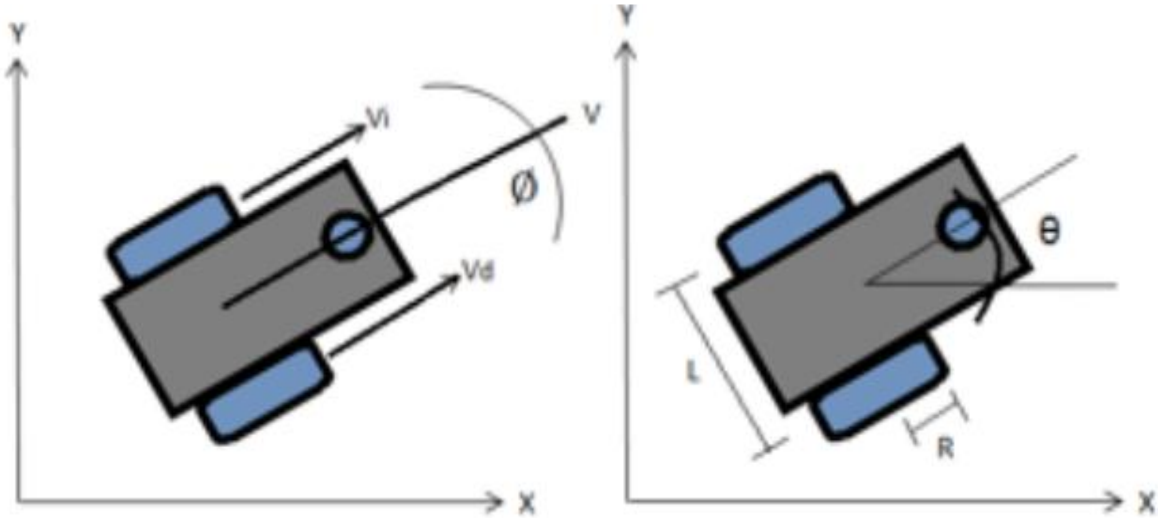
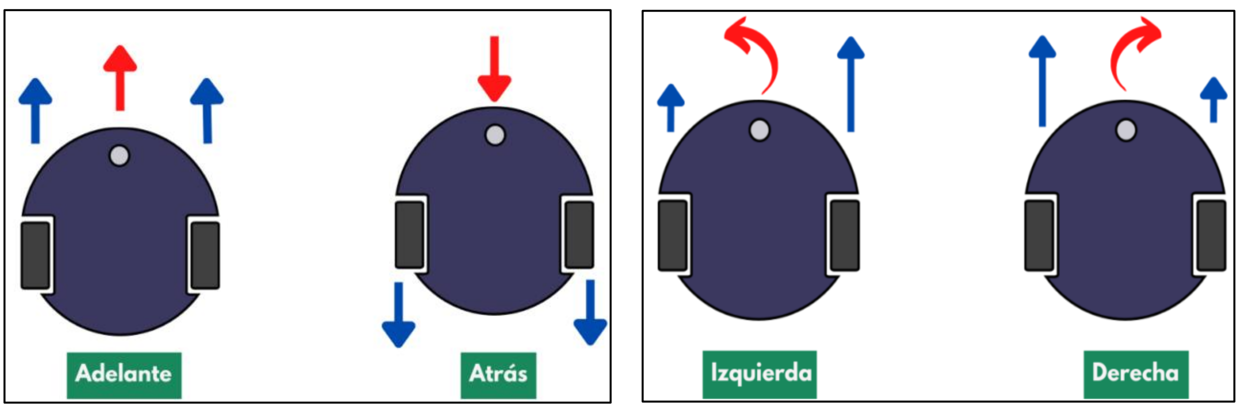
1. **¿Qué es un robot móvil diferencial?**



Un robot móvil diferencial es un robot que se mueve usando dos ruedas independientes, cada una controlada por un motor. Estas ruedas están alineadas en el mismo eje, y el robot puede girar cambiando la velocidad de una rueda respecto a la otra. Por ejemplo, si ambas ruedas giran a la misma velocidad, el robot avanza en línea recta; si una rueda gira más rápido que la otra, el robot gira.



---

2. Conceptos básicos: Velocidad lineal y angular

Antes de entender el modelo cinemático, necesitamos repasar dos conceptos clave:

- **Velocidad lineal (v)**: Es la distancia que recorre el robot en un tiempo determinado. Se calcula como:

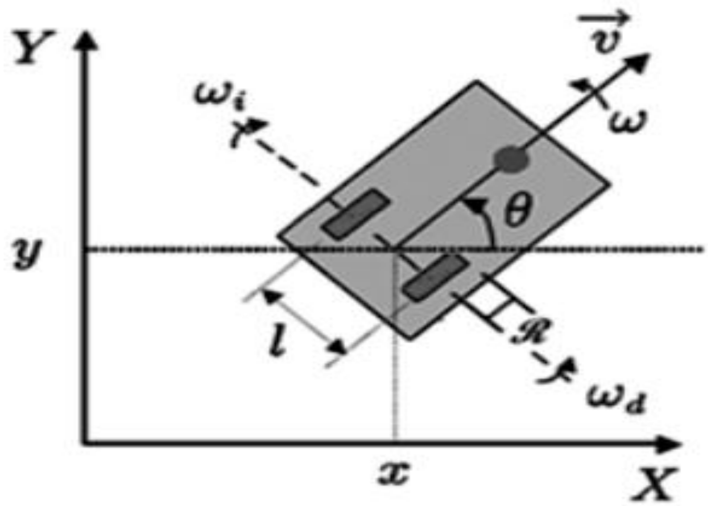
$$v = \frac{\text{espacio}}{\text{tiempo}}$$

Por ejemplo, si el robot avanza 2 metros en 1 segundo, su velocidad lineal es 2m/s.

- **Velocidad angular (ω)**: Es la velocidad a la que el robot gira. Se mide en radianes por segundo (rad/s). Por ejemplo, si el robot gira 90 grados (π/2 radianes) en 1 segundo, su velocidad angular es π/2 rad/s.

---

2. **Relación entre las ruedas y el movimiento del robot**



El robot tiene dos ruedas, cada una con una velocidad lineal:

- *vr*: Velocidad lineal de la rueda derecha.
- *vl*: Velocidad lineal de la rueda izquierda.

La velocidad lineal del robot (v) y su velocidad angular (ω) dependen de estas dos velocidades.

---

4. Deducción de las fórmulas

Velocidad lineal del robot (v)

Si ambas ruedas giran a la misma velocidad (vr=vl), el robot avanza en línea recta. La velocidad lineal del robot es el promedio de las velocidades de las dos ruedas:

$$v = \frac{vr + vl}{2}$$

Velocidad angular del robot (ω)

Si una rueda gira más rápido que la otra, el robot gira. La velocidad angular depende de la diferencia de velocidades entre las ruedas y la distancia entre ellas (L, llamada "distancia entre ejes"):

$$\omega = \frac{v_r - v_l}{L}$$

---

5. Explicación intuitiva

- **Movimiento en línea recta**: Si *vr* = *vl*, entonces ω=0 (no hay giro), y el robot avanza con velocidad *v*.
- **Giro**: Si *vr* > *vl*, el robot gira hacia la izquierda. Si *vl* > *vr*, el robot gira hacia la derecha.

---

6. Ejemplo práctico

Supongamos que:

- La rueda derecha gira a *vr* = 3m/s.
- La rueda izquierda gira a *vl* = 1m/s.
- La distancia entre las ruedas es L = 0.5m.

Calculamos:

1. Velocidad lineal del robot:

   $v = \frac{v_r + v_l}{2}$ = (3+1)/2 = 2 m/s

2. Velocidad angular del robot:

   $\omega = \frac{v_r - v_l}{L}$ = (3−1)/0.5=4 rad/s

---

7. Resumen de fórmulas

- Velocidad lineal del robot:

$$v = \frac{v_r + v_l}{2}$$

- Velocidad angular del robot:

$$\omega = \frac{v_r - v_l}{L}$$

---

8. ¿De dónde salen estas fórmulas?

- La velocidad lineal (*v*) es el promedio de las velocidades de las ruedas porque ambas contribuyen al movimiento hacia adelante.
- La velocidad angular (ω) depende de la diferencia de velocidades porque una rueda "empuja" más que la otra, haciendo girar al robot. La distancia entre las ruedas (*L*) actúa como un "brazo de palanca" que determina qué tan rápido gira el robot.

---

9. Poner a prueba las ecuaciones del modelo cinemático

- Darles valores de *vr*, *vl* y *L*, y calcular *v* y ω.
- Analizar qué pasaría si *vr* = *vl*, o si *vr* = 0.

Las fórmulas se basan en principios físicos y geométricos

Las ecuaciones:

$$v = \frac{v_r + v_l}{2} \; ; \omega = \frac{v_r - v_l}{L}$$

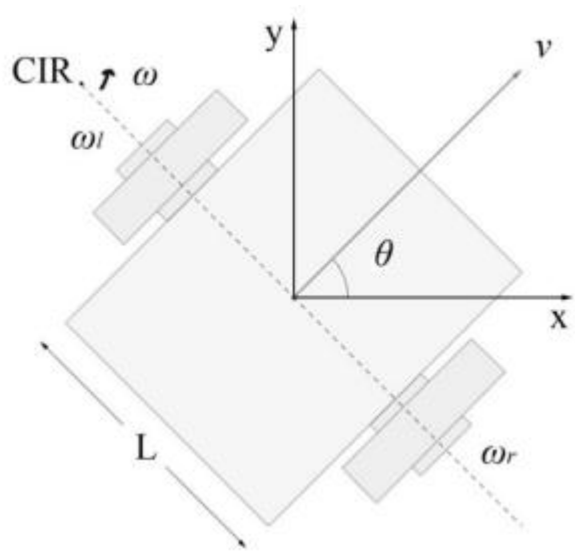
se deducen directamente de la **geometría del movimiento** y las **leyes de la cinemática**. No son simplificaciones ni aproximaciones experimentales, sino resultados exactos bajo las suposiciones de que:

- Las ruedas no deslizan (ruedan sin resbalar).
- El robot se mueve en un plano horizontal sin desniveles.
- La distancia entre las ruedas (*L*) es constante.

Deducción geométrica

La deducción de estas fórmulas se basa en la relación entre el movimiento de las ruedas y el movimiento del robot:

- **Velocidad lineal (*v*)**: Es el promedio de las velocidades de las ruedas porque ambas contribuyen al movimiento hacia adelante. Si una rueda avanza más rápido que la otra, el robot aún se mueve hacia adelante, pero también gira.
- **Velocidad angular (*ω*)**: Surge de la diferencia de velocidades entre las ruedas. Si una rueda avanza más rápido que la otra, el robot gira alrededor de un punto llamado **centro instantáneo de rotación (CIR)**. La distancia entre las ruedas (*L*) actúa como el radio de giro.



Estas relaciones se pueden demostrar geométricamente utilizando círculos y arcos, sin necesidad de datos experimentales.

¿Dónde entran los datos experimentales?

Los datos experimentales pueden ser útiles para:

1. **Validar el modelo**: Una vez que se derivan las fórmulas teóricas, se pueden comparar con mediciones reales para verificar su precisión.
2. **Ajustar parámetros**: En la práctica, factores como el deslizamiento de las ruedas, la fricción o irregularidades en el terreno pueden hacer que el comportamiento del robot no coincida perfectamente con el modelo teórico. En esos casos, se pueden hacer ajustes empíricos para mejorar la precisión del modelo.
3. **Calibrar sensores**: Si se usan sensores para medir las velocidades de las ruedas, los datos experimentales ayudan a calibrarlos.

Sin embargo, las fórmulas en sí no se obtienen experimentalmente, sino que se derivan de la teoría.

Predicción de las coordenadas *x* e *y* del robot al cabo de un tiempo *t*

Siguiendo con los datos del ejemplo anterior, ya habíamos calculado:

1. Velocidad lineal del robot:

   $v = \frac{v_r + v_l}{2}$ = (3+1)/2 = 2 m/s

2. Velocidad angular del robot:

   $\omega = \frac{v_r - v_l}{L}$ = (3−1)/0.5=4 rad/s

1. Movimiento del robot

El robot se mueve en una trayectoria curva debido a que las ruedas giran a velocidades diferentes. Para predecir las coordenadas *x* e *y*, necesitamos describir cómo cambia la posición del robot en función del tiempo.

---

2. Fórmulas para *x*(*t*) e *y*(*t*)

Si el robot parte de una posición inicial (x_0,y_0) con una orientación inicial θ_0, las coordenadas *x*(*t*) e *y*(*t*) al cabo de un tiempo *t* se calculan como:

$$x(t) = x_0 + \frac{\mathrm{v}}{\mathrm{w}}\left(sin(\theta_0 + \omega t) - sin(\theta_0)\right)$$

$$y(t) = \mathrm{y}_0 - \frac{\mathrm{v}}{\mathrm{w}}\left(\cos(\theta_0 + \omega t) - \cos(\theta_0)\right)$$

---

3. ¿De dónde salen estas fórmulas?

Estas fórmulas se derivan de la **cinemática del movimiento circular**. Aquí se explica el razonamiento paso a paso:

1. **Movimiento circular**: Como el robot tiene una velocidad angular ω, está girando alrededor de un punto llamado **centro instantáneo de rotación (CIR)**. El radio de giro (*R*) se calcula como:

$$R = \frac{\mathrm{v}}{\mathrm{w}}$$

En nuestro ejemplo:

$$R = \frac{2}{4} = 0.5$$

2. **Posición angular**: La orientación del robot (θ) cambia con el tiempo según:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t$$

Donde θ_0 es la orientación inicial.

3. **Coordenadas *x* e *y***: Usando trigonometría, las coordenadas del robot en función del tiempo se obtienen proyectando el movimiento circular sobre los ejes *x* e *y*. Sustituyendo $R = \frac{\mathrm{v}}{\mathrm{w}}$ y $\theta(t) = \theta_0 + \omega t$, las fórmulas quedan así:

$$x(t) = x_0 + R\left(sin\big(\theta(t)\big) - sin(\theta_0)\right)$$

$$y(t) = \mathrm{y}_0 - R\left(cos\big(\theta(t)\big) - cos(\theta_0)\right)$$

---

4. Ejemplo práctico

Supongamos que el robot parte de la posición inicial $(x_0,y_0)=(0,0)$ con una orientación inicial $\theta_0=0$. Queremos calcular las coordenadas $x(t)$ e $y(t)$ al cabo de t=1s.

Paso 1: Calcular *θ*(*t*)

$$\theta(t)=\theta_0+\omega t = 0+4\cdot 1 = 4 \text{ rad}$$

Paso 2: Calcular *x*(*t*)

$$x(t) = x_0 + R\left(sin\big(\theta(t)\big) - sin(\theta_0)\right)$$

$$x(1) = 0 + \frac{2}{4}\big(sin(4) - sin(0)\big)$$

$$x(1) = 0.5(\text{-}0.7568 \text{ - } 0) \approx -0.3784 \text{ m}$$

Paso 3: Calcular *y*(*t*)

$$y(t) = \mathrm{y}_0 - R\left(cos\big(\theta(t)\big) - cos(\theta_0)\right)$$

$$y(1) = 0 - \frac{2}{4}\big(cos(4) - cos(0)\big)$$

$$y(1) = -0.5(-0.6536 - 1) \approx 0.8268 \text{ m}$$

Resultado

Al cabo de t=1 s, las coordenadas del robot son aproximadamente:

$$(x,y) \approx (-0.3784 \text{ m} , 0.8268 \text{ m})$$

---

5. Resumen de fórmulas

- Radio de giro:

$$R = \frac{\mathrm{v}}{\mathrm{w}}$$

- Orientación en función del tiempo:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t$$

- Coordenadas $x(t)$ e $y(t)$:

$$x(t) = x_0 + R\left(sin\big(\theta(t)\big) - sin(\theta_0)\right)$$

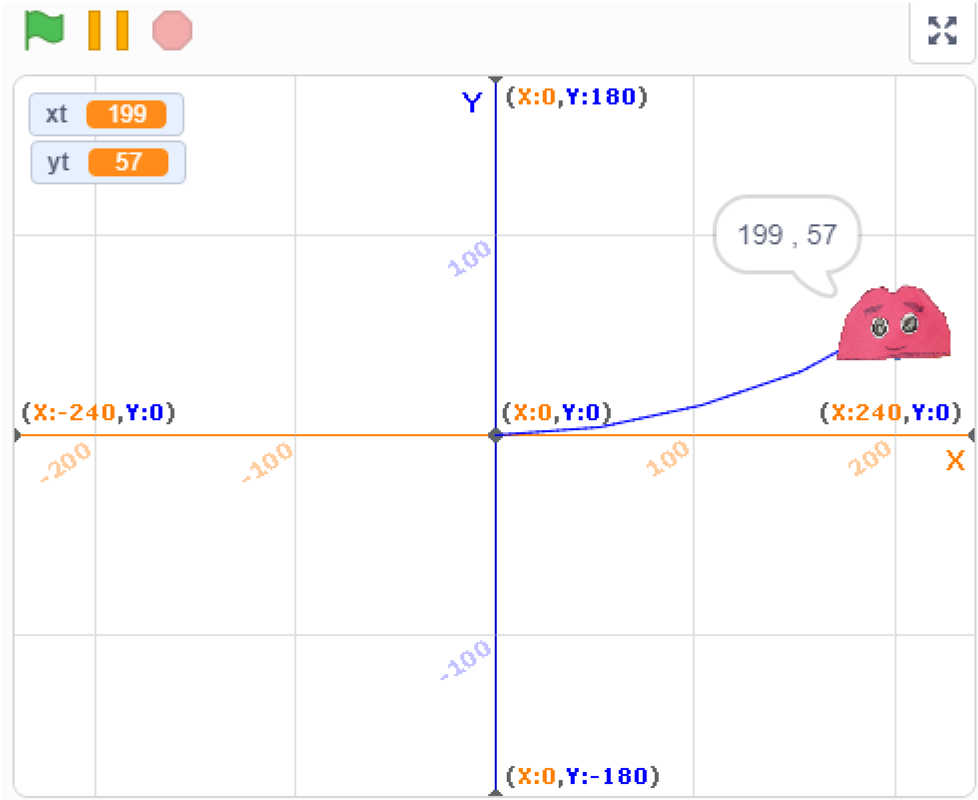
$$y(t) = \mathrm{y}_0 - R\left(cos\big(\theta(t)\big) - cos(\theta_0)\right)$$

---

6. Explicación intuitiva

- El robot se mueve en una trayectoria circular con radio R=ωv.
- La posición $x(t)$ e $y(t)$ se obtienen proyectando este movimiento circular sobre los ejes x e y.
- La orientación $\theta(t)$ indica hacia dónde apunta el robot en cada instante.

Simulando ROS con Scratch



Para finalizar este tema -del modelo cinemático de un robot móvil diferencial- se propone una aplicación con Scratch, de la trayectoria que seguiría un robot según los valores del ejemplo visto en este artículo:

https://scratch.mit.edu/projects/1133228169
