추론통계: 가설검정

숙명여자대학교 경영학부 오중산

가설검정

- 가설검정(hypothesis test)
  - 추정치(estimate)를 구해서 모수에 대해 의사 결정하는 행위
    - 추정치는 추정량의 구체적인 수치
    - 검정대상인 모수를 구하는 것은 사실상 불가능 하므로 추정치를 구하여 검정
    - 가설은 모집단(혹은 모수)을 대상으로 수립하고, 가설검정은 표본(혹은 추정치)을 대상으로 함
  - 가설검정 결과
    - 실제 연구에서 검정 대상은 대립가설(혹은 연구가설)
    - H_a 채택 → H_0 미채택
    - H_a 미채택 → H_0 채택

가설검정 방향

- 양측검정(two-tailed test)
  - ◆ 조건1: 추정량이 정규분포나 *t*-분포를 띔
  - ◆ 조건2: 귀무가설이 모수가 어떤 특정값과 ‘같다(=)’로 표현되거나, 대립가설이 모수가 특정값과 ‘같지 않다(≠)’로 표현됨
    - 모수가 특정값 보다 작은지, 큰지 예상하기 어려운 탐색적 상황

가설검정 방향

- 단측검정(one-tailed test)
  - 조건1과 조건2 만족
    - 조건1: 추정량이 정규분포나 *t*-분포를 띰
    - 조건2: 가설에서 모수가 특정값을 상대로 부등호로 표현됨
      - 우측 단측검정: 대립가설에서 모수가 특정값보다 큼
      - 좌측 단측검정: 대립가설에서 모수가 특정값보다 작음
    - 회귀분석 예시
      - 모수인 회귀계수(β)에 대한 추정량인 회귀계수 추정치(b)는 *t*-분포를 띰
      - 우측 단측검정(H_a: $\beta > 0$)은 양의 인과관계를, 좌측 단측검정(H_a: $\beta < 0$)은 음의 인과관계를 검정
  - 조건3: 추정량이 *F*-분포, χ^2 분포 등 다른 분포를 띰

통계량이 정규분포나 t-분포를 띨 경우 가설검정 4단계

- 1단계: 대립가설과 귀무가설 수립
- 2단계: 유의수준(significant level) α 결정
  - 대개 0.05로 하는데, 이를 0.01로 강화하거나, 0.1로 완화하기도 함
  - 유의수준을 작게 할수록 대립가설이 채택될 가능성이 낮아지는 반면, 귀무가설이 채택될 가능성은 높아짐

통계량이 정규분포나 t-분포를 띨 경우 가설검정 4단계

- 3단계: 추정치를 구하고, 이와 함께 p-value(추정치 바깥 쪽 넓이) 산출
  - ◆ 표준화: 추정치에 따른 z-통계량 혹은 t-통계량 도출
  - ◆ z-통계량(혹은 t-통계량)이 음수면 p-value는 z-통계량(혹은 t-통계량) 왼쪽 바깥쪽 넓이
  - ◆ z-통계량(혹은 t-통계량)이 양수면 p-value는 z-통계량(혹은 t-통계량) 오른쪽 바깥쪽 넓이
- 4단계: 유의수준과 p-value 비교
  - ◆ 양측검정: p-value $\leq \alpha/2$(혹은 $2p$-value $\leq \alpha$)이면 대립가설 채택
  - ◆ 단측검정: p-value $\leq \alpha$ 이면 대립가설 채택

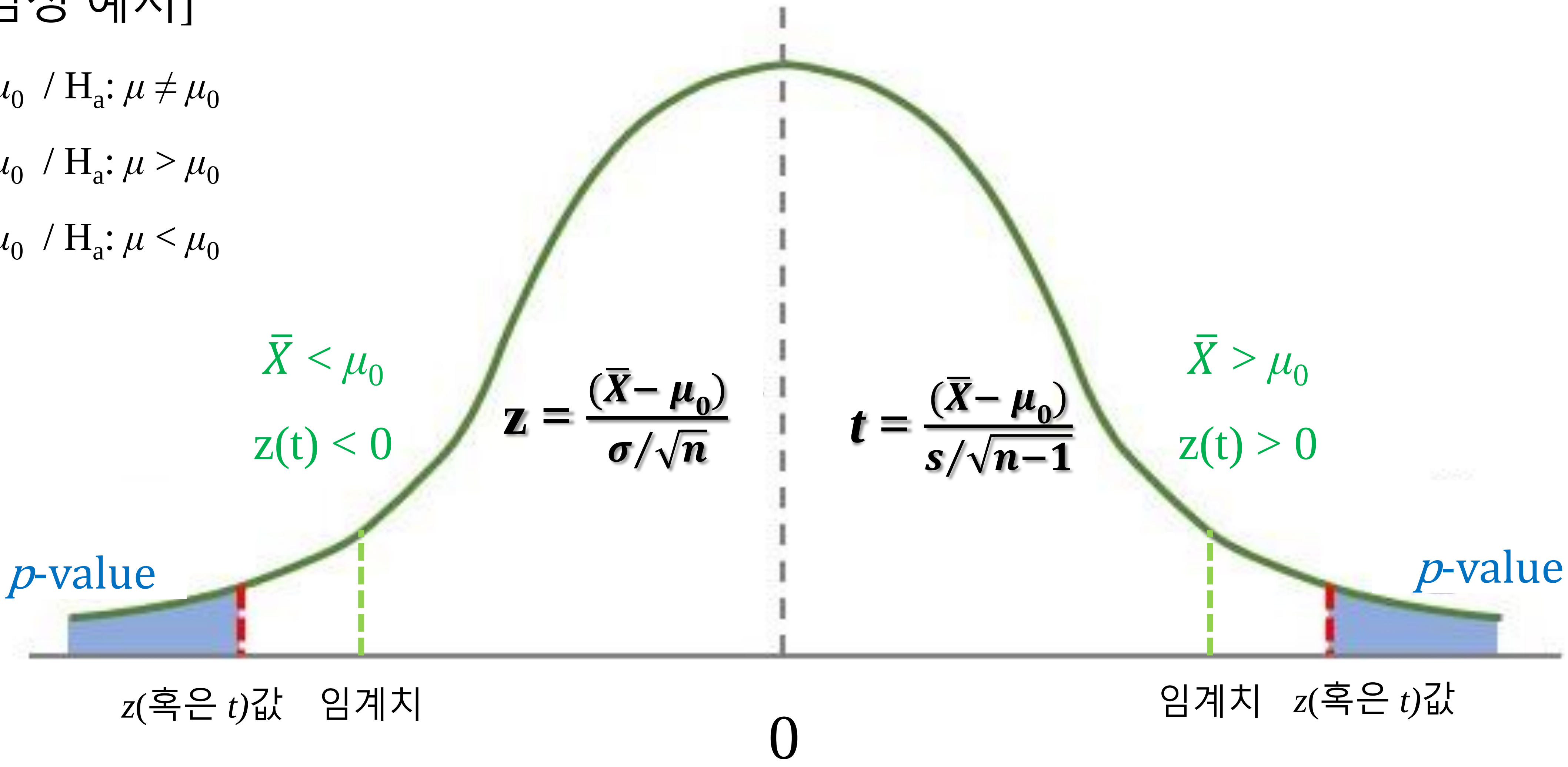
통계량이 정규분포나 *t*-분포를 띨 경우 가설검정 4단계

[가설검정 예시]

$H_0: \mu = \mu_0$ / $H_a: \mu \neq \mu_0$

$H_0: \mu \leq \mu_0$ / $H_a: \mu > \mu_0$

$H_0: \mu \geq \mu_0$ / $H_a: \mu < \mu_0$



통계량이 정규분포나 *t*-분포를 띨 경우 가설검정 4단계

- 예제: 지금까지 20대 남성의 평균 신장은 170cm로 알려졌으나, 이 보다 더 클 것이라는 주장이 제기되었다. 이를 확인하기 위해 101명을 추출하여 측정한 결과 표본평균은 173cm, 표본표준편차는 10cm였다.

◆ 1단계: H_0: μ = 170cm & H_a: μ > 170cm

◆ 2단계: α = 0.05로 결정

◆ 3단계: $\bar{X}$ = 173cm(s = 10cm, n = 101) & $t = \frac{173-170}{10/\sqrt{101-1}} = 3(df = 100) \rightarrow p\text{-value} = 0.0017$

◆ 4단계: p-value < α 이므로 H_a 채택

가설검정과 관련된 두 가지 오류

- I종 오류
  - H_0가 참인데 이를 기각하는 오류, 혹은 H_a가 거짓인데 이를 채택할 오류
  - I종 오류가 발생할 확률(위험률) = 유의수준(α)
- II종 오류
  - H_0가 거짓인데 이를 채택하는 오류, 혹은 H_a가 참인데 이를 기각할 오류
  - II종 오류가 발생할 확률 = β
  - 검정력(power)은 H_a가 참이어서 이를 채택할 확률 = 1- β
    - 최소 검정력은 0.8이며, 이는 H_a가 참인 경우 100회 검정시 80회는 H_a를 채택함을 의미

가설검정과 관련된 두 가지 오류

$$\bar{X} \sim N(\mu, \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2)$$

- 예시 – $H_0: \mu = \mu_1$ & $H_a: \mu > \mu_1$ $(\mu = \mu_2)$
  - ◆ 가설검정을 도출된 $\bar{X}$가 어떤 분포를 그리는지 판단하는 것으로 이해할 수 있음
  - ◆ 임계치를 넘어갈 확률 = 귀무(대립)가설을 기각할 확률 = α 혹은 β
  - ◆ α와 β간에는 trade-off 관계가 성립함