Bài tập chương 4

1. Tìm trị riêng và cơ sở của các không gian riêng tương ứng của các ma trận sau

1) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}$

2) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

3) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

2. Chéo hóa các ma trận sau (nếu được)

$$1)\ \begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 \\ 6 & -4 & 4 \\ 4 & -4 & 5 \end{pmatrix};\quad 2)\ \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix};\quad 3)\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$4)\ \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix};\quad 5)\ \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix};\quad 6)\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ -2 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Chéo hóa trực giao các ma trận đối xứng sau

1) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

4. Đưa dạng toàn phương sau về dạng chính tắc bằng phép biến đổi trực giao và xét dấu dạng toàn phương đó

1) $\omega(x_1, x_2) = 5x_1^2 + 8x_2^2 - 4x_1x_2$

2) $\omega(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$

3) $\omega(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$

4) $\omega(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_2x_3$

5) $\omega(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$

6) $\omega(x_1, x_2, x_3) = -2x_1^2 - 5x_2^2 - 5x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2x_3$

7) $\omega(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 8x_2x_3$

8) $\omega(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 5x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$

9) $\omega(x_1, x_2, x_3) = 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$

5. Đưa dạng toàn phương sau về dạng chính tắc bằng phương pháp Lagrange và xét dấu dạng toàn phương đó

1) $\omega \;\; x_1, x_2, x_3 \;\; = 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$

2) $\omega \;\; x_1, x_2, x_3 \;\; = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$

3) $\omega \;\; x_1, x_2, x_3 \;\; = x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3$

4) $\omega \;\; x_1, x_2, x_3 \;\; = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 5x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$

5) $\omega \;\; x_1, x_2, x_3 \;\; = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$

6. Hãy xác định tham số m để dạng toàn phương sau xác định dương

1) $\omega \;\; x_1, x_2, x_3 \;\; = 2x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 2mx_1x_3 + 2x_2x_3$

2) $\omega \;\; x_1, x_2, x_3 \;\; = x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 + 2mx_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$