

## ლაბორატორია 4

## ციფრული ფილტრების დიზაინი 3

## 1 შესავალი

ამ ლაბორატორიაში FIR ფილტრების ფანჯრის მეთოდით დიზაინზე და სხვა უფრო სისტემატიური FIR და IIR ფილტრების დიზაინის მეთოდებზე ვკონცენტრირდებით.

## 2 FIR ფილტრების დიზაინი ფანჯრის მეთოდით

იდეალური იმპულსური მახასიათებლის უბრალო შემოკლების (მართკუთხა ფანჯრის გამოყენების) გარდა შეგვიძლია სასრული მახასიათებლის მისაღებად სხვა ფანჯრების გამოვიყენოთ. უბრალო შემოკლების მისაღებად იმპულსურ მახასიათებელს  $rect()$  ფუნქციაზე ვამრავლებთ. ფანჯრის მეთოდის გამოყენებისას მიღებული ფილტრის იმპულსური მახასიათებელი,  $h[n]$ , და იდეალური ფილტრის მახასიათებელი,  $h_{id}[n]$ , შემდეგნაირად არიან დაკავშირებული

$$h[n] = w[n]h_{id}[n] \quad (1)$$

სადაც  $w[n]$ ,  $N$ -სიგრძის ფანჯარაა.

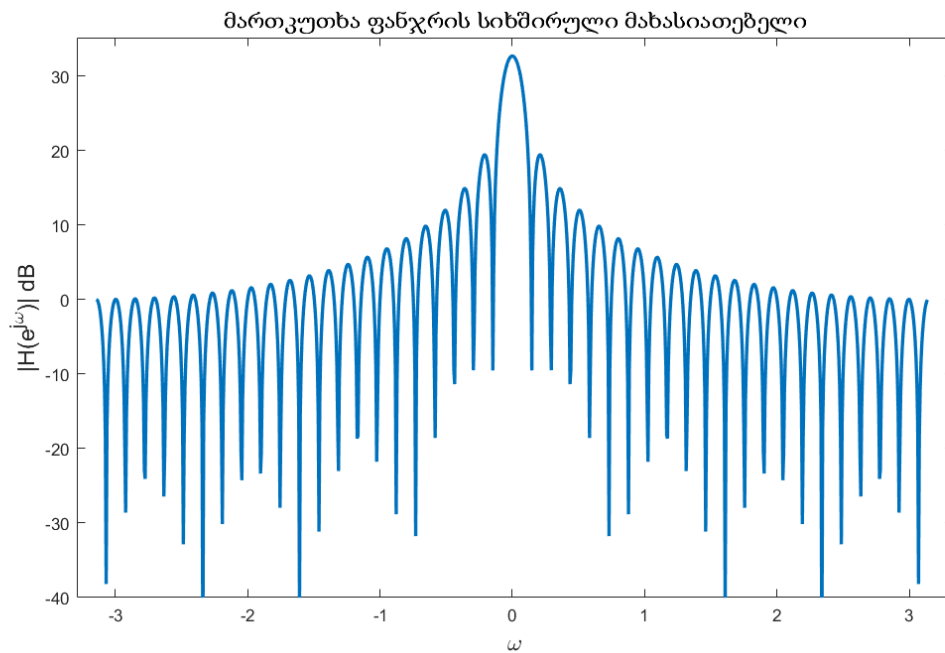
მახასიათებელი მოცემულია როგორც

$$h[n] = \begin{cases} \frac{\omega_c}{\pi} \text{sinc}\left(\frac{\omega_c}{\pi}\left(n - \frac{N-1}{2}\right)\right) & n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0 & \text{სხვა} \end{cases} \quad (2)$$

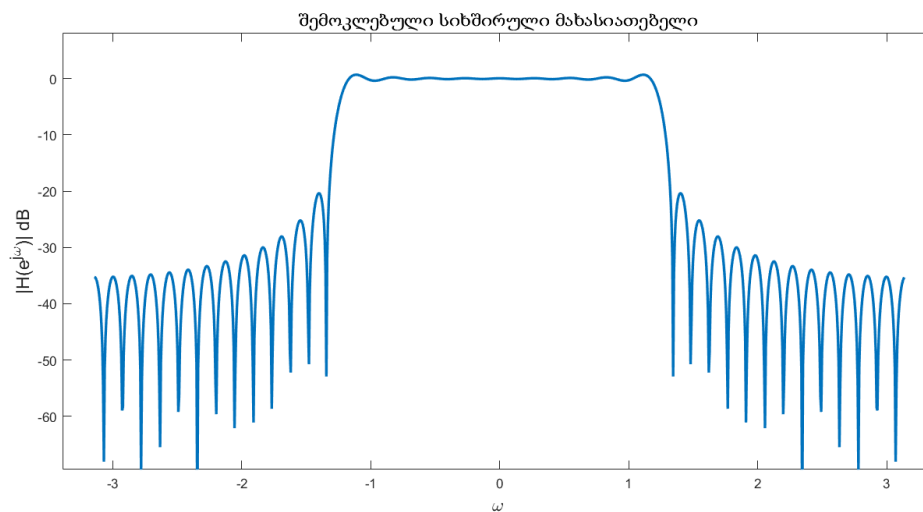
სადაც  $\omega_c$  გადაცემის ზოლის ზღვრული სიხშირეა. რადგან იდეალური მახასიათებელი უსასრულო სიგრძისაა ის რეალურ ფილტრს არ წარმოადგენს. მართკუთხა ფანჯარა განსაზღვრულია როგორც

$$w[n] = \begin{cases} 1 & n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0 & \text{სხვა} \end{cases} \quad (3)$$

$N = 43$  მართკუთხა ფანჯრის DTFT-ს გრაფიკი ქვემოთაა მოცემილი. როგორც წესი მართკუთხა ფანჯარა არ არის პრაქტიკული, რადგან გადაცემის და უკუგდების ზოლებში დიდი ზომის ამპლიტუდის რხევა ახასიათებს. მართკუთხა ფანჯრის და შემოკლებული იმპულსური მახასიათებლის DTFT გრაფიკები 1-ელ და მე-2 სურათებზეა ნაჩვენები.



სურათი 1 ფანჯრის DTFT



სურათი 2 შემოკლებული იმპულსური მახასიათებლის DTFT

სურათ 2-ზე ნაჩვენებია დაბალსიხშირული ფილტრის სპექტრის მაგნიტუდა,  $\omega_c = 0.4\pi$ . იმპულსური მახასიათებელი შემოკლებულია შუალედზე  $n \in [-21, 21]$ .  $\omega_c$  სიხშირის სიახლოვეს მახასიათებელს რხევა ახასიათებს. ასევე, მახასიათებელს უკუგდების ზოლშიც მაღალი ამპლიტუდის რხევა აქვს.

უფრო სასურველი სიხშირული მახასიათებლის მიღწევა ფანჯრის,  $w[n]$ , უკეთესი შერჩევით არის შესაძლებელი. ხშირად ამ მიზნით “აწეული” კოსინუსის ფანჯრები გამოიყენება. შემდეგი ფანჯრები ხშირი გამოყენებით სარგებლობენ:

1. ჰენის, იგივე ჰენინგის (Hanning) ფანჯარა - MATLAB: `hann(N)`

$$w[n] = \begin{cases} 0.5 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) & n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0 & \text{სხვა} \end{cases} \quad (4)$$

2. ჰემინგის (Hamming) ფანჯარა - MATLAB: `hamming(N)`

$$w[n] = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) & n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0 & \text{სხვა} \end{cases} \quad (5)$$

3. ბლექმენის (Blackman) ფანჯარა - MATLAB: `blackman(N)`

$$w[n] = \begin{cases} 0.42 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) & n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0 & \text{სხვა} \end{cases} \quad (6)$$

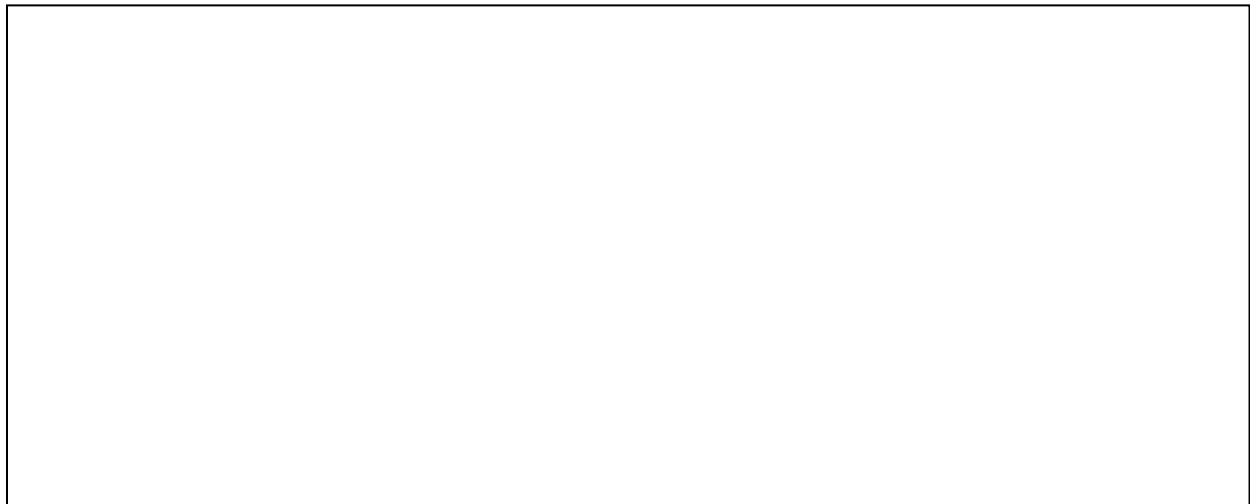
სხვადასხვა ფანჯრით ფილტრების დიზაინისას ორი მნიშვნელოვანი სიხშირული ეფექტია გასათვალისწინებელი: **გარდამავალი ზოლის სიგანე, და გადაცემის და უკუგდების ზოლებში რხევების ამპლიტუდა**. თითოეული ფანჯრის შემთხვევაში გვაქვს თვისება და მასთან შეკავშირებული პარამეტრი. მაგალითად, გარდამავალი ზოლის **სიგანე**, ფანჯრის სპექტრის მაგნიტუდის ცენტრალური ბორცვის სიგანესთანაა დაკავშირებული. **რხევების ამპლიტუდას** მთავარი ბორცვის ამპლიტუდის გვერდით ბორცვების ამპლიტუდასთან შეფარდება განაპირობებს (dB შკალაზე შეფარდება უბრალო სხვაობაა). ასევე, ფანჯრის სპექტრის ეს ორი პარამეტრი ერთმანეთისგან დამოუკიდებელი არ არის. შემდეგი ცხილი სხვადასხვა ფანჯრის მთავარი ბორცვის სიგანეს და მთავარი და გვერდითი ბორცვების ამპლიტუდის თანაბარდობას ასახავს.

Window name	Side lobe level (dB)	Approx. $\Delta\omega$
Rectangular	-13	$4\pi/L$
Bartlett	-25	$8\pi/L$
Hann	-31	$8\pi/L$
Hamming	-41	$8\pi/L$
Blackman	-57	$12\pi/L$

სურათი 3 სხვადასხვა ფანჯრის პარამეტრები

ააგეთ  $N = 21$  სიგრძის მართკუთხა, ჰემინგის, ჰენინგის და ბლექმენის ფანჯრის ფუნქციების გრაფიკები ერთ ფანჯარაში, `subplot` ბრძანების გამოყენებით. გამოთვალეთ თითოეული ფანჯრის სპექტრი DTFT-ს გამოყენებით და ააგეთ მათი გრაფიკები dB შკალაზე. DTFT-ს გამოსათვლელად გადმოწერეთ ფუნქცია [DTFT.m](#). DTFT-ს გამოყენებისას გამოიყენეთ სულ ცოტა 1024 წერტილი:  $[H,w]=DTFT(h,1024)$ .

გაზომეთ მთავარი ბორცვის სიგანე (ნულიდან-ნულამდე) და მთავარი-გვერდითი ბორცვების ამპლიტუდების თანაფარდობა dB ერთეულში. ჩამოწერეთ მიღებული შედეგები და შეადარეთ სურათ 3-ზე მოცემულს.



ჰემინგის ფანჯრის გამოყენებით შექმენით  $N = 21$  დაბალსიხშირული ფილტრი,  $h[n]$ , გამტარი ზოლის ზღვრული სიხშირით,  $\omega_c = 0.6\pi$ . დიზაინისას განტოლებების (1) და (2) გამოყენება მოგიწევთ. ერთ ფანჯარაში ააგეთ ფილტრის იმპულსური მახასიათებელი და ფილტრის DTFT-ის მაგნიტუდა dB-ში.

### 3 ფილტრის დიზაინი კაიზერის ფანჯრის მეთოდით

ამ აქტივობისთვის გადმოწერეთ აუდიო ფაილი [nspeech](#), გახსენით MATLAB-ში და მოუსმინეთ სიგნალს ბრძანება `sound`-ის გამოყენებით. მიუთითეთ  $F_s = 8000\text{Hz}$ .

წინა სექციაში განხილული ფანჯრები უფრო ეფექტურია ვიდრე მართკუთხა ფანჯარა, თუმცა ისინი არ იძლევიან საშუალებას, რომ გადაცემის ზოლის სიგანის და რხევის ამპლიტუდა დამოუკიდებლად შევარჩიოთ. კაიზერის მეთოდით შეგვიძლია შევქმნათ თითქმის ოპტიმალური ფანჯრები, რომლებისთვისაც ზემოაღნიშნული სპეციფიკაციების ერთმანეთისგან დამოუკიდებლად მითითებაა შესაძლებელი. კაიზერის ფანჯარა ორ პარამეტრზე, ფანჯრის სიგრძეზე,  $N$ , და პარამეტრ  $\beta$ -ზე არის დამოკიდებული.  $\beta$  ფანჯრის ფორმას არეგულირებს: მისი დიდი მნიშვნელობისთვის ფანჯრის გვერდითი ბორცვები პატარავდება და, შესაბამისად, გადაცემის და უკუგდების ზოლებში შედარებით მცირე რხევის ამპლიტუდა მიიღწევა. კაიზერის მეთოდის ერთი შეზღუდვა არის, რომ რხევის ამპლიტუდას გადაცემის და უკუგდების ზოლებში თანაბარი მაგნიტუდა გააჩნია. შესაბამისად კაიზერის მეთოდის

გამოყენებისას რხევის ამპლიტუდის შეზღუდვად უნდა აირჩეს უმცირესი ორი შეზღუდვიდან

$$\delta = \min\{\delta_p, \delta_s\}.$$

$N$  სიგრძის კაიზერის ფანჯარა განსაზღვრულია როგორც

$$w[n] = \begin{cases} I_0\left(\beta \frac{\sqrt{n(N-1-n)}}{N-1}\right) / I_0(\beta) & n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0 & \text{სხვა} \end{cases} \quad (7)$$

სადაც  $I_0(\cdot)$  მენულე რიგის მოდიფიცირებული პირველი ტიპის ბესელის ფუნქციაა,  $N$ , ფანჯრის სიგრძეა,  $\beta$  კი ფანჯრის ფორმის პარამეტრი.

კაიზერმა იპოვა ემპირიული ფორმულა, რომლის გამოყენებითაც მოცემული დიზაინის პარამეტრებიდან,  $\delta$ ,  $\omega_p$ ,  $\omega_s$ , ფანჯრის პარამეტრების,  $N$ ,  $\beta$ , გამოთვლა შესაძლებელია:

$$\beta = \begin{cases} 0.1102(A - 8.7) & A > 50 \\ 0.5842(A - 21)^{0.4} + 0.07886(A - 21) & 21 \leq A \leq 50 \\ 0 & A < 21 \end{cases} \quad (8)$$

$$N = \text{roundUp} \left( 1 + \frac{A - 8}{2.285(\omega_s - \omega_p)} \right) \quad (9)$$

სადაც  $A = -20 \log_{10} \delta$ . MATLAB-ში შეგიძლიათ გამოთვალოთ  $A = db(\delta)$ .

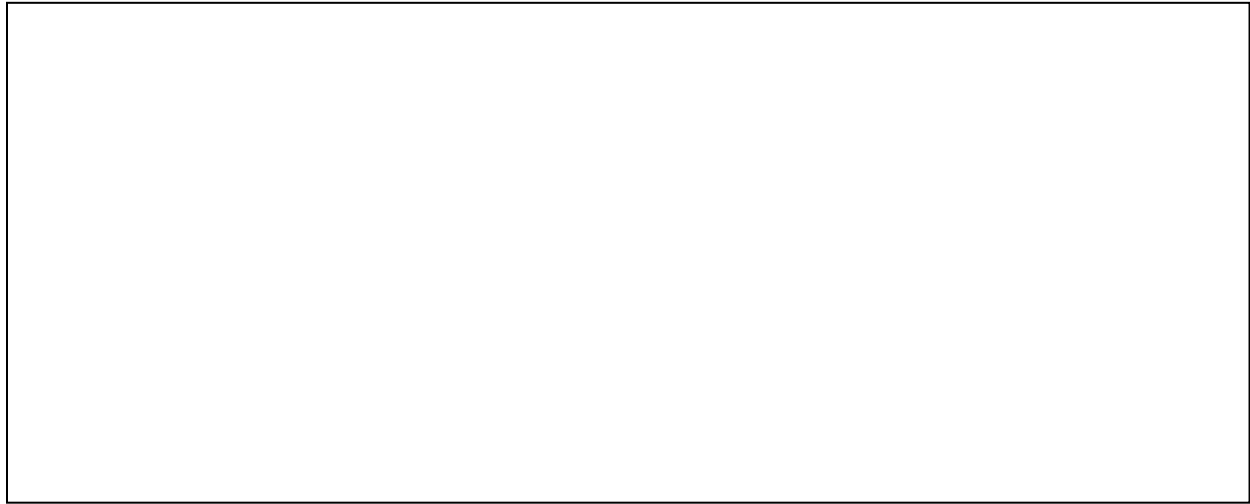
კაიზერის ფანჯრის მეთოდის გამოსაკვლელად, ააგეთ კაიზერის ფანჯრების და მათი DTFT მაგნიტუდის გრაფიკები  $N = 21$ -ისთვის  $\beta$ -ს შემდეგი მნიშვნელობებისთვის.

$$\beta = 0, 1, 5.$$

DTFT-ს გამოთვლისას გამოიყენეთ მინიმუმ 1024 წერტილი.

MATLAB-ში კაიზერის ფანჯრის შესაქმნელად შეგიძლიათ მატლაბის ბრძანება `kaiser(N,beta)` გამოიყენოთ.

განიხილეთ რა ეფექტი აქვს პარამეტრ  $\beta$ -ს კაიზერის ფანჯრის ფორმაზე და DTFT-ს გვერდით ბორცვებზე.



### 3.1 დაბალსიხშირული კაიზერის ფილტრი

თქვენი მიზანია კაიზერის ფანჯრის გამოყენებით დაბალსიხშირული ფილტრი,  $h[n]$ , შეიმუშავოთ [nspeech](#) სიგნალიდან მაღალსიხშირული ფონური ხმაურის მოსაშორებლად. ფილტრის შექმნისთვის განტოლება (1) და (2)-ის გამოყენებაა საჭირო. ასევე,  $N$  და  $\beta$  პარამეტრების გამოსათვლელად გამოიყენეთ (8) და (9), და შემდეგი სპეციფიკაციები:

$$\omega_p = 1.8, \quad \omega_c = 2.0, \quad \omega_s = 2.2, \quad \delta_p = 0.05, \quad \delta_s = 0.005$$

კაიზერის მეთოდით შექმნილ ფილტრისთვის:  $\omega_c = \frac{\omega_p + \omega_s}{2}$ .

ააგეთ  $h[n]$ -ის DTFT-ის მაგნიტუდის გრაფიკები: ერთი მთლიან  $|\omega| < \pi$  შუალედზე, თითო-თითო კი გადაცემის და უკუგდების ზოლების შუალედებზე. მონიშნეთ პარამეტრები  $\omega_p, \omega_c, \omega_s, \delta_p, \delta_s$  გრაფიკებზე. (ამ შემთხვევაში dB შკალა არ გამოიყენოთ, რადგან დელტა პარამეტრები უბრალო მაგნიტუდის შკალისთვისაა მოცემული.)

- გამოთვალეთ გადაცემის და უკუგდების ზოლების რხევის ამპლიტუდები. ამისთვის შეგიძლიათ DTFT-ის ვექტორის ის ნაწილი გამოიყენოთ, რომელიც, შესაბამისად, გადაცემის და უკუგდების ზოლებს შეესაბამება. მაგალითად, გადაცემის ზოლისთვის:  $H(\text{abs}(\omega) < 1.8)$ .

- გაფილტრეთ ხმაურიანი სიგნალი თქვენი შექმნილი ფილტრით. შემდეგ გამოთვალეთ გაფილტრული სიგნალის სპექტრი და შეადარეთ ის ორიგინალ სიგნალის სპექტრს. ააგეთ ორივე სპექტრის გრაფიკები ვიზუალური შედარებისთვის. მოუსმინეთ ორივე, გაფილტრულ და ხმაურიან, სიგნალებს.



#### 4 FIR ფილტრის დიზაინი პარკს-მაკლელანის ალგორითმით

კაიზერის ფანჯრების მეთოდი მოქნილი მეთოდია, რადგან შესაძლებლობა გვაქვს კონკრეტული დიზაინის სპეციფიკაციები მივუთითოთ. მიუხედავად ამისა, კაიზერის მეთოდს რამოდენიმე სისუსტე ახლავს. მაგალითად:

- არ არის გარანტირებული, რომ კაიზერის ფილტრის სპეციფიკაციების დაკმაყოფილებისთვის საჭირო მინიმუმი სიგრძე ექნება.
- კაიზერის ფილტრი არ იძლევა საშუალებას, რომ გადაცემის და უკუგდების ზოლების რხევის ამპლიტუდა დამოუკიდებლად მივუთითოთ.

ფილტრის სიგრძის შემცირება მნიშვნელოვანია, რადგან მრავალ გამოყენებაში ის განსაზღვრავს საჭირო გამოთვლების რაოდენობას. მაგალითად  $N$  სიგრძის FIR ფილტრის,  $y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} x[n-k]h[k]$ , შემთხვევაში თითოეული გამომავალი მნიშვნელობის გასაგებად  $N$  გამრავლება და  $N-1$  მიმატებაა საჭირო.

სიმეტრიული ფილტრის შემთხვევაში,  $h[n] = h[N - 1 - n]$ , კენტი  $N$ -ისთვის შეგვიძლია გამომავალი სიგნალის უფრო ეფექტიანი გამოთვლა

$$y[n] = \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} (x[n-k] + x[n-N+1+k])h[k]$$

ამ გზით საჭირო გამოთვლების რაოდენობა  $N/2$  გამრავლებამდე და  $N - 1$  მიმატებამდე დადის. გამოთვლების რაოდენობა ფილტრის სიგრძის წრფივი ფუნქციაა.

კაიზერის ფილტრები არ იძლევიან მინიმუმი სიგრძის ფილტრის გარანტიას, რადგან მათ გადაცემის და უკუგდების ზოლებში თანაბარი რხევის ამპლიტუდა აქვთ. ეს თითქმის ყოველთვის აჭარბებს დიზაინის სპეციფიკაციებს, რაც გრძელ ფილტრში აისახება. უკეთესი დიზაინის მეთოდი საშუალებას უნდა გვაძლევდეს, რომ თითოეული სპეციფიკაცია დამოუკიდებლად მივუთითოთ.

პარკს-მაკლელანის (Parks-McClellan) მეთოდი სიმეტრიული ფილტრის შემუშავების მეთოდია, რომელსაც ოპტიმალური (მინიმალური) სიგრძე აქვს მოცემული სპეციფიკაციებისთვის  $\{\omega_p, \omega_s, \delta_p, \delta_s\}$ . მიღებული ფილტრი ახდენს სასურველ და რეალურ სიხშირულ მახასიათებლებს შორის მაქსიმალური ცდომილების მინიმიზაციას, შესაბამისად, ცდომილება ყველა ზოლზე თანაბრად არის განაწილებული. პარკს-მაკლელანის ალგორითმი Remez Exchange ალგორითმს და შებიჩევის აპროქსიმაციის თეორიას იყენებს. მიღებულ ფილტრს თანაბარი რხევის ამპლიტუდა აქვს ორვე, გადაცემის და უკუგდების, ზოლებზე (equiripple).

როგორც კაიზერის ფილტრის დიზაინის მეთოდი, პარკს-მაკლელანის ალგორითმიც ორ-ნაბიჯიანი პროცესია. პირველ რიგში, დიზაინის სპეციფიკაციების მიხედვით ფილტრის სიგრძე (რიგი) გამოითვლება. შემდეგ ამ სიგრძის ოპტიმალური ფილტრი გამოითვლება. როგორც კაიზერის ფანჯრის შემთხვევაში, ფილტრის სიგრძის გამოთვლა მიახლოებითია. შესაძლოა შედეგად მიღებულმა ფილტრმა სპეციფიკაციებს გადააჭარბოს ან ვერ დააკმაყოფილოს ისინი. ეს პრობლემას არ წარმოადგენს, რადგან შესაძლოა ფილტრის განმეორებითი დიზაინი, სანამ ყველა სპეციფიკაცია სრულადა დაკმაყოფილდება.

MATLAB-ში მიახლოებითი ფილტრის სიგრძის გამოსათვლელად ვიყენებთ ფუნქციას:

```
[n,fo,mo,w] = firpmord(f,m,ripple,2*pi)
```

სადაც არგუმენტებია:

$f$  - ზღვრული სიხშირეების შემცველი ლუწი სიგრძის ვექტორი. მარტივი დაბალსიხშირული ფილტრისთვის გვაქვს,  $f=[\omega_p,\omega_s]$ , სადაც  $\omega_p$  და  $\omega_s$ , შესაბამისად, გადაცემის და უკუგდების ზოლის სიხშირეა.



$m$  - იდეალური ფილტრის მაგნიტუდები თითოეულ ზოლში. მარტივი დაბალსიხშირული ფილტრისთვის  $m=[1,0]$ .

ripple - თითოეულ ზოლში რხევის ამპლიტუდის სპეციფიკაციების ვექტორია. მარტივი დაბალსიხშირული ფილტრისთვის  $\text{ripple}=[\text{delta}_p, \text{delta}_s]$ , სადაც  $\text{delta}_p$  და  $\text{delta}_s$ , შესაბამისად, გადაცემის და უკუგდების ზოლის დასაშვები ცდომილებებია.

$2\pi$  - დისკრეტიზაციის სიხშირის შესაბამისი მნიშვნელობა რადიანებში.

ამ სპეციფიკაციების დასაკმაყოფილებელი ფილტრის სიგრძე არის  $n+1$ . ფილტრის სიგრძის მიღების შემდეგ, პარკს-მაკლელანის ფილტრის მისაღებად მატლაბის ფუნქციას  $b = \text{firpm}(n, fo, mo, w)$ , სადაც  $fo$ ,  $mo$ ,  $w$  შუალედური ფილტრის სპეციფიკაციებია, რომელიც `firpmord`-მა დააბრუნა. ვექტორი  $b$  FIR ფილტრის კოეფიციენტებისგან შედგება:

$$H(z) = b(1) + b(2)z^{-1} + \dots + b(n+1)z^{-n}$$

შექმენით სიმეტრიული FIR ფილტრი, რომელიც აკმაყოფილებს წინა სექციაში მითითებულ სპეციფიკაციებს, `firpmord` და `firpm` ფუნქციების გამოყენებით. გამოთვალეთ მიღებული ფილტრის DTFT და მიღებული შედეგით გამოთვალეთ გადაცემის და უკუგდების ზოლებში რხევის ამპლიტუდები. ცვალეთ ფილტრის სიგრძე, სანამ სპეციფიკაციების დაკმაყოფილებისთვის საჭირო მინიმალური რიგის ფილტრს მიიღებთ.

ააგეთ პარკს-მაკლელანის მეთოდით მიღებული ფილტრის DTFT-ის გრაფიკი და შეადარეთ ის კაიზერის მეთოდით მიღებულ ფილტრს. განიხილეთ ორივე შემთხვევის გადაცემის და უკუგდების ზოლები.

გამოიყენეთ ფილტრი საუბრის სიგნალიდან ხმაურის მოსაშორებლად. შეადარეთ მიღებული სიგნალის სპექტრი, ორიგინალი სიგნალის და კაიზერის მეთოდით

გაფილტრული სიგნალების სპექტრებს. როგორ განსხვავდება მიღებული აუდიო სიგნალები (სპექტრი, ხარისხი) კაიზერის და პარკს-მაკლელანის შემთხვევაში.



## 5 დისკრეტული დროის IIR ფილტრის დიზაინი რიცხვითი ოპტიმიზაციით

ამ სექციაში განვიხილავთ დისკრეტული დროის IIR ფილტრის დიზაინს კონკრეტული დიზაინის კრიტერიუმის მინიმიზაციისთვის საჭირო პარამეტრების პირდაპირი გამოთვლისთვის. ციფრული ფილტრების დიზაინის პირდაპირი გამოთვლითი მეთოდები კომპიუტერების და რიცხვითი ოპტიმიზაციის მეთოდების სიჩქარის მატებასთან ერთად პოპულარული გახდა.

ფილტრის დიზაინის რიცხვითი ალგორითმები ტიპურად ორი ნაწილისგან შეგდება. რიცხვითი მეთოდის პირველი ნაწილი ცდომილების (cost, error) კრიტერიუმის შემუშავებაა. ეს კრიტერიუმი იდეალური ფილტრის მახასიათებლის და მიახლოებული ფილტრის შორის განსხვავებას წარმოადგენს. მიზანია ვიპოვოთ ფილტრი, რომელიც ამ

ცდომილების მინიმიზაციას მოახდენს. საშუალო კვადრატული ცდომილება (mean square error) პოპულარული ცდომილების კრიტერიუმია. მეორე ნაწილი ცდომილების მინიმიზაციაა ფილტრის პარამეტრების მიმართ. ასეთი რიცხვითი ოპტიმიზაციისთვის MATLAB-ის optimization toolbox-ის ფუნქციას, `fminseach`, გამოვიყენებთ.

ცდომილების კრიტერიუმის ფორმულირებისთვის, ვირჩევთ დისკრეტული-დროის ფილტრს. მეორე რიგის IIR ფილტრებისთვის მისი რაციონალური გადაცემის ფუნქციის კოეფიციენტებს გამოვიყენებთ  $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5]$ :

$$H_\alpha(z) = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 z^{-1} + \alpha_3 z^{-2}}{1 + \alpha_4 z^{-1} + \alpha_5 z^{-2}}$$

ამ პარამეტრიზაციით განვსაზღვრავთ ცდომილების ფუნქციას  $C(\alpha)$ , რაც ფილტრის  $H_\alpha(z)$ -ის გამოყენების ცდომილებას აღნიშნავს. დავუშვათ, რომ ფილტრი რომლის მიახლოებასაც ვცდილობთ იდეალური დაბალსიხშირული ფილტრია,  $H_{id}(z)$ .

ცდომილების ფუნქცია განისაზღვრება, როგორც:

$$C(\alpha) = \int_{-\pi}^{\pi} (|H_{id}(e^{j\omega})| - |H_\alpha(e^{j\omega})|)^2 d\omega.$$

პარამეტრები,  $\alpha$ , რომლებიც ამ ფუნქციის მინიმიზაციას ახდენენ მიახლოებული ფილტრის პარამეტრები იქნება. შედარებით კომპლექსური მიდგომა იქნებოდა, სიხშირული მახასიათებლის მაგნიტუდის გარდა, ფაზის გათვალისწინებაც, თუმცა ამჯერად მხოლოდ მაგნიტუდაზე დამოკიდებულ ცდომილების ფუნქციას დავჯერდებით. (სასურველი მაგნიტუდის მიღწევის შემთხვაში, ყოველთვის შეგვილია allpass-ების კასკადზე გამრავლება მინიმუმ ფაზიანი ფილტრის მისაღებად.)

- შექმენით მატლაბის ფუნქცია `prefilter(w, alpha)`, რომელიც გამოითვლის  $H_\alpha(z)$ -ს მნიშვნელობას შემავალი სიხშირის,  $w$ , და  $\alpha$  პარამეტრებისთვის.
- შექმენით მატლაბის ფუნქცია `cost(alpha)`, რომელიც  $C(\alpha)$  ფუნქციას გამოითვლის. ფუნქციებისთვის  $H_{id}(e^{j\omega})$  და  $H_\alpha(e^{j\omega})$  გამოიყენეთ დისკრეტიზაციის პერიოდი  $\Delta\omega = 0.01$ .
- გამოიყენეთ მატლაბის ბრძანება `fminsearch`  $C(\alpha)$ -ს მინიმიზაციისთვის საჭირო  $\alpha$  პარამეტრების გამოსათვლელად. `fminsearch`-ის სინტაქსია:  

$$X = \text{fminsearch}('function\_name', initial\_value)$$
`'function\_name'`-ის მაგივრად  $C(\alpha)$  ფუნქციის სახელი მიუთითეთ. ხოლო საწყის პირობად აიღეთ  $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5] = [1, 0, 0, 0, 0]$ , ანუ საწყის  $H_\alpha(e^{j\omega}) = 1$ .
- `Subplot` ბრძანების გამოყენებით ააგეთ შემდეგი გრაფიკები  $[-\pi, \pi]$  შუალედზე:
  - სასურველი ფილტრის მახასიათებლის მაგნიტუდა  $|H_{id}(e^{j\omega})|$ .
  - შექმნილი IIR ფილტრის მახასიათებლის მაგნიტუდა  $|H_\alpha(e^{j\omega})|$ .
  - ცდომილება დეციბალებში, ზემოთ განსაზღვრული  $C(\alpha)$  ფუნქციის მიხედვით. რა შუალედებში არის მიახლოების ცდომილება უდიდესი?