

Московский авиационный институт
Вычислительная математика и программирование

ВВЕДЕНИЕ В АВИАЦИОННУЮ И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКУЮ ТЕХНИКУ
I СЕМЕСТР

Лекторы: *Тимохин Максим Юрьевич, Сухов Егор Аркадьевич, Кондратцев Вадим (?)*

Содержание

1	Основные положения молекулярно-кинетической теории. Характерные скорости молекул (17.11)	2
1.1	Идеальный газ	2
2		3
2.1	3
2.2	Уравнение Магестокса	3
2.3	Длина свободного пробега	3

1 Основные положения молекулярно-кинетической теории. Характерные скорости молекул (17.11)

1.1 Идеальный газ

Пусть дан набор некоторых движимых молекул. Мы считаем, что эти молекулы непрерывно и хаотично двигаются, соответственно, между ними есть расстояние. Хотелось бы понять, как можно оценить то давление, которое будет оказываться на стенку (пусть) какой-то банки каким-то количеством газа (в котором есть какое-то количество молекул).

Рассмотрим газ, состоящий из одних и тех же молекул, соответственно, все молекулы имеют одинаковую массу, обозначим её m_0 ; эти молекулы будут, безусловно, так или иначе периодически ударяться о стенку. Можно сказать, что в результате этого соударения будет происходить изменение импульса. То есть если была какая-то скорость v , то был и импульс p , который направлен под произвольным углом (потому что молекула(?)).

Пусть молекулы будут зеркально отражаться. Если молекула отлетела, то $p_y \rightarrow p_y$, то есть касательная компонента остается без изменений, а компонента x поменяет знак на противоположный. Теперь мы можем вычислять изменение импульса (оно равно силе, действовавшей во время акта соударения):

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad (\Delta p_x = -p_x - p_x = -2p_x)$$

На молекулу, которая, будучи во время взаимодействия со стенкой, была вблизи этой стенки, действует сила со стороны стенки. Но, по третьему закону Ньютона, сила, с которой молекула действует, равна силе, которая молекула получает в ответ. Тогда мы получаем ровно такую же силу по модулю, однако противоположную по направлению.

Тогда если мы говорим, что мы меняем компоненту x скорости, то можно сказать, что есть компонента x импульса:

$$\frac{\Delta p_x}{\Delta t} = F_x \Rightarrow F_x = \frac{-2p_x}{\Delta t}$$

Если интересует воздействие на стенку, то можно отбросить минус:

$$F = \frac{2p_x}{\Delta t}$$

Обозначим давление $P = \frac{F}{S}$. Если мы рассматриваем площадку площадью S , стоит учитывать, что ударяется не только одна молекула в данный момент. Явно сталкивается какое-то большее количество молекул. Тогда обозначим общую силу $P_{\text{общ}} = N * \frac{2p_x}{\Delta t}$. Хотелось бы оценить, можно ли взять в расчет эту величину. Введем понятие концентрации - количество рассматриваемых молекул на единицу объема: возникает проблема в том, чтобы понять, какой объем взять.

Пусть есть некоторый слой молекул около площадки, мы понимаем, что не все из них смогут взаимодействовать с ней, так как некоторые другие молекулы отскочили от стенки. В лучшем случае соприкоснутся со стенкой $\frac{1}{2}$ всех молекул слоя. Тогда общая сила за время Δt равна

$$F_{\text{общ}} = \frac{1}{2} * n * S * V_x * \Delta t * \frac{2p_x}{\Delta t}$$

2

2.1

$p(y) = p_o e^{-\frac{m_o g}{k y}}$ - параметрическая формула, как изменяется атмосферное давление с высотой.

Можно сказать, что каждые пять километров в высоту давление уменьшается в два раза - геометрическая прогрессия.

$$p = nkT; p_o = n_o kT \rightarrow n(h) = n_o e^{-\frac{m_o g h}{kT}} = n_o e^{-\frac{M g h}{RT}}$$

$$n(\vec{r}) = n_o e^{-\frac{U(\vec{r})}{kT}} \rightarrow m_o * n_o = \rho_o; n_o * n = \rho \Rightarrow \rho(h) = \rho_o e^{-\frac{M g h}{RT}}$$

$$F_c \sim v^2$$

$$F_C = C_f \frac{\rho v^2}{2} S; C_f - \text{влияние формы, } S - \text{площадь поперечного сечения}$$

$$C_{f\text{сферы}} \approx 0,47 \approx 0,5$$

2.2 Уравнение Магестокса

Полезно в аэродинамике.

Мы считаем, что газ и жидкость - сплошные среды. Мы не ухватываем отдельные молекулы.

Проблема: концентрация

2.3 Длина свободного пробега

Проведем некоторую оценку длины свободного пробега:

Если мы говорим про любой газ, воспринимая его как набор каких-то частичек, каждая молекула так или иначе будет путешествовать по ломаным траекториям.

Хотелось бы узнать, какая длина пробега без удара в другую молекулу - λ .

Будем представлять молекулы как шарики. Для первой оценки будет этого достаточно. Тогда для того чтобы молекулы соударились, нужно, чтобы они соударились и расстояние между ними равно d .

Рассмотрим ситуацию, когда молекула летит с какой-то скоростью. Крайняя ситуация - молекулы "чиркуют". Площадь сечения равна πd^2 .

При случайном расположении молекул хотелось бы узнать

Скорость хотелось бы взять относительной $\vec{g} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$.

Пусть есть "облако" молекул.

Зная скорость шарика, мы можем найти скорость шарика.

$$N = n S g dt \Rightarrow 1 = n S g \tau \Rightarrow \frac{1}{\tau} = \nu = n S g$$

$$\nu = \pi d^2 g n$$

$$\nu = v \tau = \frac{v}{\nu} = \frac{v}{n S g}$$