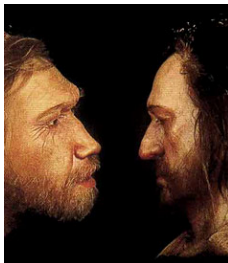


# Evolution de la population d'Homo Néanderthal

Y. Adimy M. Simon H. Vassal

INSA Lyon - Bioinformatique et Modélisation

13 Juin 2016



- 1 Introduction
- 2 Cadre général
- 3 Croissance logistique
  - Présentation du modèle
  - Analyse mathématique
  - Simulations numériques
- 4 Effet Allee
  - Présentation du modèle
  - Analyse mathématique
  - Simulations numériques
- 5 Système de Lotka-Volterra
  - Présentation du modèle
  - Analyse mathématique
  - Simulations numériques
- 6 Conclusion

# Introduction

# Contexte biologique

??? peut-être pas besoin de slide... le slide avec le titre intro peut suffire

## Cadre général

# Cadre général

## Modèle général

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = f(u(t, x)) + d\Delta u(t, x), \quad t \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R} \quad (1)$$

$u(t, x)$  : Densité de population  $\in [0, 1]$

$d$  : Constante de diffusion

## Croissance logistique

# Présentation du modèle

## Croissance Logistique

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = f(u(t, x)) + d\Delta u(t, x)$$

$$f(u(t, x)) = \alpha u \left(1 - \frac{u}{K}\right)$$

$K$  : Capacité de transport

$\alpha$  : Taux de croissance maximum

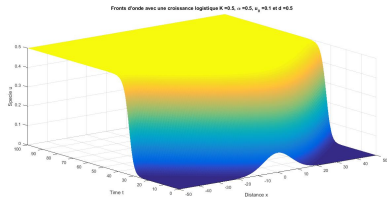
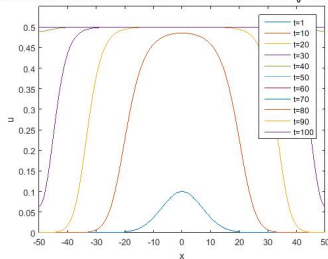


# Analyse mathématique

- Équilibres :  $u = 0$  et  $u = K$
- MONOSTABLE
- Vitesse minimale  $c_0 = 2\sqrt{\alpha}$

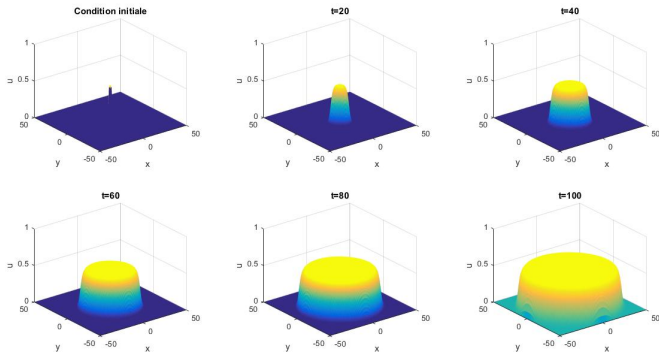
# Propagation 1D

Fronts d'ondes avec une croissance logistique  $K=0.5$ ,  $\alpha=0.5$ ,  $u_0=0.1$  et  $d=0$ .



**FIGURE** – Propagation du front d'onde en 1D avec une petite perturbation initiale

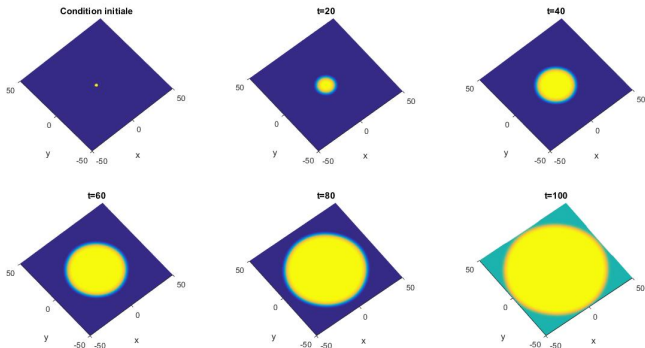
# Propagation 2D



Propagation de l'onde avec une croissance logistique  $K=0.5$ ,  $\alpha=0.5$ ,  $u_0=0.5$  et  $d=0.5$

**FIGURE** – Propagation du front d'onde en 2D

# Propagation 2D vu de haut



Propagation de l'onde avec une croissance logistique  $K=0.5$ ,  $\alpha=0.5$ ,  $u_0=0.5$  et  $d=0.5$

**FIGURE** – Propagation du front d'onde en 2D

# Effet d'une barrière géographique franchissable

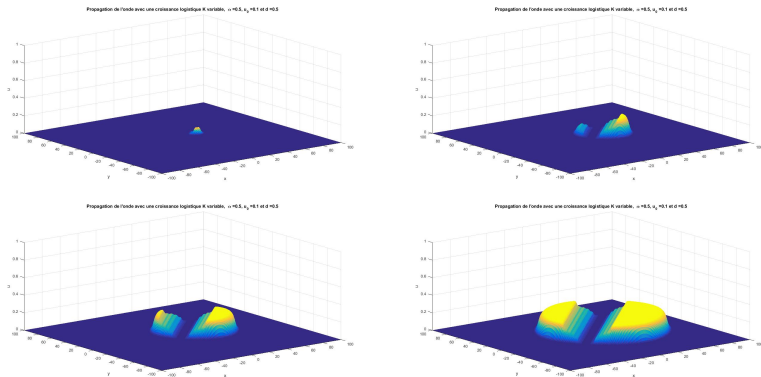


FIGURE – Diffusion 2D de la population face à une montagne

# Effet d'une barrière géographique franchissable

Vue de haut

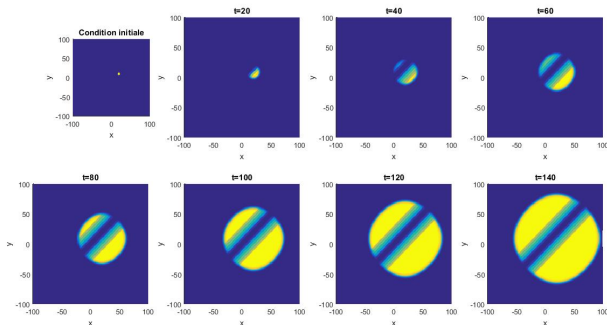


FIGURE – Diffusion 2D de la population face à une montagne

# Effet d'une barrière géographique infranchissable

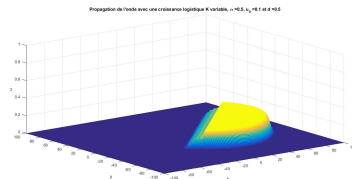
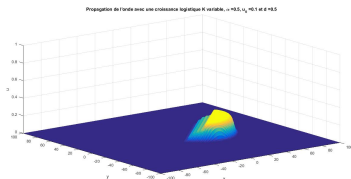
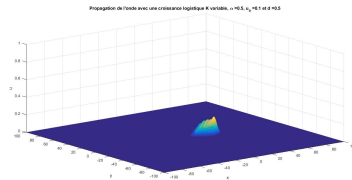
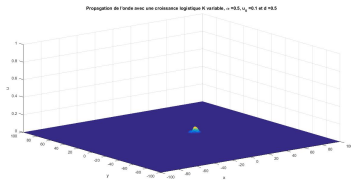


FIGURE — Diffusion 2D

# Effet d'une barrière géographique infranchissable

Vue de haut

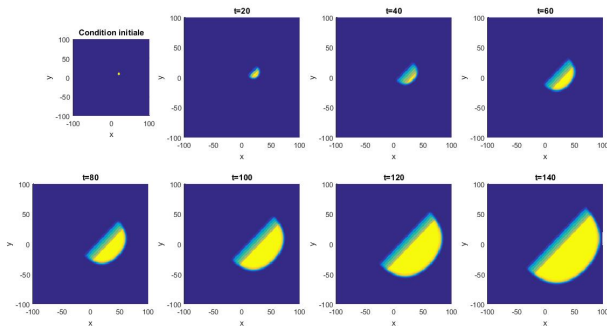


FIGURE – Diffusion 2D



# Effet Allee

# Présentation du modèle

## Modèle Allee

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = f(u(t, x)) + d\Delta u(t, x)$$

$$f(u(t, x)) = ku(1 - u)(u - A)$$

$k$  : Taux de croissance normalisé constant

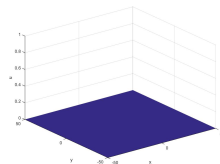
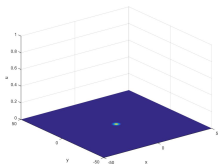
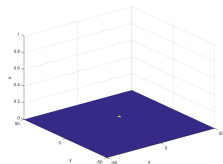
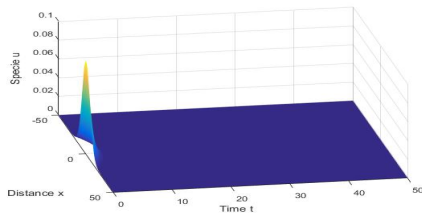
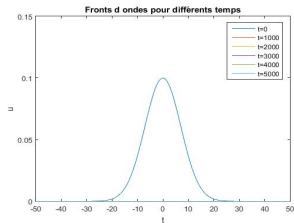
$A$  : Densité critique

$$k = \frac{4}{(1 - A)^2}$$

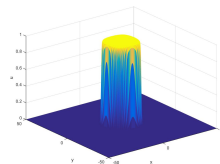
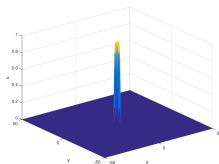
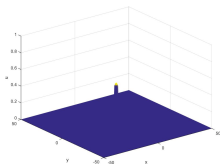
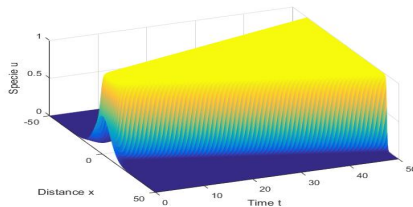
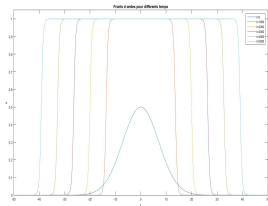
# Analyse mathématique

- Équilibres :  $u = 0$ ,  $u = A$  et  $u = 1$
- BISTABLE
- 2 scénarios selon la valeur de  $A$  :
  - $A < 0.5$  :  $c > 0 \rightarrow$  "1 envahit 0"
  - $A > 0.5$  :  $c < 0 \rightarrow$  "0 envahit 1"

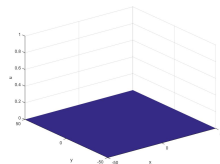
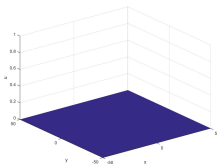
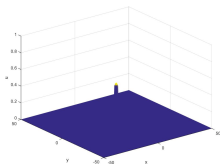
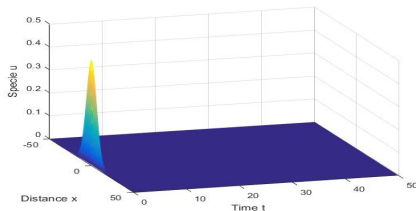
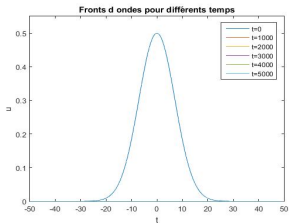
$$d = 0.5, A = 0.25(k = 64), u_0 = 0.1$$



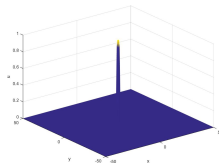
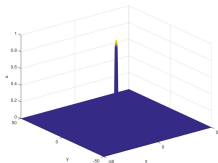
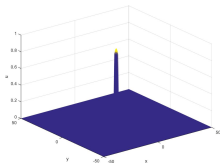
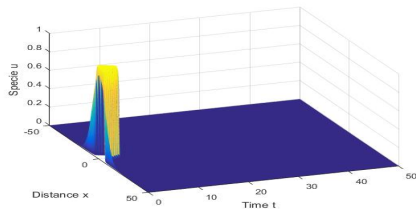
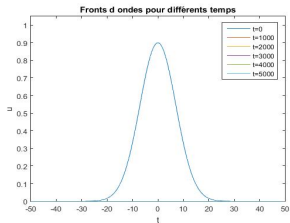
$$d = 0.5, A = 0.25(k = 64), u_0 = 0.5$$



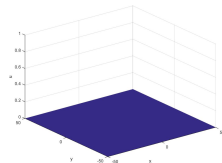
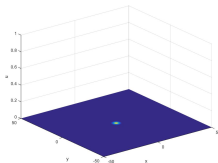
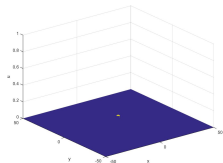
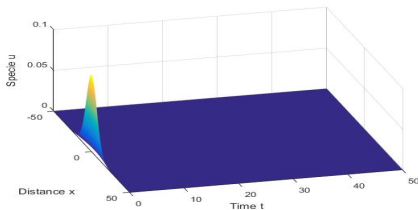
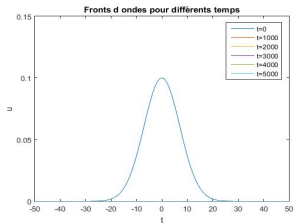
$$d = 0.5, A = 0.75(k = 7.1), u_0 = 0.5$$



$$d = 0.5, A = 0.75(k = 7.1), u_0 = 0.9$$

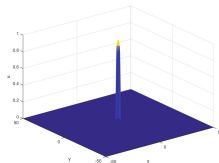
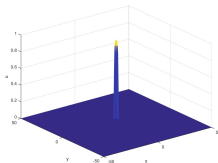
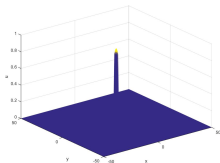
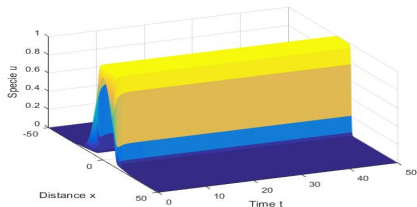
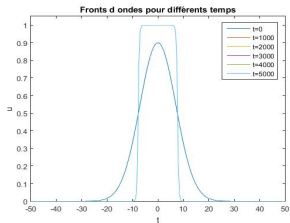


$$d = 0.5, A = 0.5(k = 16), u_0 = 0.1$$





$$d = 0.5, A = 0.5(k = 16), u_0 = 0.9$$



# Système de Lotka-Volterra

# Présentation du modèle

## Modèle de compétition

$$\begin{cases} \frac{\partial u(t,x)}{\partial t} = f(u, v) + d_1 \Delta u \\ \frac{\partial v(t,x)}{\partial t} = g(u, v) + d_2 \Delta v \end{cases}$$

$$f(u, v) = \alpha_1 u \left( 1 - \frac{u}{K_1} - \gamma_1 \frac{v}{K_1} \right), \quad g(u, v) = \alpha_2 v \left( 1 - \frac{v}{K_2} - \gamma_2 \frac{u}{K_2} \right)$$

$u(t,x)$  : Densité de population des Hommes Modernes

$v(t,x)$  : Densité de population des Hommes de Néanderthal

$K_1$  et  $K_2$  : Capacités d'accueil du milieu

$\gamma_1$  et  $\gamma_2$  : Coefficients de compétition

$\alpha_1$  et  $\alpha_2$  : Taux de croissance

# Analyse mathématique

???

# Front d'ondes

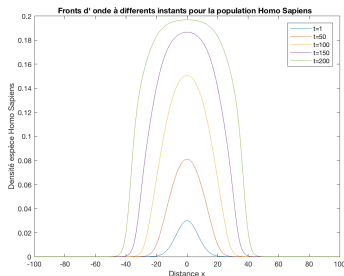
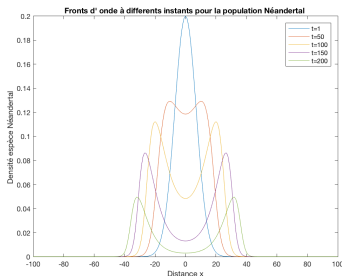


FIGURE – Evolution des fronts d'onde au cours du temps

# Diffusion 1D

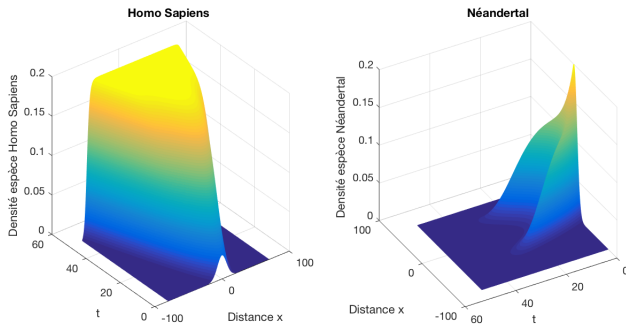


FIGURE – Diffusion 1D

## Conclusion