

ლაბორატორია 3

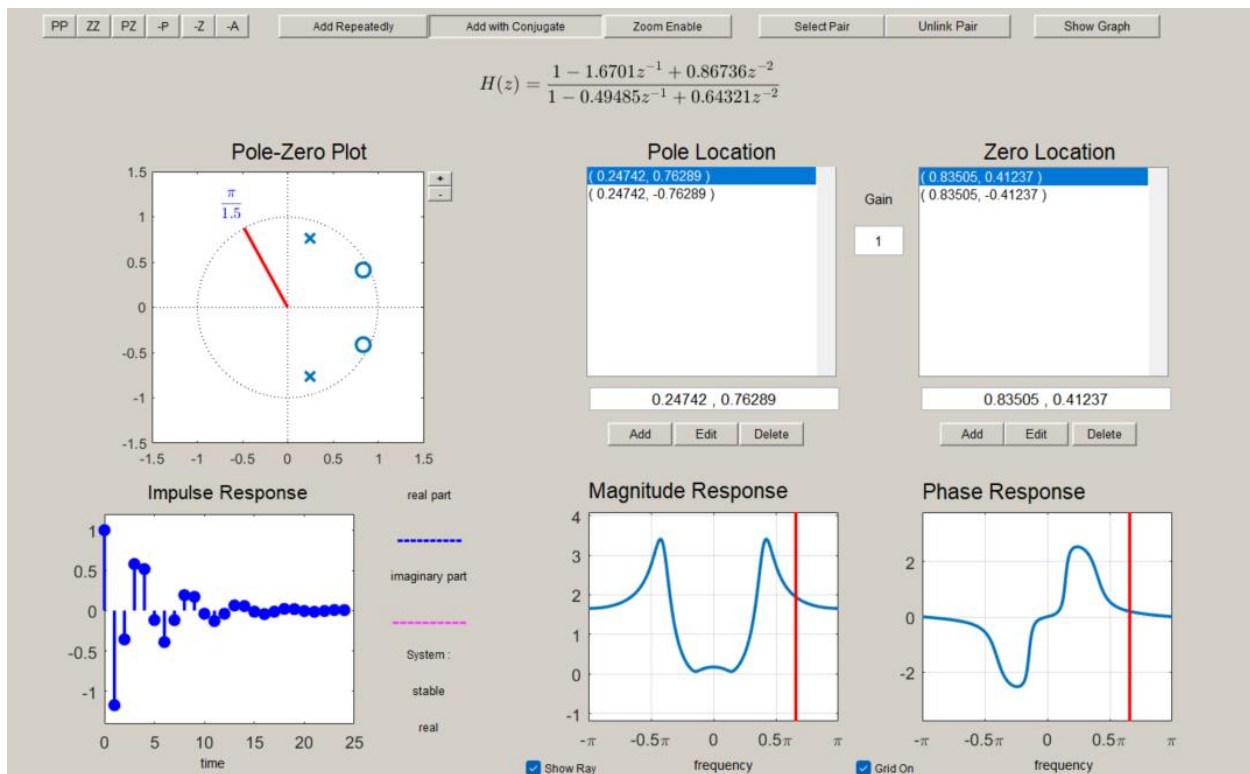
ციფრული ფილტრების დიზაინი 2

1 შესავალი

ეს ლაბორატორია მეორეა სამი ციფრული ფილტრების დიზაინის ლაბორატორიიდან. ამ კვირაში უსასრულო იმპულსურ მახასიათებლიანი (IIR) ფილტრების დანერგვაზე იმუშავებთ, მომდევნო ლაბორატორია კი FIR ფილტრების ფანჯრის მეთოდით დიზაინზე ვკონცენტრირდებით.

დღევანდელი დღის მიზანი IIR ჭრილობანი ფილტრების დიზაინია, რომლებსაც სინუსოიდური ინტერფერენციის მოსაშორებლად და ტონების (ნოტების) დეტექციისთვის გამოიყენებთ.

ფილტრების ნაწილის პროტოტიპების შესაქმნელად Pole-Zero GUI-ს გამოიყენებთ, რომელსაც [ამ ბმულიდან](#) გადმოიწეროთ. ფაილების დაექსტრაქტების შემდეგ მატლაბში pezdemo.m ფაილი გახსენით.

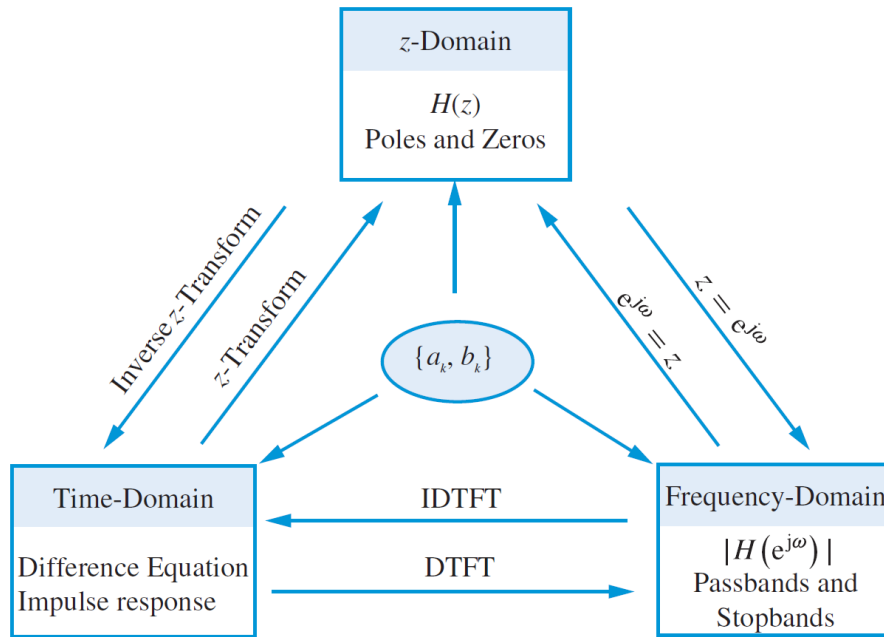


სურათი 1 pezdemo.m-ის გრაფიკული ინტერფეისი

pezdemo ერთდროულად გვიჩვენებს პოლუსების და ნულების გრაფიკს, იმპულსურ მახასიათებელს და სინუსოიდური მახასიათებლის მაგნიტუდის და ფაზის გრაფიკებს. ასევე, ნაჩვენებია განთავსებული პოლუსების და ნულების კოორდინატების

ჩამონათვალი. პოლუსების და ნულების დამატება და წაშლა ინტერაქტიულად არის შესაძლებელი. ზემო მარჯვენა კუთხეში განთავსებული ღილაკი *show graph*-ის გამოყენებით შესაძლებელია მხოლოდ გრაფიკების ერთ ფანჯარაში თავმოყრა.

2 კავშირი z , n და ω სივრცეებს შორის



სურათი 2 დროით, სიხშირულ და Z სივრცეებს შორის კავშირი და გარდაქმნები

ლაბორატორიული აქტივობების დაწყებამდე სცადეთ pezdemo-ს გამოყენებით შემდეგ შეკითხვებს უპასუხოთ:

- უსასრულოა თუ სასრულია $h[n]$ -ის სიგრძე FIR ფილტრის შემთხვევაში? როგორ არის იმპულსური მახასიათებლის სიგრძე დაკავშირებული ნულების რაოდენობასთან? როგორ აიხსნება ეს კავშირი მათემატიკურად?
- როგორ უნდა განალაგოთ ნულები ან/და პოლუსები იმისთვის, რომ ფილტრი სტაბილური ან არა-სტაბილური იყოს?
- თუ $h[n]$ -ს პერიოდული კომპონენტი გაჩნია, რა არის რხევის პერიოდი? იმ შემთხვევაში, თუ რხევა მიღევადია იზოვით მიღევის სისწრაფე. როგორ შეიძლება ნულების და პოლუსების განლაგებით კონკრეტული პერიოდის და მიღევის სისწრაფის მქონე იმპულსური მახასიათებლის შექმნა?
- როგორ იცვლება $H(e^{j\omega})$ ნულების და პოლუსების ადგილმდებარეობის მიხედვით?



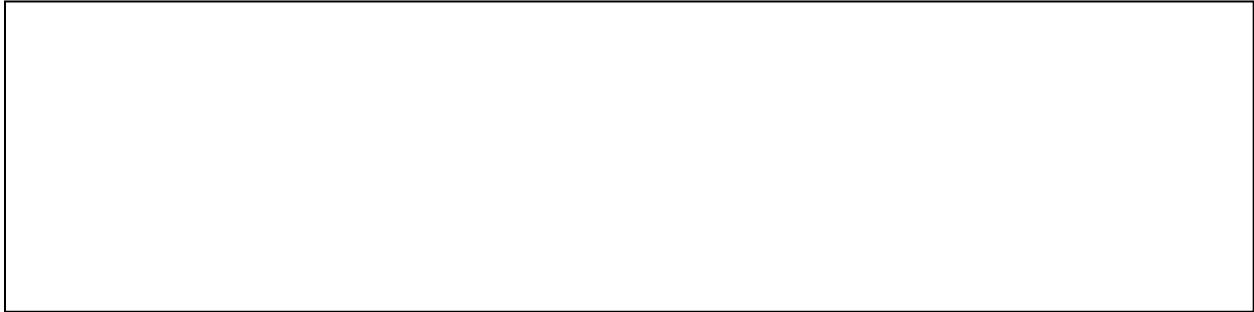
3 ფილტრების შექმნა ნულების და პოლუსების განთავსებით

3.1 ნულები

შექმენით შემდეგი FIR სისტემა: $H(z) = 1 - z^{-1} + z^{-2}$ პოლინომის ფაქტორიზაციით და ნულების სიბრტყეზე განთავსებით. ფაქტორიზაციისთვის გამოიყენეთ MATLAB-ის ფუნქცია [roots](#). ყურადღება მიაქციეთ შემდეგ ორ ფაქტს:

1. იმპულსური მახასიათებლის, $h[n]$, მნიშვნელობები ზუსტად პოლინომის კოეფიციენტების ტოლია.
2. სიხშირულ მახასიათებელს აქვს ფესვები, რადგან $H(z)$ -ის ფესვები ზუსტად ერთეულოვან წრეზე არიან განლაგებული. შეადრეთ $H(z)$ -ის ფესვების სიხშირეები კომპლექსურ სიბრტყეზე განლაგებული ნულების კუთხეებს.

ამოძრავეთ ნულები ერთეულოვანი წრის გარშემო და დაკვირდით სიხშირული მახასიათებლის ფესვებს.



3.2 FIR ფილტრი რამოდენიმე ნულით

ექვს წერტილიანი მცოცავი საშუალო სისტემის ფუნქციაა:

$$H(z) = \sum_{n=0}^5 z^{-n} = \frac{1 - z^{-6}}{1 - z^{-1}}$$

1. გამოიყენეთ MATLAB-ის roots ბრძანება $H(z)$ -ს ნულების საპოვნელად. რადგან ნული და პოლუსი იკვეცება ეს მეხუთე რიგის FIR ფილტრია.
2. განათავსეთ მიღებული FIR ფილტრის ხუთი ნული pezdemo-ში. იმპულსური მახასიათებლის ყველა არანულოვანი მნიშვნელობა ერთის ტოლი უნდა იყოს. აღწერეთ ფილტრის სიხშირული მახასიათებელი, რომელი სიხშირეები იფილტრება?
3. ჩამოთვალეთ ყველა ის სიხშირე, რომლიც სრულად ნულდება ამ ფილტრით.
4. შექმენით სხვა FIR ფილტრი სისტემის ფუნქციით $H_c(z) = 1 - z^{-6}$, რომელიც წინა ფილტრის სისტემის ფუნქციის მნიშვნელია. განათავსეთ შესაბამისი ნულები pezdemo-ში და გამოთვალეთ იმპულსური მახასიათებლის ფორმულა დაყოვნებული დელტა ფუნქციების გამოყენებით.
5. ასეთ ფილტრებს “comb” (სავარცხლისებრ) ფილტრებს უწოდებენ. რატომ? რა არის ფილტრის ნულების კოორდინატები?
6. ერთერთი ნული $z = -1$ წერტილზე იქნება. გადაადგილეთ ეს ნული $z = -1$ -დან $z = +1$ -ზე. რა არის მიღებული ფილტრის გადაცემის ფუნქცია, $H(z)$?

7. აღწერეთ მიღებული ფილტრი და მისი ტიპი.

3.3 ნამდვილი პოლუსები

1. pezdemo-ში განალაგეთ თითო-თითო პოლუსი $z = -\frac{1}{2}$ და $z = 0.99$ წერტილებზე. პოლუსების ზუსტი ადგილმდებარეობის მისათითებლად გამოიყენეთ *Edit* დილაკი.
 - i. აღწერეთ მიღებული იმპულსური მახასიათებლის, $h[n]$, და სიხშირული მახასიათებლის, $H(e^{j\omega})$, მნიშვნელოვანი თვისებები. გატარების ზოლი შეგვიძლია მივიჩნიოთ იმ სიხშირეების სიმრავლედ, სადაც სიხშირული მახასიათებლის მაგნიტუდა მაქსიმუმი მნიშვნელობის 90%-ს აჭარბებს (ეს ზღვარი, რა თქმა უნდა, პირობითია). უკუგდების ზოლი კი შედგება იმ სიხშირეებისგან, რომელთათვის მაგნიტუდის მნიშვნელობა 10%-ს არ აღემატება.
2. ნელნელა გადაადგილეთ პოლუსი ათვილს წერტილთან ახლოს საწყისი მდებარეობიდან $z = -1/2$, ხოლო შემდეგ $z = -0.99$ -სკენ. მონიშნეთ *Options->Move on Real Line*, იმისთვის, რომ პოლუსი

ნამდვილ ღერძე იყოს მოთავსებული. დააკვირდით და აღწერეთ იმპულსური და სიხშირული მახასიათებლის ცვლილებები.

3. გადაადგილეთ პოლუსი $z = -0.999$ -დან ერთეული წრის გარეთ და აღწერეთ მიღებული მახასიათებლები. რა განაპირობებს ფილტრის არა-სტაბილურობას?
4. ზოგადად, პოლუსების რა ადგილმდებარეობა განაპირობებს ფილტრის სტაბილურობას?

3.4 პირველი რიგის IIR ფილტრი

1. ნულების და პოლუსების z -სიბრტყეზე განთავსებით დანერგეთ შემდეგი IIR სისტემა:

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 + 0.9z^{-1}}$$

გამორთეთ *Add with Conjugate* ოფცია ნულების და პოლუსების კომპლექსურად შეუღლებული წევრების გარეშე დასამატებლად. რა ტიპის ფილტრია აღწერილი გადაცემის ფუნქციით?

მაუსის გამოყენებით გადაიტანეთ პოლუსი $z = -0.9$ -დან $z = 0$ -მდე და შემდეგ $z = +0.9$ -მდე და დააკვირდით სიხშირული მახასიათებლის ცვლილებას. რა ტიპის ფილტრი მიიღება პოლუსის $z = +0.9$ -ზე განლაგებით?

3.5 მეორე რიგის IIR ზოლურგამტარი ფილტრი

1. ნულების და პოლუსების z -სიბრტყეზე განთავსებით დანერგეთ შემდეგი IIR სისტემა:

$$H(z) = \frac{1 - z^{-2}}{1 + 0.8z^{-1} + 0.64z^{-2}}$$

დასაწყისისთვის იპოვეთ სისტემის ნულები და პოლუსები. შემდეგ განათავსეთ ისინი z -სიბრტყეზე. ზუსტი ადგილმდებარეობის მისათითებლად გამოიყენეთ *Edit* ღილაკი. ასევე, ნულებისთვის გამორთეთ *Add with Conjugate* ოფცია, რადგან ნამდვილი მნიშვნელობის ნულებს ამატებთ. დააკვირდით სიხშირულ მახასიათებელს და დაადასტურეთ, რომ ის ზოლურგამტარი ფილტრია.

3.6 არა-ზოლურგამტარი ფილტრები

არსებობს შემთხვევები, როდესაც ორ-პოლუსიანი სისტემის სიხშირულ მახასიათებელს “წვეროები” არ გააჩნია. ასეთი ორი შემთხვევა არსებობს: (1) სრულ-გამტარი ფილტრი, რომლის სიხშირული მახასიათებელი მუდმივაა და (2) IIR ჭრილოვანი (notch) ფილტრი, რომელიც მხოლოდ ერთ სიხშირეს ანულებს, თუმცა დანარჩენ სიხშირეების შუალედზე მუდმივია.

1. დანერგეთ შემდეგი მეორე-რიგის სისტემა

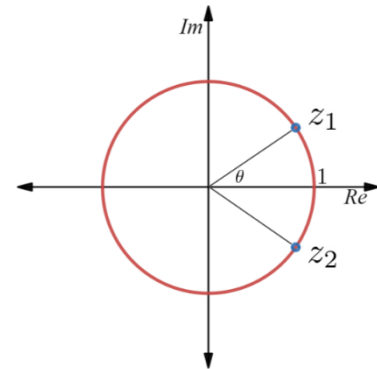
$$H(z) = \frac{64 + 80z^{-1} + 100z^{-2}}{1 + 0.8z^{-1} + 0.64z^{-2}}$$

რა ტიპის ფილტრია ეს სისტემა?

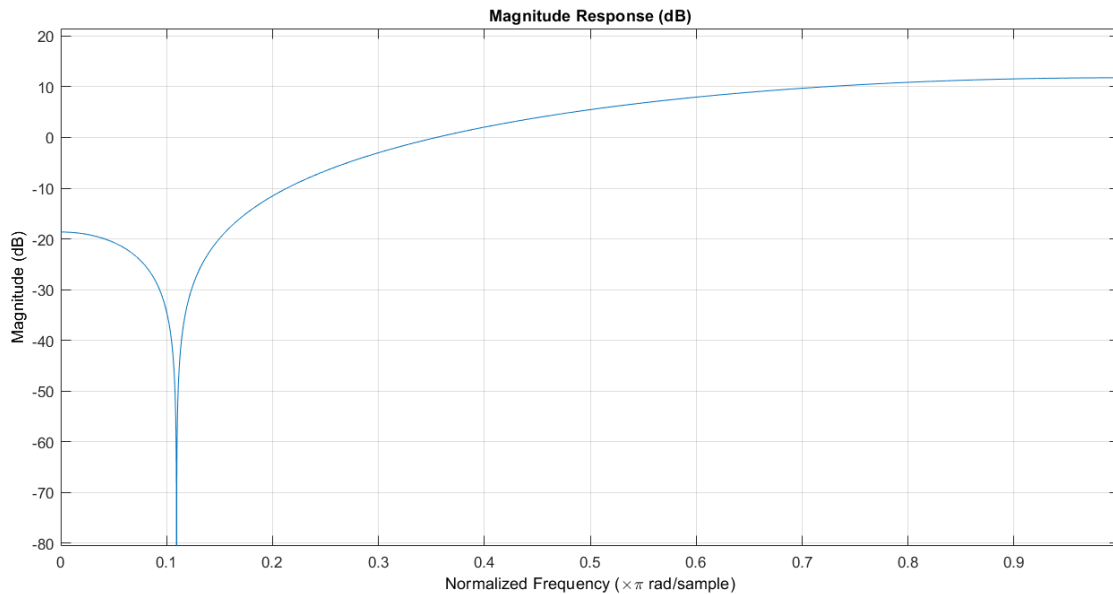
2. მაუსით გადაადგილეთ ნულების წყვილი ზუსტად ერთეულოვან წრეზე პოლუსების შესაბამისი კუთხით. როგორ შეიცვალა სიხშირული მახასიათებელი. გამოითვალეთ მიღებული სისტემის გადაცემის ფუნქცია, $H(z)$.

4 სინუსოიდური ინტერფერენციის მოშორება ჭრილოვანი IIR ფილტრით

წინა ლაბორატორიულ სამუშაოში სინუსოიდური ინტერფერენციის მოშორებისთვის ორ-ნულიანი FIR სისტემა გამოიყენეთ. მიუხედავად იმისა, რომ მიღებული აუდიო გარჩევადი იყო და დამაბინძურებელი სინუსოიდი ჩაიხშო, ფილტრმა სხვა სიხშირეებზეც იქონია არათანაბარი გავლენა. რამაც დაბალი სიხშირეების შედარებით ჩახშობა გამოიწვია.



სურათი 3 ორ-ნულიანი FIR სისტემა



სურათი 4 ორ-ნულიანი FIR სისტემის სიხშირული მახასიათებელი

ამჯერად, იგივე ინტერფერენციის გასაფილტრად IIR ჭრილოვან ფილტრს გამოიყენებთ, რომელიც კონკრეტულ სიხშირეს ამოჭრის და დანარჩენ სიხშირეებს შედარებით თანაბარი ამპლიტუდით გაატარებს. ჭრილოვან ფილტრს თითო კომპლექსურად შეუღლებული პოლუსების და ნულების წყვილი გააჩნია:

$$\text{ნულები: } e^{\pm j\theta} \quad \text{პოლუსები: } re^{\pm j\theta},$$

სადაც $r \approx 1$, $r < 1$. შესაბამისად, სისტემის ფუნქცია მოცემულია, როგორც

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = G \frac{(1 - e^{j\theta} z^{-1})(1 - e^{-j\theta} z^{-1})}{(1 - re^{j\theta} z^{-1})(1 - re^{-j\theta} z^{-1})}.$$

pezdemo-ს გამოყენებით ააგეთ სისტემის სიხშირული მახასიათებელი $\theta = \frac{\pi}{4}, r = 0.95$ მნიშვნელობებისთვის. MATLAB-ფუნქცია `poly`-ს გამოყენებით შეგიძლიათ $H(z)$ -ს გამლილი ფორმაც იპოვოთ.

შეადარეთ მიღებული მახასიათებელი წინა ლაბში გამოყენებულს (სურათი 4).

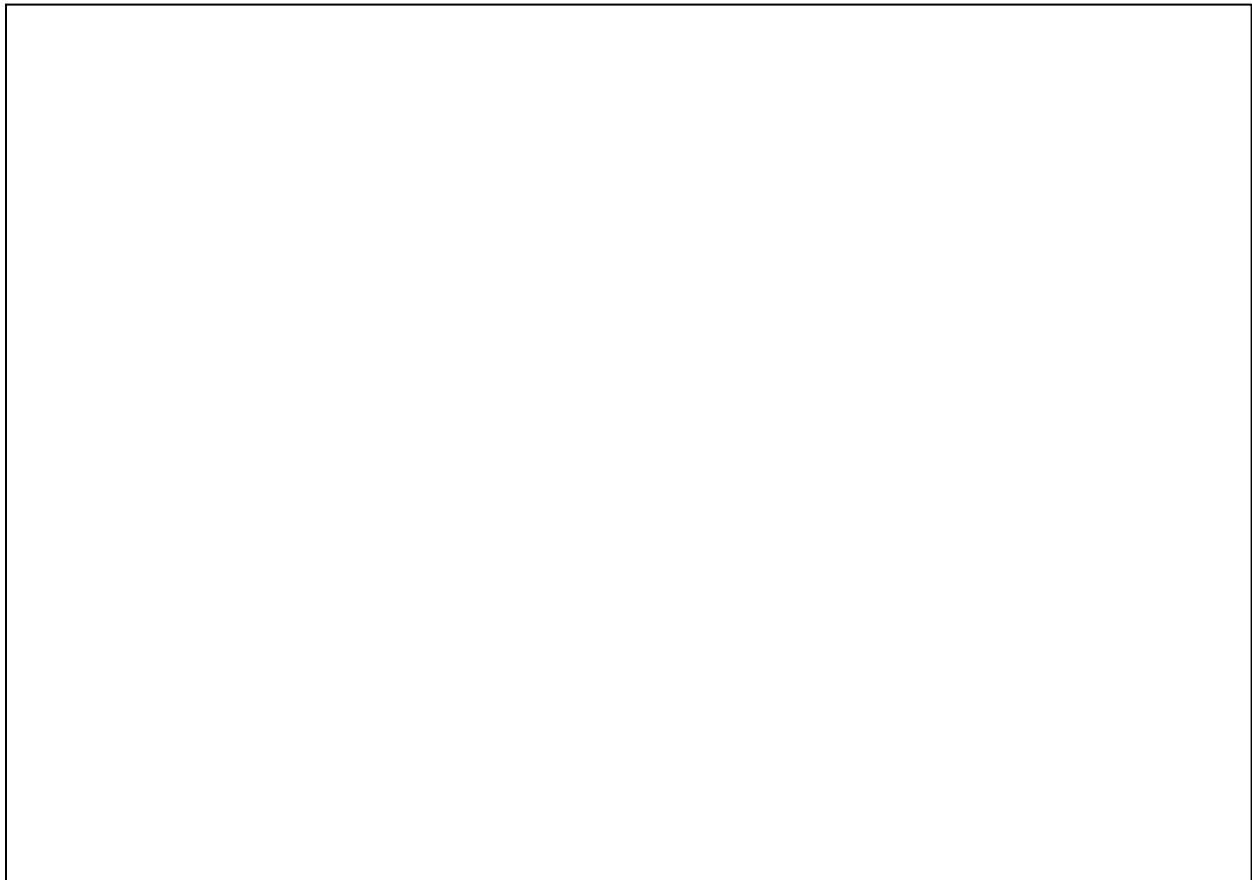
IIR იმპლემენტაცია

MATLAB-ის ფუნქცია `filter`-ის გამოყენებით იპოვეთ იმპულსური მახასიათებელი, $h[n]$, და ააგეთ მისი გრაფიკი.

გაფილტრეთ სინუსოიდური ინტერფერენცია [აუდიო სიგნალიდან](#). აუდიო ფაილის წასაკითხად გამოიყენეთ:

```
[x,Fs] = audioread('gala_sin.wav');
x=x(:,1)';
```

მოუსმინეთ ფაილს `sound(x,Fs)` გამოყენებით და გამოსახეთ აუდიო ფაილის ანათვალეების გარკვეული რაოდენობა. შეადარეთ ჭრილოვანი IIR ფილტრის გამოყენებით მიღებული აუდიო FIR ფილტრით დამუშავებულ ვერსიას (წინა ლაბიდან). `fvtool`-ის გამოყენებით გამოსახეთ სიხშირული მახასიათებელი და განიხილეთ FIR ფილტრთან შედარებით გაუმჯობესების მიზეზი.



5 ნოტების დეტექტორი

მუსიკალური ნოტების დეტექციისთვის გვინდა შევქმნათ ფილტრი, რომელსაც ჭრილოვანი (ძალიან ვიწყო) გატარების ზოლი ექნება, რომელიც კონკრეტულ სიხშირეს გაატარებს.

ამ შემთხვევაში განვიხილავთ მუსიკალურ შკალას, რომელიც 12 ნოტისგან შედგება, როგორც სურათი 5-ზეა ნაჩვენები, სადაც მეორე რიგში ნოტის სიხშირეა (Hz) მოცემული.

თუკი პირველ სიხშირეს f_0 -ით ავღნიშნავთ, შეგვიძლია დანარჩენი სიხშირეები შემდეგი ფორმულით გამოვთვალოთ:

$$f_n = f_0 2^{\frac{n}{12}},$$

სადაც $n = 1, 2 \dots 11$. $n = 12$ შემთხვევაში ერთი ოქტავით მაღალ იგივე სიხშირის ნოტს ვუბრუნდებით.

თქვენი მიზანია შექმნათ MATLAB-ის ფუნქცია, რომელიც მოცემული აუდიო ფაილებიდან ნოტების ამოცნობას შეძლებს.

გადმოწერეთ ნოტების აუდიო ფაილების [შემცველი დაარქივებული ფაილი](#).

გახსენით 'Note02.wav' ფაილი მატლაბში შემდეგი ბრძანების გამოყენებით: `[x, fs] = audioread('Note02.wav')`. ამ აუდიო ფაილში ოქტავის f_0 სიხშირეა მოცემული. ბრძანებით `pspectrum(xx)` აუდიო სიგნალის სიმძლავრის სპექტრის გამოსახვას შეძლებთ. სიმძლავრის სპექტრზე იპოვეთ უდიდესი ამპლიტუდის სიხშირე, ეს f_0 იქნება.

ნოტის დეტექციის ფუნქციის შემავალი (xx, fs) იქნება.

```
function [maxNote, maxNoteFreq] = noteDetect(xx, fs)
```

ფუნქცია ამოცნობილი ნოტის შესაბამის რიცხვს და მის სიხშირეს დააბრუნებს.

ფუნქციამ 13 ბიჯიანი (0:12) ციკლის გამოყენებით ყველა სიხშირის დეტექციისთვის შესაბამისი ფილტრი უნდა დანერგოს. გამოიყენეთ მეორე რიგის IIR ორ-პოლუსიანი ფილტრები, რომელთა პოლუსები ამოსაცნობი სიხშირის შესაბამის კუთხეზე იქნება განლაგებული (r -ის მნიშვნელობა შეგიძლიათ შეარჩიოთ).

- ციკლის ყოველ იტერაციაზე გამოთვალეთ გაფილტრული სიგნალი

```
y = filter(b, a, x)
```

A	440
B flat	466
B	494
C	523
C sharp	554
D	587
D sharp	622
E	659
F	698
F sharp	740
G	784
A flat	831
A	880

სურათი 5 ნოტები შუა ოქტავაში და მათი სიხშირეები (Hz)

- გამთვალეთ სიგნალის სიმძლავრე და შეადარეთ ის აქამდე გამოთვლილ სიმძლავრეებს შორის უდიდეს მნიშვნელობას. ყველაზე დიდი სიმძლავრის შესაბამისი ფილტრი ნოტის სიხშირეს შეესაბამება.
 - სიმძლავრის გამოსათვლელად გამოიყენეთ: `sum(abs(y))`;

გამოცადეთ თქვენი ნოტების დეტექტორი სხვადასხვა 'Note0n.wav' ფაილისთვის. ააგეთ სიხშირული მახასიათებლის მაგნიტუდის გრაფიკი და განიხილეთ დეტექტორის მუშაობის პრინციპი მისი გამოყენებით.

