



## FCN(2)——CRF通俗非严谨的入门



冯超

《强化学习精要》《深度学习轻松学》作者, 咨询请值乎

54 人赞了该文章

本文收录在[无痛的机器学习第一季](#)。

前面我们简单介绍了FCN——这个将High-Level任务转到Low-Level任务的模型。这里的High和Low并不是我们通常意义中的High和Low，两种任务并没有高低之分，但是两种任务实际上需要的技术还是有所不同的。CNN模型从High-Level任务起家，直接将它们放到Low-Level的任务中还是有些“水土不服”，于是乎，大神们想出了用概率图模型来补充这些细粒度的任务。

由于在这个专栏中我们还没有介绍概率图模型的基本内容，这一篇我们简单介绍下概率图模型和CRF的基本概念，为后面的内容做铺垫。

### 无向图模型

想了解无向图模型，先要了解无向图的特点。无向图和有向图有什么区别呢？不用说，就是方向嘛。那么有方向会有什么好处呢？当然就是整个概率图中概率或者信念（belief）的流动性。在有向图模型中，每一个小部分可以看作是一个CPD，也就是Conditional Probabilistic Distribution。这样的局部条件概率是很有用的，但是对于无向图来说，没有了方向也就丧失了这样的优势。

没有方向的无向图也就没法拥有CPD了，但是无向图模型还是有自己的办法。无向图模型一个个小部分被称作Factor，像CPD一样，Factor也可以表示成tabular的形式。也就是对于几个随机变量，我们随机变量的某个赋值会对应一个实数。但是factor有一个特点，那就是一个factor内容没有和为1的约束。

没有和为1的约束？Are you kidding？当然不是kidding。如果我们想求解概率还是有方法的，那就是把所有的Factor像有向图模型的贝叶斯网络那样都乘起来，再做一个归一化。我们就得到了总体的联合概率。得到了联合概率，就不用担心得到那些marginal probabilities和conditional probabilities了。这样无向图模型和有向图模型又走到同一起跑线。

那么问题又来了？为什么无向图模型不像有向图模型学习，也用CPD表示一个个的子部分，而要使用一个新东西呢？实际上有向图模型并不能够表示所有的真实场景，有向图模型通常需要一个有顺序的推断过程，其中的一些依赖关系和独立关系是有限制的，而无向图模型就没那么多限制了。所以说无向图模型可以对更多的问题进行建模。但是放弃了方向，也就意味着放弃了条件依赖和一些条件独立的特性，于是我们只能用Factor的形式进行表示。

当然Factor也有自己的好处，因为没有和为1的限制，所以整体上它的数值要求不是那么严格。但是它也有自己的坏处，那就是我们从Factor的Tabular形式中想读出一些有价值的信息是比较困难的。这个困难有两个方面：

首先，因为不具有和为1的限制，所以我们想计算联合概率就比较抽象。这个大家去看几个真实的Factor就能明白了。再看看贝叶斯网络的CPD，你就会感慨还是CPD写的清楚啊。

其次，Factor的Tabular中记述的一些关系和全局状态下的一些关系有时是相反的。我们具体看某个Factor时，会觉得这些随机变量更有可能产生某几个数值，但是如果我们站在全局观察，把联合概率计算出来再去计算marginal probability，就会发生局部的关系可能是错误的。而CPD在这方面具有优势，局部的概率放在全局还是合理的。

说实话前面的知识量还是有点大，但是上面的就是无向图模型的基础，总结起来就是这些。

### Gibbs Distribution

Gibbs Distribution就是利用Factor表示的无向图模型的概率分布，Gibbs Distribution的表示形式如下所示：

▲ 赞同 54 ▼    7 条评论    分享    收藏    ...



$$P(X_1, X_2, \dots, X_n) = \frac{1}{Z(X)} \tilde{P}(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

$$\tilde{P}(X_1, X_2, \dots, X_n) = \prod_{i=k}^m \phi_i(X)$$

$$Z(X) = \sum \prod \phi_i(X)$$

这也就是利用无向图模型表示联合概率的方式。

## Log-Linear Model

上面的Gibbs Distribution实际上已经可以用了，但是它并不是十分好用。为什么呢？因为每一个Factor实际上还是需要采用Tabular的形式进行表达，这对我们建模还是个不小的负担。所以我们需要将这个形式进行一定的转换。

我们重新定义Factor：

$$\phi(X) = \exp(-\xi(X))$$

$$\xi(X) = -\log(\phi(X))$$

我们把 $\phi(X)$ 称作Factor function，把 $\xi(X)$ 称作Energy Function。在物理学中，能量越大的物质存在的概率越小，这样也可以解释这个崭新登场的函数。

为什么要定义这个函数呢？我们知道Factor function中的每一项都需要是非负的，这个限制也会对我们的建模造成困扰，因此利用指数，我们的Energy Function拜托了非负数的限制，现在变得可正可负。

另外一个十分重要的特性，是我们把原来的乘法关系变成了加法关系。我们现在有

$$P(X_1, X_2, \dots, X_n) = \exp\left(\sum_{i=k}^m \xi_i(X)\right)$$

变成加法关系对我们建模求解来说都是一个令人兴奋的事情，因为加法的关系更利于求导化简。当然，模型形式到了这一步还不够，我们还要做进一步的化简，那就是引入Feature这个概念。

我们知道Factor的一般形式是Tabular的形式，但是很多时候我们的Tabular实际上是比较稀疏的。虽然参与一个Factor的随机变量很多，但是真正有意义的关系其实没几个。所以我们希望放弃Tabular的形式，转而使用Feature的形式进行表示，说白了就是尽可能地合并相同结果的表示条件。这样的话Factor的表示就会简洁很多。

于是我们就完成线性模型的构建。

CRF

CRF的全称是Conditional Random Field。它的形式如下所示：

$$P(Y|X) = \frac{1}{Z(X)} \tilde{P}(Y, X)$$

$$\tilde{P}(Y, X) = \exp\left(\sum_i w_i * f_i(Y, X)\right)$$

$$Z(X) = \sum_Y \exp\left(\sum_i w_i * f_i(Y, X)\right)$$

可以看出，条件随机场在建模的时候同样需要计算联合概率，只不过这一次参与计算的有两部分随机变量——X和Y。一般来说，我们把X称作观察变量，也就是已知的变量；Y称作目标变量或者隐含变量，是我们想知道的变量。

比方说图像分割的问题，X就是图像的像素，Y就是每个像素所归属的类别。当然对于二维的图像问题还是有点复杂，那么我们用个简单的一维问题做了例子：比方说自然语言处理中的词性标注问题，那么它的建模形式如下所示：

$$\tilde{P}(Y, X) = \exp\left(\sum_i f_1(X_i, Y_i) + f_2(Y_i, Y_{i-1})\right)$$

总结

如果你在读这篇文章之前并不了解CRF，那么我相信这篇文章并不能让你对CRF有很深的印象，但是多多少少会有点了解。总体来说，采用无向图模型建模的CRF具有很强的灵活性和适应性，但是计算起来却不那么容易。所有的inference必须从求解联合概率入手，而且还要计算normalization那一项。所以计算是无向图模型的难题，后面我们也会深入计算这个问题，试图解决难以计算这个问题。

广告时间

更多精彩尽在《深度学习轻松学：核心算法与视觉实践》！

编辑于 2017-11-22

机器学习 概率图模型

文章被以下专栏收录



无痛的机器学习

专栏主营业务：让更多人能看懂的机器学习科普+进阶文章。欢迎各位大神投稿或协...

进入专栏

推荐阅读

一篇介绍CRF的好博文

简书上看到一篇介绍CRF的文章，觉得讲的易懂，果断搬过来如何轻松愉快地理解条件随机场（CRF）？之前读过好多CRF的文章，感觉都没有这个好，仔细想想，这篇的好处是，作者对照词...

呼广跃 发表于黎曼-希尔...

FCN(3)——DenseCRF

本文收录在无痛的机器学习第一季。上一回我们简单介绍了无向图模型和CRF的基本概念，下面我们来看看CRF在图像分割问题上的具体应用。我们简单回忆一下CRF中的两个关键变量，这时我们需要...

冯超

FCN(5)——DenseCRI

本文收录在无痛的机器学习季。经过前两篇文章，我们CRF的基本概念，了解了许的CRF模型，也了解了Mea variational inference的基z那么这一回我们开始真刀真

冯超

7 条评论

切换为时间排序

写下你的评论...



何志

1 年前

不是很懂

2



lliuz

1 年前

Gibbs Distribution的tilde加错位置了...

赞



冯超 (作者) 回复 lliuz

1 年前

是错了，多谢指出，马上改

赞

查看对话



liangdas

赞同 54

7 条评论

分享

收藏

...

能把这看懂，估计也不用看crf了啊


👍 赞

 陈琳

1 年前

写的好


👍 赞

 bling bling

1 年前

看不太懂，感觉提到的一些基础知识就不是很明白?♀

👍 赞

 余城璐

1 个月前

Factor是最大团么？

👍 赞