Modelado y Control Backstepping de un Brazo Robótico de 6GDL

Santiago Madariaga Collado

Ingeniería Electrónica – Universidad de Ingeniería y Tecnología – UTEC

Correo: Santiago. madariaga@utec.edu.pe

Asesor: Arturo Rojas Moreno

Objetivo

Modelado y control Backstepping de un Brazo Robótico de 6 GDL

Procedimiento

- Realizar el modelado empleando el método de las ecuaciones de Euler-Lagrange.
- Definir el modelo en MATLAB usando matemática simbólica.
- Diseño del sistema de control Backstepping.
- Verificación del sistema diseñado mediante estudios de simulación.

Brazos robóticos

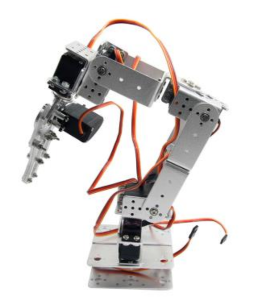

Figura 1. Brazo robótico de 6 GDL [1]

Modelado dinámico del sistema

Brazo Robótico de 6GDL:

Posición los vértices y segmentos:

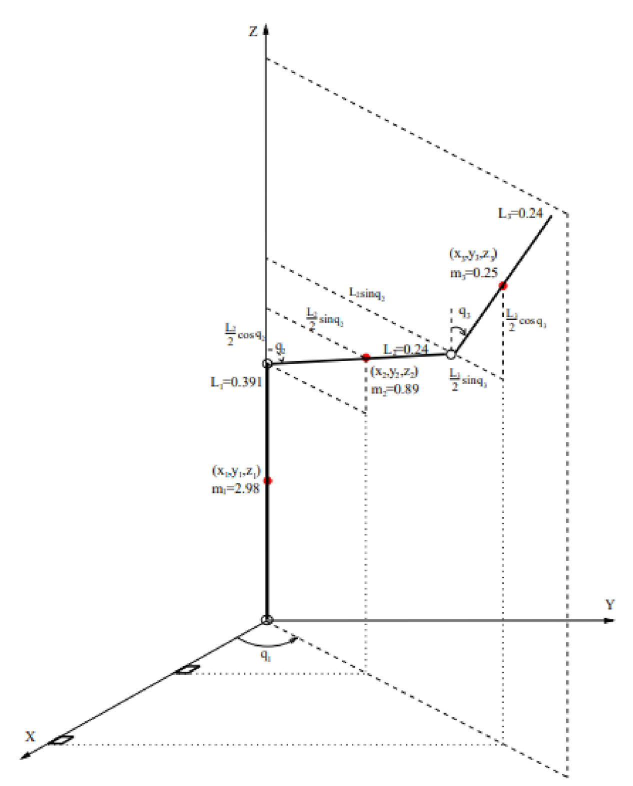

Figura 2. Descomposición de coordenadas de cada unión

ECUACIONES DINÁMICAS NO LINEALES [1]

Ecuaciones de energía eslabón uno

$$x_1 = 0$$
$$y_1 = 0$$
$$z_1 = \frac{m_a l_a + m_r l_r}{m_a + m_r}$$

Energía cinética V1

$$V1 = \frac{1}{2} J_1 \dot{q}_1^2;$$

Energía potencial U1

$$U1 = \frac{m_1 g (m_a l_a + m_r l_r)}{(m_a + m_r)};$$

Ecuaciones de energía eslabón dos

$$x_2 = \frac{L_2}{2} \sin(q_2(t)) \cos(q_1(t))$$
$$y_2 = \frac{L_2}{2} sin(q_2(t))\, sin(q_1(t))$$
$$z_2 = L_1 + L_2 \cos(q_2(t))$$

Energía cinética V2

$$V2 = \frac{1}{2} J_2 \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 + \dot{z}_2^2)$$

Energía potencial U2

$$U2 = m_2 g (L_1 + \frac{L_2}{2} cos q_2);$$

Ecuaciones de energía eslabón 3

$$x_3 = \left(L_2\, sin(q_2(t)) + \frac{L_3}{2}\, sin(q_3(t)) \right) cos(q_1(t))$$
$$y_3 = \left(L_2 * sin(q_2(t)) + \frac{L_3}{2} * sin(q_3(t)) \right) sin(q_1(t))$$
$$z3 = L_1 + \frac{L_2}{2} cos(q_2(t)) + \frac{L_3}{2} cos(q_3(t))$$

Energía cinética V3

$$V3 = \frac{1}{2} * J_3 * \dot{q}_3^2 + \frac{1}{2} * m3 * (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2 + \dot{z}_3^2)$$

Energía potencial U3

$$U3 = m_3 g z_3;$$

Ecuaciones de energía eslabón 4

$$x_4 = x_3 + \frac{L_3}{2} sin(q_3(t))\, cos(q_1(t)) + \frac{L_4}{2} sin(q_4(t))\, cos(q_1(t))$$
$$z_4 = z_3 + \frac{L_3}{2} * cos(q_3(t)) + \frac{L_4}{2} * cos(q_4(t))$$
$$y_4 = y_3 + \frac{L_3}{2} sin(q_3(t))\, sin(q_1(t)) + \frac{L_4}{2} sin(q_4(t))\, sin(q_1(t))$$

Energía cinética V4

$$V4 = \frac{1}{2} J_4 \dot{q}_4^2 + \frac{1}{2} * m4 * (\dot{x}_4^2 + \dot{y}_4^2 + \dot{z}_4^2)$$

Energía potencial U4

$$U4 = m_4 g z_4$$

Ecuaciones de energía eslabón 5

$$x_4 = x_3 + \frac{L_3}{2} sin(q_3(t))\, cos(q_1(t)) + \frac{L_4}{2} sin(q_4(t))\, cos(q_1(t))$$
$$z_4 = z_3 + \frac{L_3}{2} * cos(q_3(t)) + \frac{L_4}{2} * cos(q_4(t))$$
$$y_4 = y_3 + \frac{L_3}{2} sin(q_3(t))\, sin(q_1(t)) + \frac{L_4}{2} sin(q_4(t))\, sin(q_1(t))$$

Energía cinética V5

$$V5 = \frac{1}{2} * J_5 * \dot{q}_5^2 + \frac{1}{2} * m5 * (\dot{x}_5^2 + \dot{y}_5^2 + \dot{z}_5^2)$$

Energía potencial U5

$$U5 = m_5 g z_5$$

Ecuaciones de energía eslabón 6

$$x_4 = x_3 + \frac{L_3}{2} sin(q_3(t))\, cos(q_1(t)) + \frac{L_4}{2} sin(q_4(t))\, cos(q_1(t))$$
$$z_4 = z_3 + \frac{L_3}{2} * cos(q_3(t)) + \frac{L_4}{2} * cos(q_4(t))$$
$$y_4 = y_3 + \frac{L_3}{2} sin(q_3(t))\, sin(q_1(t)) + \frac{L_4}{2} sin(q_4(t))\, sin(q_1(t))$$

Energía cinética V6

$$V6 = \frac{1}{2} * J_6 * \dot{q}_6^2 + \frac{1}{2} * m6 * (\dot{x}_6^2 + \dot{y}_6^2 + \dot{z}_6^2)$$

Energía potencial U6

$$U6 = m_6 g z_6$$

Diseño del Controlador Backstepping[2]:

Ecuación del actuador del brazo robótico:

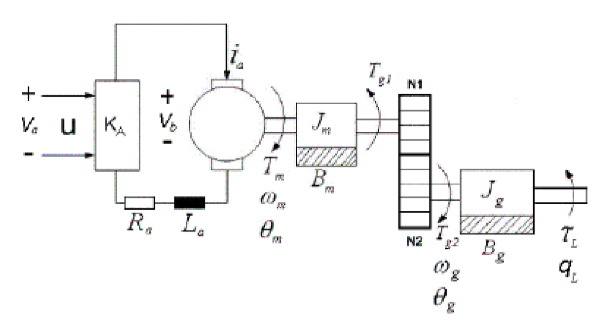

Figura 3. Diagrama del actuador [2]

$$\tau_1 = -J_{eq}\ddot{q}_1 - \left(B_{eq} + \frac{n^2 K_m K_b}{R_a} \right) \dot{q}_1 + \frac{n K_m K_A}{R_a} u_1$$

Ecuación de Lagrange:

$$L = V - U$$
$$\tau_i = \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i}$$

Ecuación Matricial del Sistema

$$\mathbf{M(q)\ddot{q} + P(q,\dot{q})\dot{q} + d(q) = u}$$

Función Lyapunov Candidata:

$$V = \frac{1}{2}\mathbf{z}_1^T \mathbf{K}_1 \mathbf{z}_1 + \frac{1}{2}\mathbf{z}_2^T \mathbf{M}(q)\mathbf{z}_2 + \frac{1}{2}\dot{\tilde{\mathbf{q}}}^T \mathbf{M}(q)\dot{\tilde{\mathbf{q}}} \equiv \frac{1}{2}\mathbf{x}_1^T \mathbf{P}_1 \mathbf{x}$$

Entrada de Control

$$\mathbf{u = M(q)\ddot{q} + P(q,\dot{\hat{q}})\dot{q}_r + d(q) - K_d(\dot{\hat{q}} - \dot{q}_r) - K_1 z_1}$$

Matrices del Modelo Dinámico en Matlab

Para la simulación, se convierten las matrices con variables simbólicas a funciones de Matlab. Esto reduce el tiempo de ejecución del lazo de control.

```
M = matlabFunction(vpa(simplify(expand(M))));

P = matlabFunction(vpa(simplify(expand(P))));

D = matlabFunction(vpa(simplify(expand(D))));
```

Resultados de la Simulación

Simulación de regulación | **Simulación de seguimiento**

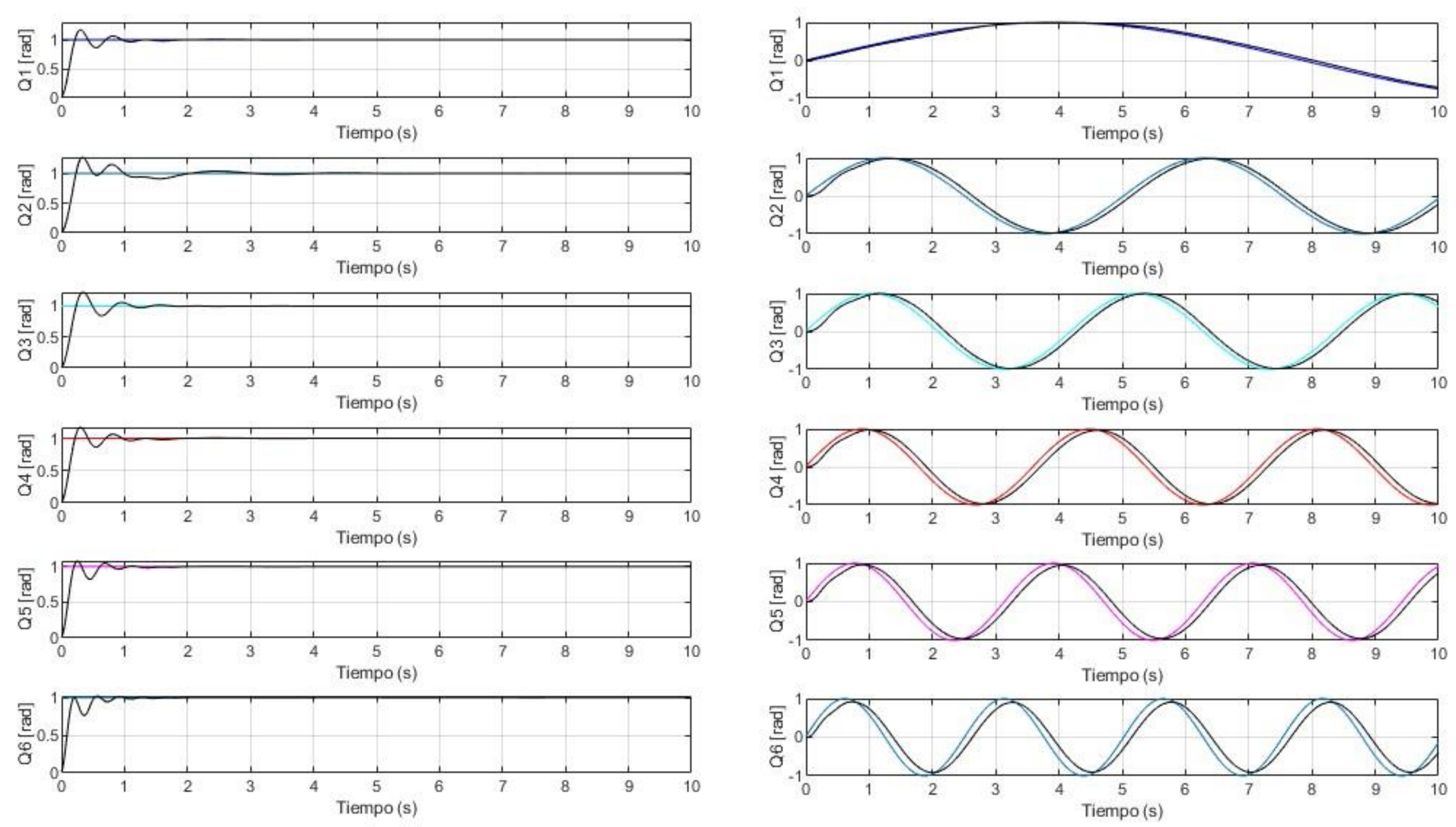

Figura 3. Señales de las salidas y referencias en regulación

Figura 5. Señales delas salidas y las referencias en seguimiento

CONCLUSIONES

En base a las figuras, se puede observar que el modelado del sistema realizado mediante el método de Euler-Lagrange fue correcto, debido a que se logró simular el modelo.

BIBLIOGRAFÍA

1. Brazo Robot de 6 Grados de Libertad + 06 servomotores + Pinza de Aluminio. (s.f.). [Fotografía]. https://electropro.pe/image/cache/data/imgProductos/303.%20Brazo%20Robot%20de%206%20Grados%20de%20Libertad%20-%20incluye%2006%20servomotores/3-1000x1000.jpg
2. A. Rojas, "Control No Lineal Multivariable, Aplicaciones en Tiempo Real", Editorial: UNI, 2012, ISB: 978-612-4072-18-5.