

PHẦN 1: HỆ THỐNG CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN

- 1) Khảo sát các hàm số: $y = a.x^3 + b.x^2 + c.x + d$, ($a \neq 0$) ; $y = a.x^4 + b.x^2 + c$, ($a \neq 0$) ;
 $y = \frac{a.x+b}{c.x+d}$, ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$).
- 2) Các bài toán liên quan khảo sát hàm số như: tính đơn điệu của hàm số, cực trị, giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số, tiệm cận, khoảng cách, tiếp tuyến, tương giao...
- 3) Giải phương trình lượng giác.
- 4) Nguyên hàm, tích phân và ứng dụng.
- 5) Giải phương trình, bất phương trình mũ và logarit.
- 6) Số phức: Tìm phần thực, phần ảo, số phức liên hợp của một số phức cho trước. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức trong mặt phẳng phức. Giải phương trình trên tập hợp số phức.
- 7) Tổ hợp, xác suất, nhị thức Newton.
- 8) Phương pháp tọa độ trong không gian: Lập phương trình mặt cầu, phương trình mặt phẳng, phương trình đường thẳng. Tìm tọa độ điểm thỏa mãn các điều kiện cho trước.
- 9) Hình học không gian: Tính thể tích khối chóp, khối lăng trụ. Tính diện tích hình nón, hình trụ, mặt cầu. Tính thể tích khối nón, khối trụ, khối cầu. Tính góc và khoảng cách giữa các đối tượng trong không gian.
- 10) Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng: Lập phương trình đường thẳng, đường tròn, elip. Tìm tọa độ các điểm thỏa mãn điều kiện cho trước.
- 11) Phương trình, bất phương trình, hệ phương trình vô tỉ, chứa dấu giá trị tuyệt đối, chứa mũ, logarit.
- 12) Bất đẳng thức; Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức.

PHẦN 2: HỆ THỐNG CÁC BÀI TẬP THEO CÁC CHUYÊN ĐỀ

Chuyên đề 1: Khảo sát hàm số và các bài toán liên quan

I. Khảo sát hàm số:

Bài 1: Khảo sát các hàm số sau:

a) $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 7$

c) $y = x^3 + 5x - 4$

b) $y = -x^3 + 3x^2 - 2$

d) $y = -3x^3 + 3x^2 - x + 2$

Bài 2: Khảo sát các hàm số sau:

a) $y = x^4 - 2x^2 + 3$

c) $y = -2x^4 + 4x^2$

b) $y = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - 1$

d) $y = -3x^4 - x^2 + 2$

Bài 3: Khảo sát các hàm số sau:

a) $y = \frac{x+3}{2x-1}$

b) $y = \frac{x}{x+2}$

c) $y = \frac{-x+2}{x-1}$

II. Bài toán về tính đơn điệu của hàm số:

1) Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3(2m+1)x^2 + (12m+5)x + 2$ đồng biến trên \mathbb{R} .

2) Tìm m để hàm số $y = -x^3 + (3-m)x^2 - 2mx + 2$ nghịch biến trên \mathbb{R}

3) Tìm m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} - 2x + 1$ đồng biến trên $(1; +\infty)$

4) Tìm m để hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 + 6(m+1)x + 1$ nghịch biến trên $(-2; 0)$

5) Tìm m để hàm số $y = x^3 + (m-1)x^2 - (2m^2 + 3m + 2)x + 1$ đồng biến trên $(2; +\infty)$

6) Tìm m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 1.

7) Tìm m để hàm số $y = \frac{x+m}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

8) Tìm m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$

III. Bài toán về cực trị:

Bài 1: Tìm m để hàm số $y = x^3 - 2x^2 + mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Bài 2: Tìm m để các hàm số sau có cực trị:

a) $y = x^3 + 2mx^2 + mx - 1$

b) $y = \frac{x^2 - 2mx + 5}{x - m}$

Bài 3: Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 9x - m$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| \leq 2$.

Bài 4: Tìm $m > 0$ để hàm số $y = x^3 - \frac{3}{2}(m-2)x^2 - 3(m-1)x + 1$ có giá trị cực đại, cực tiểu lần lượt là y_{CB}, y_{CT} thỏa mãn: $2y_{CB} + y_{CT} = 4$.

Bài 5: Tìm m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$ có các điểm cực đại, cực tiểu cách đều đường thẳng $y = x - 1$.

Bài 6: Tìm m để hàm số $y = x^3 + 2(m-1)x^2 + (m^2 - 4m + 1)x + 1$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$.

Bài 7: Tìm m để hàm số $y = -x^3 + (2m+1)x^2 - (m^2 - 3m + 2)x - 4$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục tung.

Bài 8: Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3m(m+2)x + 1$ đạt cực đại, cực tiểu tại các điểm có hoành độ dương.

Bài 9: Tìm m để hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$ có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị cách đều gốc tọa độ.

Bài 10: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $OA = BC$, trong đó O là gốc tọa độ và A thuộc trục tung.

Bài 11: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có các điểm cực đại, cực tiểu lập thành tam giác đều.

Bài 12: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác thỏa mãn một trong các điều kiện sau :

- a) tam giác vuông
- b) tam giác có một góc bằng 120°
- c) tam giác nhận $G(2;0)$ làm trọng tâm

Bài 13: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 48 với O là gốc tọa độ.

Bài 14: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$ có cực đại, cực tiểu và khoảng cách giữa các điểm cực trị là nhỏ nhất.

Bài 15: Tìm m để đường thẳng đi qua điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn tâm $I(1;1)$, bán kính bằng 1 tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất.

IV . Bài toán về tiếp tuyến:

Bài 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) :

- 1) Tại điểm có hoành độ bằng (-1) . 2) Tại điểm có tung độ bằng 2.
- 3) Biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -3$.
- 4) Biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x + 1$
- 5) Biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{24}x + 2$
- 6) Biết tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất trong tất cả các tiếp tuyến của đồ thị (C) .
- 7) Biết tiếp tuyến đi qua điểm $A(-1; -2)$

Bài 2: Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$. Tìm m để tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = -1$ đi qua điểm $A(1;2)$.

Bài 3: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{-x+3}{2x-1}$ biết tiếp tuyến đó song song với đường phân giác của góc phần tư thứ hai của mặt phẳng tọa độ Oxy .

Bài 4: Viết phương trình tiếp tuyến d của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ biết d vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$.

Bài 5: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 + \frac{1}{3}$ có đồ thị (C_m) . Gọi M là điểm thuộc (C_m) có hoành độ bằng (-1) . Tìm m để tiếp tuyến của (C_m) tại điểm M song song với đường thẳng $5x - y = 0$

Bài 6: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{-x+3}{2x-1}$ biết tiếp tuyến đó song song với đường phân giác của góc phần tư thứ hai của mặt phẳng tọa độ Oxy .

Bài 7: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x + 3$ biết tiếp tuyến này cắt hai tia Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho $OB = 2OA$.

Bài 8: Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ sao cho tiếp tuyến đó và

hai tiệm cận của đồ thị hàm số cắt nhau tạo thành một tam giác cân.

Bài 9: Tìm m để $(C_m): y = x^3 + 3x^2 + mx + 1$ cắt đường thẳng $y = 1$ tại ba điểm phân biệt $C(0;1), D, E$ sao cho các tiếp tuyến với (C_m) tại D và E vuông góc với nhau.

Bài 10: Cho hàm số $(C): y = \frac{-x+1}{2x-1}$. Chứng minh rằng với mọi m đường thẳng

$y = x + m$ luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B . Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A và B . Tìm m để tổng $k_1 + k_2$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 11: Tìm hai điểm A, B thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau đồng thời $AB = 4\sqrt{2}$

Bài 12: Tìm điểm M thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ sao cho tiếp tuyến của (C) tại

điểm M cắt hai đường tiệm cận của (C) tại A và B thỏa mãn tam giác IAB có chu vi nhỏ nhất (với I là giao điểm hai đường tiệm cận).

Bài 13: Tìm các điểm trên đồ thị hàm số $y = (x-1)^2(x-4)$ mà qua đó ta chỉ kẻ được một tiếp tuyến đến đồ thị hàm số.

Bài 14: Tìm các điểm trên đường thẳng $y = -2$ mà từ điểm đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến vuông góc với nhau đến đồ thị hàm số.

Bài 15: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$. Tìm m để đồ thị hàm số có tiếp tuyến tạo với đường thẳng $d: x + y + 7 = 0$ một góc α , biết $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{26}}$.

V. Bài toán về tương giao:

Bài 1: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$. Biện luận theo m số nghiệm phương trình $4x^3 - 6x^2 - m = 0$.

Bài 2: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$. Tìm m để phương trình $2|x|^3 - 9x^2 + 12|x| = m$ có sáu nghiệm phân biệt.

Bài 3: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$. Tìm m để phương trình $|x-1|^3 - 3|x-1| - m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

Bài 4: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$. Tìm m để phương trình $\left| \frac{x^4}{4} - x^2 + \frac{3}{4} \right| = m$ có đúng tám nghiệm phân biệt.

Bài 5: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$.

Bài 6: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 + 4x + 4m - 16$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 1.

Bài 7: Tìm m để đường thẳng $y = kx + 2k + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách từ A và B đến trục hoành bằng nhau.

Bài 8: Tìm m để đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-1}{x}$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $AB = 4$.

Bài 9: Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đường thẳng $y = 2x + m$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt M, N . Xác định m sao cho độ dài MN là nhỏ nhất.

Bài 10: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - (3m+4)x^2 + m^2$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

Bài 11: Tìm m để đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$ tại hai điểm A, B đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x + 3$.

Bài 12: Tìm m để đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - (3m+2)x^2 + 3$ tại bốn điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 2.

Bài 13: Tìm m để đồ thị hàm số $y = mx^3 - x^2 - 2x + 8m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

Bài 14: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - 1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

Bài 15: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 + mx + 3$ cắt đường thẳng $y = 1$ tại đúng một điểm.

VI. Một số bài toán khác:

Bài 1: Tìm điểm cố định của họ đường cong

$$y = x^3 + 2(m-1)x^2 + (m^2 - 4m + 1)x - 2(m^2 + 1).$$

Bài 2: Tìm các điểm trên mặt phẳng tọa độ sao cho đồ thị hàm số $y = mx^3 + (1-m)x$ không đi qua với mọi giá trị của m .

Bài 3: Tìm trên đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x - \frac{11}{3}$ hai điểm phân biệt M, N đối xứng nhau qua trục tung.

Bài 4: Tìm trên đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x - 2$ hai điểm đối xứng nhau qua $M(2;18)$.

Bài 5: Tìm trên đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ hai điểm phân biệt A và B đối xứng nhau qua đường thẳng $d: x + 2y - 3 = 0$.

Bài 6: Tìm trên đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ những điểm M sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $d: 3x + 4y = 0$ bằng 1.

Bài 7: Tìm điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai trục tọa độ là nhỏ nhất.

Bài 8: Tìm hai điểm trên hai nhánh của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ sao cho khoảng cách giữa chúng là nhỏ nhất.

Chuyên đề 2: Phương trình, bất phương trình mũ và logarit

I. Phương trình mũ và logarit:

Bài 1: Giải các phương trình sau

- | | |
|--|--|
| 1) $2^{x^2+3x-2} = 16^{x+1}$ | 11) $3.8^x + 4.12^x - 18^x - 2.27^x = 0$ |
| 2) $3^{-x^2+4x} = \frac{1}{243}$ | 12) $6.9^{\frac{1}{x}} - 13.6^{\frac{1}{x}} + 6.4^{\frac{1}{x}} = 0$ |
| 3) $2^x.3^{x-1}.5^{x-2} = 12$ | 13) $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2} = 0$ |
| 4) $(\sqrt{5}+2)^{x-1} = (\sqrt{5}-2)^{\frac{x-1}{x+1}}$ | 14) $(3+\sqrt{5})^x + 16(3-\sqrt{5})^x = 2^{x+3}$ |
| 5) $5.4^{x+1} + 2^{2x-3} - 16^{\frac{x+4}{2}} = 3$ | 15) $(5+2\sqrt{6})^{\sin x} + (5-2\sqrt{6})^{\sin x} = 2$ |
| 6) $2^{x^2-1} - 3^{x^2} = 3^{x^2-1} - 2^{x^2+2}$ | 16) $\left(2^{3x} - \frac{8}{2^{3x}}\right) - 6\left(2^x - \frac{1}{2^{x-1}}\right) = 1$ |
| 7) $4^{x^2} - 6.2^{x^2} + 8 = 0$ | 17) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^x + (\sqrt{3}+\sqrt{2})^x = (\sqrt{10})^x$ |
| 8) $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5.2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} - 6 = 0$ | 18) $3^{x^2-4} + (x^2-4)3^{x-2} - 1 = 0$ |
| 9) $9^{x^2+x-1} - 10.3^{x^2+x-2} + 1 = 0$ | 19) $3.25^{x-2} + (3x-10)5^{x-2} + 3 - x = 0$ |
| 10) $4^{3+2\cos x} - 7.4^{1+\cos x} - 2 = 0$ | 20) $5^x.2^{\frac{2x-1}{x+1}} = 50$ |

Bài 2: Giải các phương trình sau:

- | | |
|-----------------------|------------------------------------|
| 1) $\log_2(5x+1) = 4$ | 2) $\log_{5-x}(x^2 - 2x + 65) = 2$ |
|-----------------------|------------------------------------|

- 3) $\log_2(x^2 - 1) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 1)$
- 4) $\log_9(x + 8) - \log_3(x + 26) + 2 = 0$
- 5) $\frac{3}{2}\log_{\frac{1}{4}}(x + 2)^2 - 3 = \log_{0,25}(4 - x)^3 + \log_{\frac{1}{4}}(x + 6)^3$
- 6) $\log_{\sqrt{2}}\sqrt{x + 1} - \log_{\frac{1}{2}}(3 - x) = \log_8(x - 1)^3$
- 7) $\log_4(x + 1)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}}\sqrt{4 - x} + \log_8(4 + x)^3$
- 8) $\log_9(x^2 - 5x + 6)^2 = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}}\frac{x - 1}{2} + \log_3|x - 3|$
- 9) $\log_{2+\sqrt{3}}(\sqrt{x^2 + 1} + x)^2 + \log_{2-\sqrt{3}}(\sqrt{x^2 + 1} - x) = 0$
- 10) $\log_2(4^x + 4) = x - \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} - 3)$
- 11) $\log_2(4^x + 15 \cdot 2^x + 27) + 2\log_2\frac{1}{4 \cdot 2^x - 3} = 0$
- 12) $4\log_{\frac{x}{2}}\sqrt{x} + 2\log_{4x}x^2 = 3\log_{2x}x^3$
- 13) $\log_{1-2x}(6x^2 - 5x + 1) - \log_{1-3x}(4x^2 - 4x + 1) - 2 = 0$
- 14) $4^{\log(10x)} - 6^{\log x} = 2 \cdot 3^{\log(100x^2)}$
- 15) $\log_3(x - 2) + \log_2(x - 3) = 2$
- 16) $\log(x^2 - x - 12) + x = \log(x + 3) + 5$
- 17) $(x + 3)\log_3^2(x + 2) + 4(x + 2)\log_3(x + 2) = 16$
- 18) $x^{\frac{\log x + 5}{3}} = 10^{5 + \log x}$
- 19) $3^{\log_2 x} + x^{\log_2 3} = 6^{3\log_2 x}$
- 20) $\ln(x^2 + x + 1) - \ln(2x^2 + 1) = x^2 - x$

II. Bất phương trình mũ và logarit:

Bài 1: Giải các bất phương trình sau

- 1) $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} \geq (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}}$
- 2) $2^{x^2-3x-2} \cdot 3^{x^2-3x-3} \cdot 5^{x^2-3x-4} \geq 12$
- 3) $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} < 3^x - 3^{x-1} + 3^{x-2}$
- 4) $6 \cdot 9^{2x^2-x} - 13 \cdot 6^{2x^2-x} + 6 \cdot 4^{2x^2-x} \leq 0$
- 5) $\frac{1}{3^{\sqrt{x^2+5x-6}}} < \frac{1}{3^{x+2}}$
- 6) $(\sqrt{2} + 1)^{x+1} \geq (\sqrt{2} - 1)^{\frac{x}{x-1}}$
- 7) $3^{\sqrt{x^2-2x}} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{x-|x-1|}$
- 8) $3^{2x} - 8 \cdot 3^{x+\sqrt{x+4}} - 9 \cdot 9^{\sqrt{x+4}} > 0$
- 9) $(\sqrt{5} + 1)^{-x^2+x} + 2^{-x^2+x+1} < 3(\sqrt{5} - 1)^{-x^2+x}$
- 10) $4x^2 + 3^{\sqrt{x}} \cdot x + 3^{1+\sqrt{x}} < 2 \cdot 3^{\sqrt{x}} \cdot x^2 + 2x + 6$

Bài 2: Giải các bất phương trình sau:

- 1) $\log_2 \frac{x^2 + 8x - 1}{x + 1} \leq 2$
- 2) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$
- 3) $\log_{x^3} \frac{|x-5|}{6x} > -\frac{1}{3}$
- 4) $\sqrt{\log_9(3x^2 + 4x + 2)} + 1 > \log_3(3x^2 + 4x + 2)$
- 5) $\log_2 x + \log_{2x} 8 < 4$
- 6) $(4x^2 - 16x + 7) \log_3(x - 3) \geq 0$
- 7) $\frac{\sqrt{x-5}}{\log_{\sqrt{2}}(x-4)-1} \geq 0$
- 8) $\frac{1}{\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{2x^2 - 3x + 1}} > \frac{1}{\log_{\frac{1}{3}}(x+1)}$
- 9) $\log_x [\log_9(3^x - 9)] < 1$
- 10) $\log_{3x-x^2}(3-x) > 1$

Chuyên đề 3: Hình học không gian

I. Thể tích khối đa diện:

Bài 1: Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại B có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB và SC . Tính thể tích của khối chóp $A.BCNM$.

Bài 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $AB = SA = 1$, $AD = \sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SC , I là giao điểm của BM và AC . Tính thể tích khối tứ diện $ANIB$.

Bài 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\angle BAD = 60^\circ$, SA vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a$. Gọi C' là trung điểm của SC . Mặt phẳng (P) đi qua AC' và song với BD , cắt các cạnh SB, SD của hình chóp lần lượt tại B', D' . Tính thể tích của khối chóp $S.AB'C'D'$.

Bài 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $AB = a$, $BC = a$, $\angle BAD = 90^\circ$, cạnh $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với đáy, tam giác SCD vuông tại C . Gọi H là hình chiếu của A trên SB . Tính thể tích của tứ diện $SBCD$ và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SCD) .

Bài 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, cạnh a , $\angle ABC = 60^\circ$, chiều cao SO của hình chóp bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, trong đó O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Gọi M là trung điểm của AD , mặt phẳng (P) chứa BM và song song với SA , cắt SC tại K . Tính thể tích khối chóp $K.BCDM$.

Bài 6: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = 2a$, $AD = a$. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{a}{2}$, cạnh AC cắt MD tại H . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a$. Tính thể tích khối chóp $S.HCD$ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AC theo a .

Bài 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC . Hình chiếu vuông góc H của S lên mặt phẳng (ABC) thỏa mãn $\vec{IA} = -2\vec{IH}$. Góc giữa SC và mặt đáy (ABC) bằng 60° . Hãy tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ trung điểm K của SB đến mặt phẳng (SAH) .

Bài 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D . Biết $AB = 2a$, AD

$=a$, $DC=a$ ($a > 0$) và $SA \perp (ABCD)$. Góc tạo bởi giữa mặt phẳng (SBC) với đáy bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ B tới mặt phẳng (SCD) theo a .

Bài 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=2\sqrt{2}a$. Hình chiếu vuông góc của điểm S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm tam giác BCD . Đường thẳng SA tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD theo a

Bài 10: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , mặt phẳng (ABC') tạo với đáy một góc 60° , khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng a . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Bài 11: Cho lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , $BC=2a$, AA' vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Góc giữa $(AB'C)$ và $(BB'C)$ bằng 60° . Tính thể tích lăng trụ $ABCA'B'C'$.

Bài 12: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC=a$, $BC=2a$, $\angle ACB=120^\circ$ và đường thẳng $A'C$ tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$, CC' theo a .

Bài 13: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB và $C'D'$. Tính thể tích khối chóp $B'.A'MCN$ và cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(A'MCN)$ và $(ABCD)$.

II. Hình nón, hình trụ, hình cầu:

Bài 1: Cho hình nón (H) có chiều cao h , đường sinh tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích khối nón (H) và tính thể tích khối cầu nội tiếp hình nón (H) .

Bài 2: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp BC$, $DA \perp (ABC)$. Gọi M và N theo thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ A đến DB và DC . Biết $AB=AD=4a$, $BC=3a$.

a) Chứng minh rằng năm điểm A, B, C, M, N cùng nằm trên một mặt cầu (S) . Tính thể tích mặt cầu đó.

b) Gọi (S') là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ADMN$. Chứng minh rằng (S) và (S') giao nhau theo một đường tròn. Tìm bán kính của đường tròn đó.

Bài 3: Cho hình trụ (H) có chiều cao bằng h , bán kính đường tròn đáy bằng R , gọi O và O' là tâm của hai đáy. Gọi AB là đường kính thuộc đường tròn đáy (O) , CD là đường

kính thuộc đường tròn đáy (O'), góc giữa AB và CD bằng α với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Tính tỉ số thể tích giữa khối tứ diện $ABCD$ và khối trụ (H). Xác định α để tỉ số đó là lớn nhất.

Chuyên đề 4: Phương trình lượng giác

Giải các phương trình sau:

- 1) $\cos^2 3x \cos 2x - \cos 2x = 0$ (Khối A - 2005)
- 2) $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$ (Khối B - 2005)
- 3) $\cos^4 x + \sin^4 x + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{3}{2} = 0$ (Khối D - 2005)
- 4) $\frac{2(\cos^6 x + \sin^6 x) - \sin x \cos x}{\sqrt{2} - 2 \sin x} = 0$ (Khối A - 2006)
- 5) $\cot x + \sin x \left(1 + \tan x \tan \frac{x}{2}\right) = 4$ (Khối B - 2006)
- 6) $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$ (Khối D - 2006)
- 7) $(1 + \sin^2 x) \cos x + (1 + \cos^2 x) \sin x = 1 + \sin 2x$ (Khối A - 2007)
- 8) $2 \sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x$ (Khối B - 2007)
- 9) $\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 2$ (Khối D - 2007)
- 10) $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)} = 4 \sin\left(\frac{7\pi}{4} - x\right)$ (Khối A - 2008)
- 11) $\sin^3 x - \sqrt{3} \cos^3 x = \sin x \cos^2 x - \sqrt{3} \sin^2 x \cos x$ (Khối B - 2008)
- 12) $2 \sin x(1 + \cos 2x) + \sin 2x = 1 + 2 \cos x$ (Khối D - 2008)
- 13) $\frac{1 - 2 \sin x \cos x}{(1 + 2 \sin x)(1 - \sin x)} = \sqrt{3}$ (Khối A - 2009)
- 14) $\sin x + \cos x \sin 2x + \sqrt{3} \cos 3x = 2(\cos 4x + \sin^3 x)$ (Khối B - 2009)
- 15) $\sqrt{3} \cos 5x - 2 \sin 3x \cos 2x - \sin x = 0$ (Khối D - 2009)
- 16) $\frac{1 + \sin x + \cos 2x \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{1 + \tan x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x$ (Khối A - 2010)
- 17) $(\sin 2x + \cos 2x) \cos x + 2 \cos 2x - \sin x = 0$ (Khối B - 2010)
- 18) $\sin 2x - \cos 2x + 3 \sin x - \cos x - 1 = 0$ (Khối D - 2010)

19) $\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \cot^2 x} = 2 \sin x \cdot \sin 2x$ (Khối A - 2011)

20) $\sin 2x \cos x + \sin x \cos x = \cos 2x + \sin x + \cos x$ (Khối B - 2011)

21) $\frac{\sin 2x + 2 \cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0$ (Khối D - 2011)

22) $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = 2 \cos x - 1$ (Khối A, A1 - 2012)

23) $2(\cos x + \sqrt{3} \sin x) \cos x = \cos x - \sqrt{3} \sin x + 1$ (Khối B - 2012)

24) $\sin 3x + \cos 3x - \sin x + \cos x = \sqrt{2} \cos 2x$ (Khối D - 2012)

Chuyên đề 5: Nguyên hàm – Tích phân - Ứng dụng

I . Nguyên hàm:

Bài 1: Tìm các nguyên hàm sau

- | | | |
|--------------------------------------|---|---|
| 1) $\int 2x(x^2 + 1)dx$ | 2) $\int \sin^{2014} x \cdot \cos x dx$ | 3) $\int \frac{xdx}{x^2 - 4x - 5}$ |
| 4) $\int x^2 \cos x dx$ | 5) $\int (x + 1) \cdot \ln x dx$ | 6) $\int \frac{x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$ |
| 7) $\int \frac{dx}{e^x(3 + e^{-x})}$ | 8) $\int \frac{\ln x}{x \cdot \sqrt{2 + \ln x}} dx$ | 9) $\int e^{2x} \cdot \sin^2 x dx$ |

Bài 2: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ biết:

- a) $f(x) = 2x^3 - \frac{3}{x}$ và $F(1) = 4$.
- b) $f(x) = x + \sin x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

II . Tích phân:

Tính các tích phân sau:

- | | | |
|---|---|---|
| 1. $\int_1^3 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$ | 2. $\int_1^3 x^2 - 4x + 3 dx$ | 3. $\int_0^{16} \frac{1}{\sqrt{x+9} - \sqrt{x}} dx$ |
| 4. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{5}{\cos^2 x} - 4 \sin x + \cos x\right) dx$ | 5. $\int_0^{2\pi} \sqrt{1 - \cos 2x} dx$ | 6. $\int_0^{\pi} \left(\sin^4 \frac{x}{2} - \cos^4 \frac{x}{2}\right) dx$ |
| 7. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x + \sin x \cdot \cos x}{2 + \sin x} dx$ | 8. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 5x \cdot \sin 3x dx$ | 9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos^2 \left(x - \frac{\pi}{4}\right) dx$ |
| 10. $\int_1^2 \frac{(x+1)dx}{x^2 + x \ln x}$ | 11. $\int_0^1 \frac{x^7 dx}{x^2 + 1}$ | 12. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{\cos x + \sin x}$ |
| 13. $\int_0^1 x^5 \sqrt{x^6 + 1} dx$ | 14. $\int_0^1 \frac{x+2}{x^2 + 4x + 7} dx$ | 15. $\int_0^3 \frac{2x+1}{\sqrt{x^2 + x + 1}} dx$ |
| 16. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos^2 x} \sin x \cdot \cos x dx$ | 17. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx$ | 18. $\int_0^{\ln 2} (3 + e^x)^5 e^x dx$ |
| 19. $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ | 20. $\int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx$ | 21. $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$ |

$$22. \int_0^{\pi} \frac{x \sin x dx}{4 + \cos^2 x}$$

$$23. \int_{-1}^1 \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) dx$$

$$24. \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin^2 x dx}{3^x + 1}$$

$$25. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan x) dx$$

$$26. \int_1^2 x^2 e^{2x} dx$$

$$27. \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 - x) \sin 3x dx$$

$$28. \int_0^1 x^2 (e^{2x} + \sqrt{x^3 + 1}) dx$$

$$29. \int_{e^2}^{e^5} \frac{\ln x \cdot \ln(\ln x) dx}{x}$$

$$30. \int_1^e \frac{(\ln x + 2013)^2}{x} dx$$

$$31. \int_0^1 \frac{x^3}{x^4 + 3x^2 + 2} dx$$

$$32. \int_0^{\frac{\pi}{4}} x(1 + \sin 2x) dx$$

$$33. \int_1^3 \frac{1 + \ln(1 + x)}{x^2} dx$$

$$34. (A-13) \int_1^2 \frac{x^2 - 1}{x^2} \ln x dx$$

$$35. \int_0^1 x \sqrt{2 - x^2} dx$$

$$36. \int_0^1 \frac{(x+1)^2}{x^2 + 1} dx$$

III . Ứng dụng:

Bài 1: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường sau:

1) $y = x^2 - 2x$, trục hoành, $x = -1$, $x = 2$.

6) $y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}$ và $y = \frac{x^2}{4\sqrt{2}}$

2) $y = \frac{-3x-1}{x-1}$ và hai trục tọa độ.

7) $y = |x^2 - 4x + 3|$ và $y = x + 3$

3) $y = -x^3 - 3x^2$ và trục hoành.

8) $y^2 = 2x$ và $27y^2 = 8(x-1)^3$

4) $y = x^2 - 2x$ và $y = -x^2 + 4x$

9) $y^2 - 2y + x = 0$ và $x + y = 0$

5) $y = (e+1)x$ và $y = (1+e^x) \cdot x$

10) $y = \frac{27}{x}$, $y = x^2$ và $y = \frac{x^2}{27}$

Bài 2: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số $y = x^2 - 3x + 5$ và các tiếp tuyến của đồ thị (C) đi qua điểm $A(2;4)$

Bài 3: Tính thể tích vật thể tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi các đường sau khi quay quanh trục Ox:

1) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 3$

2) $y = x.e^x$, $x = 1$ và trục hoành.

3) $y = x \cdot \ln x$, $y = 0$ và $x = e$ (KB -07)

4) $y = 4 - x^2$ và $y = x^2 + 2$

5) $y = \sqrt{\cos^2 x + x \cdot \sin x}$, $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{2}$

Bài 4: *Tính thể tích vật thể tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi các đường sau khi quay quanh trục Oy:*

1) $y = 2x - x^2$ và $y = 0$

2) $y^2 = (x - 1)^3$ và $x = 2$

3) $4y = x^2$ và $y = x$

Chuyên đề 6: Số phức

I. Thực hiện các phép toán trên số phức. Tìm phần thực, phần ảo, số phức liên hợp.

Bài 1: Thực hiện các phép tính:

$$\begin{aligned} 1) A &= (2-3i)(1+2i) + \frac{4-i}{3+2i} & 2) B &= \frac{(3-2i)^2(1-i)}{1+i} & 3) C &= (2-5i) + \frac{1+i\sqrt{2}}{2+i\sqrt{3}} \\ 4) D &= \frac{(3-2i)[(4+3i)-(1+2i)]}{5-4i} & 5) E &= (1-i)(5+3i) - \frac{1}{3-2i}(1-i)(5+3i) - \frac{1}{3-2i} \\ 6) F &= \frac{(1+2i)^2 - (1-i)^3}{(3+2i)^3 - (2+i)^2} & 7) G &= \frac{(2+i)^3 + (2-i)^3}{(2+i)^3 - (2-i)^3} & 8) H &= \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2015} \end{aligned}$$

Bài 2: Tìm phần thực, phần ảo, số phức liên hợp và modun của số phức z , biết:

$$\begin{aligned} 1) z &= \frac{(1+2i)^2 - (1-i)^3}{(3+2i)^3 - (2+i)^2} & 2) |z - (2+i)| &= \sqrt{10} \text{ và } z \cdot \bar{z} = 25. \\ 3) (2-3i)z + (4+i)\bar{z} &= -(1+3i)^2 & 4) \bar{z} &= (\sqrt{2}+i)^2(1-\sqrt{2}i) \\ 5) (2z-1)(1+i) + (\bar{z}+1)(1-i) &= 2-2i & 6) z^2 &= |z|^2 + \bar{z} \\ 7) |z| &= \sqrt{2} \text{ và } z^2 \text{ là số thuần ảo} & 8) (1+2i)^2 z + \bar{z} &= 4i-20 \\ 9) z &= \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^3 & 10) \bar{z} - \frac{5+i\sqrt{3}}{z} - 1 &= 0 \end{aligned}$$

Bài 3: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)(z-i) + 2z = 2i$.

Tính modun của số phức $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$.

Bài 4: Cho số phức z thỏa mãn $\frac{5(\bar{z}+i)}{z+1} = 2-i$. Tính modun của $w = 1+z+z^2$.

II. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức:

Tìm tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

$$\begin{aligned} 1. |z| &= 1 & 2. |z| < 2 & 3. 1 < |z-1| < 2 & 4. |z-1| \leq 2 \\ 5. |z-2i| &= 3 & 6. |z+3| \leq 1 & 7. 1 < |z-1| < 2 & 8. |z-\bar{z}+5-2i| = 4 \\ 9. 1 \leq |z+1-i| &\leq 2 & 10. \left|\frac{z-i}{z+i}\right| &= 1 & 11. |z| &= |\bar{z}-3+4i| \end{aligned}$$

III. Giải phương trình trên tập hợp số phức:

Bài 1: Giải các phương trình sau trên tập hợp số phức

1. $(3 - 2i)z + 4 + 5i = 7 - 3i$

2. $(3 - 2i)^2 (z + i) = 3i$

3. $\frac{2+i}{1-i}z = \frac{-1+3i}{2+i}$

4. $z^2 + 4z + 10 = 0$

5. $2z + 3\bar{z} = 2 + 3i$

6. $z^2 + (3 + 2i)z - 7 + 17i = 0$

7. $z^2 + |z|^2 = 0$

8. $|z| - iz = 1 - 2i$

9. $z^2 + 3(1+i)z - 6 - 13i = 0$

10. $\left[(2-i)\bar{z} + 3 + i\right]\left(iz + \frac{1}{2i}\right) = 0$

11. $z^4 - 3z^2 + 4 = 0$

12. $(z + 3i)(z^2 - 2z + 5) = 0$

13. $z^3 + 3z^2 + 3z - 63 = 0$

14. $z^3 - (1+i)z^2 + (3+i)z - 3i = 0$

15. $z^3 + \frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{2}z - \frac{1}{2} = 0$

16. $z^4 - z^3 + 6z^2 - 8z - 16 = 0$

17. $(z + 2i)^2 + 2(z + 2i) - 3 = 0$

18. $(z^2 + 2z)^2 - 6(z^2 + 2z) - 16 = 0$

Bài 2: Cho z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 4z + 11 = 0$.

Tính giá trị của biểu thức $\frac{|z_1|^2 + |z_2|^2}{(z_1 + z_2)^2}$

Chuyên đề 7: Phương pháp tọa độ trong không gian

I. Lập phương trình mặt cầu:

Bài 1: Cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 5 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z - 13 = 0$. Lập phương trình mặt cầu (S) đi qua gốc tọa độ O , qua điểm $A(5; 2; 1)$ và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Bài 2: Cho $A(0; 0; 3)$, $M(-2; -3; -6)$. Lấy điểm M' sao cho $\text{mp}(Oxy)$ là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MM' . Gọi B là giao điểm của AM' với $\text{mp}(Oxy)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm B và tiếp xúc với $\text{mp}(Oxz)$.

Bài 3: Cho $(P): 2x - y - 2z + 3 = 0$, $(Q): 2x - 6y + 3z - 4 = 0$ và $d: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên d đồng thời tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Bài 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(1; -1; 2)$, $B(1; 3; 2)$, $C(4; 3; 2)$, $D(4; -1; 2)$ và $(P): x + y + z - 2 = 0$. Gọi A' là hình chiếu của A trên (Oxy) và (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm A, B, C, D . Xác định tọa độ tâm và tính bán kính đường tròn (C) là giao của (P) với (S) .

Bài 5: Cho $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}$ và $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$, $(Q): x - y + z + 4 = 0$.

Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc d , tiếp xúc với (P) và cắt (Q) theo một đường tròn có chu vi bằng 2π .

II. Lập phương trình mặt phẳng:

Bài 1: Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-2; 1; 3)$ và cắt các trục tọa độ tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC .

Bài 2: Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 \end{cases}$ và điểm $A(-1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt

phẳng (P) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến $\text{mp}(P)$ bằng 3.

Bài 3: Cho $(P): x - y - z - 1 = 0$ và $(Q): 2x - y + z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) vuông góc với (P) , (Q) và khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (α) bằng $\sqrt{14}$.

Bài 4: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y + 2z - 16 = 0$, hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-1}{1} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 3+t \\ y = 2t \\ z = -1+2t \end{cases}. \text{Viết phương trình mặt phẳng } (P) \text{ song song}$$

với d_1, d_2 và khoảng cách từ tâm mặt cầu (S) đến mp (P) bằng 3.

Bài 5: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 16 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 2x + 2y + z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với (Q) và cắt (S) theo một đường tròn có diện tích bằng 16π .

Bài 6: Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$, $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_2 và tạo với d_1 một góc 30° .

Bài 7: Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với mặt phẳng $(Q): 5x - 2y + 5z = 0$ và tạo với mặt phẳng $(R): x - 4y - 8z + 6 = 0$ một góc 45° .

Bài 8: Cho điểm $A(10; 2; -1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A , song song với d và khoảng cách từ d đến (P) lớn nhất.

III . Lập phương trình đường thẳng:

Bài 1: Cho mặt phẳng $(P): x - y - z + 4 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình đường thẳng d song song với (P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $AB = \sqrt{2}$.

Bài 2: Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$, $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$. Lập phương trình đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) , cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B sao cho độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất.

Bài 3: Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+4}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z+7}{1}$ và $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(-1; 2; 0)$, vuông góc với d_1 và tạo với d_2 một góc 60° .

Bài 4: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;-1;0)$ cắt đường thẳng

$$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{1} \text{ và tạo với mặt phẳng } (P): 2x - y - z + 5 = 0 \text{ một góc } 30^\circ.$$

Bài 5: Cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 5 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{1}$,

$$d_2: \frac{x+3}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}. \text{ Viết phương trình đường thẳng } d \text{ cắt cả hai đường thẳng } d_1, d_2,$$

song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng $\sqrt{6}$.

Bài 6: Cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và điểm

$A(1;-1;2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm đoạn thẳng MN .

IV . Tìm tập hợp điểm thỏa mãn điều kiện cho trước:

Bài 1: Cho $A(1;5;0)$, $B(3;3;6)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M

trên Δ để chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 2: Cho $A(5;3;-1)$, $B(2;3;-4)$ và mặt phẳng $(P): x - y - z - 4 = 0$. Tìm trên mặt phẳng (P) điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại C .

Bài 3: Cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;3;2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2 = 0$.

Tìm tọa độ điểm M biết rằng M cách đều ba điểm A, B, C và mặt phẳng (P) .

Bài 4: Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Tìm tọa độ điểm M

thuộc d_1 và N thuộc d_2 sao cho MN song song với $(P): x - y + z + 2015 = 0$ và $MN = \sqrt{2}$.

Bài 5: Cho hai điểm $A(-1;2;0)$, $B(1;2;-5)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm

tọa độ điểm M trên đường thẳng d sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 6: Cho hai điểm $A(1;-5;2)$, $B(3;-1;-2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 + t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$. Tìm tọa độ

điểm M nằm trên đường thẳng d sao cho $MA \cdot MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 7: Cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+5=0$.

Gọi A là giao điểm của d và (P) . Tìm tọa độ điểm B có hoành độ dương thuộc đường thẳng d và điểm C thuộc mặt phẳng (P) sao cho $BA = 2BC = \sqrt{6}$ và $\angle ABC = 60^\circ$.

Bài 8: Cho hai điểm $A(1;-1;0)$, $B(2;0;3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y-2z+4=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $AM = \sqrt{15}$ và $MB \perp AB$.

Bài 9: Cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-5=0$ và điểm $A(0;-1;1)$. Xác định tọa độ điểm M trên đường thẳng d và điểm N trên mặt phẳng (P) sao cho mặt phẳng (AMN) vuông góc với đường thẳng d và tam giác AMN cân tại A .

Bài 10: Cho $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+5}{-2}$ và $A(-2;1;1)$, $B(-3;-1;2)$. Tìm điểm M thuộc Δ sao cho tam giác MAB có diện tích bằng $3\sqrt{5}$.

Chuyên đề 8: Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng

I . Lập phương trình đường thẳng:

Bài 1: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x - y - 2 = 0$ và $d_2: x + 2y - 2 = 0$. Giả sử d_1 cắt d_2 tại I . Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(-1;1)$ cắt d_1 và d_2 tương ứng tại A, B sao cho $AB = 3IA$.

Bài 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $P(-7;8)$ và hai đường thẳng $d_1: 2x + 5y + 3 = 0$; $d_2: 5x - 2y - 7 = 0$ cắt nhau tại A . Viết phương trình đường thẳng d_3 đi qua P tạo với d_1, d_2 thành tam giác cân tại A và có diện tích bằng $14,5$.

Bài 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và điểm $A(1;3)$; Một đường thẳng d đi qua A , gọi B, C là giao điểm của đường thẳng d với (C) . Lập phương trình của d sao cho $AB + AC$ nhỏ nhất.

Bài 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC có đỉnh $A(1;2)$, đường trung tuyến $BM: 2x + y + 1 = 0$ và phân giác trong $CD: x + y - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC .

Bài 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+1)^2 = 25$, điểm $M(7;3)$. Viết phương trình đường thẳng qua M cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $MA = 3MB$.

II . Lập phương trình đường tròn:

Bài 1: Trong hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: y = \sqrt{3}$. Gọi (C) là đường tròn cắt d tại 2 điểm B, C sao cho tiếp tuyến của (C) tại B và C cắt nhau tại O . Viết phương trình đường tròn (C) , biết tam giác OBC đều.

Bài 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(2; 1)$ và đường thẳng $\Delta: x - y + 1 = 0$. Viết phương trình đường tròn đi qua M cắt Δ ở 2 điểm A, B phân biệt sao cho ΔMAB vuông tại M và có diện tích bằng 2 .

Bài 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , lập phương trình đường tròn nội tiếp tam giác tạo bởi 2 trục tọa độ và đường thẳng có phương trình $8x + 15y - 12 = 0$.

Bài 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC , có điểm $A(2; 3)$, trọng tâm $G(2; 0)$. Hai đỉnh B và C lần lượt nằm trên hai đường thẳng $d_1: x + y + 5 = 0$ và $d_2: x + 2y - 7 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm C và tiếp xúc với đường thẳng BG .

Bài 5: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x - 2y + 3 = 0$, $d_2: 4x + 3y - 5 = 0$. Lập phương trình đường tròn (C) có tâm I trên d_1 , tiếp xúc d_2 và có bán kính $R = 2$.

III . Phương trình Elip:

Bài 1: Lập phương trình chính tắc của Elip (E) biết rằng (E) có tâm sai bằng $\frac{\sqrt{5}}{3}$ và hình chữ nhật cơ sở của (E) có chu vi bằng 20. (KA – 08).

Bài 2: Cho $A(2; \sqrt{3})$ và elip $(E): \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$. Gọi F_1 và F_2 là các tiêu điểm của (E) (F_1 có hoành độ âm); M là giao điểm có tung độ dương của đường thẳng AF_1 với (E) , N là điểm đối xứng của F_2 qua M . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ANF_2 .

Bài 3: Cho elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm tọa độ các điểm A và B thuộc (E) , có hoành độ dương sao cho tam giác OAB cân tại O và có diện tích lớn nhất. (KA -11)

Bài 4: Cho elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ với hai tiêu điểm F_1, F_2 . Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho tam giác MF_1F_2 vuông tại M , biết M có hoành độ dương.

Bài 5: Trong mặt phẳng Oxy , cho elip (E) có hai tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3}; 0)$, $F_2(\sqrt{3}; 0)$, đi qua điểm $A(\sqrt{3}; \frac{1}{2})$. Lập phương trình chính tắc của (E) . Với mọi điểm M trên (E) , hãy tính giá trị của biểu thức $P = F_1M^2 + F_2M^2 - 3OM^2 - F_1M \cdot F_2M$.

IV . Tìm tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện cho trước:

Bài 1: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ cạnh AC có phương trình là: $x + 7y - 31 = 0$, hai đỉnh B, D lần lượt thuộc các đường thẳng $d_1: x + y - 8 = 0$, $d_2: x - 2y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi biết rằng diện tích hình thoi bằng 75 và đỉnh A có hoành độ âm.

Bài 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có tâm $I(2; 1)$ và $AC = 2BD$. Điểm $M(0; \frac{1}{3})$ thuộc đường thẳng AB , điểm $N(0; 7)$ thuộc đường thẳng CD . Tìm tọa độ đỉnh B biết B có hoành độ dương.

Bài 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$, điểm $C(3; -3)$ và điểm A thuộc đường thẳng $d: 3x + y - 2 = 0$. Gọi M là trung điểm của BC , đường thẳng DM phương trình: $x - y - 2 = 0$. Xác định tọa độ các điểm A, B, D .

Bài 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC vuông tại A , biết B và C đối xứng nhau qua gốc tọa độ. Đường phân giác trong của góc ABC có phương trình là

$x + 2y - 5 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác biết đường thẳng AC đi qua điểm $K(6; 2)$.

Bài 5: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm A .

Bài 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) nội tiếp hình vuông $ABCD$ có phương trình: $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 10$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông biết đường thẳng chứa cạnh AB đi qua điểm $M(-3; -2)$ và điểm A có hoành độ dương.

Bài 7: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB: x - 2y - 1 = 0$, đường chéo $BD: x - 7y + 14 = 0$ và đường chéo AC qua điểm $M(2; 1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

Bài 8: Cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 4. Biết $A(1; 0)$, $B(0; 2)$ và giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng $y = x$. Tìm tọa độ đỉnh C và D .

Chuyên đề 9: Tổ hợp – Xác suất – Nhị thức Newton

I . Hoán vị - Chỉnh hợp - Tổ hợp:

Bài 1: Có 12 học sinh giỏi gồm 3 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh.

Bài 2: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau và khác 0 mà trong mỗi số luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

Bài 3: Có bao nhiêu cách chia 6 đồ vật đôi một khác nhau cho 3 người sao cho mỗi người được nhận ít nhất một đồ vật.

Bài 4: Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 6 chữ số đôi một khác nhau thuộc A trong đó ba chữ số 0;1;2 đứng cạnh nhau?

Bài 5: Tính tổng

a) $S_1 = C_{2015}^1 + 2C_{2015}^2 + 3C_{2015}^3 + \dots + 2015C_{2015}^{2015}$

b) $S_2 = 1^2 C_{2015}^1 + 2^2 C_{2015}^2 + 3^2 C_{2015}^3 + \dots + 2015^2 C_{2015}^{2015}$

c) $S_3 = C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n}C_n^{n-1} + \frac{1}{n+1}C_n^n$

II . Xác suất:

Bài 1: Một hộp kín đựng 5 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu xanh và 3 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 viên bi. Tính xác suất để trong 4 viên bi lấy ra có số viên bi màu đỏ lớn hơn số viên bi màu vàng.

Bài 2: Có m bông hồng trắng và n bông hồng nhung khác nhau. Tính xác suất để lấy được 5 bông hồng trong đó có ít nhất 3 bông hồng nhung biết m, n là các số tự nhiên thỏa mãn điều kiện $C_m^{m-2} + C_{n+3}^2 + \frac{9}{2} < \frac{19}{2}A_m^1$ và $P_{n-1} = 720$

Bài 3: Cho tập hợp $E = \{1;2;3;4;5\}$. Viết ngẫu nhiên lên bảng hai số tự nhiên, mỗi số gồm ba chữ số đôi một khác nhau thuộc tập E . Tính xác suất để trong hai số đó có đúng một số có chữ số 5.

Bài 4: Có 30 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Lấy ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

III . Nhị thức Newton:

Bài 1: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(2x^3 + \frac{1}{x}\right)^n$ biết n

là số tự nhiên thỏa mãn $A_n^2 - C_{n+1}^{n-1} = 4n + 6$

Bài 2: Tìm số hạng hữu tỉ trong khai triển nhị thức Newton của $\left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^n$ biết n là số

tự nhiên thỏa mãn $C_{n+2}^3 - 2C_{n+1}^2 = 110$

Bài 3: Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + 3x^2\right)^{n+2}$ biết n là số tự nhiên thỏa mãn

$$C_n^0 + \frac{3}{2}C_n^1 + \frac{3^2}{3}C_n^2 + \dots + \frac{3^n}{n+1}C_n^n = \frac{341}{n+1}$$

Bài 4: Cho x là số thực dương. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức

Newton của $\left(x - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^n$ biết n là số tự nhiên thỏa mãn $A_n^2 = C_n^{n-2} + C_n^{n-1} + 4n + 6$.

Chuyên đề 10: Phương trình – Bất phương trình – Hệ phương trình

I . Phương trình vô tỉ: Giải các phương trình sau:

- | | |
|---|---|
| 1) $x^2 - 4x - 3 = \sqrt{x+5}$ | 6) $\sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{x^2 - x} = 2$ |
| 2) $\sqrt{7 - x^2} + x\sqrt{x+5} = \sqrt{3 - 2x - x^2}$ | 7) $\sqrt{5x-1} + \sqrt[3]{9-x} = 2x^2 + 3x - 1$ |
| 3) $\sqrt{x+3} = \sqrt{3x+1} + x - 1$ | 8) $x(1 + \sqrt{x}) = \sqrt{3x+1} + \sqrt[3]{3x+1}$ |
| 4) $2(x^2 - 3x + 2) = 3\sqrt{x^3 + 8}$ | 9) $x(4x^2 + 1) + (x-3)\sqrt{5-2x} = 0$ |
| 5) $\sqrt{4+8x} + \sqrt{12-8x} = (1-2x)^2$ | 10) $2\sqrt[3]{3x+1} + 3\sqrt{1-5x} - 8 = 0$ |

II . Bất phương trình vô tỉ: Giải các bất phương trình sau

- | | |
|--|---|
| 1) $2x\sqrt{x} + \frac{5-4x}{\sqrt{x}} \geq \sqrt{x + \frac{10}{x}} - 2$ | 6) $\sqrt{2x-3} + 2\sqrt{x+2} \geq 3\sqrt[4]{2x^2+x-6}$ |
| 2) $2(\sqrt{1+6x} + \sqrt{3-6x}) \geq (1-6x)^2$ | 7) $(4x-3)\sqrt{x^2-3x+4} \geq 8x-6$ |
| 3) $2x^3 \leq (1+2x-3x^2)\sqrt{2x+1}$ | 8) $x^3 + (3x^2 - 4x - 4)\sqrt{x+1} \leq 0$ |
| 4) $(x^2 - 3x + 2)\sqrt{2x-3} \geq 0$ | 9) $2\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x+4}} + x^2 - 4 \leq \frac{2}{\sqrt{x^2+1}}$ |
| 5) $\frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{2(x^2 - x + 1)}} \geq 1$ | 10) $\frac{300x^2 - 40x - 2 - \sqrt{10x-1} - \sqrt{3-10x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} - 2} \leq 0$ |

III . Hệ phương trình: Giải các hệ phương trình sau:

- | | |
|--|---|
| 1) $\begin{cases} x^3 + 6x = 3x^2 + y^3 + 3y + 4 \\ 5(x+4)\sqrt{y^2+2y+3} = 5x^2 + 8y + 32 \end{cases}$ | 2) $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy + 1 = 4y \\ y(x+y)^2 = 2x^2 + 7y + 2 \end{cases}$ |
| 3) $\begin{cases} 7x^3 + y^3 + 3xy(x-y) - 12x^2 + 6x = 1 \\ \sqrt[3]{4x+y+1} + \sqrt{3x+2y} = 4 \end{cases}$ | 4) $\begin{cases} x^3 + 4y = y^3 + 16x \\ 1 + y^2 = 5(1+x^2) \end{cases}$ |
| 5) $\begin{cases} y^2 - x\sqrt{\frac{y^2+2}{x}} = 2x-2 \\ \sqrt{y^2+1} + \sqrt[3]{2x-1} = 1 \end{cases}$ | 6) $\begin{cases} x^3 + 2y^2 = x^2y + 2xy \\ 2\sqrt{x^2-2y-1} + \sqrt[3]{y^3-14} = x-2 \end{cases}$ |
| 7) $\begin{cases} x^2 + y = y^2 + x \\ 2^{x+y} - 2^{x-1} = x - y \end{cases}$ | 8) $\begin{cases} 2^{3x} = 5y^2 - 4y \\ \frac{4^x + 2^{x+1}}{2^x + 2} = y \end{cases}$ |
| 9) $\begin{cases} \log_{\frac{1}{4}}(y-x) - \log_4 \frac{1}{y} = 1 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ | 10) $\begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{2-y} = 1 \\ 3\log_9(9x^2) - \log_3 y^3 = 3 \end{cases}$ |

Chuyên đề 11: Bất đẳng thức – Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức. Tìm m để phương trình, bất phương trình có nghiệm

Bài 1: Tìm m để phương trình $4\sqrt{6+x-x^2} - 3x = m(\sqrt{x+2} + 2\sqrt{3-x})$ có nghiệm.

Bài 2: Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm phân biệt:

$$10x^2 + 8x + 4 = m(2x+1)\sqrt{x^2+1}$$

Bài 3: Tìm m để bất phương trình $m(\sqrt{x^2-2x+2}+1) + x(2-x) \geq 0$ nghiệm đúng với

$$\forall x \in [0; 1+\sqrt{3}]$$

Bài 4: Cho a, b, c là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{2}{a + \sqrt{ab} + \sqrt[3]{abc}} - \frac{3}{\sqrt{a+b+c}}$$

Bài 5: Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Tìm giá trị lớn nhất

của biểu thức: $A = xy + yz + zx + \frac{5}{x+y+z}$

Bài 6: Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{1+a^2(b+c)} + \frac{1}{1+b^2(c+a)} + \frac{1}{1+c^2(a+b)} \leq \frac{1}{abc}$$

PHẦN 3: MỘT SỐ ĐỀ THAM KHẢO

(Thời gian làm bài: 180 phút)

Đề số 1

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (1)

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1)
- Xác định m để đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\frac{\cos^2 x (\cos x - 1)}{\sin x + \cos x} = 2(1 + \sin x)$

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_5^{10} \frac{dx}{x - 2\sqrt{x-1}}$

Câu 4 (1,0 điểm).

- Tìm phần thực, phần ảo của số phức z biết: $z + (1-i)\bar{z} = 8-3i$
- Một đội văn nghệ có 15 người gồm 10 nam và 5 nữ. Tính xác suất để chọn ra nhóm đồng ca gồm 8 người trong đó phải có ít nhất là 3 nữ.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;0), B(0;4;0), C(0;0;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa OA , sao cho khoảng cách từ B đến (P) bằng khoảng cách C đến (P).

Câu 6 (1,0 điểm). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có A' . ABC là hình chóp tam giác đều, cạnh đáy $AB = a$, cạnh bên $AA' = b$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$. Tính $\tan \alpha$ và thể tích khối chóp $A'.BB'C'C$.

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $A(1,0)$ và hai đường thẳng lần lượt chứa các đường cao vẽ từ B và C có phương trình tương ứng là $x - 2y + 1 = 0$ và $3x + y - 1 = 0$. Tính diện tích tam giác ABC .

Câu 8 (1,0 điểm). Giải phương trình $x + 2\sqrt{7-x} = 2\sqrt{x-1} + \sqrt{-x^2 + 8x - 7} + 1$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho hai số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn điều kiện $x + y \geq 4$. Tìm

giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{3x^2 + 4}{4x} + \frac{2 + y^3}{y^2}$

Đề số 2

Câu 1. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ (1)

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
- Lập phương trình tiếp tuyến với (C) biết nó song song với đường thẳng (d) có phương trình $9x - y + 6 = 0$.

Câu 2. (1,0 điểm) Giải phương trình $\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \cdot \frac{(1 + \sin 2x)}{\cos x} = (1 + \tan x)$

Câu 3. (1,0 điểm) Tính tích phân $\int_e^{e^2} \frac{1 - \ln x}{\ln^2 x} dx$

Câu 4. (1,0 điểm)

a/ Tìm số phức z thỏa $|z| - 3\bar{z} = 4(3i - 1)$.

b/ Tìm hệ số của x^{13} trong khai triển đa thức $f(x) = \left(\frac{1}{4} + x + x^2\right)^3 (2x + 1)^{3n}$

với n là số tự nhiên thỏa mãn: $A_n^3 + C_n^{n-2} = 14n$

Câu 5. (1,0 điểm) : Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; -1; 0)$, $B(3; 3; 2)$, $C(5; 1; -2)$. Chứng tỏ tam giác ABC là tam giác đều. Tìm tọa độ điểm S sao cho $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều có thể tích bằng 6.

Câu 6. (1,0 điểm) : Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) .

Câu 7. (1,0 điểm): Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C): $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 4$ và đường thẳng d : $3x - 4y + m - 7 = 0$. Tìm m để trên d có duy nhất một điểm M mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến MA , MB tới (C) (A , B là các tiếp điểm) sao cho góc AMB bằng 120° .

Câu 8. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{4}{2x+3y} + \frac{1}{xy} = 1 \\ \frac{50}{4x^2+9y^2} - \frac{1}{x^2y^2} = 1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 9. (1,0 điểm). Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn : $a + b + c = \frac{3}{4}$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức : $P = \frac{1}{\sqrt[3]{a+3b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b+3c}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c+3a}}$

Đề số 3

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 + (m-1)x^2 - m$, (1), với m là tham số

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) khi $m = 4$.
- Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình: $4\cos\frac{5x}{2}\cos\frac{3x}{2} + 2(8\sin x - 1)\cos x = 5$.

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân: $\int_1^2 \frac{x dx}{1 + \sqrt{x-1}}$

Câu 4 (1,0 điểm).

- Tìm số phức z thỏa mãn: $|z| = 5$ và phần thực của z bằng hai lần phần ảo của nó.
- Hai hộp chứa các quả cầu. Hộp thứ nhất chứa 3 quả cầu đỏ và 2 quả cầu xanh, hộp thứ hai chứa 4 quả cầu đỏ và 6 quả cầu xanh. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 quả cầu. Tính xác suất sao cho chọn được 2 quả cầu khác màu.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(5; 2; -3)$ và mặt phẳng (P): $2x + 2y - z + 1 = 0$.

- Gọi M_1 là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (P). Xác định tọa độ điểm M_1 và tính độ dài đoạn MM_1 .
- Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm M và chứa đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{-6}$.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp lục giác đều $S.ABCDEF$ với $SA = a$, $AB = b$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCDEF$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA , BE

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , hãy lập phương trình chính tắc của elip (E) có độ dài trục lớn bằng $4\sqrt{2}$, các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm của (E) cùng nằm trên một đường tròn.

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2^x - 2^y = (y-x)(xy+2) \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}, x, y \in R$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho năm số thực a, b, c, d, e thuộc đoạn $[0; 1]$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{a}{1+bcd} + \frac{b}{1+cda} + \frac{c}{1+deab} + \frac{d}{1+ebac} + \frac{e}{1+abcd}$.

Đề số 4

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2(x-1)}{x+1}$

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
b) Cho điểm $A(0;-1)$, tiếp tuyến của đồ thị (C) kẻ từ A cắt tia Ox tại B. Tìm tọa độ điểm B.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $\sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = -1$

Câu 3 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^4(1-x)^4}{x^2+1} dx$

Câu 4 (1,0 điểm) a) Giải phương trình $\log_x \left(x - \frac{1}{4} \right)^3 = 9 \log_{3x} \sqrt[3]{9x^2}$

- b) Cho đa giác lồi n cạnh ($n \geq 5$). Biết số tam giác được tạo thành từ các điểm là đỉnh của đa giác và không có cạnh nào là cạnh của đa giác bằng 88. Tìm n

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(2;0;0)$ và điểm $K(1;1;1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và song song với trục Oz. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, K và cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại B và C sao cho diện tích tam giác ABC nhỏ nhất.

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông, gọi M là trung điểm của BC. Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABCD) trùng với trung điểm AM, biết $SD = a\sqrt{13}$, SC tạo với đáy (ABCD) một góc 60° . Tính thể tích khối chóp S.ABMD và khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SA.

Câu 7 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành ABCD có điểm $C(-7;5)$ và điểm A thuộc đường thẳng $d: x - y - 4 = 0$. Phương trình đường trung tuyến kẻ từ D của tam giác BCD có phương trình là $4x - 3y + 23 = 0$. Tìm tọa độ các điểm A, B, D biết B có hoành độ dương và $\cos \angle ABC = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 8 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 2y + 3} + 2y - 3 = 0 \\ 2(2y^3 + x^3) + 3y(x+1)^2 + 6x(x+1) + 2 = 0 \end{cases}$$

Câu 9 (1,0 điểm) Chứng minh rằng với mọi số thực không âm a, b, c thỏa mãn điều kiện

$$ab + bc + ca = 3, \text{ ta có: } \frac{1}{a^2 + 2} + \frac{1}{b^2 + 2} + \frac{1}{c^2 + 2} \leq 1$$

Đề số 5

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ (1)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
2. Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận của (C). Tìm điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với đường thẳng IM

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình: $\frac{\sin 2x}{\cos x} + \frac{\cos 2x}{\sin x} = \tan x - \cot x$

Câu 3 (1,0 điểm) tính tích phân: $I = \int_0^1 \ln(1+x^2) dx$

Câu 4 (1,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{\log_9(3x^2 + 4x + 2)} + 1 = \log_3(3x^2 + 4x + 2)$

b) Giải phương trình sau tên tập số phức: $z^4 - z^3 + 6z^2 - 8z - 16 = 0$.

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 2 đường thẳng (d_1) :

$\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 4 \end{cases}$ và $(d_2): \begin{cases} x = 3-t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$. Chứng minh (d_1) và (d_2) chéo nhau. Viết phương trình mặt cầu

(S) có đường kính là đoạn vuông góc chung của (d_1) và (d_2) .

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp đều S.ABCD có độ dài cạnh đáy bằng a, mặt bên của hình chóp tạo với mặt đáy góc 60° . Mặt phẳng (P) chứa AB và đi qua trọng tâm tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M, N. Tính thể tích khối chóp S.ABMN theo a.

Câu 7 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường $(C_1): x^2 + y^2 = 13$ và $(C_2): (x-6)^2 + y^2 = 25$. Gọi A là giao điểm của (C_1) và (C_2) với $y_A > 0$. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua A và cắt (C_1) , (C_2) theo hai dây cung có độ dài bằng nhau.

Câu 8 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2^{2x+1} = 2^{x+y} + 6 \cdot 4^y \\ \log_2(x^3 + 1) = \log_4(2y+1)^2 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{y+2} \end{cases}$

Câu 9 (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a+b+c=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \sqrt{4^a + 9^b + 16^c} + \sqrt{9^a + 16^b + 4^c} + \sqrt{16^a + 4^b + 9^c}$

Đề số 6

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = 4x^3 + mx^2 - 3x$

1. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) hàm số khi $m = 0$.
2. Tìm m để hàm số có hai cực trị tại x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1 = -4x_2$

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $\cos x = 8 \sin 3\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

Câu 3 (1,0 điểm) Tính tích phân $A = \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x \cdot \ln ex}$

Câu 4 (1,0 điểm) a) Giải bất phương trình $\frac{2^{4-x} - x + 1}{\log_2(|x| - 3)} \geq 0$.

b) Cho d và d' là hai đường thẳng song song. Trên đường thẳng d lấy 5 điểm bất kì, trên đường thẳng d' lấy n điểm bất kì và nối các điểm đó ta được các tam giác. Tìm n để số tam giác lập được bằng 45.

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(4;5;6)$; $B(0;0;1)$; $C(0;2;0)$; $D(3;0;0)$. Chứng minh các đường thẳng AB và CD chéo nhau. Viết phương trình đường thẳng (d) vuông góc với mặt phẳng Oxy và cắt các đường thẳng AB , CD .

Câu 6 (1,0 điểm) Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $BC = 2a$, $\angle ABC = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC , góc giữa AA' với mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $A'.ABC$ và khoảng cách từ G đến mặt phẳng $(A'BC)$.

Câu 7 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - 3y - 4 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4y = 0$. Tìm M thuộc d và N thuộc (C) sao cho M và N đối xứng qua $A(3;1)$.

Câu 8 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y - \sqrt{xy} = 0 \\ \sqrt{x-1} + \sqrt{4y-1} = 2 \end{cases}$$

Câu 9 (1,0 điểm)

Cho 3 số thực dương a, b, c thỏa mãn $\frac{a^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + bc + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + ca + a^2} = 1$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = a + b + c$

Đề số 7

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$, với m là tham số thực.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số khi $m = 1$.
- b) Tìm các giá trị của m để hàm số có cực đại, cực tiểu mà các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị tạo thành tam giác có diện tích bằng 1.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $\frac{1 - 2\sin x - 2\sin 2x + 2\cos x}{2\sin x - 1} = \cos 2x - \sqrt{3}(1 + \cos x)$.

Câu 3 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 (8x^3 - 2x).e^{x^2} dx$.

Câu 4 (1,0 điểm)

a) Cho $x > 0$ và $C_{2n+1}^{n+1} + C_{2n+1}^{n+2} + C_{2n+1}^{n+3} + \dots + C_{2n+1}^{2n-1} + C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1} = 2^{36}$.

Tìm số hạng không phụ thuộc x trong khai triển nhị thức Niu-ton của $\left(\sqrt[5]{\frac{1}{x}} - x\right)^n$.

b) Tìm modun của số phức z thỏa mãn $\begin{cases} z^2 + \bar{z}^2 = 6 \\ |z - 1 + i| = |z - 2i| \end{cases}$

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mp $(P): x + y + z = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua gốc tọa độ, vuông góc với (P) và cách điểm $M(1; 2; -1)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$.

Câu 6 (1,0 điểm) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = a$, $BC = 2a$, $\angle ACB = 120^\circ$. Đường thẳng $A'C$ tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc 30° . Gọi M là trung điểm của BB' . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CC' theo a .

Câu 7 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông tại

$A(3; 2)$, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I\left(1; \frac{3}{2}\right)$ và đỉnh C thuộc đường thẳng $d: x - 2y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C .

Câu 8 (1,0 điểm) Giải bất phương trình $\frac{\sqrt{x(x+2)}}{\sqrt{(x+1)^3} - \sqrt{x}} \geq 1$.

Câu 9 (1,0 điểm) Cho x, y là các số thực không âm thỏa mãn $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3\sqrt{1 + 2x^2} + 2\sqrt{40 + 9y^2}$

Đề số 8

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{1}{4}(x^2 - m)(x^2 + 1)$ (1) (m là tham số)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 3$.
2. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A và B sao cho tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) tại A và B vuông góc với nhau.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $\sqrt{3} \sin x - 3 \cos x - 2 = \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x$

Câu 3 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{|\ln x - 1|}{x^3} dx$.

Câu 4 (1,0 điểm) a) Giải phương trình sau: $4^{x-\sqrt{x^2-5}} - 12 \cdot 2^{x-1-\sqrt{x^2-5}} + 8 = 0$

b) Tìm tập hợp điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$.

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -1)$, $B(-1;$

$2; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua B , cắt Δ sao

cho khoảng cách từ A đến d bằng $\sqrt{3}$.

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = BC = a$; $\angle ABC = 90^\circ$. Mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết góc giữa hai mặt (SAC) và mặt phẳng (SBC) bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC theo a .

Câu 7 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$ và điểm $A(-2; -2)$. Lập phương trình đường tròn (T) đi qua điểm A và cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt B, C sao cho tam giác ABC vuông cân tại A .

Câu 8 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3}{x^2 + y^2 - 1} + \frac{2y}{x} = 1 \\ x^2 + y^2 + \frac{4x}{y} = 22 \end{cases}$$

Câu 9 (1,0 điểm) Cho a, b, c là ba số thực dương tùy ý thỏa mãn $a + b + c = 2$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{ab}{\sqrt{2c + ab}} + \frac{bc}{\sqrt{2a + bc}} + \frac{ca}{\sqrt{2b + ca}}$

Đề số 9

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 + (m-1)x^2 - (2m+1)x - 2m$ (1)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m=1$.
2. Tìm m để hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 1$.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải bất phương trình: $2\log_3 \frac{1}{4^{x+1}-3} - \log_{\frac{1}{3}}(16^x + 15 \cdot 4^x + 27) \geq 0$.

Câu 3 (1,0 điểm) Tính tích phân: $I = \int_0^1 \frac{x(e^x + 1)}{(x+1)^2} dx$.

Câu 4 (1,0 điểm)

a) Tìm số hạng chứa x^{11} trong khai triển $\left(2x - \frac{\sqrt{3}}{x}\right)^n$ biết n là số tự nhiên thỏa mãn:

$$C_{2n+1}^1 + 3C_{2n+1}^3 + 5C_{2n+1}^5 + \dots + (2n+1)C_{2n+1}^{2n+1} = 2015 \cdot 2^{2013}.$$

b) Một chiếc hộp đựng 6 cái bút màu xanh, 6 cái bút màu đen, 5 cái bút màu tím và 3 cái bút màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên ra 4 cái bút. Tính xác suất để lấy được ít nhất hai bút cùng màu.

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0;1;4)$ và hai trung tuyến nằm trên hai đường thẳng có phương trình:

$$d_1: \frac{x-2}{-2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{1}; \quad d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-1}{1}.$$

Câu 6 (1,0 điểm) Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = a$, $BC = 2a$. Biết hình chiếu của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và góc giữa đường thẳng CC' và mặt phẳng $(A'B'C')$ là 60° . Tính thể tích khối lăng trụ và góc giữa đường thẳng HB' và mặt phẳng (ABB') theo a .

Câu 7 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x-7y+3=0$; $d_2: 2x+y+1=0$. Lập phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng d_2 và tiếp xúc với đường thẳng d_1 tại điểm có hoành độ là 4.

Câu 8 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x^2 + 2xy + 2y^2 - 3x - 2y = 0 \\ 5x^2 + 2xy + 5y^2 - 3x - 3y = 2 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 9 (1,0 điểm) Cho x, y, z là ba số thực thỏa mãn: $2x + 3y + z = 40$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $S = 2\sqrt{x^2+1} + 3\sqrt{y^2+16} + \sqrt{z^2+36}$

Đề số 10

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $I(0;1)$ và cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\sqrt{3}$ (O là gốc tọa độ).

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $(1 - \cos x) \cot x + \cos 2x + \sin x = \sin 2x$.

Câu 3 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \cdot \ln(1 + \sin x)}{\sin^2 x} dx$.

Câu 4 (1,0 điểm)

a) Tìm tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn số phức z thỏa mãn:

$$z + 3\bar{z} = (2 + i\sqrt{3})|z|$$

b) Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển $\left(x^5 + \frac{3}{x^4}\right)^{n+6}$, ($x \neq 0$) biết rằng hệ số của số hạng thứ ba trong khai triển là 594.

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 6 = 0$. Một mặt phẳng (Q) chứa (d) và cắt (P) theo giao tuyến là đường thẳng Δ cách gốc tọa độ O một khoảng ngắn nhất. Viết phương trình của mặt phẳng (Q) .

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SC \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh bằng $a\sqrt{3}$ và $\angle ABC = 120^\circ$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BD .

Câu 7 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có $AC: x + 7y - 31 = 0$, hai đỉnh B, D lần lượt thuộc các đường thẳng $d_1: x + y - 8 = 0$, $d_2: x - 2y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi biết rằng diện tích của hình thoi bằng 75 và đỉnh A có hoành độ âm.

Câu 8 (1,0 điểm) Giải phương trình sau: $3x^2 - 8x - 19 = \sqrt{5-x} - \sqrt{3x+4}$

Câu 9 (1,0 điểm) Cho hai số thực dương thỏa điều kiện: $3x + y \leq 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{xy}}$

Đề số 11

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2$ có đồ thị (C_m) , $m \in \mathbb{R}$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 0$.
2. Tìm giá trị của m để đường thẳng $d: y = -x + 2$ cắt (C_m) tại ba điểm phân biệt $A(0; 2)$, B , C sao cho tam giác MBC có diện tích bằng $2\sqrt{2}$, với $M(3; 1)$

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình: $5\sin 3\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + 3\sin 5\left(\frac{\pi}{5} - x\right) = 0$

Câu 3 (1,0 điểm) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = |x^2 - 2x|$ và $y = 2x$.

Câu 4 (1,0 điểm)

a) Cho tập hợp A có n phần tử. Biết rằng số tập con gồm 3 phần tử của A nhiều hơn số tập con gồm 2 phần tử của A là 75. Hãy tìm số hạng không chứa x trong khai triển

$$\left(x - \frac{2}{x}\right)^n \quad (x \neq 0)$$

b) Giải bất phương trình $\frac{x-1}{\log_3(9-3^x)-3} \leq 1$

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $4x + y - z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(1; 1; 1)$, vuông góc với mặt phẳng (P) và cách điểm $B(1; 3; 6)$ một khoảng bằng 2.

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$. Đáy ABC là tam giác vuông tại B có góc C bằng 30° và trọng tâm là G . Cạnh bên SA tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° , $SA = 2a$. Hai mặt phẳng (SGB) và (SGC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

Câu 7 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$ và điểm $A(-4; 3)$. Gọi E và F là hai tiếp điểm của hai tiếp tuyến kẻ từ A đến đường tròn (C) . Lập phương trình đường thẳng d đi qua $M(-1; 5)$ và song song với đường thẳng EF .

Câu 8 (1,0 điểm) Giải phương trình: $2\sqrt[3]{3x+1} + 3\sqrt{1-5x} - 8 = 0$

Câu 9 (1,0 điểm) Xét các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a.b.c = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{1}{a^3(b+c)} + \frac{1}{b^3(a+c)} + \frac{1}{c^3(b+a)}$

Đề số 12

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x+4}{1-x}$.

1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số trên.

2) Gọi (d) là đường thẳng qua $A(1; 1)$ và có hệ số góc k . Tìm k sao cho (d) cắt (C) tại hai điểm M, N và $MN = 3\sqrt{10}$.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $\cot x - \frac{2 \cos 4x}{\sin 2x} = \tan x$

Câu 3 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^{2x}}{e^x - 1 + \sqrt{e^x - 2}} dx$

Câu 4 (1,0 điểm)

a) Giải phương trình $2\log_3(x^2 - 4) + 3\sqrt{\log_3(x+2)^2} - \log_3(x-2)^2 = 4$

b) Cho hình vuông $ABCD$. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt lấy 1, 2, 3, n điểm phân biệt khác A, B, C, D . Tìm n biết số tam giác có ba đỉnh lấy từ 6 + n điểm đã cho là 439

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(4;3;-2)$ và hai

$$\text{đường thẳng } d_1 : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad d_2 : \begin{cases} x = 2 + k \\ y = -1 - 2k \\ z = 2 + k \end{cases}$$

Viết phương trình đường thẳng d đi qua M vuông góc với d_1 và cắt d_2 .

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$, $\angle BAD = 60^\circ$ và mp(SAB) vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Tính thể tích khối tứ diện $NSDC$ và tính cosin góc giữa hai đường thẳng SM và DN .

Câu 7 (1,0 điểm) Trong hệ tọa độ Oxy cho đường tròn (C) nội tiếp hình vuông $ABCD$ có phương trình $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 10$. Xác định tọa độ các đỉnh hình vuông biết cạnh AB đi qua $M(-3;-2)$ và $x_A > 0$

Câu 8 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - 2x^2 + x + y + x^2y - 2 = 0 \\ x^2 + \sqrt{2x + y + 5} = 7 \end{cases}$

Câu 9 (1,0 điểm) Cho phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{1-x} + 2m(\sqrt{x(1-x)} - 2\sqrt[4]{x(1-x)}) = m^3$.

Tìm m để phương trình có một nghiệm duy nhất.

Đề số 13

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 1$ (1)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.
2. Tìm m để đường thẳng $y = 2x + 1$ cắt đồ thị hàm số (1) tại ba điểm phân biệt A, B, C thỏa mãn điểm $C(0;1)$ nằm giữa A và B đồng thời đoạn thẳng AB có độ dài bằng $\sqrt{30}$.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = 2$

Câu 3 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_3^8 \frac{(x-2)\sqrt{x+1}}{x} dx$.

Câu 4 (1,0 điểm) a) Tìm modun của số phức $z = (1+i)^3 + \frac{1+2i}{2+i}$

b) Giải bất phương trình $\log_{\sqrt{x}}(2-x) - \log_{\sqrt{x}}(2-x)^2 + 2 \leq 0$

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường

thẳng : $d_1 : \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 1 \end{cases}$ và $d_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình mp(P) song song với d_1

và d_2 , sao cho khoảng cách từ d_1 đến (P) gấp hai lần khoảng cách từ d_2 đến (P).

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm tam giác ABD . Cạnh SD tạo với đáy $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ A đến (SBC) theo a .

Câu 7 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có tâm $I(2;-3)$. Biết đỉnh A, C lần lượt thuộc các đường thẳng : $x + y + 3 = 0$ và $x + 2y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông.

Câu 8 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+2y+1} - 2x = 4(y-1) \\ x^2 + 4y^2 + 2xy = 7 \end{cases}$.

Câu 9 (1,0 điểm) Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn $a + b + c = \frac{3}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt[3]{a+3b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b+3c}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c+3a}}$

Đề số 14

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số: $y = x^3 - 3x^2 + (m - 4)x + m$ với m là tham số

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 4$.
2. Chứng minh đồ thị (1) luôn cắt trục hoành tại điểm A cố định với mọi m . Tìm m để đồ thị (1) cắt trục hoành tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $k_A + \frac{1}{k_B} + \frac{1}{k_C} = 0$, trong đó k_A, k_B, k_C lần lượt là hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số (1) tại A, B, C .

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin x - 3 \cos x + 2 = 0$

Câu 3 (1,0 điểm) Tính: $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x \ln(1 + \sin^2 x) dx$

Câu 4 (1,0 điểm) Tìm số phức z thỏa mãn: $|z|^2 + 2z\bar{z} + |\bar{z}|^2 = 8$ và $z + \bar{z} = 2$

b) Giải bất phương trình: $(3 + 2\sqrt{2})^x + (3 - 2\sqrt{2})^x > 6$

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba đường thẳng:

$$d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}; \quad d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-3} \quad \text{và} \quad d_3: \frac{x+1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

Viết phương trình đường thẳng Δ , biết Δ cắt ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $AB = BC$.

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . SA vuông góc mặt đáy và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm SB , V_1 là thể tích tứ diện $SAMC$, V_2 là thể tích tứ diện $SACD$. Tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD

Câu 7 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có tâm $I(2;1)$ và $AC = 2BD$. Điểm $M(0; \frac{1}{3})$ thuộc đường thẳng AB , điểm $N(0;7)$ thuộc đường thẳng CD .

Tìm tọa độ đỉnh B biết B có hoành độ dương.

Câu 8 (1,0 điểm) Giải bất phương trình $x^3 + (3x^2 - 4x - 4)\sqrt{x+1} \leq 0$

Câu 9 (1,0 điểm) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Chứng minh

rằng:
$$\frac{a^5 - 2a^3 + a}{b^2 + c^2} + \frac{b^5 - 2b^3 + b}{c^2 + a^2} + \frac{c^5 - 2c^3 + c}{a^2 + b^2} \leq \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Đề số 15

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x-m}{mx+1}$ ($m \neq 0$) có đồ thị (C_m)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) với $m=1$.
2. Tìm $m \neq 0$ để đường thẳng $d: y = 2x - 2m$ cắt đồ thị (C_m) tại hai điểm phân biệt A, B và các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại M, N sao cho diện tích ΔOAB bằng ba lần diện tích ΔOMN

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $\sin 2x + 2\cos 2x = 1 + \sin x - 4\cos x$

Câu 3 (1,0 điểm) Tính tích phân: $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx$

Câu 4 (1,0 điểm) a) Giải bất phương trình $\log_3(x+1)^2 - \log_4(x+1)^3 > 0$

b) Tính môđun của số phức z biết $\frac{5\bar{z}}{1-2i} + (1-2z)i = 1+3i$

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho bốn điểm $A(-1;2;0)$, $B(-1;1;-1)$, $C(1;0;3)$, $D(0;-2;1)$. Chứng minh rằng bốn điểm A, B, C, D lập thành một tứ diện. Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và cách đều hai điểm C, D.

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SC \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$ và $\angle ABC = 120^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD .

Câu 7 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $C(2;-5)$ và đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 4 = 0$. Trên Δ lấy hai điểm A và B đối xứng nhau qua $I(2;\frac{5}{2})$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 15. Viết phương trình đường thẳng AB .

Câu 8 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x(x+y) + y^2 = 4x - 1 \\ x(x+y)^2 - 2y^2 = 7x + 2 \end{cases}$$

Câu 9 (1,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{2a+b+\sqrt{8bc}} - \frac{8}{\sqrt{2b^2+2(a+c)^2}+3}$$

Đề số 16

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$ (1)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) ứng với $m = 1$
2. Tìm m để hàm số (1) có cực trị đồng thời khoảng cách từ điểm cực đại của đồ thị hàm số đến gốc tọa độ bằng $\sqrt{2}$ lần khoảng cách từ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đến gốc tọa độ.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \tan x} = 2 - 2 \sin x$

Câu 3 (1,0 điểm) Tính tích phân: $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{\cos x - \sin x}{\sin 2x + 2(\sin x + \cos x) + 2} dx$

Câu 4 (1,0 điểm) a) Giải phương trình: $9^{\sin^2 x} + 9^{\cos^2 x} = 10$

b) Tìm số phức z thỏa mãn phương trình $\frac{\bar{z}}{1+i} + \frac{10}{z} = 4 + 3i$

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(2; -1; 1)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Hãy viết phương trình mp(P) đi qua H , cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi nhỏ nhất.

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, cạnh bên SB bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$. Chứng minh trung điểm của cạnh SC là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

Câu 7 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 13$ và $(C'): (x-6)^2 + y^2 = 25$. Gọi A là một giao điểm của (C) và (C') với $y_A > 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và cắt $(C), (C')$ theo hai dây cung có độ dài bằng nhau (hai dây cung này khác nhau).

Câu 8 (1,0 điểm) Giải bất phương trình: $\sqrt{2x^2 - 5x + 5} + \sqrt{x} \geq \sqrt{2x^2 - x + 1} + \sqrt{2x - 1}$

Câu 9 (1,0 điểm) Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn $\log_2 x + \log_8 y^3 + \log_{32} z^5 = 0$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = \frac{\sqrt{1+x^3+y^3}}{xy} + \frac{\sqrt{1+y^3+z^3}}{yz} + \frac{\sqrt{1+z^3+x^3}}{zx}$

Đề số 17

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 1$.
2. Tìm m để hàm số có cực đại và cực tiểu, đồng thời các điểm cực đại và cực tiểu lập thành một tam giác đều.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình: $\left(1 - \frac{1}{2\sin x}\right)\cos 2x = 2\sin x - 3 + \frac{1}{\sin x}$

Câu 3 (1,0 điểm) Tính $I = \int_0^1 \frac{5x}{(x^2 + 4)^2} dx$

Câu 4 (1,0 điểm) a) Tìm số phức z , biết z có phần thực dương và $z^3 + 12i = \bar{z}$

b) Một đề thi trắc nghiệm có 10 câu hỏi. Mỗi câu có bốn phương án chọn trong đó chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu chọn đúng một phương án thí sinh được 1 điểm. Mỗi thí sinh không vững kiến thức nên chọn một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để thí sinh làm bài được ít nhất 5 điểm.

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$, đường thẳng $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$ và mặt phẳng

$(P): 2x + y + 5z + 3 = 0$. Lập phương trình đường thẳng d cắt d_1, d_2 và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO . A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\angle SAO = 30^\circ$, $\angle SAB = 60^\circ$. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

Câu 7 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình các cạnh của hình chữ nhật $ABCD$. Biết rằng $AB = 2BC$, $M(-\frac{4}{3}; 1)$ thuộc đường thẳng AB , $N(0; 3)$ thuộc đường thẳng BC , $P(4; -\frac{1}{3})$ thuộc đường thẳng AD , $Q(6; 2)$ thuộc đường thẳng CD .

Câu 8 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x^2 y + y = 2 \\ x^2 (1 + y^2) = 3 - \frac{1}{x^2} \end{cases}$$

Câu 9 (1,0 điểm) Cho hai số dương x, y thỏa mãn $x + y \geq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức $A = \frac{3x^2 + 4}{4x} + \frac{2 + y^3}{y^2}$

Đề số 18

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x(3 - x^2)$ (1)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1).
2. Từ đó hãy suy ra đồ thị (C) của hàm số $y = |x|(3 - x^2)$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và đường thẳng $y = x$.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $\sin x + 2 = 2 \cos x \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + 4 \cos^2 x$.

Câu 3 (1,0 điểm) Tính tích phân : $I = \int_4^5 \frac{3x^2 + 1}{x^3 - 2x^2 - 5x + 6} dx$

Câu 4 (1,0 điểm) a) Giải phương trình : $\log_7 x = \log_3(2 + \sqrt{x})$.

b) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton $\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt[3]{x}\right)^{10}$ với $x > 0$

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d):

$\frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$ và $M(2;1;2)$. Tìm trên (d) hai điểm A, B sao cho tam giác MAB đều.

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.DEF$ có đáy là tam giác đều. Mặt phẳng đáy tạo với mặt phẳng (DBC) một góc 30° . Tam giác DBC có diện tích bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và EF

Câu 7 (1,0 điểm) Cho elip (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Xác định tọa độ tiêu điểm và tính tâm sai của (E). Viết phương trình đường thẳng đi qua $M(1;1)$ và cắt (E) tại A, B sao cho M là trung điểm AB

Câu 8 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{xy + (x-y)(\sqrt{xy} - 2)} + \sqrt{x} = y + \sqrt{y} \\ (x+1)(y + \sqrt{xy} + x - x^2) = 4 \end{cases}$$

Câu 9 (1,0 điểm) Tìm các giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình sau có

nghiệm thực:
$$\begin{cases} x^3 - mx + 2 \leq 0 & (1) \\ 4^x - 3 \cdot 2^{\sqrt{x}+x} - 4^{\sqrt{x}+1} \leq 0 & (2) \end{cases}$$

Đề số 19

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ (C)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (C)
2. Tìm m để đường thẳng $d: y = m(x - 2) + 2$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2; x_3$ thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 10$.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $\frac{\sqrt{3}(\sin 2x - \sin x)}{\cos x - 1} = 2 \cos x + 1$.

Câu 3 (1,0 điểm) Tính tích phân : $I = \int_2^3 \ln(x^2 - x) dx$

Câu 4 (1,0 điểm) a) Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức $2z + 3 - i$, biết rằng

$$|3z + i|^2 \leq z\bar{z} + 9$$

b) Giải phương trình : $\log_4(x-1) + \frac{1}{\log_{2x+1} 4} = \frac{1}{2} + \log_2 \sqrt{x+2}$

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1; 6; 6)$, $B(3; -6; -2)$. Tìm điểm M thuộc mp(Oxy) sao cho tổng $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng ($ABCD$), $AB = SC = a$, $BC = SA = a\sqrt{3}$,. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và cosin của góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng ($ABCD$).

Câu 7 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) nội tiếp hình vuông $ABCD$ có phương trình $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 10$. Tìm tọa độ các đỉnh A, C của hình vuông, biết cạnh AB đi qua $M(-3; -2)$ và điểm A có hoành độ dương.

Câu 8 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x^2 + 12y} = 2y + 3 \\ \log_3(x + 2y) - \log_2(x - 2y) = 2 \end{cases}$

Câu 9 (1,0 điểm) Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$.

Chứng minh rằng : $\frac{1}{2x + y + z} + \frac{1}{x + 2y + z} + \frac{1}{x + y + 2z} \leq 1$

Đề số 20

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$, trong đó m là tham số.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số với $m = 1$.
b) Với giá trị nào của m thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình : $\cos^3 x \cdot \cos 2x - \cos^2 x = 0$.

Câu 3 (1,0 điểm) Tính tích phân : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1+3\cos x}} dx$

Câu 4 (1,0 điểm) a) Giải phương trình : $\log_3(x-1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(2x-1) = 2$

- b) Từ tập $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau, trong đó nhất thiết phải có mặt hai chữ số 0 và 3 không đứng cạnh nhau.

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 4z - 3 = 0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x+2y-2=0 \\ x-2z=0 \end{cases}$; $\Delta_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$

Chứng minh Δ_1 và Δ_2 chéo nhau. Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu (S) , biết tiếp diện đó song song với hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 .

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình vuông $ABCD$ tâm I . Các nửa đường thẳng Ax , Cy cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và ở cùng phía đối với mặt phẳng đó. Trên Ax , Cy lần lượt lấy các điểm M , N sao cho $AM = m$, $CN = n$, $m, n > 0$; góc tạo bởi hai mặt phẳng (MBD) và $(ABCD)$ bằng 30° . Tính thể tích của khối chóp $B.AMNC$. Tìm điều kiện của m theo n để góc MIN vuông.

Câu 7 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $C(2; 0)$ và elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm tọa độ các điểm A, B thuộc (E) , biết rằng hai điểm A, B đối xứng với nhau qua trục hoành và tam giác ABC là tam giác đều.

Câu 8 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{2x+y+5} - \sqrt{3-x-y} = x^3 - 3x^2 - 10y + 6 \\ x^3 - 6x^2 + 13x = y^3 + y + 10 \end{cases}$

Câu 9 (1,0 điểm) Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$.

Chứng minh rằng : $\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq 1$

-----Hết-----