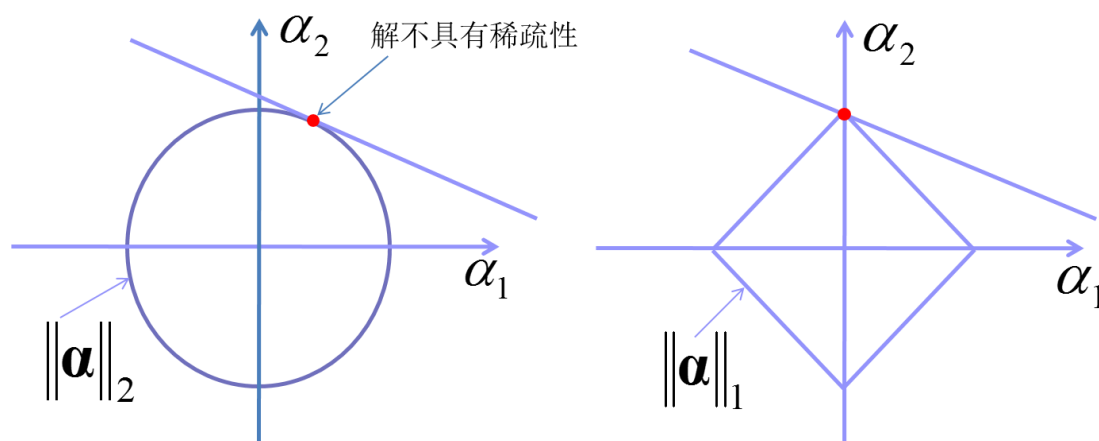
其中， $A = \phi\psi$ ，该问题是 NP 问题，是计算不可解的，因此用 l_1 范数代替，模型如下：

$$\min \|\alpha\|_1 \text{ s.t. } y = A\alpha \quad (2.9)$$

该问题是凸优化问题，可以用线性规划方法进行求解。

那么，我们为什么选取 l_1 范数而不是 l_2 范数呢。接下来我们通过图 2.5 进行说明：以二维信号为例，从图中我们发现 l_2 范数的单位圆与目标函数的交点通常在

象限内，而不具有稀疏性， l_1 范数的单位圆与目标函数的交点通常在坐标轴上，从而具有稀疏性，因此，我们通常选取 l_1 范数作为我们的优化目标。

图 2.5 l_1 与 l_2 的解Figure 2.5 l_1 and l_2

2.2.5. 应用领域

随着压缩传感理论的逐渐成熟，该理论的应用也成为人们的研究热点。从医学成像到雷达成像，从生物感知到脑电处理，压缩传感技术被应用于越来越多的领域，下面介绍几个应用的例子。

① 医学成像

核磁共振成像技术是目前一种很重要的医学检测手段，但是其较长的扫描时间不仅费并且容易引起病人的不适。结合压缩传感技术，可以大大缩短核磁共振成像的成像时间。

② 生物传感

生物传感中的传统 DNA 新品只能识别有限种类的有机体，Sheikh 等运用压缩传感和群组检测原理设计的 DNA 芯片克服了这个缺点，该芯片中的每个探测点都可以识别一组目标，从而明显的减少了所需要的探测点数量。

③ 单像素照相机

目前，相机的像素越来越高，这得益于 DSP 的运算和处理能力的提升，然而也相应的带来了硬件成本的上升。如何在较低的硬件成本条件下，享受到高像素照相机的效果呢？Takhar 等人基于压缩传感技术提出了单像素照相机的设想，并通过硬件实现。

2.3. 压缩传感在核磁共振成像上的应用

如果不做任何处理, 根据采样定理, 重建出的图像会出现混叠现象。那么在减少采量的情况下, 如何尽可能的重建图像是通过数学的办法来提高成像质量所面临的主要问题, 然而这正是压缩传感所解决的问题。

Lustig 率先将压缩传感技术应用于核磁共振成像领域, 其数学模型如下:

$$\min \|\psi m\|_0 \quad s.t. \quad \|\phi_F m - y\|_2 < \varepsilon \quad (2.10)$$

其中, ψ 代表稀疏变换, ϕ_F 代表部分傅立叶变换。通过将该模型与前文所述的压缩传感模型对比发现, 压缩传感可以解决核磁共振成像问题。在 Lustig 的实验中采用了小波变换作为稀疏矩阵, 实验结果如图所示:

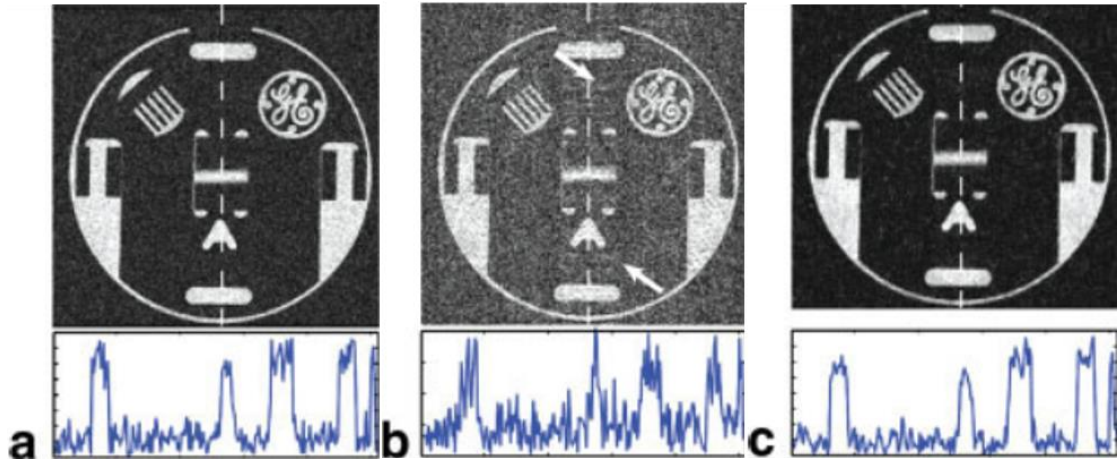


图 2.7 压缩传感的实验结果。(a) 是真实图像, (b) 是等间隔采样的重建结果, (c) 是压缩传感的重建结果, 从对比结果看出, 在相同采样密度下, 压缩传感具有更好的重建效^[3]。

Figure 2.7 The experimental results of comprehensive sensing. (a) is the truth image, (b) is the result under equispaced undersampling pattern, (c) is the result using compressive sensing^[3]

2.4. 本章小结

本章主要介绍了核磁共振成像原理, 压缩传感理论, 以及压缩传感在核磁共振成像领域里的应用。为了介绍压缩传感理论, 本文首先从采样定理出发, 进而引出如果采用等间隔采样进行信号重建必须要满足奈奎斯特频率, 接着总结了先采样再压缩的传统压缩方式为, 并指出了传统压缩模式的数据浪费的缺陷, 进而引出本章的重点: 压缩传感理论。然后, 通过举例来说明压缩传感必须要满足的: 随机采样和稀疏表示的两个特点, 并引出压缩传感的数学模型以及其 l_1 范数的稀疏优化求解模型, 最后解释了为什么要选取 l_1 范数作为优化目标。同时, 我们还介绍了几个压缩传感的实际应用, 如: 医学成像, 生物传感和单像素照相机。接着, 本文通过

概述核磁共振成像原理进而引出核磁共振成像所面临的问题可以通过压缩传感来解决。最后的实验结果也表明，压缩传感具有比较好的重建结果。

3 联合局部和全局稀疏表示的核磁共振图像重建方法

核磁共振成像已经成为医学领域里非常具有影响力的无创诊断成像技术之一。然而,成像时间长一直制约着其进一步发展,通过物理手段提高成像速度已经达到极限^[34]。在不影响成像质量的前提下,减少采样时间,通过设计更好的重建算法来提高成像速度为研究者们提供了新思路。如何利用少量采样数据重建出高质量的核磁共振图像成为近年来的热点问题。压缩传感^[34-38]具有可以从少量随机采样数据中恢复信号的性质,因此,可以应用于核磁共振图像的重建问题,进而发展成为核磁共振成像领域里主流的成像技术,如 Lustig 提出的压缩传感磁共振成像方法 (Compressed Sensing MRI, CS-MRI)^[3]。压缩传感要求待重建的信号在稀疏字典或稀疏变换(本文统称为稀疏字典)下具有稀疏表示,目前的稀疏字典主要分为两类:

第一类是全局稀疏字典,常用的有:小波变换^[3]、曲线小波变换^[40],奇异值分解^[41]等。这类预定义字典能对图像的整体进行稀疏表示,然而,使用全局稀疏字典会使重建的图像丢失图像边缘^{[44][45]}等的一些比较精细的特征,如图 3.1b 所示。该图是将小波变换作为全局稀疏字典的 CS-MRI^[3]的重建结果,从图中可以看出边缘信息的缺失。

第二类是局部稀疏字典,这类字典以图像块为基本单位,通过学习得到的局部稀疏字典^[44-50]来求得所有图像块的稀疏表示^[44-47]。以局部稀疏表示为约束,重建的图像具有比较精细的图像细节,然而常常会丢失图像的整体结构信息,常见的方法有 PBDW^[33], PANO^{[4][47]}和 DLMRI^[48]。图 3.1c 是 DLMRI 在图像块的大小为 10x10 且块与块之间不重叠的情况下所得到的重建结果,从图中可以看出图像块之间不平滑的块状效应。

然而,独立使用全局或局部稀疏字典,会分别导致图像细节或图像整体结构信息的丢失。本文提出一个联合利用局部和全局稀疏字典来表示图像稀疏结构的成像模型^[72] (Global and Local Sparse MRI, GLSMRI),既保证了图像的整体结构信息,也较好地保留了比较精细的图像细节,克服了单独使用全局或局部稀疏字典所带来的问题。该模型由两个子模型构成:1) 局部稀疏模型,它通过学习一个局部稀疏字典来对图像块进行稀疏表示;2) 全局稀疏模型,它通过预定义的稀疏字典来对图像进行稀疏表示。GLSMRI 可以在传统的压缩传感框架下进行求解,并且求解过程可以迭代进行,以逐步获得更好的重建结果。本文使用大脑数据集对 GLSMRI 进行验证,并对模型中的几个重要参数进行讨论。

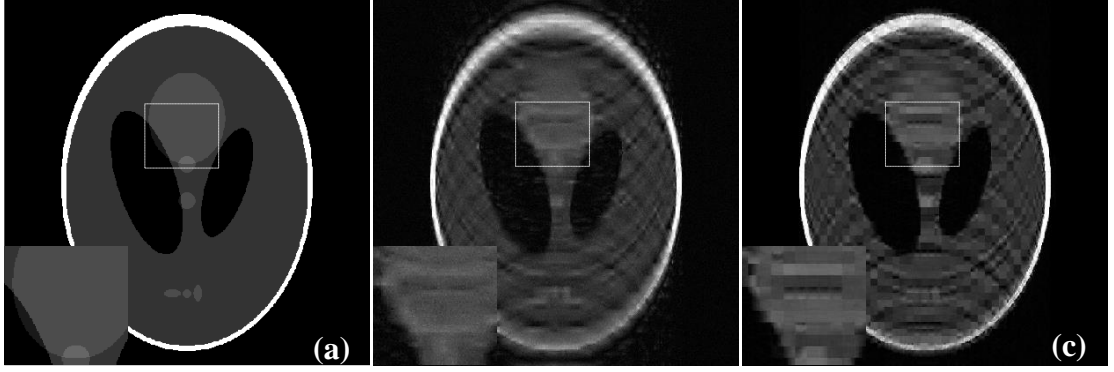


图 3.1 下采样因子 (Reduction Factor) 为 10 的重建结果对比图。(a) 为全采样模式下的真实图像, (b) 为 CS-MRI 的重建结果, (c) 为 DLMRI 的重建结果。

Figure 3.1 Comparison of reconstructed images under 10 fold reduction factor. (a) is the truth image with a complete samples, (b) is the reconstructed image from CS-MRI, (c) is the reconstructed image from DLMRI.

3.1. 基于 DLMRI 算法的静态核磁共振成像

设 X 代表待重建的 2D 核磁共振图像, $Y = F_u X$ 代表了 k 空间的传感过程, 其中 F_u 是部分傅立叶变换, Y 是下采样的 K 空间数据。假设 ψ 代表全局稀疏字典或者从图像块中学习得到的局部稀疏字典, 则 X 的稀疏表示可以定义为: $\alpha = \psi X$ 。基于压缩感知来从采样数据 Y 中重构核磁共振图像的成像模型如下^[3]:

$$P_0: \min \|\psi X\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \|Y - F_u X\|_2^2 \leq \varepsilon \quad (3.1)$$

其中, ε 代表了重建过程中允许的误差向量。在模型中, l_1 范数加强了 ψX 的稀疏性, 误差约束保证了对 k 空间采样数据的保真度。

当 ψ 为小波变换 (DWT) 时, 成像模型就变成了基于全局稀疏字典的 CS-MRI 算法。此外, 当稀疏字典是利用字典学习从图像块中学习出来的时候, 成像模型就变成了基于局部稀疏字典的 DLMRI 算法, 成像模型如下:

$$\begin{aligned} \min_{X, D, \Lambda = \{\alpha_{ij} | \forall i, j\}} & \left\{ \sum_{ij} \|R_{ij} X - D \alpha_{ij}\|_2^2 + \lambda \|Y - F_u X\|_2^2 \right\} \\ \text{s.t.} & \quad \|\alpha_{ij}\|_0 \leq T_0 \quad \forall i, j \end{aligned} \quad (3.2)$$

式中 R_{ij} 是图像块提取操作, D 是局部稀疏字典, α_{ij} 是每个图像块 $R_{ij} X$ 在 D 上的稀疏表示, T_0 代表了稀疏水平。

3.2. GLSMRI 成像模型

当前的核磁共振成像方法单独利用图像的全局或者局部稀疏结构来进行核磁共振图像的重构, 常常导致丢失图像的精细特征或整体结构。GLSMRI 联合利用了图像的全局稀疏表示和局部稀疏表示来对核磁共振图像进行重构, 其成像模型如下:

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_0: \min_{X, D, \Lambda = \{\alpha_{ij} | \forall i, j\}} \{ & \|Y - F_u X\|_2^2 + \lambda_L \sum_{ij} \|R_{ij} X - D \alpha_{ij}\|_2^2 + \lambda_G \|\psi X\|_1 \} \\
\text{s.t. } & \|\alpha_{ij}\|_0 \leq T_0 \quad \forall i, j
\end{aligned} \quad (3.3)$$

目标函数中第一项是 \mathbf{K} 空间数据保真项，其主要作用是使得重建图像的 \mathbf{K} 空间数据与下采样得到的 \mathbf{K} 空间数据尽可能接近；第二项是局部稀疏项；第三项是全局稀疏约束，其中 ψ 是全局稀疏字典。参数 λ_L 和 λ_G 用于平衡图像的局部和全局稀疏约束。显然，当 $\lambda_L = 0$ 或者 $\lambda_G = 0$ 时，GLSMRI 分别退化成 DLMRI 或 CS-MRI。

3.3. 模型求解

下面对问题 \mathbf{P}_0 进行求解，其求解过程可以分成两个步骤。首先，学习局部稀疏字典 D ，然后获得每个图像块的稀疏表示 α_{ij} 。其次，联合局部和全局稀疏约束，在压缩传感框架重建图像，详细描述如下。

① 图像的局部稀疏表示

\mathbf{P}_0 中图像的局部稀疏表示模型如下：

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_1: \min_{D, \Lambda = \{\alpha_{ij} | \forall i, j\}} \sum_{ij} \|R_{ij} X - D \alpha_{ij}\|_2^2 \\
\text{s.t. } \|\alpha_{ij}\|_0 \leq T_0 \quad \forall i, j
\end{aligned} \quad (3.4)$$

本文使用 \mathbf{K} -SVD^[43] 从初始图像中训练出局部稀疏字典 D^* ，当 D^* 确定后，利用 OMP^{[51][54]} 算法确定每个图像块的稀疏表示 α_{ij}^* 。

② 局部和全局稀疏约束下的图像重建

在 D^* 和 α_{ij}^* 已知的情况下，GLSMRI 的重建子问题可以由下面公式来描述：

$$\mathbf{p}_2: \min_X f(X) = \|Y - F_u X\|_2^2 + \lambda_L \sum_{ij} \|R_{ij} X - D^* \alpha_{ij}^*\|_2^2 + \lambda_G \|\psi X\|_1 \quad (3.5)$$

子问题 \mathbf{P}_2 可以用非线性共轭梯度算法来求解^[52]。 $f(X)$ 的梯度为：

$$\nabla f(X) = 2\lambda_L \sum_{ij} (R_{ij}^T R_{ij} X - R_{ij}^T D^* \alpha_{ij}^*) + 2F_u^H (F_u X - Y) + \lambda_G \nabla(\|\psi X\|_1) \quad (3.6)$$

进一步化简为：

$$\nabla f(X) = 2\lambda_L \beta(X - X^*) + 2F_u^H (F_u X - Y) + \lambda_G \nabla(\|\psi X\|_1) \quad (3.7)$$

其中

$$X^* = \frac{\sum_{ij} R_{ij}^T D^{*T} \alpha_{ij}^*}{c} \quad (3.8)$$

X^* 是由图像的局部稀疏表示 α_{ij}^* 构成的中间图像，具有较精细的图像细节，但图像块之间会出现块状效应。式 3.8 中 c 代表图像块对像素点的贡献度，可以通过 $c = n/r^2$ 进行计算， n 是一个图像块中像素点的个数， r 代表两个相邻的图像块之间的重叠距离。

这两个步骤可以重复迭代进行来逐步改善重建图像的质量，整个算法的流程如图 3.2 所示。

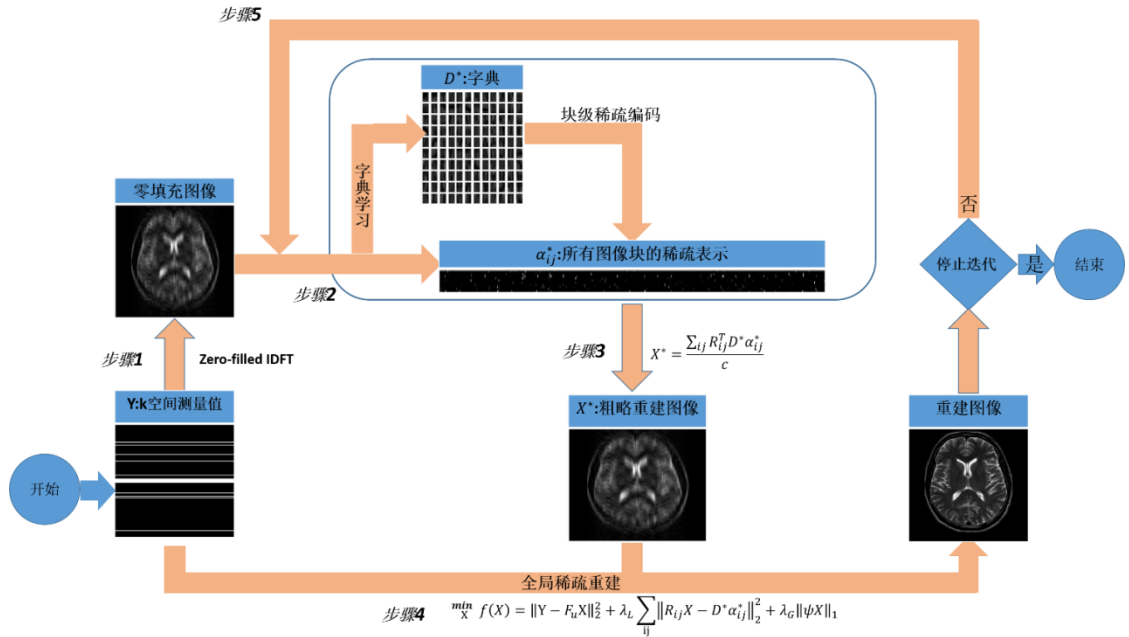


图 3.2 GLSMRI 重建算法的流程图.

Figure 3.2 Flowchat of the GLSMRI reconstruction algorithm.

与 DLMRI 相比，GLSMRI 做了两方面的改进：

(a) 在成像模型方面，DLMRI 没有全局稀疏约束项，即 $\lambda_G = 0$ ，其优化方程为 $2\lambda_L \beta(X - X^*) + 2F_u^H(F_u X - Y) = 0$ ，并用最小二乘方法求解该方程。由于 X^* 是对重建图像的粗略估计，而最小二乘的解常常过拟合，导致不能很好地消除 X^* 中存在的块状效应。GLSMRI 通过加入全局稀疏约束来抑制过拟合，从而有效地消除了 X^* 中的块状效应。

(b)在求解方法方面, DLMRI 的最小二乘解等价于简单的 K 空间回填: 对于采样点 (i, j) , 用 X^* 对应的 K 空间数据 $S = F^{-1}X^*$ 和采样点数据 Y 的加权平均进行回填, 即 $\{S(i, j) + vY(i, j)\}/(1 + v)$, 其中 $v = 1/\lambda_L$ 对于未采样点 (i, j) , 简单地用 $S(i, j)$ 进行回填。GLSMRI 增加了全局稀疏约束, 并使用非线性共轭梯度算法进行迭代求解, 避免了简单 k 空间回填导致的过拟合, 从而可以得到更好的重建结果。

为了验证本文的观点, 我们设计了如图 3.3 所示的对比实验。相比于图 3.3c 所示的 DLMRI 重建图像, 图 3.3b 中 GLSMRI 的重建图像无明显的块状效应, 并且比图 3.3a 中 CS-MRI 的重建图像有更精细的图像细节。

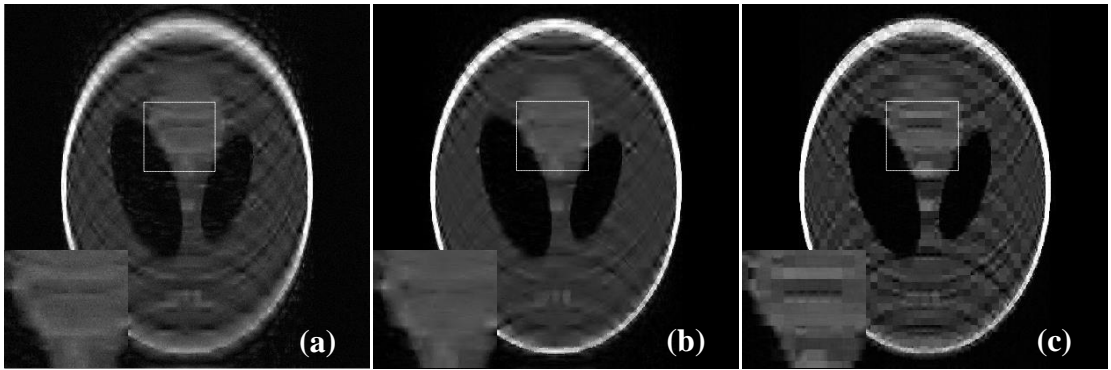


图 3.3 下采样因子 (Reduction Factor) 为 10 的重建结果对比图。(a)为 CS-MRI 的重建图像, (b)为 GLSMRI 的重建图像, (c)为 DLMRI 的重建图像。

Figure 3.3 Comparison of reconstructed images under 10 fold reduction factor. (a) shows the reconstructed result of CS-MRI, (b) shows the reconstructed result of GLSMRI and (c) shows the reconstructed result of DLMRI.

3.4. 实验结果与讨论

本章的实验数据是大小为 512×512 的大脑图像, 血管图像和脊柱图像^[53]。实验采用了基于高斯随机分布的两种采样模式: 沿相位编码方向的笛卡尔随机采样, 如图 3.4a 所示; 二维随机采样, 如图 3.4b 所示。这两种采样模式在低频部分具有相对密集的采样数据。 K -SVD 算法的代码从^[43]获得, 为了满足本文算法的求解需要, 我们修改了 CS-MRI 中的非线性共轭梯度求解工具。所有的模拟和重建实验在 MATLAB R2012b (MathWorks, Natick, MA) 下进行。

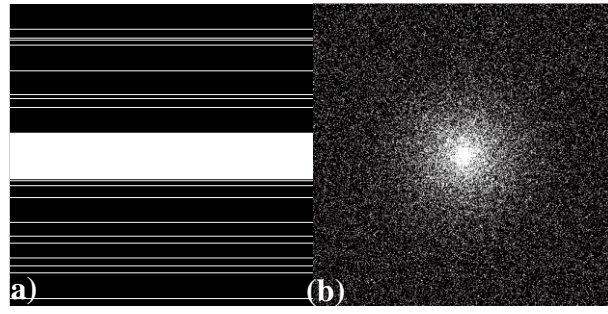


图 3.4 本文实验所采用的采样模式。(a)为笛卡尔随机采样，(b)为二维随机采样。

Figure 3.4 Sampling patterns of experiments in this thesis. Cartesian (a) and 2D (b) random sampling patterns.

实验中，用零填充图像作为初始图像以获取初始局部稀疏字典。GLSMRI 的几个重要参数设置如下：图像块的大小设定为 6×6 ，字典大小设定为 36，重叠距离设定为 1，训练字典所需的图像块个数设定为 5000，用 db4 小波变换做为全局稀疏字典。为了对算法进行评价，将 DLMRI 作为对比方法并使用峰值信噪比(PSNR)来量化重建图像的质量，此外，我们还展示了 GLSMRI 中的全局稀疏约束是如何影响图像重建的。对于大脑图像， $\lambda_L = 1/300$ ， $\lambda_L/\lambda_G = 50$ ，即局部稀疏权重是全局稀疏权重的 50 倍。在字典学习阶段，我们从 X 中随机选择一部分图像块，然后从中训练得到 D ，此外，我们采用周期延拓的方式来处理边界的图像块^[48]。

3.4.1. 实验结果

图 3.5-3.8 分别是大脑图像，血管图像和脊柱图像在笛卡尔采样和 2D 随机采样模式下的重建结果对比，以图 3.5 为例，从左至右依次是真实图像，DLMRI 的成像结果，GLSMRI 的重建结果，图 d 为两个成像方法在每次迭代后的中间图像成像质量对比图，图 e, f 分别是 DLMRI, GLSMRI 两个成像方法的误差图，图 g 为两个成像方法在不同下采样因子下的成像质量对比图，图 h 为图中红色线条标记位置像素的对比图。尽管从图 3.5b-c 看不出重建图像之间有明细的视觉差别，但是可以从图 3.5 e-f 的误差图中看出 GLSMRI 在重建质量上超过了 DLMRI，尤其在图像纹理变化丰富的位置，图 3.5h 进一步的揭示了 GLSMRI 在图像细节的重建上超过了 DLMRI。图 3.5d 验证了在迭代过程中，GLSMRI 的每个中间迭代结果具有更高的成像质量，并且图 3.5g 表明对于不同的下采样因子，GLSMRI 仍然优于 DLMRI，从中可以看出 GLSMRI 相比于 DLMRI 具有更高的稳定性。当采用二维随机采样时，两个方法的差别更为明显，从图 3.6b-c 可以看出 GLSMRI 的成像质量稍好于 DLMRI，但不是很明显，不过可以从图 3.6e-f 看出，GLSMRI 具有更高的成像质量，尤其相比于图 3.5e-f 的笛卡尔采样，二维随机采样下的重建结果具有更高的成像质量，因此可以说明 GLSMRI 的重建结果可以更接近真实图像。图 3.6d 和图 3.5d 表明 GLSMRI 相比于 DLMRI 需要更少的迭代次数，具体表现为：GLSMRI

经过 6 次迭代稳定下来, DLMRI 经过 11 次迭代稳定下来, 并且通过图 3.6d 可以看出, 在二维随机采样模式下, GLSMRI 的每一步中间结果相比于 DLMRI 具有更明显的优势. 对比图 3.6g 和 3.5g 也发现在二维随机采样模式下, GLSMRI 具有更好的重建效果。从 PSNR 这一量化指标来看, GLSMRI 相对于 DLMRI 有 1.8dB 的提升, 从误差图 3.6e-f 来看, DLMRI 的误差包含更多的结构性的信息, 而 GLSMRI 的误差更为随机。

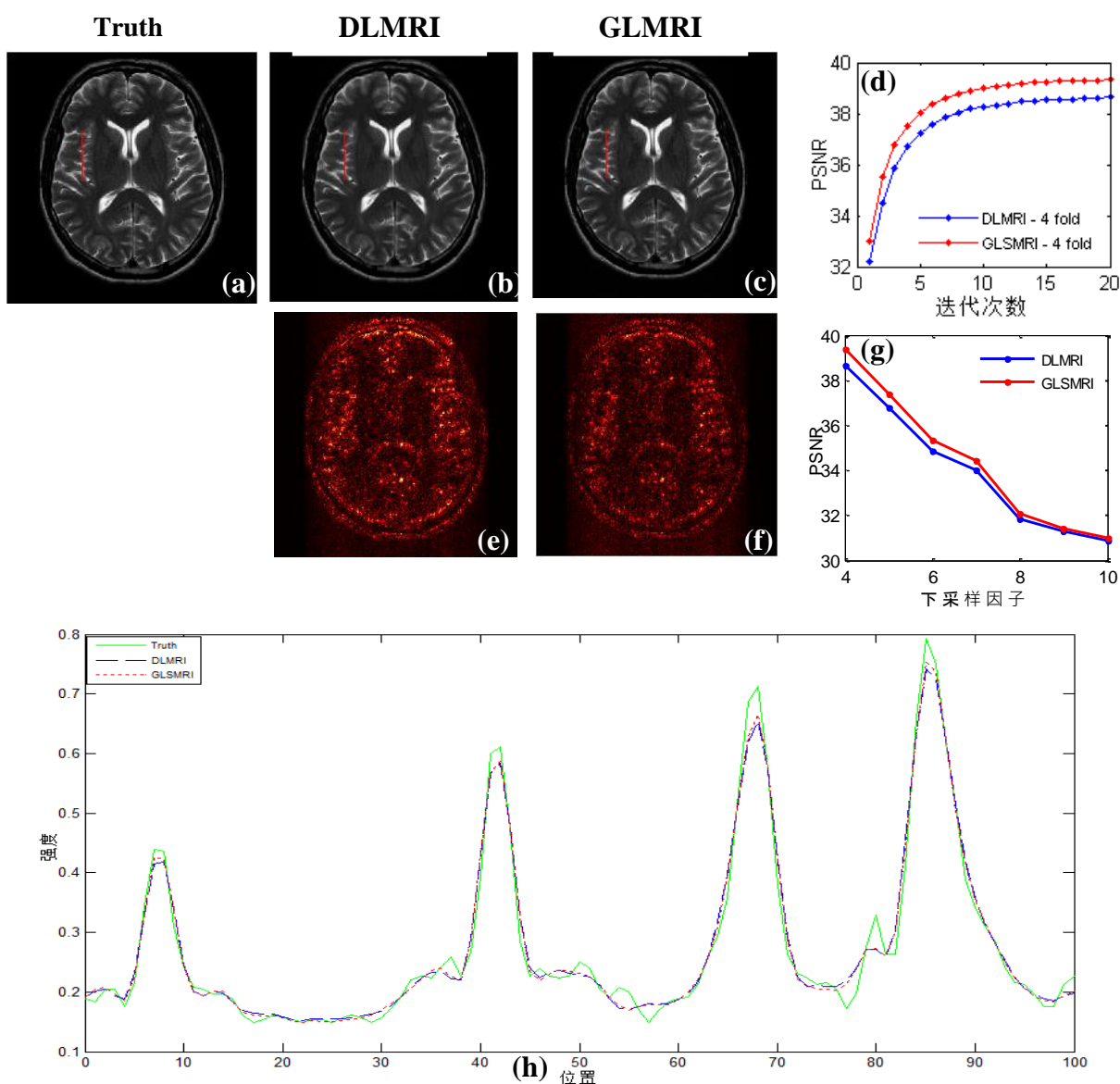


图 3.5 数据集为大脑, 采样模式为笛卡尔随机采样, 下采样因子为 4 时, DLMRI 和 GLSMRI 的重建结果对比图。(a) 为全采样模式下的真实图像, (b) 为 DLMRI 的重建结果, (c) 为 GLSMRI 的重建结果, (d) 为 DLMRI 和 GLSMRI 在迭代次数为 20 时的中间重建结果对比曲线, (e) 为 DLMRI 的重建图像与真实图像的误差图, (f) 为 GLSMRI 的重建图像与真实图像的误差图, (g) 为 DLMRI 和 GLSMRI 在下采样因子为 4-10 时的重建结果对比曲

线，(h)为真实图像、DLMRI 重建结果和 GLSMRI 重建结果在白色直线标记位置的像素强度对比曲线。

Figure 3.5 Comparison of reconstructed results using DLMRI and GLSMRI when dataset is brain, reduction factor is 4 and sampling pattern is cartesian. (a) is the the truth image with a complete samples, (b) is the reconstructed image of DLMRI, (c) is the reconstructed image of GLSMRI, (d) shows the PSNR versus 20 iterations, (e) and (f) are the error maps, (g) shows the PSNR versus different factors between 4 and 10, (h) shows the curve of intensity for lines marked in(a-c).

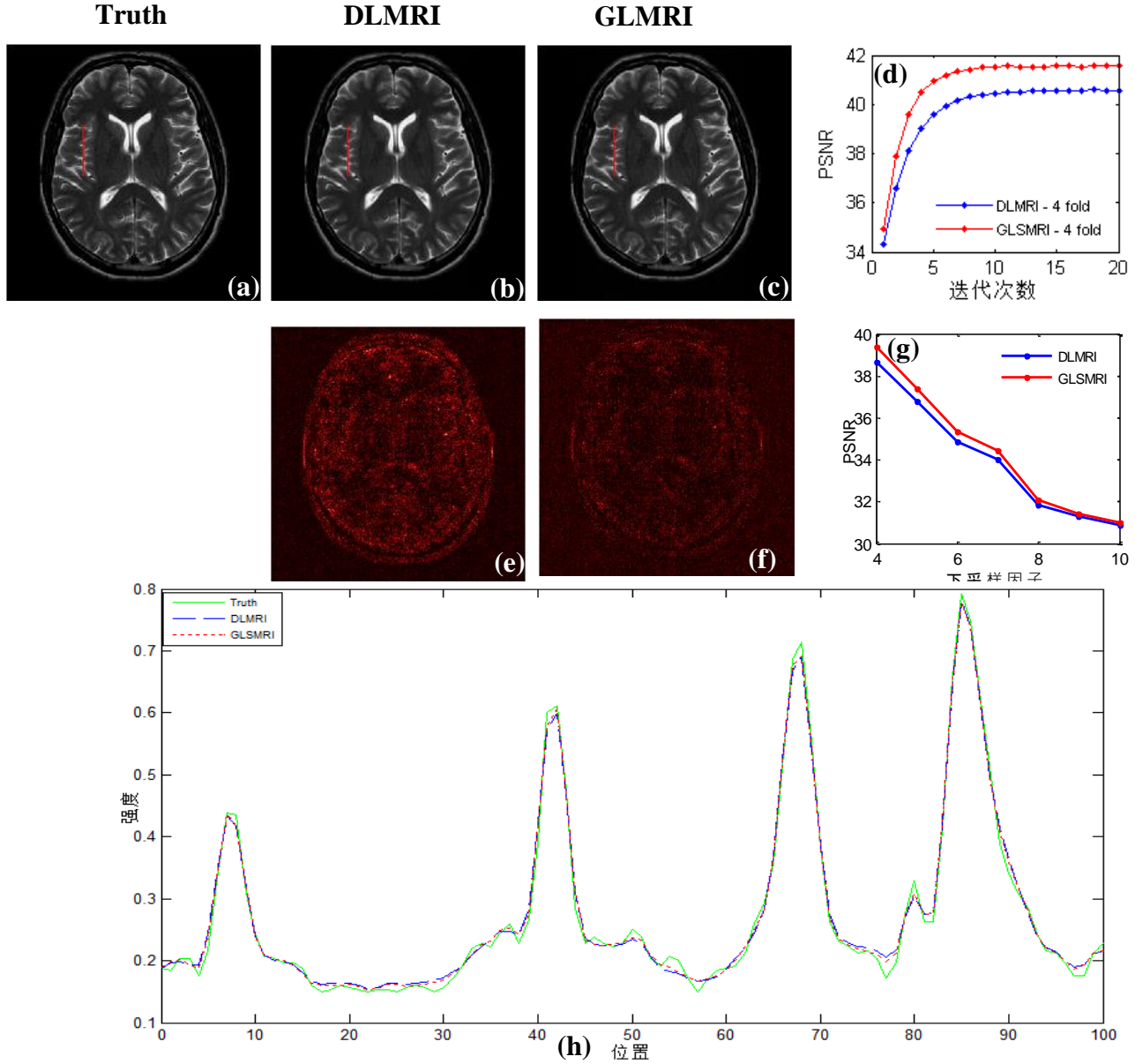


图 3.6 数据集为大脑，采样模式为二维随机采样，下采样因子为 4 时，DLMRI 和 GLSMRI 的重建结果对比图。(a)为全采样模式下的真实图像，(b)为 DLMRI 的重建结果，(c)为 GLSMRI 的重建结果，(d)为 DLMRI 和 GLSMRI 在迭代次数为 20 时的中间重建结果对比曲

线, (e) 为 DLMRI 的重建图像与真实图像的误差图, (f) 为 GLSMRI 的重建图像与真实图像的误差图, (g) 为 DLMRI 和 GLSMRI 在下采样因子为 4-10 时的重建结果对比曲线, (h) 为真实图像、DLMRI 重建结果和 GLSMRI 重建结果在白色直线标记位置的像素强度对比曲线。

Figure 3.6 Comparison of reconstructed results using DLMRI and GLSMRI when dataset is brain, reduction factor is 4 and sampling pattern is 2D random. (a) is the the truth image with a complete samples, (b) is the reconstructed image of DLMRI, (c) is the reconstructed image of GLSMRI, (d) shows the PSNR versus 20 iterations (e) and (f) are the error maps, (g) shows the PSNR versus different factors between 4 and 10, (h) shows the curve of intensity for lines marked in (a-c).

相比于大脑图像, 脉管图像在图像域就具有稀疏性, 并且也有比较丰富的纹理细节。脉管成像可以很好的帮助医生对心脑血管疾病的诊断, 因此具有比较高的医疗价值和研究价值。对于脉管数据集, 在笛卡尔采样模式下, DLMRI 与 GLSMRI 重建结果也没有明显的视觉差距, 如图 3.7b-c 所示。但是通过图 3.7e-f 的误差图可以看出, 在血管比较集中的区域, GLSMRI 比 DLMRI 的重建效果要稍好一些。图 3.7d 中间迭代结果也验证了: 在脉管成像中, GLSMRI 具有比 DLMRI 更好的重建性能。在图 3.7g, 两个方法的重建性能随着下采样倍数的增加, 重建性能均明显下降, 然而即使在 10 倍下采样倍数的情况下, GLSMRI 仍然具有比 DLMRI 更好的重建效果, 这一结果也进一步说明了 GLSMRI 方法的稳定性。从图 3.7h 可以看出, 相比于大脑成像, 两个成像方法在血管的图像细节的重构上表现的均不是很好, 然而在图像过度区域即纹理比较丰富的地方, GLSMRI 仍然超过 DLMRI。对比图 3.7 和图 3.8 发现, 无论是在视觉上还是在各个量化指标曲线图下, GLSMRI 均展现更好的重建结果, 具体表现为: 对比图 3.8a-c, GLSMRI 在图像细节上的重构更接近真实图像, 而 DLMRI 出现了失真现象, 这一现象从图 3.8e-f 的误差图上观察更为明显, GLSMRI 的重建误差图更为随机, 而从 DLMRI 的误差图上来看, 可以发现较多的脉管图像结构信息; 从量化指标曲线图的角度来看, 在二维随机采样模式下, GLSMRI 的重建结果要比笛卡尔采样模式的重建结果高出 2dB, 进而验证了 GLSMRI 的优势, 尤其在图 3.8g, 虽然两个成像方法随着下采样倍数的增加其重建性能均明显下降, 但是 GLSMRI 会更稳定以 2dB 的指标优势超过 DLMRI; 对比图 3.7h 和图 3.8h 发现, 在二维采样模式下, 两个成像方法在标记像素位置上可以更好的接近真实图像。

最后, 我们采用脊柱图像来对成像方法进行验证。相比于 CT 成像, 核磁共振成像的最大特点就是可以自由选择剖面, 可对冠状面、横断面、矢状面成像, 不会像 CT 成像那样逐层扫描成像而漏掉病变部位, 因此更适合对脊柱区域的成像。脊

柱是人体的重要部位，对该区域的精确成像可有助于医生对诸如：骨肿瘤、髓内病变、脊髓囊肿以及骨破坏的诊断。对于脊柱数据，在笛卡尔采样模式下，DLMRI 与 GLSMRI 重建结果没有明显的视觉差距，如图 3.9b-c 所示。但是通过图 3.9

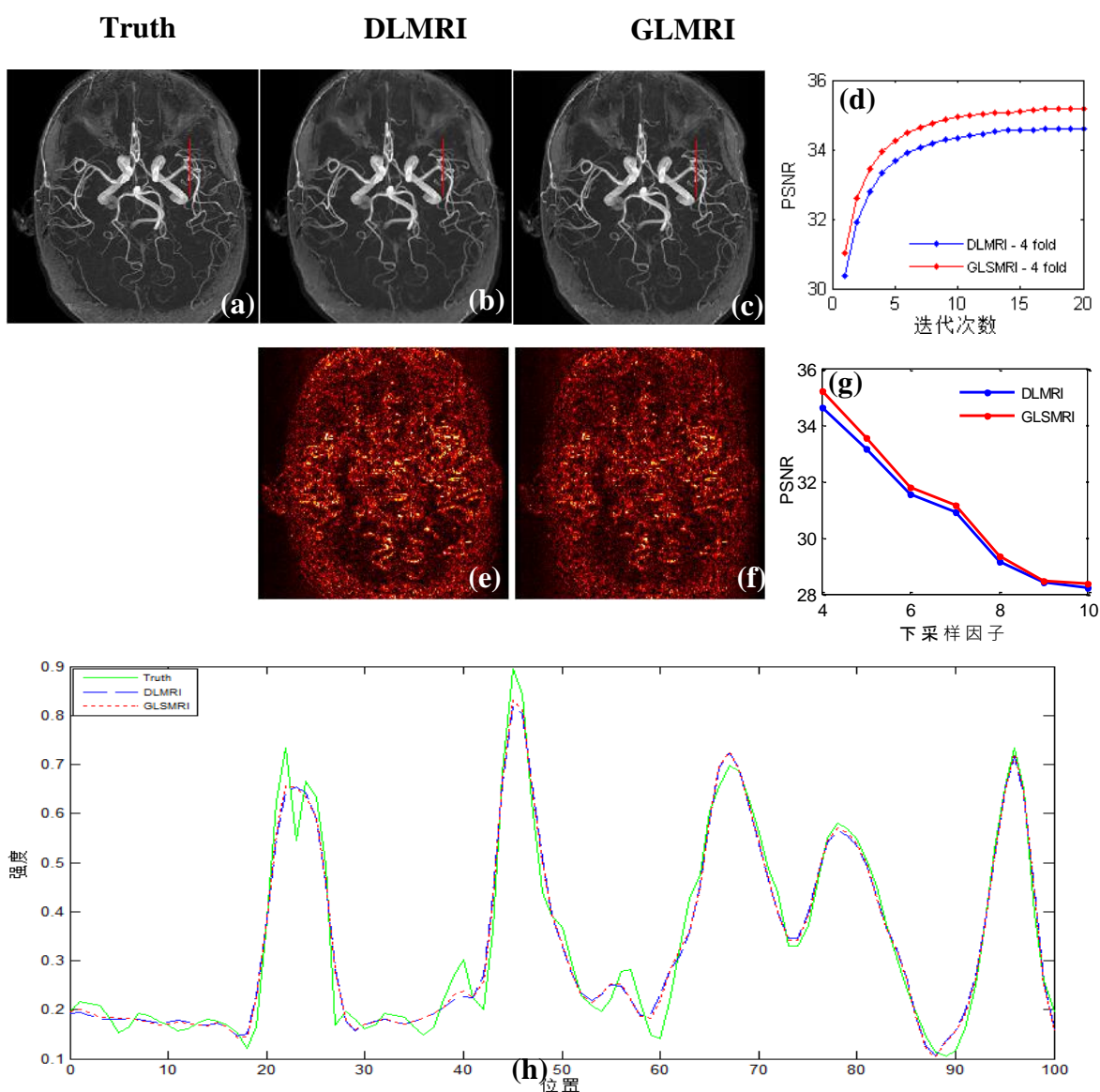


图 3.7 数据集为血管，采样模式为笛卡尔随机采样，下采样因子为 4 时，DLMRI 和 GLSMRI 的重建结果对比图。(a) 为全采样模式下的真实图像，(b) 为 DLMRI 的重建结果，(c) 为 GLSMRI 的重建结果，(d) 为 DLMRI 和 GLSMRI 在迭代次数为 20 时的中间重建结果对比曲线，(e) 为 DLMRI 的重建图像与真实图像的误差图，(f) 为 GLSMRI 的重建图像与真实图像的误差图，(g) 为 DLMRI 和 GLSMRI 在下采样因子为 4-10 时的重建结果对比曲

线，(h)为真实图像、DLMRI 重建结果和 GLSMRI 重建结果在白色直线标记位置的像素强度对比曲线。

Figure 3.7 Comparison of reconstructed results using DLMRI and GLSMRI when dataset is vessel, reduction factor is 4 and sampling pattern is cartesian. (a) is the the truth image with a complete samples, (b) is the reconstructed image of DLMRI, (c) is the reconstructed image of GLSMRI, (d) shows the PSNR versus 20 iterations, (e) and (f) are the error maps, (g) shows the PSNR versus different factors between 4 and 10, (h) shows the curve of intensity for lines marked in(a-c).Figure 3.7 Compasian of recovered brain using DLMRI and GLSMRI when reduction factor is 4.

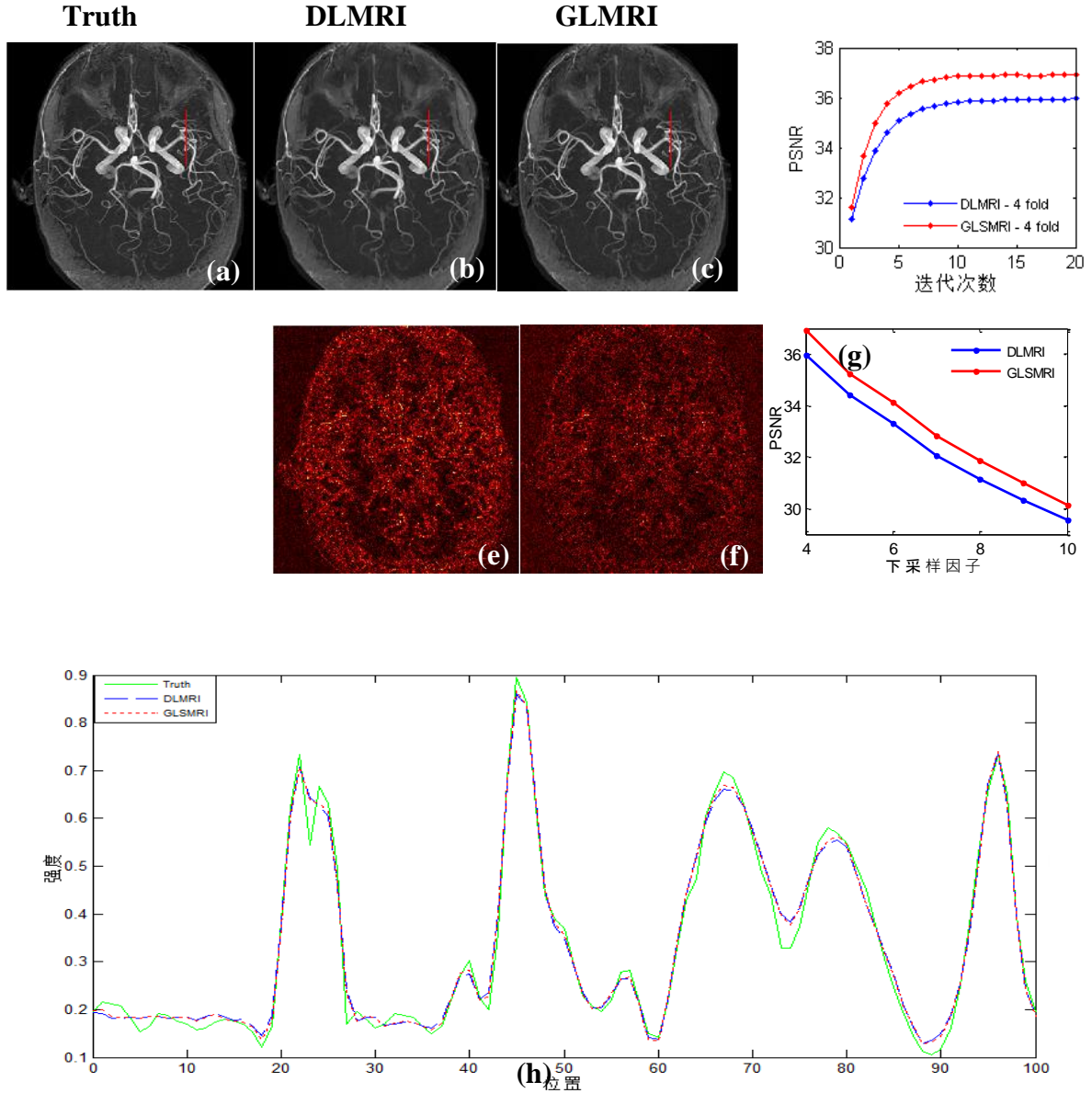


图 3.8 数据集为血管，采样模式为二维随机采样，下采样因子为 4 时，DLMRI 和 GLSMRI 的

重建结果对比图。(a)为全采样模式下的真实图像，(b)为 DLMRI 的重建结果，(c)为

GLSMRI 的重建结果, (d) 为 DLMRI 和 GLSMRI 在迭代次数为 20 时的中间重建结果对比曲线, (e) 为 DLMRI 的重建图像与真实图像的误差图, (f) 为 GLSMRI 的重建图像与真实图像的误差图, (g) 为 DLMRI 和 GLSMRI 在下采样因子为 4-10 时的重建结果对比曲线, (h) 为真实图像、DLMRI 重建结果和 GLSMRI 重建结果在白色直线标记位置的像素强度对比曲线。

Figure 3.8 Comparison of reconstructed results using DLMRI and GLSMRI when dataset is vessel, reduction factor is 4 and sampling pattern is 2D random. (a) is the the truth image with a complete samples, (b) is the reconstructed image of DLMRI, (c) is the reconstructed image of GLSMRI, (d) shows the PSNR versus 20 iterations (e) and (f) are the error maps, (g) shows the PSNR versus different factors between 4 and 10, (h) shows the curve of intensity for lines marked in (a-c).

e-f 的误差图可以看出, 在隆椎以及椎间孔这些关键位置, GLSMRI 比 DLMRI 的重建效果要稍好一些。图 3.9d 中间迭代结果也验证了: 在脊柱成像中, GLSMRI 具有比 DLMRI 更好的重建性能。在图 3.9g, 两个方法的重建性能随着下采样倍数的增加, 重建性能均明显下降, 并且两个方法的重建效果差别不大, 然而即使在 10 倍下采样倍数的情况下, GLSMRI 仍然具有比 DLMRI 稍好的重建效果, 这一结果也进一步说明了 GLSMRI 方法的稳定性。从图 3.9h 可以看出, 相比于大脑成像以及脉管成像, 两个成像方法在隆椎以及椎间孔这些关键位置的图像细节的重构上表现的均不是很好, 并且在图像过度区域即纹理比较丰富的地方, GLSMRI 相比于 DLMRI 没有明显优势。对比图 3.9 和图 3.10 发现, 在二维随机采样模式下, 无论是在视觉上还是在各个量化指标曲线图下, GLSMRI 均展现更好的重建结果, 具体表现为: 对比图 3.10a-c, GLSMRI 在图像细节上的重构更接近真实图像, 而 DLMRI 出现了模糊失真现象, 这一现象从图 3.10e-f 的误差图上观察更为明显, GLSMRI 的重建误差图更为随机, 在隆椎以及椎间孔这些关键位置处几乎没有任何结构性信息, 而从 DLMRI 的误差图上来看, 可以发现较明显的隆椎以及椎间孔图像结构信息; 从量化指标曲线图的角度来看, 在二维随机采样模式下, GLSMRI 的重建结果要比笛卡尔采样模式的重建结果高出 1dB, 进而验证了 GLSMRI 的优势, 尤其在图 3.10g, 虽然两个成像方法随着下采样倍数的增加其重建性能均明显下降, 但是 GLSMRI 会更稳定以 1dB 的指标优势超过 DLMRI; 对比图 3.9h 和图 3.10h 发现, 在二维采样模式下, 两个成像方法在标记像素位置上也没有很好的接近真实图像, 从这个角度来看, 两个成像方法的成像模型在脊柱成像应用中仍有需要改进的地方。

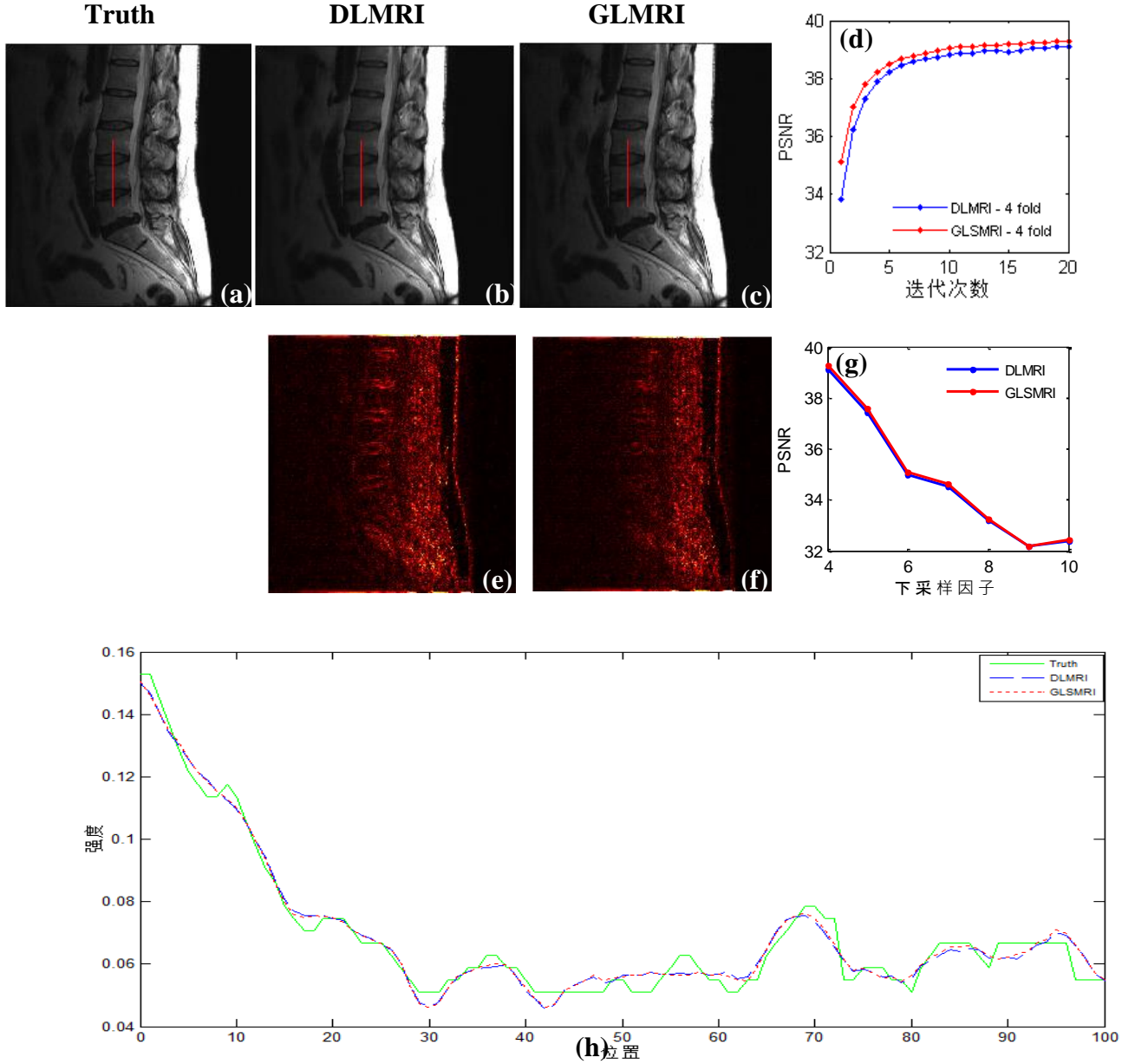


图 3.9 数据集为脊柱，采样模式为笛卡尔随机采样，下采样因子为 4 时，DLMRI 和 GLSMRI 的重建结果对比图。(a) 为全采样模式下的真实图像，(b) 为 DLMRI 的重建结果，(c) 为 GLSMRI 的重建结果，(d) 为 DLMRI 和 GLSMRI 在迭代次数为 20 时的中间重建结果对比曲线，(e) 为 DLMRI 的重建图像与真实图像的误差图，(f) 为 GLSMRI 的重建图像与真实图像的误差图，(g) 为 DLMRI 和 GLSMRI 在下采样因子为 4-10 时的重建结果对比曲

线, (h)为真实图像、DLMRI 重建结果和 GLSMRI 重建结果在白色直线标记位置的像素强度对比曲线。

Figure 3.9 Comparison of reconstructed results using DLMRI and GLSMRI when dataset is spine, reduction factor is 4 and sampling pattern is cartesian. (a) is the the truth image with a complete samples, (b) is the reconstructed image of DLMRI, (c)is the reconstructed image of GLSMRI, (d) shows the PSNR versus 20 iterations, (e) and (f) are the error maps, (g) shows the PSNR versus different factors between 4 and 10, (h) shows the curve of intensity for lines marked in(a-c).Figure 3.7 Compasian of recovered brain using DLMRI and GLSMRI when reduction factor is 4.

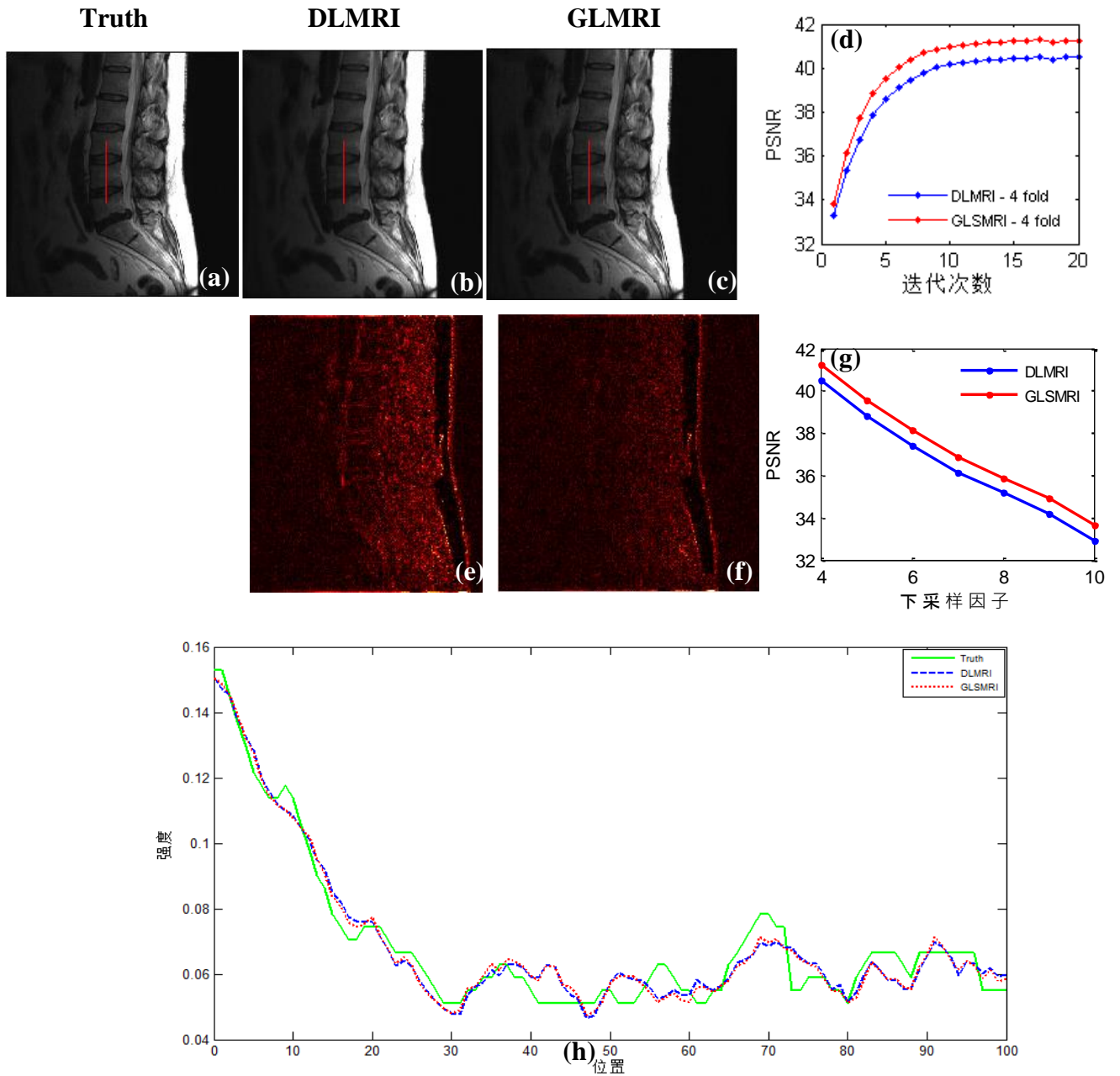


图 3.10 数据集为脊柱，采样模式为二维随机采样，下采样因子为 4 时，DLMRI 和 GLSMRI 的重建结果对比图。(a) 为全采样模式下的真实图像，(b) 为 DLMRI 的重建结果，(c) 为 GLSMRI 的重建结果，(d) 为 DLMRI 和 GLSMRI 在迭代次数为 20 时的中间重建结果对比曲线，(e) 为 DLMRI 的重建图像与真实图像的误差图，(f) 为 GLSMRI 的重建图像与真实图像的误差图，(g) 为 DLMRI 和 GLSMRI 在下采样因子为 4-10 时的重建结果对比曲线，(h) 为真实图像、DLMRI 重建结果和 GLSMRI 重建结果在白色直线标记位置的像素强度对比曲线。

Figure 3.10 Comparison of reconstructed results using DLMRI and GLSMRI when dataset is spine, reduction factor is 4 and sampling pattern is 2D random. (a) is the the truth image with a complete samples, (b) is the reconstructed image of DLMRI, (c) is the reconstructed image of GLSMRI, (d) shows the PSNR versus 20 iterations (e) and (f) are the error maps, (g) shows the PSNR versus different factors between 4 and 10, (h) shows the curve of intensity for lines marked in (a-c).

在实验数据的选择上，本文既选取了模拟数据，又选取了大脑数据、血管数据以及脊柱数据这三个真实核磁共振图像数据作为我们的实验材料，尤其对真实数据的选取，基本覆盖了核磁共振临床应用中通常检测的区域，因此实验结果具有普遍意义，也进一步说明本文的实验方法适用核磁共振图像重建。

为了验证本文实验中参数选择的合理性，在参数选择实验中，我们验证了 GLSMRI 中几个重要的参数以及它们的选择，具体策略为：改变其中一个参数的同时固定其余参数。对于实验数据，我们则使用大脑图像，并将下采样因子设置成 4，同时将 PSNR 作为我们的量化指标。对于参数重叠距离 r ，图 3.11a 表明，当 r 增加时，曲线整体呈现下降趋势，因此我们将 r 设置为 1。为了确定局部稀疏系数 λ_L 与全局稀疏系数 λ_G 的最优组合，我们首先将 λ_L 固定为 1/300，图 3.11b 显示了 PSNR 随权衡局部稀疏和全局稀疏的比值 λ_L/λ_G 的变化曲线。该图显示：随着比值 λ_L/λ_G 从 0 增加到 40，PSNR 逐渐增大，当 λ_L/λ_G 从 40 继续增加时，曲线趋于稳定，当 λ_L/λ_G 趋于无穷时，PSNR 逐渐下降。其中， λ_L/λ_G 为 0 和 λ_L/λ_G 为无穷大这两种极端情况分别代表了 CS-MRI 和 DLMRI。结果表明， $\lambda_L/\lambda_G=50$ 是一个合理的选择。通过该参数选择实验，我们知道 GLSMRI 是一个比较灵活的算法，可以通过参数的调节而分别实现 CS-MRI 和 DLMRI 这两种极端情况，同时也进一步说明了本文算法可以兼顾全局稀疏和局部稀疏。最后，我们固定 $\lambda_L/\lambda_G=50$ ，图 3.11c 的 PSNR 随 λ_L 的变化曲线呈现先平稳后下降的趋势，通过曲线我们可以确定 $\lambda_L = 1/300$ 是一个合适的选择。

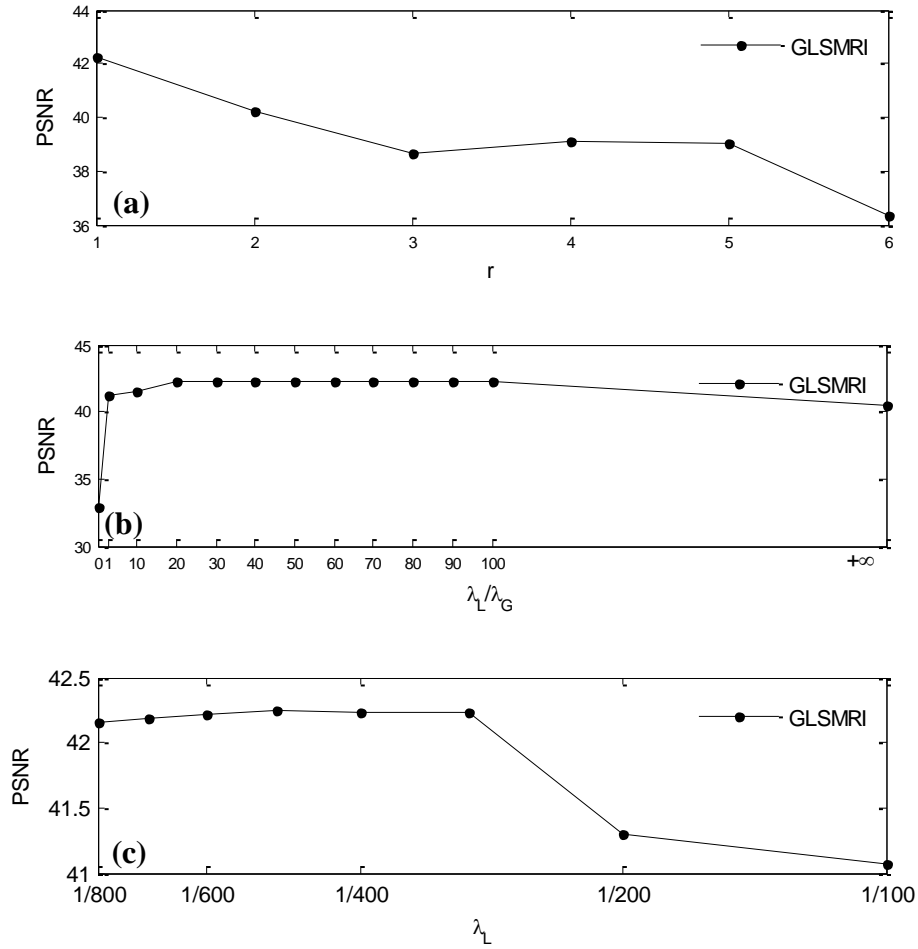


图 3.11 重构图像质量指标 PSNR 随参数：重叠距离 r ，局部稀疏权重与全局稀疏权重的比值 λ_L/λ_G 以及局部稀疏权重 λ_L 的变化曲线。(a)、(b)、(c) 分别为 PSNR 随 r 、 λ_L/λ_G 和 λ_L 的变化曲线。

Figure 3.11 shows PSNR versus parameters of r , λ_L/λ_G and λ_L . (a) shows the PSNR versus r , (b) shows the PSNR versus λ_L/λ_G , (c) shows the PSNR versus λ_L .

3.4.2. 讨论

然而相比于基于局部稀疏结构的成像方法 DLMRI，GLSMRI 的重建优势不明显，尤其体现在重构图像的直接视觉效果上：无论是在二维随机采样还是在笛卡尔采样模式下，GLSMRI 的重构图像均没有明显的超过 DLMRI 的重构图像。另外，虽然在二维随机采样模式下，GLSMRI 具有更好的重构性能，但是在笛卡尔采样模式下，GLSMRI 也没有展现明显的优势，而目前，在实际的核磁共振成像应用里，还不能在硬件上实现随机采样，因此如何在笛卡尔采样模式下进一步提高成像质量是我们将来的研究方向。最后，我们阐述了几个重要参数的选取原

理，并验证了 GLSMRI 中的几个重要的参数以及它们的选择，通过参数选择实验，我们验证了本文实验参数选取的合理性，并通过该实验，我们知道 GLSMRI 是一个比较灵活的算法，可以通过参数的调节而分别实现 CS-MRI 和 DLMRI 这两种极端情况，同时也进一步说明了本文算法可以兼顾全局稀疏和局部稀疏。

虽然 GLSMRI 兼顾了全局稀疏和局部稀疏特性，但是相对传统的局部稀疏成像技术并没有明显的提升，因此将来的工作将着眼于：建立更能满足核磁共振成像特点的联合利用全局稀疏和局部稀疏的成像模型，而非本文只是针对全局稀疏和局部稀疏进行简单的线性建模，同时为了适应不同的图像数据，我们将开发更为鲁棒的局部稀疏字典和使用自适应的全局稀疏字典来改善重建质量，最后为了提高成像速度，我们还将实现算法的并行成像版本。

3.5. 本章小结

本章介绍了应用于压缩传感的两类稀疏字典，即：局部稀疏字典和全局稀疏字典，并分析了这两类稀疏字典的优缺点。针对单独使用局部稀疏字典和全局稀疏字典所分别导致的图像细节和整体图像结构信息的丢失，本章提出了一个联合利用局部稀疏和全局稀疏约束来捕捉核磁共振图像的局部和整体结构信息的重建模型。对于重建模型，我们分两步来解决：首先，学习局部稀疏字典，然后对图像块进行稀疏编码；其次，在局部稀疏表示已知的情况下进行全局稀疏重建。模拟实验表明，GLSMRI 超过了现有的仅利用局部稀疏结构或全局稀疏结构的方法。将来的工作将着眼于：开发更为鲁棒的局部稀疏字典和使用自适应的全局稀疏字典来改善重建质量。

4 基于弹性网络的实时动态核磁共振成像

动态核磁共振成像是一种重要的临床成像技术，常应用于介入式成像和功能成像。这些应用都需要捕捉具有高时空分辨率的动态器官，比如心脏，肺。理想情况下，可以通过获得每一帧图像的全采样 k 空间数据，然后通过逆傅立叶变换来获取每一时间帧的空间域图像。从直观的角度来讲，动态成像中的时间分辨率依赖于数据的采集速度，而采集速度又受制于物理和生物的因素。因此，为了改善时间分辨率，我们通常只采集每一帧图像的部分 k 空间数据。近年来，依赖部分 k 空间数据的图像成像方法成为一个主要的研究方向。这类方法通常基于动态图像的空间相关性或者时间相关性。根据相关性的不同，动态成像方法通常分为^[54]：第一，利用图像帧之间相关性的动态成像模型。比如，基于视频压缩中的块匹配算法的成像模型： k -t FOCUSS (k -t space FOCal Underdetermined System Solver, FOCUSS)。 k -t FOCUSS 沿着时间方向做逆傅立叶变换来对时域信号进行稀疏化，进而成功的将压缩传感理论应用到了心脏成像。该方法把引用帧的像素块迁移到当前待重建帧，然后利用计算量小的 FOCUSS 算子来计算稀疏冗余信号。此外，还有运动自适应时空重建模型 MASTeR^[55](Motion-Adaptive Spatio-Temporal Regularization)，该模型构造了一个运动自适应的线性动态系统，然后利用前向和后向差分的稀疏性来重建图像。然而，上面提到的方法中的数据采集过程与重建过程不能交替进行，因为在重建当前帧图像的时候需要后面时间帧的信息。因此，此类具有因果性的方法限制了他们在某些实时的在线场景的应用，比如核磁共振外科手术。

为了在扫描的过程中就可以检测到物体的运动，就需要在线的图像重建技术。这类方法有：Bilen^[56]的光流法，该方法将先前帧的像素迁移到当前待重建帧，而不用当前时间帧之后的图像信息，并通过压缩传感来重建图像。然而，使用简单的将引种帧的像素移动到当前帧的策略往往导致重建的图像质量不高，尤其是随着重建的进行，引用帧的误差会越来越大，简单的迁移到当前帧的做法会使得当前帧的重建越来越不准确。由于卡尔曼滤波可以通过测量值来预测变量，因此可以应用于实时动态核磁共振成像。比如，Sumbulet 提出了将压缩传感和卡尔曼滤波结合的 KF-CS^[57]模型来对稀疏冗余信号进行重构，KF-CS 用一个离散线性系统来对动态核磁共振成像问题进行建模，然后通过卡尔曼滤波来逐帧的重建图像。对于非笛卡尔采样，为了简化卡尔曼滤波的计算，Sumbulet 忽略了卡尔曼滤波中协方差矩阵的非对角元素。对于笛卡尔采样，Feng^[60]将图像分割成列，对

于每一列都独立使用卡尔曼滤波来进行重建。在先前的工作中，我们通过将卡尔曼滤波作为优化目标并附加稀疏约束来改进 Feng 提出的模型。然而，文献^{[60][61]}指出系统噪声实际上是两个连续帧的帧差而不是高斯随机噪声，因此违背了卡尔曼滤波要求测量噪声是高斯随机噪声的假设。

在本文工作中，考虑到帧差是由物体的运动引起的并且帧差是稀疏的，我们提出使用弹性网络^[62]模型来描述物体的实时动态特征^[73]。在图像重建模型中，结合了保证稀疏的 L_1 约束项和捕捉帧差的 L_2 约束项。本文提出的成像模型不需要卡尔曼滤波的要求测量噪声满足高斯随机分布的假设。在实验部分，本文采用模拟数据和心脏电影数据来对模型进行验证。

4.1. 基于卡尔曼滤波的实时动态核磁共振成像方法

本章简要的对动态核磁共振成像的离散线性系统进行描述。当 k 空间的采样模式为笛卡尔采样时，相邻帧的时间相关性可以用离散线性系统描述。因此，动态核磁共振成像问题可以被如下系统描述：

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{u}_t \quad (4.1a)$$

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{F}_{u,t} \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t \quad (4.1b)$$

其中， \mathbf{x}_t 是图像列向量， \mathbf{z}_t 是与 \mathbf{x}_t 相应的测量数据（该测量数据是对 k 空间数据做傅立叶变换后得到的）， $\mathbf{F}_{u,t}$ 是下采样傅立叶变换， \mathbf{u}_t 是帧差， \mathbf{v}_t 是测量噪声。下标 t 代表对时间帧进行索引。 \mathbf{x}_t 和 \mathbf{z}_t 的关系如图所示：

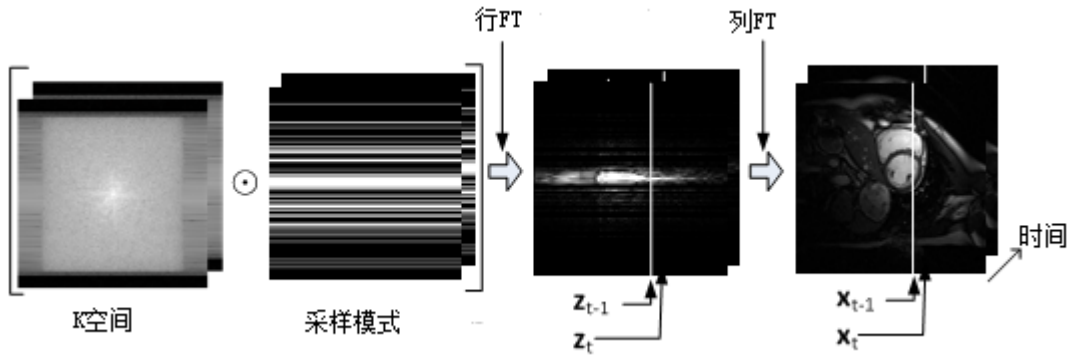


图4.1 3D心脏电影重建流程图，该重建可以拆分成独立的2D x-t域图像重建。 \odot 代表点乘
Figure 4.1. The reconstruction of a 3D cine can be broken into the reconstruction of multiple 2D x-t images along read-out direction independently. The symbol \odot denotes element-wise

multiplication.

由于对帧差所做的假设不同, 所以针对等式 4.1 所采取的重建策略也不相同。例如, 文献^[63]利用满秩矩阵来对 \mathbf{u}_t 进行建模, 然后利用核范数最小来从部分采样 \mathbf{k} 空间数据中重建帧差。文献^{[64][65]}观察到 \mathbf{u}_t 是稀疏的, 因此采用压缩传感来对其进行重建; 文献^[60]假设 \mathbf{u}_t 和 \mathbf{v}_t 都是满足高斯随机分布的, 因此在笛卡尔采样模式下使用卡尔曼滤波来重建 \mathbf{u}_t 。

特别地, 在给定 $\mathbf{u}_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_t)$ 和 $\mathbf{v}_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R}_t)$ 时, 卡尔曼滤波可以使用 4.2 式给出 4.1 离散线性系统的递归解^[67]:

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_t \mathbf{F}_{u,t}^H [\mathbf{F}_{u,t} \mathbf{P}_t \mathbf{F}_{u,t}^H + \mathbf{R}_t]^{-1} \quad (4.2a)$$

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{K}_t [\mathbf{z}_t - \mathbf{F}_{u,t} \mathbf{x}_{t-1}] \quad (4.2b)$$

$$\mathbf{P}_{t+1} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{F}_{u,t}] \mathbf{P}_t + \mathbf{Q}_t \quad (4.2c)$$

其中, \mathbf{P}_t 代表测量误差协方差矩阵, \mathbf{K}_t 代表 t 时刻的卡尔曼增益^[67]。将 4.2a 代入 4.2b 可得:

$$\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_{t-1} = \mathbf{P}_t \mathbf{F}_{u,t}^H [\mathbf{F}_{u,t} \mathbf{P}_t \mathbf{F}_{u,t}^H + \mathbf{R}_t]^{-1} [\mathbf{z}_t - \mathbf{F}_{u,t} \mathbf{x}_{t-1}] \quad (4.3)$$

如果测量噪声协方差矩阵 \mathbf{R}_t 是对角的并且是恒定不变的, 就有: $\mathbf{R}_t = \sigma^2 \mathbf{I}$, 而 4.3 实际上就等价于下式:

$$\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_{t-1} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{u}} \|\mathbf{z}_t - \mathbf{F}_{u,t}(\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{u})\|_2 + 2\sigma^2 \mathbf{u}^H \mathbf{P}_t^{-1} \mathbf{u} \quad (4.4)$$

由于 \mathbf{P}_t 是对称半正定的, 因此可以分解为: $\mathbf{P}_t = (\sqrt{\mathbf{P}_t})^H \sqrt{\mathbf{P}_t}$ 。4.4 给出了卡尔曼滤波在保真约束 $\|\mathbf{z}_t - \mathbf{F}_{u,t}(\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{u})\|_2 < \varepsilon$ 下的数学模型。

4.2. Elastic-net 成像模型

我们通过展示心脏电影数据中的一副帧差来进一步揭示帧差的结构信息, 如图 4.2。图 4.2a 的帧差反应了心脏的动态信息, 并且通过图 4.2b 我们看出帧差具有可压缩性和稀疏性。

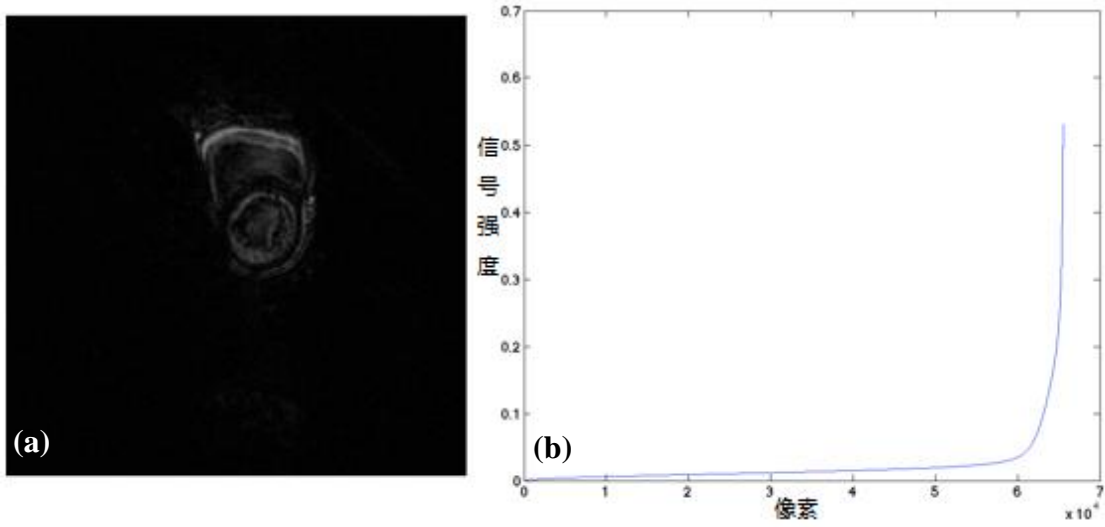


图 4.2 心脏电影的一副帧差图(a)、稀疏图(b)

Figure 4.2 One frame difference of a cardiac cine (a) and its sparsity (b)

利用帧差的稀疏性，可以建立如下成像模型：

$$\hat{\mathbf{u}}_t = \operatorname{argmin}_{\mathbf{u}} \frac{1}{2} \|\mathbf{z}_t - \mathbf{F}_{u,t}(\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{u})\|_2 + \alpha \|\mathbf{u}\|_1 + \frac{\beta}{2} \|\mathbf{u}\|_2 \quad (4.5)$$

等式(4.5)中的 L_1 与 L_2 混合成像模型，在统计学里被称作 elastic-net^[62]模型。等式 4.5 等价于：

$$\hat{\mathbf{u}}_t = \operatorname{argmin}_{\mathbf{u}} \frac{1}{2} \|(\mathbf{z}_t - \mathbf{F}_{u,t}\mathbf{x}_{t-1}) - \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{u,t} \\ \beta \mathbf{I} \end{pmatrix} \mathbf{u}\|_2 + \alpha \|\mathbf{u}\|_1 \quad (4.6)$$

在原始的 elastic-net 模型中， β 是常数约束，这意味着 \mathbf{u} 的惩罚权重是相同的。然而，图 4.2 表明 \mathbf{u} 中元素的惩罚权重应该是自适应的，从而可以更好的捕捉成像物体中区域性的动态变化。因此，以 β_t 代表 \mathbf{u} 的自适应的权重，重写等式 4.6：

$$\hat{\mathbf{u}}_t = \operatorname{argmin}_{\mathbf{u}} \frac{1}{2} \|\mathbf{z}_t - \mathbf{F}_{u,t}(\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{u})\|_2 + \alpha \|\mathbf{u}\|_1 + \frac{1}{2} \gamma \|\operatorname{diag}(\beta_t)\mathbf{u}\|_2 \quad (4.7)$$

其中， γ 为 L_2 范数的正则化约束，等式 4.7 等价于：

$$\hat{\mathbf{u}}_t = \operatorname{argmin}_{\mathbf{u}} \frac{1}{2} \|(\mathbf{z}_t - \mathbf{F}_{u,t}\mathbf{x}_{t-1}) - \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{u,t} \\ \gamma \operatorname{diag}(\beta_t) \end{pmatrix} \mathbf{u}\|_2 + \alpha \|\mathbf{u}\|_1 \quad (4.8)$$

等式 4.8 即为本文提出的成像模型，该模型可以通过很多现有的稀疏优化算子进行求解。

在我们的先前工作中^[61]，为了加强卡尔曼滤波解 \mathbf{u} 的稀疏性，等式 4.4 被追加了 L_1 约束：

$$\hat{\mathbf{u}}_t = \operatorname{argmin}_{\mathbf{u}} \|\mathbf{z}_t - \mathbf{F}_{u,t}(\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{u})\|_2 + \alpha \|\mathbf{u}\|_1 + \beta \mathbf{u}^H \mathbf{P}_t^{-1} \mathbf{u} \quad (4.9)$$

然后，使用 FOCUSS^[66]来对 4.9 模型进行求解，结果表明稀疏约束的卡尔曼滤波技术在统计上可以改善原有的卡尔曼滤波技术^[62]。

对比 4.9 和 4.6, 我们看到基于卡尔曼滤波的成像模型和本文模型的差别: 卡尔曼滤波使用 \mathbf{P}_t 的逆来对 \mathbf{u} 进行加权, 然而本文的模型中的权值是估计出来的, 而非固定不变的。具体来说, 4.9 与 4.6 主要有两方面的不同:

①等式 4.6 不需要 \mathbf{u} 是满足高斯分布的, 也不需要测量误差 \mathbf{v}_t 是具有特定方差的高斯白噪声。在动态核磁共振成像中, \mathbf{u} 实际上是由于物体的运动^[64]而引起的帧差, 因此不满足随机高斯噪声的性质。因此动态核磁共振成像中的这一特性不满足卡尔曼滤波要求测量噪声是满足高斯随机噪声的假设。

②等式 4.9 中的 \mathbf{P}_t 是通过最小化后验误差协方差^[67]导出的, 并且通过 4.2a 和 4.2c 从状态变量中独立更新的。仅仅根据 4.2 是很难解释 \mathbf{P}_t 以及帧差是如何被加权的。然而在 4.6, 通过将 \mathbf{u} 朝 0 进行惩罚可以确定权值向量 β_t 。

4.3. 模型求解

为了求解 4.7, 首先应该确定 β_t 。正如前文所述, β_t 是将 \mathbf{u}_t 向 0 方向进行惩罚的权重。很明显, 静止的部分应该比动态的部分得到更多的惩罚。我们发现动态部分的方差通常比静态部分的方差大, 因此, 可以通过当前帧至所有帧中像素的方差来衡量像素是动态的还是静止的。所以, 我们采用方差来对权重 β_t 进行估计。此外, 为了防止将噪音放大, 我们将 β_t 正规化到 (0,1)。对于第一帧图像, 由于无法获得方差信息, 因此采用压缩传感来对第一帧图像直接进行重建。从第二帧图像开始, 使用像素的方差来对 β_t 进行估计。

给定 β_t 后, 等式 4.7 就可以在压缩传感框架下进行求解。本文采用梯度投影算子 (GPSR: Gradient Projection for Sparse Reconstruction)^[68] 来对 4.7 中的帧差进行恢复重建。

4.4. 实验结果与讨论

本章提出的模型在压缩传感框架下实现并通过模拟数据和心脏电影数据进行验证。在本文中, \mathbf{k} 空间的采样模式为沿相位编码方向的高斯随机笛卡尔采样。由于我们的重建模型是通过恢复当前帧与之前帧的帧差来实现图像重建的, 因此精确的重建第一帧图像对后续帧图像的重建起到关键作用。所以, 在数据采集过程中, 对于比较靠前的时间帧, 我们的采样数据比较稠密, 而比较靠后的时间帧的采样数据相对较少。具体来说, 对于第一帧, 我们的下采样因子为 2, 对于第二帧, 下采样因子为 4, 对于其余帧, 下采样因子为 8。在文献^[60]中, 将 \mathbf{Q}_t 设置成常对角矩阵 \mathbf{Q} , 在我们的实现中, 第一帧的数据被用于估计矩阵 \mathbf{Q} 。在本章的对比实验中, 我们选取了当前最好的实时重建方法^[60]和 \mathbf{k} -t FOCUSS 方法作为我们的对比方法。所

有的模拟和重建均用 MATLAB R2010b (MathWorks, Inc., Natick, MA)来实现。文中分别采用了模拟数据和心脏电影数据作为我们的实验数据, 详细介绍如下:

①模拟数据:

本章采用的模拟数据反应了轴向心脏核磁共振图像的整体结构信息, 该数据集的生成方法与文献^[60]相同。模拟数据由一个动态图像序列构成, 图像中包含了三组同心圆, 三组同心圆在变化过程中呈现三种不同的动态效果: 只改变灰度水平的动态效果, 缓慢改变半径大小的动态效果以及快速改变半径大小的动态效果。其中, 具有固定半径的同心圆模拟了成像背景, 缓慢改变半径大小的同心圆模拟了呼吸作用, 而快速改变半径大小的同心圆模拟了心脏跳动。对这个动态图像序列做傅立叶变换并进行下采样后就得到了我们的实验数据。整个模拟数据集包含了 40 帧图像大小为 128x128 的图像。

②心脏电影核磁共振数据集:

本章使用的心脏电影核磁共振数据集是通过飞利浦扫描仪获得的。该仪器的视域(FOV)大小为 345×270mm, 分辨率为 256×256 的 1.5T, 具有 50 度的翻转角以及 TR=3.45ms 的稳态自由进动序列。最终获得的数据集具有 25 帧图像, 包含了心脏的一个收缩舒张周期。

4.4.1. 实验结果

①模拟数据:

图 4.3a 显示了第一帧模拟数据, 图中右下角的圆是仅有一些灰度变化的静态背景, 靠近中心的圆是缓慢变化的, 而左上的圆是快速变化的。由于快速运动的区域更能验证算法的性能, 因此, 我们将通过观察矩形区域内圆的重建效果来验证本文提出的方法是否能够捕捉快速变化的运动。

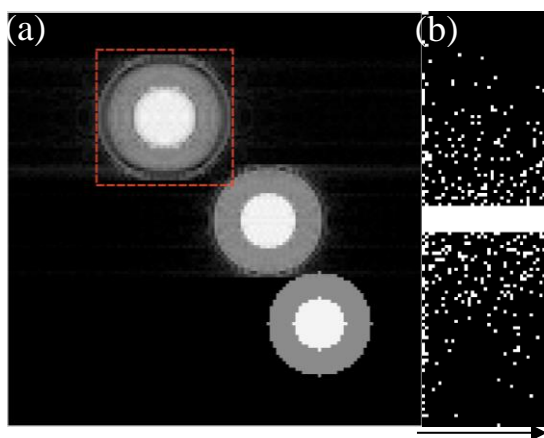


图 4.3 一帧模拟数据(a) , 沿相位编码方向的高斯随机下采样(b)

Figure 4.3. One frame of simulated phantom (a) with a rectangle region of interest (ROI) and the Gaussian random under-sampling pattern along phase-encoding direction(b)

图 4.4 显示了读出方向的重建结果，图 4.4a 中红色短线标记的位置代表我们的观测目标，图 4.4b-e 分别代表真实图像结果(Truth)，k-t FOCUSS 的重建结果(k-t FOCUSS)，卡尔曼滤波的重建结果(kalman)和本文方法的重建结果(Proposed)。三个重建方法都可以较好的捕捉图像的运动，其中，k-t FOCUSS 的重建效果比卡尔曼滤波和本文的方法的重建效果都好，这是因为 k-t FOCUSS 是一种具有因果性质的离线重建方法，也就是说这类方法在重建当前帧图像时会使用所有 k 空间数据。从误差图可以看出本文提出的方法比卡尔曼滤波有稍好的重建效果，尤其在白色箭头标注的区域。图 18f 中的正规化均方误差(normalized mean squared error, NMSE, 其中: $NMSE = ||\mathbf{x} - \mathbf{x}_{true}||^2 / ||\mathbf{x}_{true}||^2$) 曲线图表明：相比于 kalman 成像方法本文提出的方法可以获得更小的 NMSE，甚至在部分区域可以超过 k-t FOCUSS。

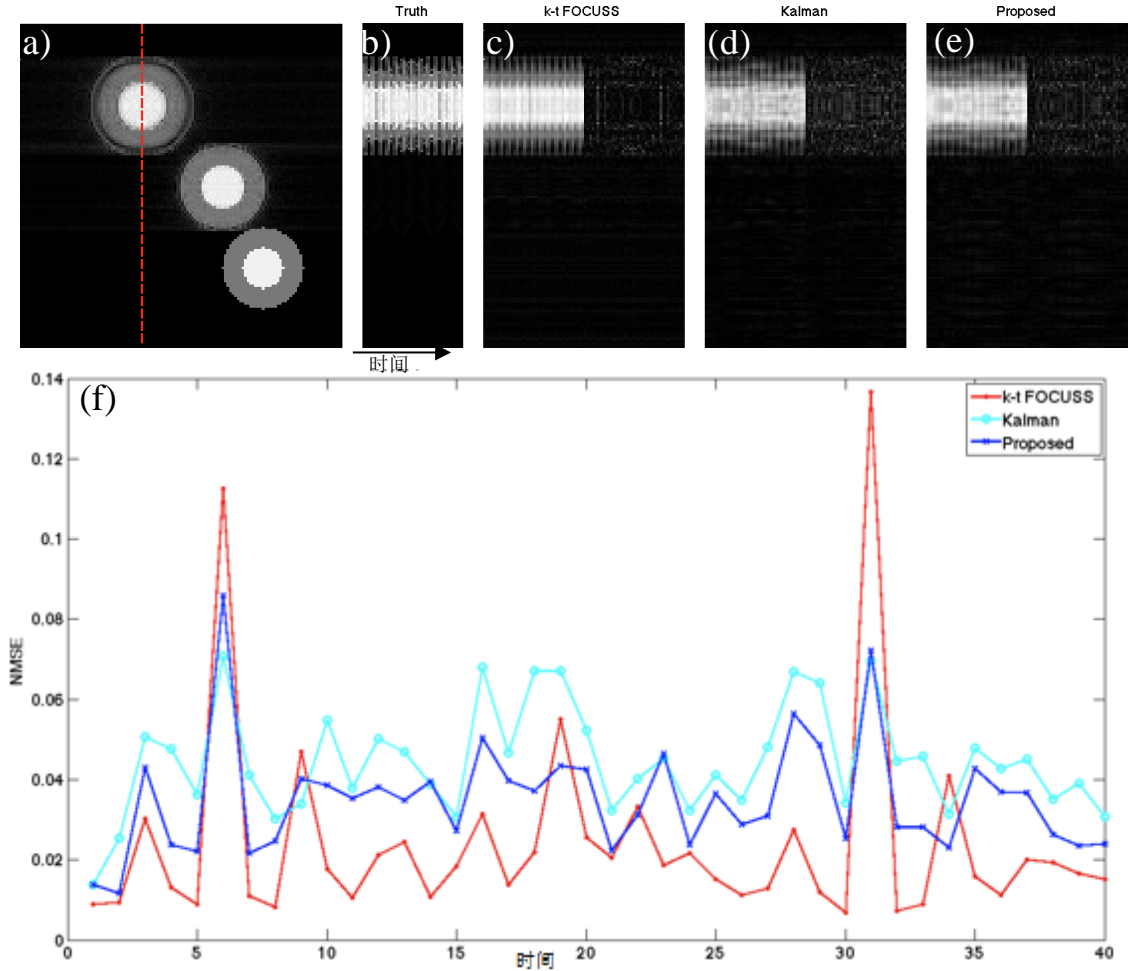


图 4.4 (a) 中的红色短线显示了一个读出位置，(b) 是 (a) 中标注位置的 x-t 空间的真实图像，(c, d, e) 分别是 k-t FOCUSS，卡尔曼滤波以及本文成像方法的 x-t 空间重建图像和误差图。(f) 为三个成像方法在 x-t 空间的 NMSE 曲线图。

Figure 4.4 The dashed line in (a) shows one read-out position across the rapidly oscillating circle, (b) is the ground truth of the x-t space at the read-out position, and (c,d,e) is the recovered x-t space and their error maps of the k-t FOCUSS, Kalman filter and proposed method, (f) compares the NMSE of the x-t space

为了验证重建算法在缓慢变化区域以及灰度变化区域的重建效果，我们选取了另外一个读出方向位置来作为我们的分析目标，如图 4.5 所示。该图与图 4.4 的组织方式相同，从图可以看出，三个方法在缓慢变化位置都具有比较好的重建效果，然而对于灰度变化位置，三个方法都不能很好的捕捉物体的运动。从误差图可以看出本文的方法可以获得比卡尔曼滤波更小的重建误差，尤其在白色箭头标注的区域。图 4.5f 中的 NMSE 曲线可以验证我们以上的视觉观察。

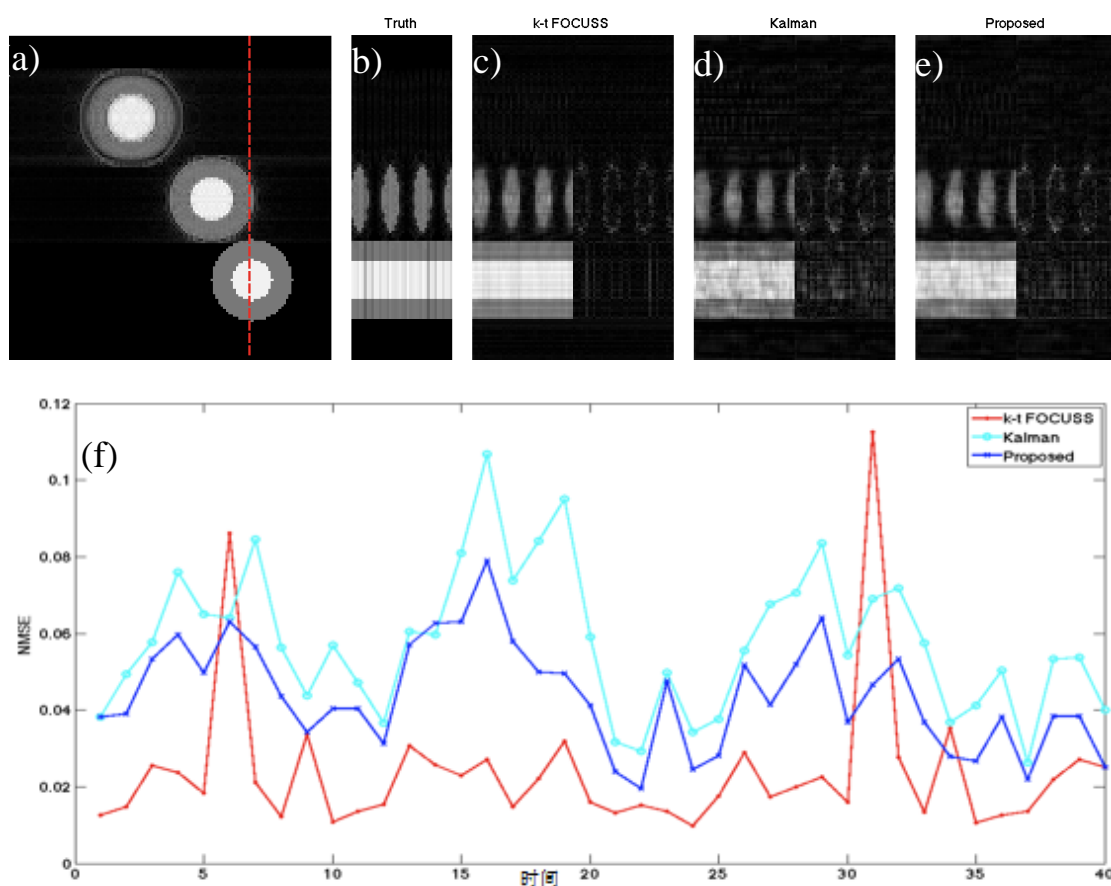


图 4.5 (a) 中的红色短线显示了一个读出位置，(b) 是 (a) 中标注位置的 x-t 空间的真实图像，(c, d, e) 分别是 k-t FOCUSS，卡尔曼滤波以及本文成像方法的 x-t 空间重建图像和误差图。(f) 为三个成像方法在 x-t 空间的 NMSE 曲线图。

Figure 4.5 The dashed line in (a) shows one read-out position across both the slowly oscillating and the stationary circles, (b) is the ground truth of the x-t space at the read-out position, and (c,d,e) are the recovered x-t space and their error maps of k-t FOCUSS, Kalman filter and the proposed method. (f) compares the NMSE of the x-t space at the read-out position

为了显示整个快速变化区域的重建效果, 图 4.6 给出了这一区域 (图 4.3 红色区域) 的重建图像以及量化指标 NMSE 曲线图。从图 4.6 可以看出本文的成像方法在大多数时间帧都超过了卡尔曼滤波方法。通过图 4.5 和图 4.6, 我们发现对于模拟数据, 无论是对快速变化的区域还是缓慢变化的区域, 本文的成像方法都比 kalman 成像方法具有更好的重建性能。

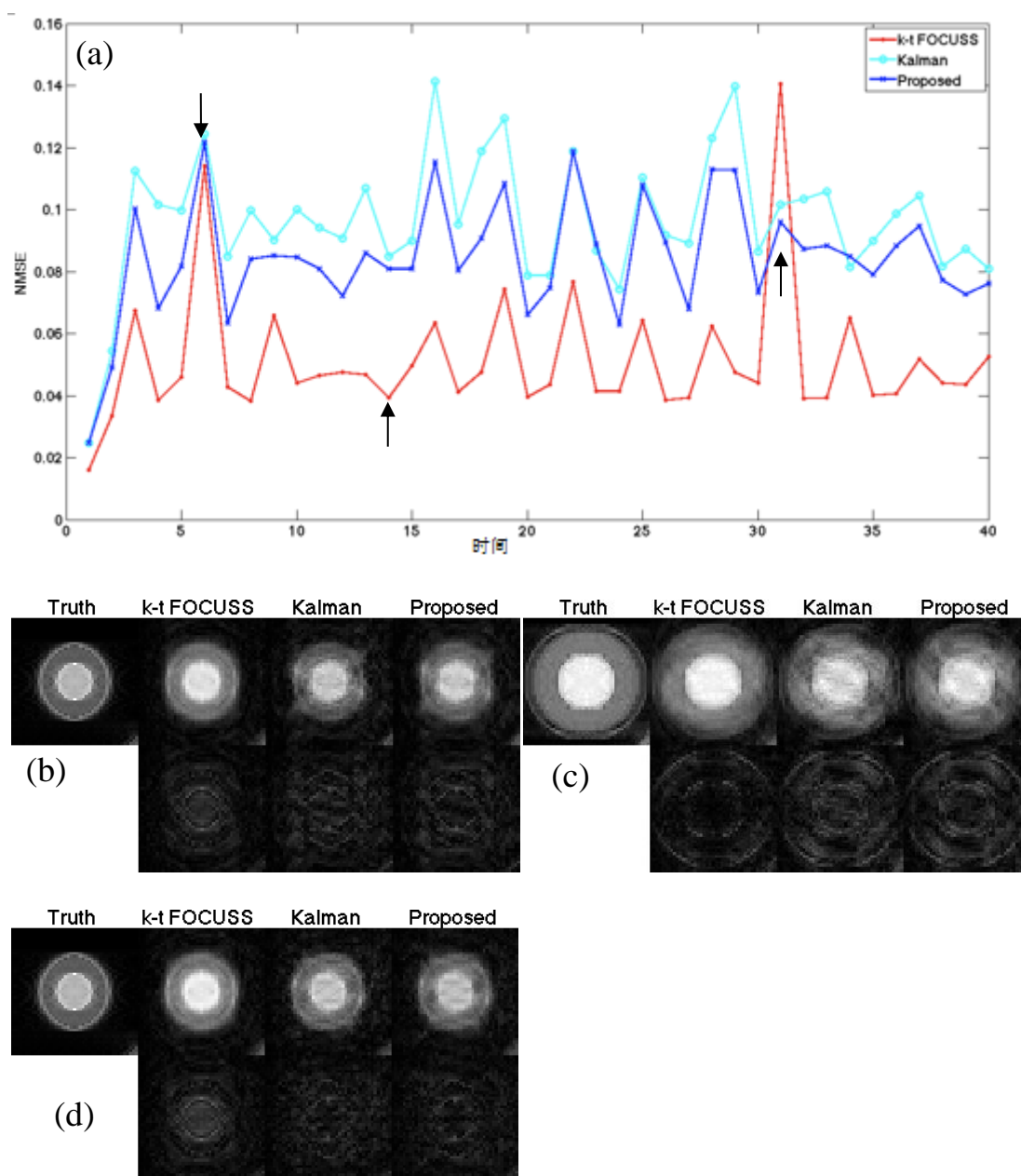


图 4.6 (a)显示了快速变化区域的 NMSE 曲线, (b-d) 分别是 k-t FOCUSS, 卡尔曼滤波以及本文成像方法在第 6 帧, 14 帧和 31 帧的重建图像和重建误差。

Figure 4.6 The NMSE of the area covering the rapidly oscillating circle (a) and the ground truth, recovered images and their error maps of k-t FOCUSS, Kalman filter and proposed method for frames 6(b), 14(c), 31(d), respectively

②心脏电影核磁共振数据

图 4.7a 显示了一帧心脏图像，图中红色矩形区域为动态特征最强的部分，该区域也是我们最感兴趣的区域(ROI)，本文后续的针对心脏电影数据的实验也是针对该区域进行讨论的。

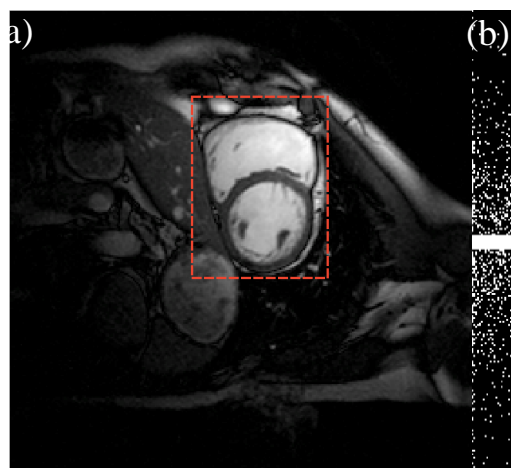


图 4.7 一帧心脏图像(a),高斯随机笛卡尔采样模式(b)

Figure 4.7 One frame of cardiac cine (a) with a rectangle region of interest (ROI) and the Gaussian random under-sampling pattern (b)

从图 4.8 可以看出 k - t FOCUSS 丢失了一些重建细节，如图中白色箭头标注的区域,这就导致了 k - t FOCUSS 在 9-14 时间帧的 NMSE 比其他两个方法更大。从视觉上来看，卡尔曼滤波和本文的方法有非常相似的重建结果。然而，卡尔曼方法的重建图像会出现连续的条状斑纹，如图 4.8d 所示，而本文的重建图像中的条状斑纹随着时间的推移逐渐消失，如图 4.8e 所示。这是因为卡尔曼滤波使用下采样傅立叶变换和固定的系统噪声协方差矩阵来更新权重，而本文的方法随着重建的进行，不断通过已经重建好的图像的先验信息来对权重进行纠正更新。从图 4.8e 也可看出，相比于卡尔曼滤波成像方法本文的成像方法在大部分时间帧具有更小的 NMSE，而且随着重建的进行本文成像方法的 NMSE 曲线整体呈现下降趋势。

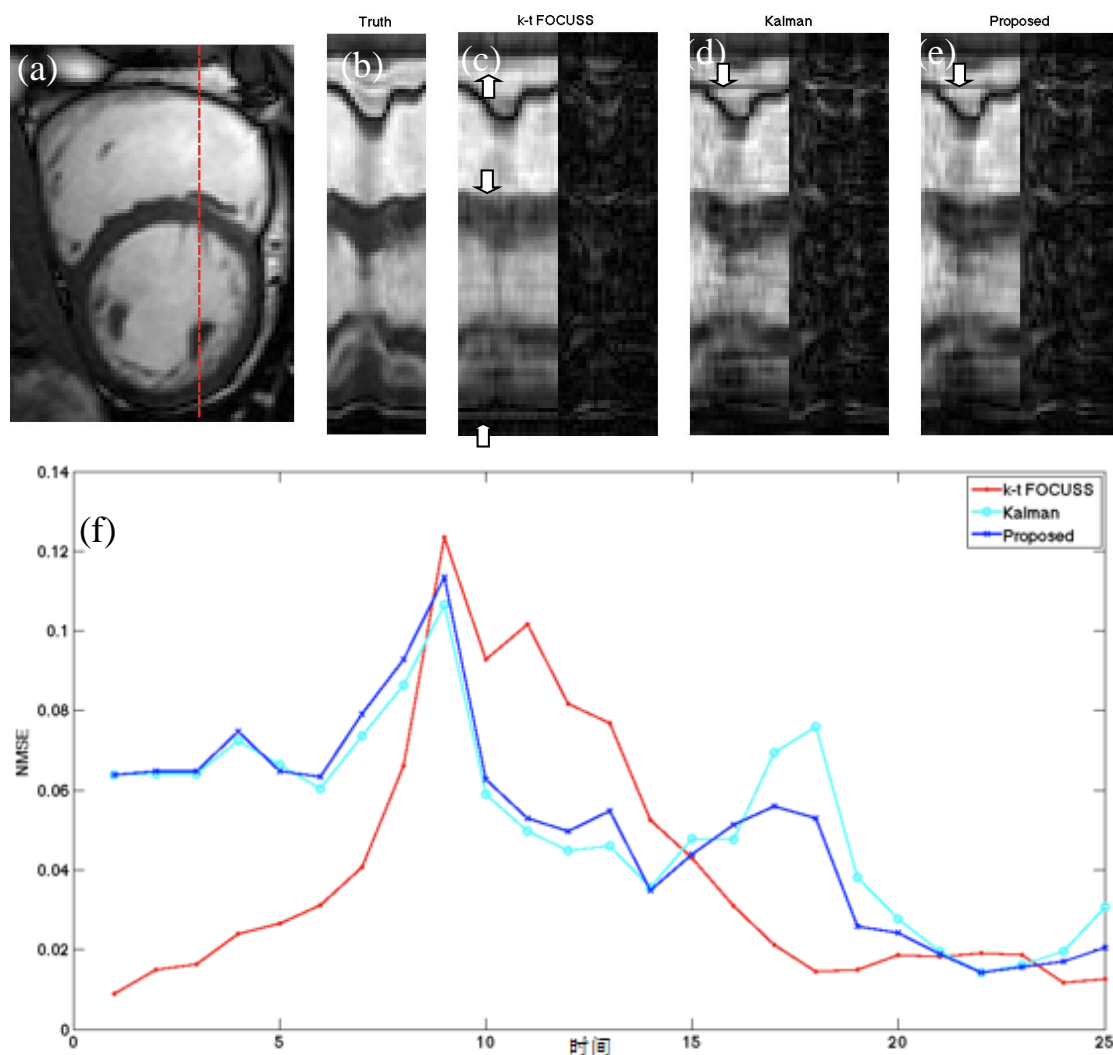


图 4.8 (a) 中红色短信代表一个读出方向位置, (b) 是在读出位置上 $x-t$ 空间的真实图像。(c, d, e) 分别显示了 $k-t$ FOCUSS, 卡尔曼滤波以及本文重建方法的重建图像和误差图, (f) 为相应的 NMSE 曲线。

Figure 4.8 shows one read-out position across area of rapid cardiac deformation and (b) is the ground truth of the $x-t$ space at the read-out position, (c, d, e) show the recovered $x-t$ space and their error maps of the three methods, (f) compares the NMSE of the $x-t$ space at the read-out position

图 4.9 显示了整个 ROI 的 NMSE 曲线以及 8 帧, 13 帧, 24 帧的重建结果。从 NMSE 曲线图可以看出在重建的开始阶段和结束阶段, $k-t$ FOCUSS 具有更小的重建误差, 而在成像的中间阶段, 卡尔曼滤波和本文的方法具有更小的重建误差。相比于卡尔曼滤波本文的方法在大部分时间帧具有更小的重建误差。

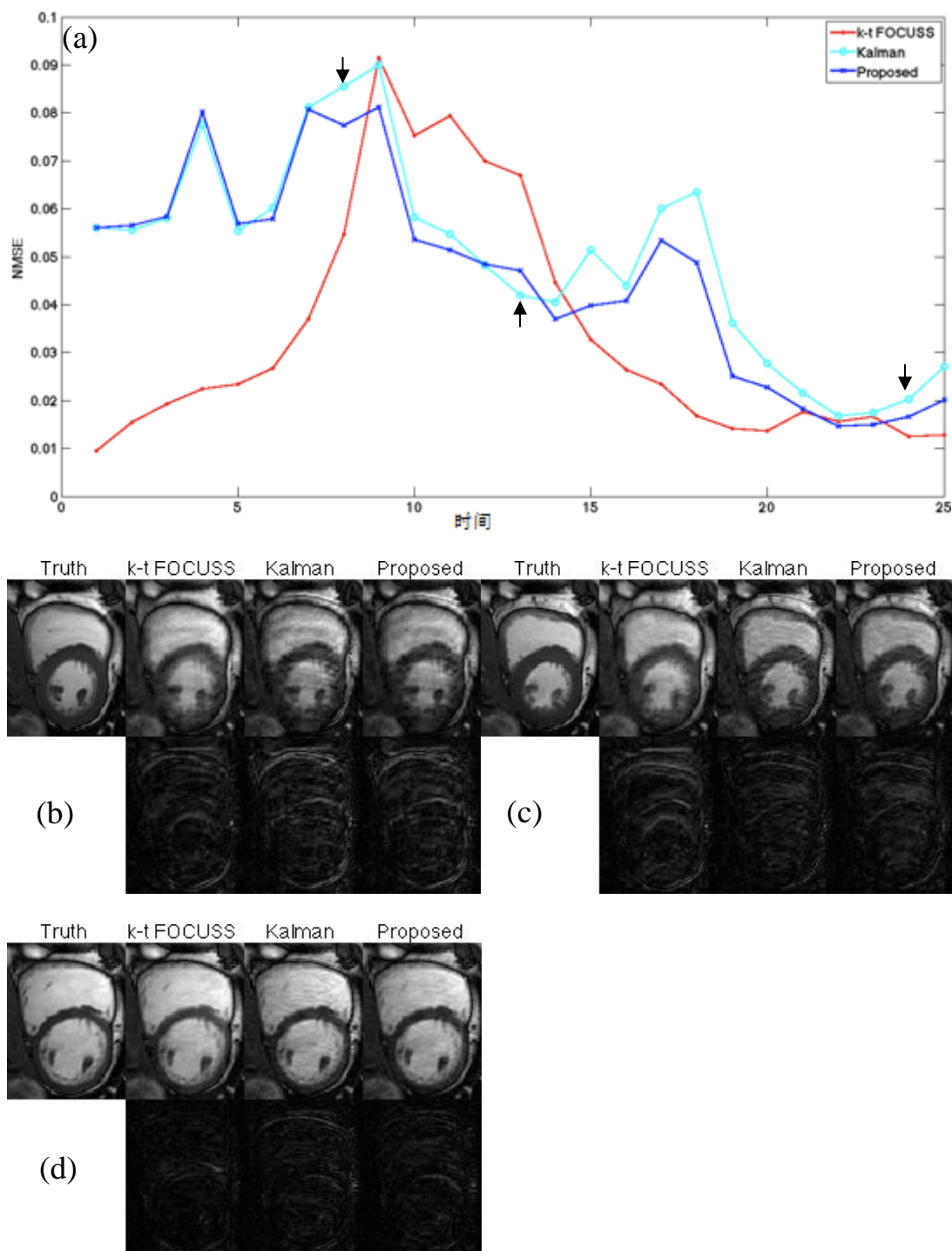


图 4.9 (a) 为 ROI 的 NMSE 曲线, (b-d) 分别是 k-t FOCUSS, 卡尔曼滤波以及本文成像方法在第 8 帧, 13 帧和 24 帧的重建图像和重建误差

Figure 4.9 The NMSE of the ROI (a) and the ground truth, recovered images and their error maps of three methods for frames 8(b), 13(c), 24(d), respectively

为了验证三个成像方法的运动跟踪效果, 我们设计了如图 4.10 所示的实验图 4.10a 中的红色小矩形所代表的位置为我们的跟踪目标, 图 4.10b-d 分别为 k-t FOCUSS, 卡尔曼滤波成像方法和本文成像方法的跟踪效果。从图可以看出, 在

心脏周期开始和结束的这两个比较慢速的心壁运动阶段，k-t FOCUSS 可以更好的捕捉图像的运动，然而在心脏剧烈收缩阶段（图 4.10b 的 7-13 帧），该方法不能很好的描述这个运动过程。卡尔曼滤波和本文提出的方法具有相似的重建误差，并都显示了比较好的重建效果，如图 4.10c-d 所示。

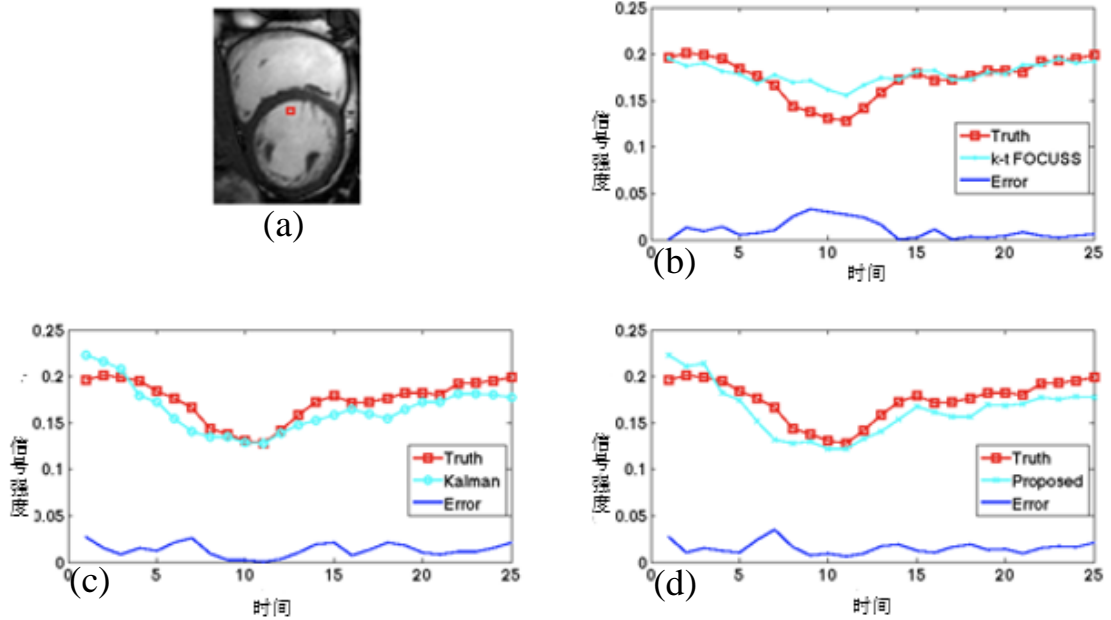


图 4.10 (a)中 3x3 的红色矩形区域的点位我们的跟踪目标，在跟踪时取区域中的点的平均强度值，(b-d) 分别为三个成像方法的跟踪效果

Figure 4.10 The average signal intensity of a small region of size 3x3 marked in (a), b-d compares the three methods against the ground truth

4.4.2. 讨论

在本章工作中，我们提出了一个笛卡尔采样模式下的实时动态核磁共振图像重建算法。在本文之前，已经有相关工作将卡尔曼滤波结合到动态核磁共振成像中，然而，卡尔曼滤波对系统噪声的高斯随机假设并不适合实时动态核磁共振成像问题。在实时动态核磁共振成像中，系统噪声与帧差相关，这就意味着，高斯分布不能描述实时动态核磁共振成像中的运动模式。在发现帧差并不满足高斯分布并且具有稀疏性质后，我们提出结合了 L_1 范数和 L_2 范数的 elastic-net 来对实时动态核磁共振成像问题进行建模，其中 L_1 促进了帧差的稀疏性，加权 L_2 适应性的保证了成像对象的运动。

在卡尔曼滤波方法中，加权矩阵是通过下采样傅立叶变换和系统噪声的协方差矩阵来确定的，在重建过程中，通常假设协方差矩阵不随时间改变，并且只随模型中的状态变量改变。在本文提出的方法中，加权矩阵是通过每个像素的方差

来确定的。从比较结果来看，本文提出的方法在实时动态核磁共振成像上具有比较好的重建性能。

本章的重建模型是在压缩传感框架下进行求解的。在笛卡尔采样模式下，本文方法的重建可以沿着读出方向并发进行，因此可以很容易的通过并行计算来减少成像时间。

本章的重建模型主要有两方面的缺陷。首先，模型只是简单的使用先前帧来对当前帧进行估计，然后对帧差进行重建。如果找到更好的模型来对当前帧进行估计，那么误差会更接近高斯随机分布，而此时使用卡尔曼滤波会更合理。其次，文中使用像素的方差来对权值进行估计，显然，这种直觉的方式在背景噪音严重的时候并不具有鲁棒性。

4.5. 本章小结

本章分析了实时动态成像的特以及集帧差形成的原因。根据帧差具有稀疏性和可压缩性的特点，本章提出了结合运动约束和稀疏约束的实时动态核磁共振成像模型。重建模型在压缩传感框架下进行求解。实验结果表明：通过与卡尔曼滤波方法作对比，本章的重建方法在模拟数据和动态心脏数据上具有更好的重建性能。将来的工作将致力于寻找更好的运动检测模型，此外，我们会通过并行计算的方式来进一步加速我们的成像速度。

5 总结与展望

5.1. 总结

在核磁共振成像领域，无论是静态成像还是动态成像都以更少的采样数据更好的成像质量为目标。压缩传感理论是以稀疏，随机采样为特点的信号处理技术，经研究表明，压缩传感应用于核磁共振成像可以提高成像质量，因此间接的减少了成像时间。在压缩传感应用于核磁共振成像的过程中，更稀疏的表示，更快速、更健壮的重建算法都是我们要追求的目标。本文主要通过先介绍采样定理，压缩传感的基本原理，核磁共振成像原理，进而引出了压缩传感在静态核磁共振成像里的应用和实时动态核磁共振成像里的应用。具体来说本文完成了如下几部分的研究工作：

①介绍基于压缩传感的核磁共振成像方法的两类稀疏字典：即全局稀疏字典和局部稀疏字典，以及它们各自的优势与劣势。然后，针对在压缩传感中独立使用全局或局部稀疏字典所分别导致的图像细节或整体图像结构信息的丢失，提出了一个新颖的联合利用局部稀疏和全局稀疏约束来捕捉核磁共振图像的局部和整体结构信息的重建模型。我们分两步来解决该模型：首先，学习局部稀疏字典，然后对图像块进行稀疏编码；其次，联合利用局部稀疏和全局稀疏约束来进行重建。模拟实验表明，GLSMRI 超过了现有的仅利用局部稀疏结构或全局稀疏结构的方法。几个重要参数的选取原理也被阐述。将来的工作将着眼于：开发更为鲁棒的局部稀疏字典和使用自适应的全局稀疏字典来改善重建质量。

②介绍了实时动态核磁共振成像的现状，并详细分析了该应用场景下的成像特点，发展状况。通过分析卡尔曼滤波应用于实时动态核磁共振成像的特点以及存在的问题，本文提出了结合运动约束和稀疏约束的实时动态核磁共振成像模型。我们利用图像像素的方差来自适应估计加权矩阵，并在压缩传感框架下进行求解。实验结果表明：通过与卡尔曼滤波方法作对比，本文的重建方法在模拟数据和动态心脏数据上具有更好的重建性能。将来的工作将致力于寻找更好的运动检测模型，此外，我们会通过并行计算的方式来进一步加速我们的成像速度。

5.2. 展望

压缩传感理论提供了一种通过少量 k 空间采样数据来实现核磁共振成像的重建方法。本文主要针对基于压缩传感的信号处理技术在静态核磁共振成像和实时动态核磁共振成像这两方面的应用进行了研究，虽然取得了一些学术成果，但工

作的深度还远远不够，我们将以前期的工作为基础平台，继续在以下几方面进行深入研究：

①设计快速鲁棒性的重建算法

在压缩传感重建技术的研究中，通常选择比较经典的迭代算法，如正交匹配算法。而在核磁共振数据采集过程中，肯定会引入噪声，这势必会降低重建算法的重建性能，同时对重建图像的分辨率要求越高，所需要的计算量就会越大，因此在推向实际应用的过程中对系统的成像速度和成像质量提出了更高的要求。所以寻找稳健、高效和快速的重建算法迫在眉睫。

②并行处理平台的实现

目前，课题的研究还没有实现在并行平台上，考虑到应用压缩传感理论的实际环境不同，在对重建算法的实时性处理上应该选择不同的并行处理平台。将来我们会针对具体的应用以及应用特性而选择在 **FPGA** 平台或 **GPU** 平台上实现。找到一种适合于核磁共振成像应用场景的高效重建算法并对其进行并行化处理是需要继续深入研究的。

虽然在重建过程中还有很多待解决的问题，但是将压缩传感理论应用于核磁共振成像问题对该领域来说具有里程碑式的意义，该理论的应用以及研究成果对解决核磁共振成像问题具有重要的意义。

致 谢

在本论文将要完成之际，谨向所有给予我热情帮助的老师同学们表示最诚恳的谢意。

首先要衷心的感谢我的导师葛永新老师，葛永新老师在我的读研究生的这几年来给予了我很大的帮助，无论是在学习上还是在生活中都给我指明了前进的方向。在完成研究生毕业论文的阶段，从论文的选题、算法的改进，到论文的撰写，杨老师都给予了我极大的帮助。葛老师严谨的治学精神，不断创新的工作态度，给我留下了深刻的影响，让我受益匪浅。同时还要感谢洪小洪老师，在这三年的时间里洪老师指导我展开了一系列的科学研究，让我养成了严谨的学术态度。在此对张老师表示最真挚谢意。此外，还有实验室里的张小红老师、徐玲老师在我科研工作以及生活中遇到困难时都给予了我很大的帮助，在这里向各位老师致以深深的敬意。

同时，要感谢与我一起在科研上奋斗的师兄弟：涂丽云、黄晟、曲颖、张世征，他们在我进行科研的道路上给予了我很大的帮助。科研项目遇到问题，他们总是能够热心地和我一起讨论，共同解决。是他们的默默支持，让我有了不断前进的动力，让我充满信心的克服一切困难。感谢这些同学的热情帮助与支持。

谢谢大家！

林梦然

二零一六年四月

参考文献

- [1] 吴章洪. 基于压缩感知磁共振成像技术的研究[D].四川师范大学,2014.
- [2] D. L. Donoho, Compressed sensing, IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 52, no. 4, pp. 1289-1306, 2006
- [3] M. Lustig, D. Donoho, and J. M. Pauly, Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging, Magn.Reson.Med, vol. 58, no. 6, pp. 1182-1195, 2007.
- [4] 李国燕. 基于压缩感知的核磁共振成像重建技术研究[D].河北工业大学,2013.
- [5] Hasse A, Frahm J, Mattaei D, et al. FLASH imaging: Rapid NMR imaging using low flip anglepulses[J]. Magn Reson, vol.67, no.2, pp. 258-266, 1986.
- [6] Candes E J, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies[J]. Information Theory, IEEE Transactions on, vol.52, no.12, pp.5406-5425, 2006.
- [7] 练秋生,陈书贞.基于解析轮廓波变换的图像稀疏表示及其在压缩传感中的应用[J].电子学报, vol. 38, no. 6, pp. 1293-1298, 2010.
- [8] 吴巧玲,倪林,何德龙.基于非下采样 contourlet 变换的压缩感知图像重建[J].中国科学技术大学学报,vol. 42, no. 2, pp. 87-91,2012.
- [9] Aharon M, Elad M, Bruckstein MA. The K-SVD: An algorithm for designing of overcomplete dictionaries for sparse representations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 54, no. 11, pp. 4311-4322, 2006
- [10] Elad M. Optimized projections for compressed sensing[J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, vol. 55, no. 12, pp. 5695-5702,2007.
- [11] Applebaum L, Howard S D, Searle S, et al. Chirp sensing codes: Deterministic compressed sensing measurements for fast recovery[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, vol. 26, no. 2, pp. 283-290, 2009
- [12] Herman M A, Strohmer T. General deviants: An analysis of perturbations in compressed sensing[J]. Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal of, vol. , no. 2, pp. 342-349, 2010
- [13] Ma J. Compressed sensing by inverse scale space and curvelet thresholding[J]. Applied Mathematics and Computation, vol. 206, no. 2, pp. 980-988, 2008
- [14] Blumensath T, Davies M E. Iterative hard thresholding for compressed sensing[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, vol. 27, no.3, pp. 265-274, 2009.
- [15] Rauhut H, Schnass K, Vandergheynst P. Compressed sensing and redundant dictionaries[J]. Information Theory, IEEE Transactions on, vol. 54, no. 5, pp. 2210-2219, 2008
- [16] Candes E J, Eldar Y C, Needell D, et al. Compressed sensing with coherent and redundant dictionaries[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, vol. 31, no. 1,pp. 59-73, 2011

- [17] Jin J, Gu Y, Mei S. A stochastic gradient approach on compressive sensing signal reconstruction based on adaptive filtering framework[J]. *Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal of*, vol. 4, no. 2, pp. 409-420, 2010
- [18] 刘长红 , 杨扬 , 陈勇 . 基于压缩传感的手写字符识别方法 [J]. *计算机应用*, vol. 23, no. 8, pp. 2080-2082, 2009
- [19] 练秋生 , 郝鹏鹏 . 基于压缩传感和代数重建法的 CT 图像重 [J]. *光学技术*, vol. 35, no. 3, pp. 422-425, 2009.
- [20] 傅迎华.可压缩传感重建算法与近似 QR 分解[J].*计算机应用*, vol. 28, no. 9, pp. 2300-2302, 2008.
- [21] Lingala S G, Hu Y, DiBella E, et al. Accelerated dynamic MRI exploiting sparsity and low-rankstructure: kt SLR[J]. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, vol. 30, no. 5, pp. 1042-1054, 2011.
- [22] 李盼池, 基于量子位 Bloch 坐标的量子遗传算法及其应用 [J]. *控制理论与应用*.vol. 25, no. 6. pp. 985-989, 2008.
- [23] Prodromos Parasoglou, Li Feng, Ding Xia, Ricardo Otazo, and Ravinder R. Regatte Rapid3D-Imaging of Phosphocreatine Recovery Kinetics in the Human Lower Leg Muscles with Compressed Sensing Magnetic Resonance in Medicine, vol. 68, pp. 1738–1746, 2012.
- [24] Montefusco LB, Lazzaro D, Papi S, Guerrini C. A fast compressed sensing approach to 3D MR image reconstruction. *IEEE Trans Med Imaging*, vol. 30, no. 5, pp. 1064-75, 2011.
- [25] 阮钦杰. 基于压缩感知技术的快速动态磁共振成像技术研究[D].杭州电子科技大学, 2014.
- [26] Doyle M, Walsh EG, Blackwell GG, Pohost GM. Block Regional Interpolation Scheme for K-space (BRISK): a Rapid Cardiac Imaging Technique [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 33, no. 2, pp. 163-70, 1995.
- [27] Kellman P, Epstein FH, McVeigh ER. Adaptive Sensitivity Encoding Incorporating Temporal Filtering (TSENSE) [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 45, no. 5, pp. 846-52, 2001.
- [28] Pruessmann KP, Weiger M, Scheidegger MB, Boesiger P. SENSE: Sensitivity Encoding for Fast MRI [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 42, no. 5, pp. 952-62, 1999.
- [29] Madore B, Glover GH, Pelc NJ. Unaliasing by Fourier-encoding the Overlaps Using the Temporal Dimension (UNFOLD), Applied to Cardiac Imaging and fMRI [J]. *Magn Reson Med*, vol. 42, no. 5, pp. 813-828, 1999.
- [30] Tsao J, Boesiger P, Pruessmann KP. k-t BLAST and k-t SENSE: Dynamic MRI with High Frame Rate Exploiting Spatiotemporal Correlations [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 50, no. 5, pp. 1031-42, 2003.
- [31] Jung H, Sung K, Nayak KS, Kim EY, Ye JC. k-t FOCUSS: A General Compressed Sensing

- Framework for High Resolution Dynamic MRI. *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 61, pp. 103-116, 2009.
- [32] Qu X, Guo D, Chen Z, et al. Compressed sensing MRI based on nonsubsampled contourlet transform[C]//IT in Medicine and Education, 2008. ITME 2008. IEEE International Symposium on. IEEE, pp. 693-696, 2008.
- [33] Qu X, Guo D, Ning B, et al. Undersampled MRI reconstruction with patch-based directional wavelets[J]. *Magnetic resonance imaging*, vol. 30,no. 7), pp. 964-977, 2012.
- [34] Z.-P. Liang, and P. C. Lauterbur, *Principles of magnetic resonance imaging*: SPIE Optical Engineering Press, 2000.
- [35] E. J. Candes, and T. Tao, Decoding by linear programming, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 12, pp. 4203-4215, 2005.
- [36] E. J. Candès, J. Romberg, and T. Tao, Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 2, pp.489-509, 2006.
- [37] 王水花,张煜东. 压缩感知磁共振成像技术综述[J]. *中国医学物理学杂志*,pp. 158-162, 2015.
- [38] 陈秀梅,王敬时,王伟,汤敏. 基于压缩感知的 MRI 图像的二维重构和三维可视化[J]. *中国医学影像学杂志*,pp.235-240,2015.
- [39] 蒋明峰,刘渊,徐文龙,冯杰,汪亚明. 基于全变分扩展方法的压缩感知磁共振成像算法研究[J]. *电子与信息学报*, pp.2608-2612,2015.
- [40] E. Candes, L. Demanet, D. Donoho, and L. Ying, Fast discrete curvelet transforms, *Multiscale.Model. Sim*, vol. 5, no. 3, pp. 861-899, 2006.
- [41] M. Hong, Y. Yu, H. Wang, F. Liu, and S. Crozier, Compressed sensing MRI with singular value decomposition-based sparsity basis, *Phys.med.biol*, vol. 56, no. 19, pp. 6311, 2011.
- [42] 李青,杨晓梅,李红. 基于压缩感知的自适应正则化磁共振图像重构[J]. *计算机应用*, pp. 541-544, 2012.
- [43] M. Aharon, M. Elad, and A. Bruckstein K-SVD - An Algorithm for Designing Overcomplete Dictionaries for Sparse Representation, *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, no. 12. pp. 4203-4215, 2006.
- [44] Y. Wang, L. Ying, Compressed Sensing Dynamic Cardiac Cine MRI Using Learned Spatiotemporal Dictionary, *IEEE Trans. Bio-Med Eng.* vol. 61, no. 4, pp. 1109-1120, 2014.
- [45] 屈小波,侯迎坤,Fan Lam,郭迪,陈忠. 基于 PANO 算子的图像自相似性 MRI 稀疏重建[A]. *中国物理学会波谱专业委员会.第十七届全国波谱学学术会议论文摘要集*[C].中国物理学会波谱专业委员会. 2012.
- [46] 赖宗英,屈小波,刘运松,郭迪,叶婧,占志芳,陈忠. 基于全局相似关系的压缩感知 MRI 稀疏重

- 建[A]. 中国物理学会波谱专业委员会.第十八届全国波谱学学术年会论文集[C].中国物理学会波谱专业委员会. 2014.
- [47] Qu X B, Hou Y K, Lam F, et al. Magnetic resonance image reconstruction from undersampled measurements using a patch-based nonlocal operator, *Medical Image Analysis*, vol.18, no.6, pp. 843-856 , 2013.
- [48] S. Ravishankar and Y. Bresler MR Image Reconstruction From Highly Undersampled k-Space Data by Dictionary Learning, *IEEE Trans. Med Imag*, vol.30, no. 5, pp. 1028-1041, 2011.
- [49] W. Dong, X. Li, Y. Ma, and G. Shi, Image restoration via Bayesian structured sparse coding, *IEEE Int. Conf. Image Process*, pp. 4018-4022, 2014.
- [50] R. Venkataramani, and Y. Bresler, Further results on spectrum blind sampling of 2D signals, *IEEE Int. Conf. Image Process*, vol. 2, pp. 752–756, 1998.
- [51] J. Tropp, Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 50, no. 10, pp. 2231-2242, 2004.
- [52] J. Nocedal, and S. J. Wright, Conjugate gradient methods, *Numerical Optimization*, pp. 101-134, 2006.
- [53] American Radiology Services, 2009 [Online]. Available: <http://www3.americanradiology.com/pls/web1/wwimggal.vmg/>
- [54] J Tsao and S Kozerke. MRI temporal acceleration techniques, *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, vol. 36, pp. 543–560, 2012
- [55] MS Asif, L Hamilton, M Brummer and J Romberg. “Motion-adaptive spatio-temporal regularization for accelerated dynamic MRI.” *Magn Reson Med*, vol. 70, no. 3, pp.800–812, 2013.
- [56] C Bilen, Y Wang and I Selesnick. Compressed sensing for moving imagery in medical imaging, *arXiv*, pp.1203-5772.
- [57] N.Vaswani. KF-CS: Compressive sensing on Kalman filtered residual, *arXiv*, pp. 0912-1628.
- [58] U Sümbül, JM Santos and JM Pauly. A practical acceleration algorithm for real-time imaging, *IEEE Trans Med Imaging*, vol. 28, no. 12, pp. 2042–51 , 2009.
- [59] U Sümbül, JM Santos and JM Pauly. Improved time series reconstruction for dynamic magnetic resonance imaging, *IEEE Trans Med Imaging*, vol. 28, no. 7, pp. 1093–104, 2009.
- [60] X Feng, M Salerno, CM Kramer and CH Meyer. Kalman filter techniques for accelerated Cartesian dynamic cardiac imaging, *Magn. Reson. Med*, vol. 69, no. 5, pp. 1346–1356 , 2013
- [61] H Mingjian, L Feng, Z Xiaohong and GeYongxin. Sparsity-enforced Kalman filter technique for dynamic cardiac imaging, In *Proceedings of the 21st Annual Meeting ISMRM*, Salt Lake City, Utah, USA, Abstract, pp.4698, 2013.
- [62] Z Hui and H Trevor. Regularization and variable selection via the elastic net, *Journal of the Royal*

- Statistical Society, Series B, vol.67, no. 2, pp. 301–320 , 2005
- [63] A Majumdar and RK Ward. Causal dynamic MRI reconstruction via nuclear norm minimization, *Magnetic Resonance Imaging*, vol. 30, no. 10 , pp. 1483–1494 , 2012
- [64] A Majumdar, RK Ward and T Aboulnasr. Compressed sensing based on realtime dynamic MRI reconstruction, *IEEE Trans Med Imaging*, vol. 31, no. 2, pp. 2253–66 , 2012
- [65] A. Majumdar. Motion-predicted online dynamic MRI reconstruction from partially sampled k-space data, *Magnetic Resonance Imaging*, vol. 31, no. 9, pp. 1578–1586 , 2013
- [66] Gorodnitsky and Rao. Sparse signal reconstruction from limited data using FOCUSS: re-weighted minimum norm algorithm, *IEEE Trans. Signal Process.* vol. 45, pp. 600–16.
- [67] G Welch and G Bishop. An Introduction to the Kalman Filter, TR 95-041, Department of Computer Science, University of North Carolina, Chapel Hill.
- [68] AT Mario, RD Figueiredo, RD Nowak and SJ Wright. Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed sensing and other inverse problems, *Journal of Selected Topics on Signal Processing*, vol. 1, no. 4, pp. 586– 597 , 2007.
- [69] 陈后金. 信号与系统[M]. 清华大学出版社有限公司, 2003.
- [70] 数字视频编码技术原理[M]. 科学出版社, 2010.
- [71] Baraniuk R G. Compressive sensing[J]. *IEEE signal processing magazine*, vol. 24, no. 4, 2007.
- [72] 基于局部和全局稀疏表示的磁共振图像重建方法
- [73] Hong M, Zhang H, Lin M, et al. Online dynamic cardiac imaging based on the elastic-net model[J]. *Inverse Problems in Science and Engineering*, pp. 1-14, 2016.