

Projet ANR BAYREB
Appel à projets générique 2015
Défi 6 – mobilité et systèmes urbains durables
Axe 2 – du bâtiment au cadre de vie durable
Instrument de financement Jeunes Chercheuses Jeunes Chercheurs

Simon Rouchier – LOCIE / Université Savoie Mont-Blanc

Livrable A1

Etat de l'art de la caractérisation énergétique in situ des bâtiments

Table des matières

A.Introduction.....	1
B.Diagnostic et caractérisation in situ : état des lieux.....	3
B.1.Le diagnostic de performance énergétique.....	3
B.2.Caractérisation simple : la signature énergétique.....	5
B.3.Caractérisation avancée.....	7
B.3.1.Introduction.....	7
B.3.2.Méthodes « co-heating ».....	7
B.3.3.Méthode QUB.....	10
B.3.4.Méthode ISABELE.....	11
B.4.Bilan.....	12
C.Les problèmes inverses et leur résolution.....	14
C.1.Généralités sur les problèmes inverses.....	14
C.1.1.Formulation.....	14
C.1.2.Résolution classique : les moindres carrés.....	17
C.1.3.Analyse des résidus.....	19
C.1.4.La vraisemblance et le rapport de vraisemblance.....	20
C.2.L'inférence Bayésienne.....	22
C.2.1.Principe.....	22
C.2.2.L'algorithme Metropolis-Hastings.....	23
C.3.Identifiabilité, sélection de modèles et planification d'expérience.....	25
C.3.1.Identifiabilité structurelle.....	26
C.3.2.Identifiabilité pratique.....	27
C.3.3.Sélection de modèle.....	29
C.3.4.Planification d'expérience.....	31
D.Références.....	31

A. Introduction

L'objectif du projet BAYREB est d'améliorer les méthodes existantes de caractérisation de la performance énergétique des bâtiments en vue de leur réhabilitation. Il s'agit dans ce projet d'exploiter des mesures dynamiques in situ afin de désagréger les sources de déperditions thermiques et de perte de performance énergétique d'un bâtiment. Cette désagrégation doit ensuite permettre une décision optimisée en terme d'investissements de réhabilitation.

Le présent document est un état de l'art des pratiques et de la recherche sur le thème du diagnostic énergétique. Il s'agit d'un préalable aux recherches menées dans le cadre du projet BAYREB, constitué des deux chapitres suivants :

- Une revue des pratiques existantes de caractérisation de la performance énergétique des bâtiments, et de la recherche récente visant à les améliorer ;
- Une présentation des problèmes inverses en thermique : il s'agit des fondations théoriques sur lesquelles le projet se base pour améliorer les pratiques de diagnostic par mesures in situ.

B. Diagnostic et caractérisation in situ : état des lieux

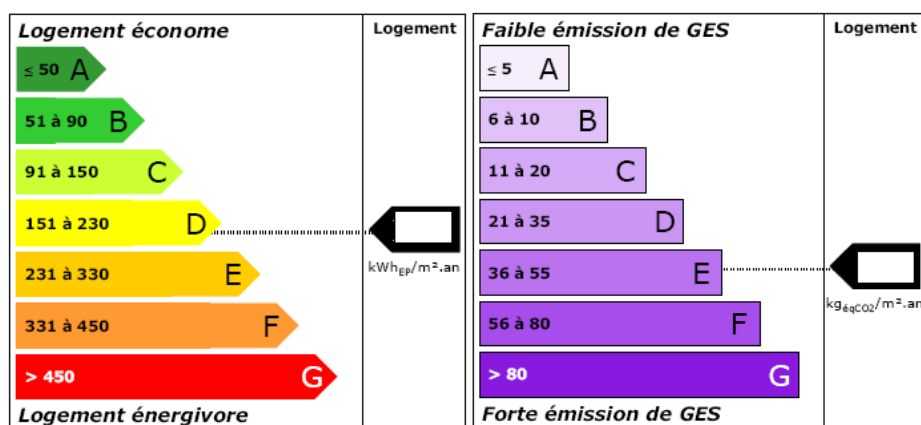
Dans ce document, le terme de **diagnostic** désigne essentiellement le DPE, c'est à dire une estimation des consommations et des déperditions d'un bâtiment sur la base d'un calcul réglementaire. Le terme de **caractérisation** est ensuite utilisé pour désigner les estimations réalisées à partir de mesures in situ.

Ce premier chapitre décrit d'abord la pratique du diagnostic en France avec une présentation rapide du DPE. Ensuite sont abordés les travaux de recherche qui ont commencé dans les années 1980 et se poursuivent aujourd'hui pour proposer la caractérisation énergétique du bâtiment sur la base de mesures statiques (méthodes de signature énergétique et de co-heating) ou dynamiques (méthodes QUB et ISABELE).

B.1. Le diagnostic de performance énergétique

La directive européenne sur la performance énergétique des bâtiments (EPBD) de 2002 a introduit la première méthodologie commune de calcul de la performance énergétique intégrée des bâtiments. En France, elle a mené à l'introduction du diagnostic de performance énergétique (DPE), dont la réalisation est obligatoire depuis le 1^{er} novembre 2006 lors de toute vente ou location d'un bien neuf ou existant.

Le DPE décrit le bâtiment ou le logement (surface, orientation, murs, fenêtres, matériaux, etc), ainsi que ses équipements de chauffage, de production d'eau chaude sanitaire, de refroidissement et de ventilation. Il indique, suivant les cas, soit la quantité d'énergie effectivement consommée (méthode des factures, pour les logements individuels construits avant 1948, le collectif et le tertiaire), soit la consommation d'énergie estimée pour une utilisation standardisée du bâtiment (méthode de calcul 3CL pour les logements individuels construits après 1948).



Un des éléments principaux du DPE est l'affichage des étiquettes énergie et climat, indiquant le positionnement du logement quant à sa consommation d'énergie primaire et l'émission de gaz à

effet de serre. Il aboutit sur des recommandations d'amélioration énergétique adressées au propriétaire, avec des ordres de grandeur pour les économies d'énergie qu'elles représentent et leur temps de retour sur investissement.

En théorie, un calcul 3CL rigoureux et complet établit une description détaillée des consommations et déperditions du logement : U des parois vitrées et opaques, déperditions par ponts thermiques et renouvellement d'air, sollicitations environnementales, inertie, facteur d'intermittence, consommation de chauffage, ainsi que le rendement de distribution, d'émission, de régulation et de génération de chauffage, d'ECS et de refroidissement.

Le DPE tel qu'il est aujourd'hui réalisé en France a cependant des limites qui justifient les nombreux travaux de recherche sur la caractérisation, énumérés l'état des lieux qui suit.

- Même dans sa version la plus détaillée, ce calcul est purement théorique et repose exclusivement sur la connaissance que l'évaluateur a du bâtiment. Or, les bâtiments nécessitant réhabilitation sont souvent ceux dont le vieillissement comporte le plus d'inconnues. Une dégradation de l'enveloppe peut par exemple influencer le U des parois sans qu'il en soit tenu compte.
- Le calcul ne tient pas compte du comportement réel des occupants mais suppose celui d'une famille type pour évaluer la performance intrinsèque du bâti.
- Il ne s'agit pas d'une simulation thermique dynamique dans laquelle les effets d'inertie et d'apports solaires seraient pris en compte de manière précise. Les maisons passives conçues pour compter sur très peu de chauffage peuvent donc voir leur consommation largement surévaluée par rapport à la réalité.
- Chaque élément du calcul repose sur des coefficients empiriques issus des propriétés de composants types. Aucune mesure n'est par exemple réalisée pour évaluer les déperditions thermiques par renouvellement d'air dû à la perméabilité de l'enveloppe. Celles-ci sont évaluées sur des bases purement théoriques.

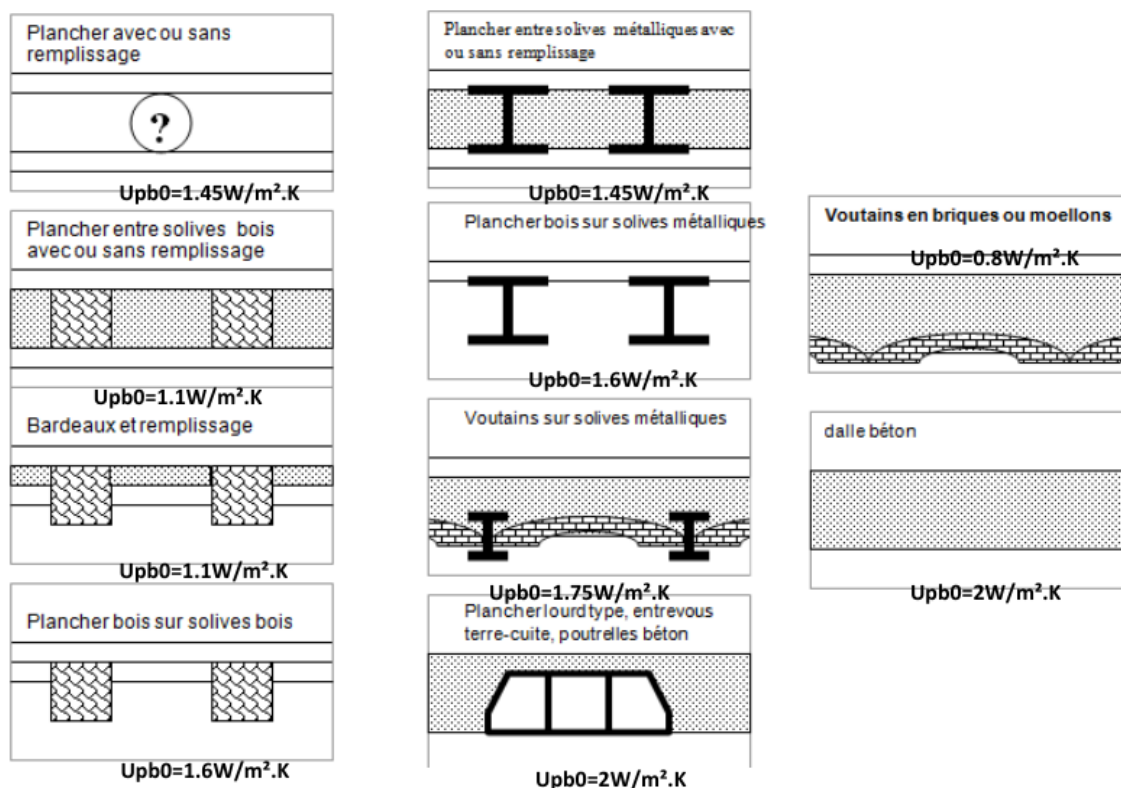


Figure 1: Extrait de la méthode 3CL-DPE : calcul du coefficient de transmission thermique des planchers bas non isolés

Le résultat de ces approximations est que le DPE est nécessairement approximatif, et les recommandations qu'il émet ne sauraient être considérées comme spécifiquement adaptées à un bâtiment précis.

C'est dans le but de pallier à ces défauts que sont développées les méthodes de caractérisation qui visent à obtenir une description plus ou moins détaillée des performances réelles du bâti, en se basant sur des mesures réalisées in situ et un protocole expérimental particulier.

B.2. Caractérisation simple : la signature énergétique

Les modèles de signature énergétique sont la représentation la plus simplifiée possible d'un bâtiment comme un modèle statique de type boîte grise, c'est-à-dire dont les paramètres sont identifiés en analysant des mesures de consommation plutôt qu'en procédant à une modélisation détaillée (comme le calcul 3CL ou une simulation thermique dynamique). Les méthodes dites de signature énergétique sont donc les premières propositions pour décrire la performance intrinsèque d'un logement sur la base de mesures.

La signature énergétique d'un bâtiment est un modèle simplifié du profil de sa consommation énergétique (toutes énergies confondues) en fonction de la température extérieure. Sur une période de mesure suffisamment longue, les moyennes journalières de consommation Q et de température extérieure T_{ext} sont comparées afin d'obtenir par régression un profil approchant le modèle suivant :

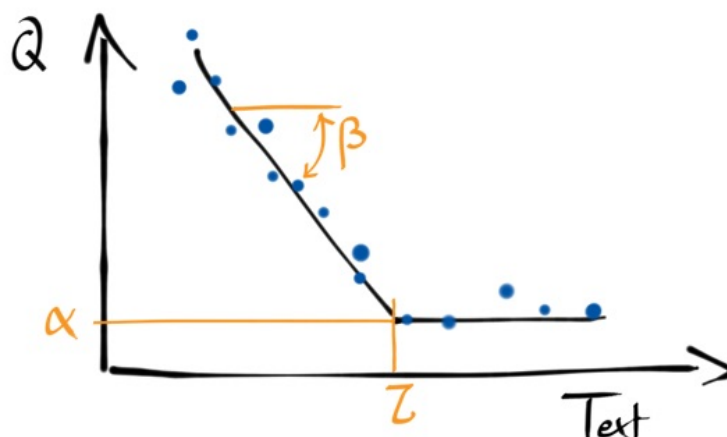


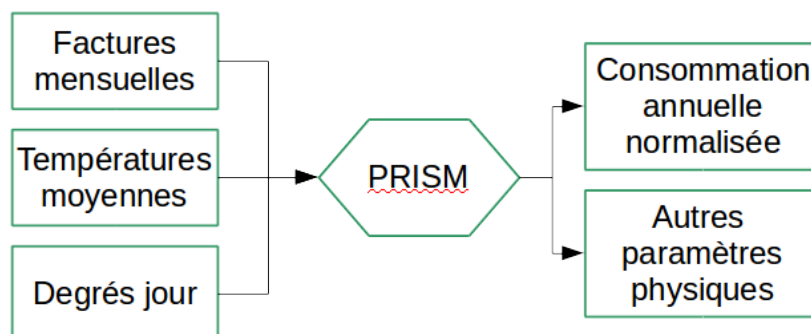
Figure 2: Allure d'un modèle de signature énergétique

$$Q = \alpha + \beta(\tau - T_{ext}) \quad \text{si } T_{ext} < \tau$$

$$Q = 0 \quad \text{sinon}$$

où le coefficient α est la consommation de base du bâtiment (eau chaude sanitaire, éclairage...), le coefficient β traduit le coefficient de déperdition de l'enveloppe et l'efficacité du système de chauffage, et τ est la température de seuil de chauffage, fonction de la température de consigne intérieure et des apports solaires. Le bâtiment est donc décrit par un jeu de trois paramètres (α , β , τ). Un modèle équivalent peut être proposé pour traduire la charge de refroidissement au-delà d'une température de seuil haut.

La méthode PRISM (Fels 1986) est l'exemple classique de modèle de signature énergétique.



Les mesures requises par la méthode PRISM peuvent être recueillies sans aucune instrumentation intrusive. Cependant, étant donné la simplicité de la formulation, ces mesures doivent couvrir une période suffisamment longue pour qu'il s'en dégage une tendance nette. Étant donné qu'il s'agit d'un modèle statique exploitant uniquement des valeurs journalières moyennées, il ne permet pas d'obtenir une description détaillée des postes de déperdition d'un bâtiment. Son utilisation par les auteurs de travaux sur ce sujet est cependant différente, comme résumé dans cette liste non exhaustive :

- (Fels 1986) utilise la méthode pour calculer un indicateur unique de consommation énergétique annuelle normalisée (NAC). Cet indicateur décrit la performance intrinsèque du bâtiment, en la découplant de l'influence de la météo. Il est donc utilisé pour évaluer le gain réel de performance entre avant et après rénovation, indépendamment des conditions extérieures.
- (Rabl and Rialhe 1992) ont proposé une généralisation de la méthode PRISM, en y incluant les effets de l'occupation des locaux. Pour un bâtiment donné, les paramètres (α , β , τ) y sont identifiés en deux jeux différents, correspondant respectivement aux conditions occupées ou non. Le nombre de jours d'occupation d'un bâtiment tertiaire y apparaît comme une donnée supplémentaire. En raison de cette complexité supplémentaire, une analyse statistique des résultats de la méthode est proposée, afin de quantifier l'incertitude sur les paramètres identifiés et sur l'indicateur NAC.
- (Hammarsten 1987) illustre les limites de la méthode pour l'estimation des paramètres du bâtiment (audit énergétique) : les résultats de celle-ci doivent être limités à la prédiction de consommations à des échelles de temps larges.
- (Flouquet 1992) appuie ce constat, et attribue l'erreur d'estimation des paramètres du bâtiment à une prise en compte insuffisante des apports solaires. L'auteur relie l'incertitude sur l'estimation du coefficient de déperdition aux corrélations entre données météorologiques (ensoleillement et température extérieure).
- (Sjögren, Andersson, and Olofsson 2009) trouvent également que les valeurs trouvées pour le coefficient de déperditions thermiques varient peu lorsque l'ensoleillement est faible en climat froid.

Le constat général est que les modèles statiques de signature énergétique ne peuvent servir de base à une interprétation en termes de paramètres physiques du bâtiment qu'avec beaucoup de précautions. Ils ne permettent pas de désagréger les différentes sources de la déperdition thermique (déperditions statiques, efficacité des équipements, renouvellement d'air) puisque l'échelle de temps de leurs observations est d'au moins une journée.

Ils ont cependant l'avantage de ne pas recourir à une instrumentation intrusive et peuvent interpréter des mesures réalisées en bâtiments occupés, ce qui n'est pas le cas des méthodes de caractérisation « avancée » recensées ci-dessous.

B.3. Caractérisation avancée

B.3.1. Introduction

Les méthodes de caractérisation qu'on nomme ici « avancées » sont celles qui emploient une instrumentation spécifique en plus des données déjà disponibles (température extérieure, factures...) afin d'obtenir plusieurs paramètres physiques du bâtiment par régression. Il s'agit néanmoins souvent d'une instrumentation contraignante, nécessitant que le bâtiment soit inoccupé pendant la période d'observation, comme il sera expliqué plus bas.

De nombreux travaux ont été réalisés depuis les années 1980 visant à l'estimation des performances réelles des bâtiments sur la base de mesures in situ (Subbarao et al. 1988). L'objectif d'une telle estimation peut être par exemple de comparer ces performances réelles avec celles visées lors de la conception, d'établir un modèle prédictif d'un bâtiment intégrant ses systèmes (Bacher and Madsen 2011), ou bien d'établir un diagnostic préalable à une réhabilitation.

Un effort de mutualisation des connaissances a été réalisé au sein de l'Annexe IEA EBC 58¹, un projet soutenu par le programme *Energy in Buildings and Communities* de l'Agence Internationale de l'Energie (IEA EBC), dont l'intitulé était *Reliable Building Energy Performance Characterisation Based on Full Scale Dynamic Measurement*. Entre autres résultats, le projet a abouti à :

- un inventaire des installations expérimentales d'essai à taille réelle existantes (Janssens 2016a) et des préconisations pour la mise en place d'un protocole optimisé de mesures (Jimenez 2016)
- un inventaire des méthodes existantes d'analyse des données (Janssens 2016b) et des consignes pour leur interprétation statistique (Madsen 2016)

L'annexe a abouti à une importante structuration de la recherche au niveau mondial sur le sujet de la caractérisation par mesures dynamiques. Les travaux qui y ont été menés ont cependant montré des limites étant donné leur caractère expérimental : les essais y étaient réalisés en conditions de laboratoire, dans des cellules test non occupées. Le comportement des usagers d'un bâtiment est cependant un facteur important de sa performance. C'est pourquoi le projet se poursuit actuellement sous la forme de l'Annexe 71 : *Building Energy Performance Assessment Based on In-situ Measurements*.

Les méthodes de signature énergétique présentées plus haut relèvent d'une caractérisation de la performance de bâtiments sur la base d'un suivi de consommations. L'état des lieux ci-dessous décrit les techniques (protocole expérimental et méthode d'analyse des mesures) visant à une caractérisation à l'échelle du bâtiment de manière plus informative, par l'exploitation de mesures

¹<http://www.kuleuven.be/bwf/projects/annex58/index.htm>

dédiées et la régression d'un modèle de type « boîte grise », c'est-à-dire une représentation d'un système sur la base de connaissances physiques, dont les paramètres sont identifiés par l'analyse de données expérimentales.

B.3.2. Méthodes « co-heating »

Le test du co-heating est un protocole quasi-stationnaire basé sur l'analyse par régression linéaire de mesures agrégées de la performance du bâtiment. La méthode a connu plusieurs évolutions au fil des publications depuis sa première proposition (Subbarao et al. 1988). Un historique et une description détaillée est donnée par (Bauwens and Roels 2014), dont on donne ici un résumé.

La méthode repose sur le bilan de chaleur d'un local inoccupé maintenu à une température constante par des appareils de chauffage électrique dont la consommation est enregistrée. Les conditions intérieures (température et humidité) et extérieures (vent, température, ensoleillement) sont mesurées en continu pendant le test.



Figure 3: équipement du test co-heating (Bauwens and Roels 2014)

Il s'agit d'une méthode quasi-statique dans la mesure où on tente de maintenir une température intérieure constante pendant la durée du test. Le but est d'éliminer les effets d'inertie du bâtiment (capacité thermique de l'enveloppe et de l'air intérieur) et d'écrire son bilan de chaleur sous une forme simplifiée :

$$Q_h + A_{sol} I_{sol} = HLC \cdot (T_i - T_e)$$

où Q_h est l'énergie fournie par les appareils de chauffage, T_i et T_e les températures intérieure et extérieure, et I_{sol} l'ensoleillement. Par régression linéaire de cette formule sur les mesures, on tente d'estimer la valeur de deux paramètres :

- HLC le coefficient de déperdition global

- A_{sol} un coefficient d'ouverture solaire, traduisant le gain solaire par l'ensemble des ouvertures du bâtiment

Un certain traitement préalable des mesures est nécessaire avant la régression. Une température intérieure T_i représentative de l'ensemble du bâtiment doit être reconstruite à partir de l'ensemble des capteurs installés. Les données recueillies au début du test, correspondant à la « charge » du bâtiment, ne doivent pas être exploitées puisque le modèle repose sur un bilan statique. Les points servant à la régression sont ensuite des mesures moyennées sur un certain intervalle de temps, par exemple horaire ou journalier.

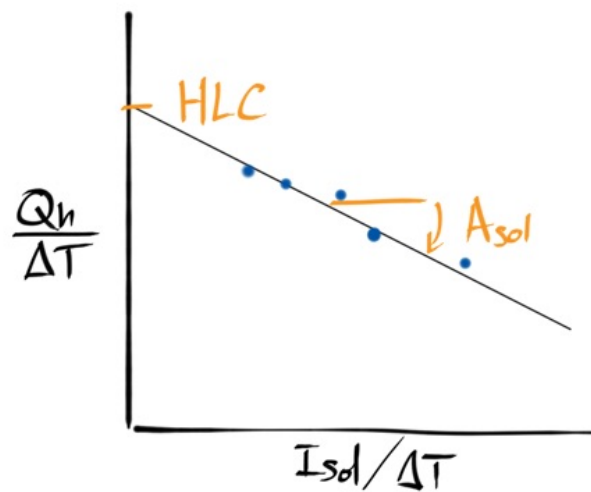


Figure 4: Allure d'une régression sur test co-heating.

Dans sa version la plus simple, le test co-heating permet d'estimer le coefficient HLC réel du bâtiment, ainsi que le coefficient A_{sol} si les gains solaires ne sont pas négligés dans la procédure. La désagrégation de HLC en plusieurs termes, pour séparer la part respective des déperditions statiques et par renouvellement d'air, nécessite des mesures complémentaires : porte soufflante ou gaz traceur.

Une description complète des différentes configurations de test proposées au cours des années est disponible dans (Bauwens and Roels 2014). Cette famille de méthodes de caractérisation présente deux inconvénients qui empêchent son application en conditions réelles pour le diagnostic de bâtiments existants :

- La régression repose sur un bilan de chaleur statique du bâtiment agrégé en une zone thermique unique. Le protocole expérimental est réglé pour pouvoir négliger les effets d'inertie dans sa modélisation. Le résultat de la régression est donc un nombre réduit de

paramètres, qui ne permet ni d'utiliser le modèle ajusté à des fins prédictives, ni d'identifier des pathologies précises dans le bâti qui nécessiteraient une réhabilitation.

- Le protocole expérimental repose sur une instrumentation intrusive mise en place dans un local inoccupé, certes pendant un temps de mesure réduit à quelques jours. L'applicabilité de ce protocole en conditions réelles reste donc contraignante.

B.3.3. Méthode QUB

La méthode QUB (Quick U-Value of Buildings) a été développée par le groupe Saint-Gobain dans le but de réduire le temps de mesure du test co-heating (Mangematin, Pandraud, and Roux 2012). Les propriétés qu'elle vise à identifier sont le coefficient de déperditions thermiques et la capacité calorifique apparente du bâtiment.

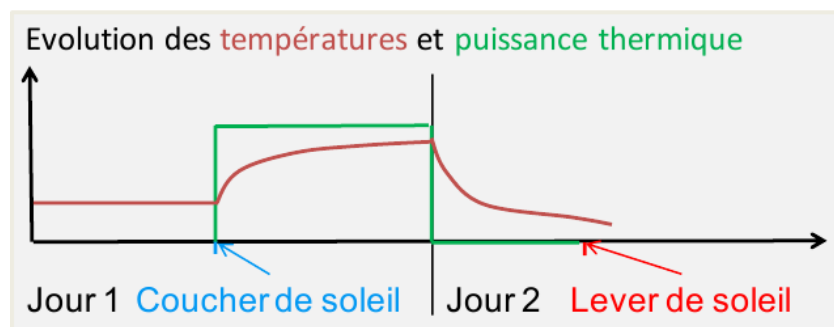


Figure 5: Représentation schématique de la procédure QUB

L'utilisation d'une méthode dynamique a en effet l'avantage majeure de fournir des informations sur la capacité des composants observés et de réduire la durée du test, en particulier pour les éléments lourds soumis à des températures intérieures et extérieures variables (Bloem 1994).

La méthode QUB se base sur une durée d'expérience de deux jours. Le bâtiment est sollicité successivement par deux puissances de chauffage différentes, et l'évolution temporelle de sa température intérieure est enregistrée. A l'exception de cet aspect dynamique, les hypothèses du test sont similaires à celles du co-heating : bâtiment inoccupé, température intérieure homogène, équipement similaire... Les mesures sont réalisées la nuit afin de négliger les apports solaires.

Le modèle dont on estime les paramètres est de type 1R1C, c'est-à-dire représentant le comportement dynamique du bâtiment par une résistance et une capacité unique.

$$Q_h = C \frac{dT_i}{dt} + HLC \cdot (T_i - T_e)$$

La méthode d'analyse des données expérimentales est à son tour simplifiée : sur chacune des deux périodes du test, correspondant à une puissance imposée Q_{hi} , on extrait une période sur laquelle la variation de température intérieure est linéaire, c'est à dire $T_i' = dT_i/dt$ est constant. L'équation ci-dessus revient alors à un système de deux équations linéaires dont les deux

inconnues C et HLC sont simples à estimer (Mangematin, Pandraud, and Roux 2012). La méthode ne fait donc pas appel à un algorithme de régression du fait d'une hypothèse (très forte) de linéarité du profil de température.

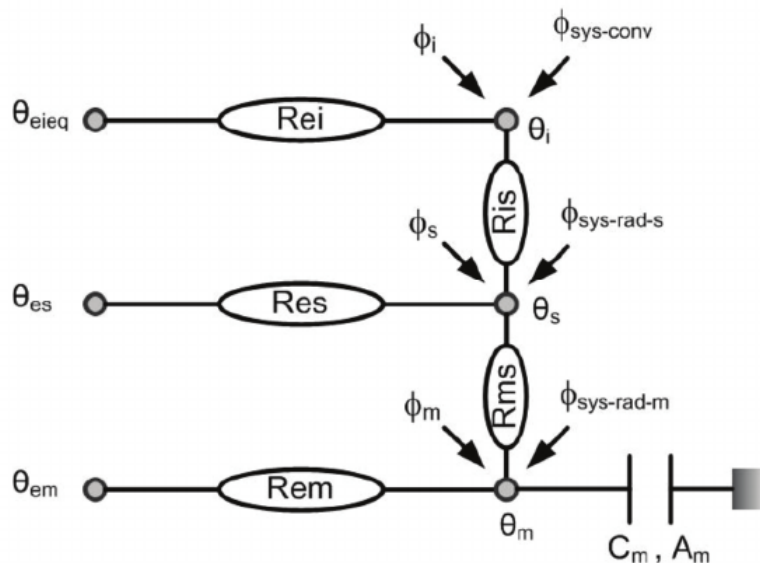
Le test QUB a l'avantage d'être plus rapide qu'un test co-heating pour estimer le coefficient HLC, mais dépend tout de même d'un matériel lourd dont l'installation est contraignante. Il permet d'estimer la capacité thermique globale de l'enveloppe mais pas de désagréger les types de déperditions, ni les apports solaires et l'influence des autres facteurs météorologiques.

B.3.4. Méthode ISABELE

La méthode ISABELE (In-situ assessment of building envelope performance) (Boisson and Bouchié 2014; Schetelat and Bouchié 2014) sert à mesurer la performance énergétique intrinsèque d'un bâtiment à la livraison des travaux. Elle a été développée par le CSTB et a contribué au projet européen PERFORMER².

La méthode a été développée pour caractériser les propriétés thermiques de l'enveloppe à l'étape de réception du bâtiment, avant son occupation. Cette condition impose une durée d'instrumentation maximale d'une à deux semaines pour recueillir les données qui seront exploitées. Le protocole expérimental est proche de celui de la méthode QUB. Il s'agit de suivre l'évolution de la température intérieure d'un bâtiment pendant que la puissance de chauffage imposée suit un scénario de trois créneaux : d'abord une puissance nulle pour atteindre un régime quasi-permanent, puis une puissance non nulle imposée jusqu'à atteindre une température seuil, puis une puissance à nouveau nulle pour observer la descente de température libre. La différence avec la méthode QUB réside dans la technique utilisée pour l'interprétation des mesures.

²<http://performer-project.eu/>



*Figure 6: Modèle 5R1C utilisé pour l'identification
ISABELE*

Les propriétés visées par l'identification sont le coefficient global de déperditions et l'inertie thermique. Le bâtiment est modélisé par un modèle de type RC issu de la RT2012, comme l'exemple montré en Fig.6.

Le choix de ce type de modèle constitue une avancée dans l'identification, car il sépare dans le calcul les influences respectives des transferts via les parois opaques, les parois vitrées, le renouvellement d'air et le rayonnement : il s'agit d'une condition nécessaire à l'estimation désagrégée des paramètres qui régissent ces transferts. L'article (Boisson and Bouchié 2014) aborde ainsi cette problématique du choix du modèle adapté à la description du bâtiment pour l'identification de ses propriétés, aussi décrit par (Bacher and Madsen 2011).

Le modèle est utilisé pour simuler les conditions expérimentales, et ses paramètres sont déterminés par ajustement de ses sorties sur les observations. La méthode de minimisation de l'écart entre prédictions et mesures est, selon les cas, la méthode de Nelder-Mead (Boisson and Bouchié 2014) ou l'inférence Bayésienne résolue par l'algorithme MCMC (Schetelat and Bouchié 2014).


B.4. Bilan

Les méthodes de caractérisation de la performance des bâtiments par mesures in situ peuvent être séparées en deux catégories :

- Les méthodes réalisables lors de l'occupation du bâtiment, par des mesures non intrusives. Cette famille de méthodes est essentiellement représentée par le principe de signature énergétique, qui compense les incertitudes liées à l'occupation par un temps de mesure

long pour aboutir à une description très macroscopique et peu informative de la performance.

- Les méthodes réalisables seulement en locaux non occupés, dans lesquels sont déployés une instrumentation importante pour imposer des sollicitations de chauffage et enregistrer la réponse du bâti.

	Information faible	Information forte
		
Méthodes avec occupation Instrumentation non intrusive, temps de mesure long	Signature énergétique	BAYREB
Méthodes sans occupation Instrumentation intrusive, temps de mesure court	Co-heating QUB ISABELE	

La recherche récente a essentiellement porté sur la deuxième catégorie de méthodes, avec des protocoles expérimentaux détaillés et une exploitation de plus en plus avancée des mesures. La tendance est à l'utilisation de mesures dynamiques (Janssens 2016b), exploitées par des modèles de type boîte grise (Bacher and Madsen 2011) pour identifier un nombre croissant de paramètres du bâtiment. Cette recherche ouvre la voie à une sélection avisée des scénarios de rénovation en cas de caractérisation d'un bâtiment existant.

En revanche, l'intrusivité de ces méthodes pose problème quant à l'objectif de caractérisation de l'existant. Le comportement des occupants représentant une inconnue trop grande, on s'en affranchit généralement en ne considérant que des périodes sans occupation du bâtiment, donc de préférence courtes. Une nouvelle méthode, analysant des mesures effectuées en site occupé, devra éviter toute intrusivité de l'instrumentation. C'est là l'objectif du projet BAYREB, et ce cahier des charges a également été identifié comme motivation de l'Annexe IEA EBC 71 en tant que continuation de l'Annexe 58.

Revenir à une méthode « avec occupation » a plusieurs avantages :

- elle ne nécessiterait pas de « bloquer » un logement pendant plusieurs jours ou semaines ;
- elle autoriserait un temps de mesure plus long, dont pourront être extraites des séquences de mesures exploitables pour l'analyse (la nuit, le week-end, etc.)
- elle permettrait de valoriser la présence de « compteurs intelligents », qui sont une instrumentation déjà en place dans certains bâtiments et dont on peut tirer profit.

C. Les problèmes inverses et leur résolution

La caractérisation de la performance énergétique par mesures in situ est un problème d'identification de système, qui est abordé au fil des travaux de recherche avec une complexité croissante. La procédure commune de toutes ces méthodes est : une série de mesures en laboratoire ou en conditions réelles, puis une forme de régression pour ajuster un modèle sur ces mesures, et ainsi identifier un certain nombre de paramètres.

Dans le cas d'un modèle simple avec au plus trois ou quatre paramètres, cet ajustement ne pose pas de problème : on le résout soit par régression linéaire, soit par une fonction d'optimisation incluse dans les toolbox standard. Cependant, en cherchant à désagréger les sources de déperdition ou de surconsommation d'un bâtiment, on ajoute des paramètres au modèle représentant la réalité physique, ce qui augmente la difficulté de sa résolution. Ainsi, l'identification de ces paramètres ne peut plus se limiter à une simple régression linéaire, mais nécessite une méthode itérative pour minimiser l'écart entre prédictions et mesures sur le critère des moindres carrés.

Les résultats de l'identification doivent être traités avec d'autant plus de précautions que les effets des sources d'erreur suivantes sont aggravés par l'augmentation de la dimensionnalité d'un problème inverse :

- Un problème inverse est mal posé au sens mathématique du terme : l'existence et l'unicité d'une solution n'en est pas garantie.
- Pour la même raison, on ne peut pas ignorer les effets des imprécisions de mesure sur la solution. Les techniques de régularisation deviennent nécessaires dès lors que les observations sont inexactes alors que le système est mal conditionné.
- L'identifiabilité des paramètres d'un modèle donné est fonction de la structure de ce modèle, et des données expérimentales disponibles. Celle-ci doit être quantifiée, voire optimisée.

Il s'agit donc de se munir des outils mathématiques pour **garantir la faisabilité de la caractérisation et la fiabilité de ses résultats**.

C.1. Généralités sur les problèmes inverses

C.1.1. Formulation

La démarche classique de formalisation d'un problème d'identification de système est de mettre en œuvre un modèle de connaissance permettant de simuler le système étudié. Il s'agit généralement de la résolution analytique ou numérique d'un système d'équations aux dérivées partielles décrivant les phénomènes mis en jeu. L'ensemble des données nécessaires au calcul de la sortie

du modèle y (conditions initiales, paramètres structurels, conditions aux limites) est assemblé en une liste des grandeurs explicatives, dont on notera θ la partie inconnue qu'on cherche à identifier.

L'objectif générique d'un problème inverse est de trouver la valeur $\tilde{\theta}$ des inconnues pour laquelle la sortie y du modèle approche une série d'observations y_{obs} au mieux selon un critère prédéfini (moindres carrés, maximum de vraisemblance...)

$$y_{obs} = y(\tilde{\theta}) + \epsilon$$

Où ϵ est un bruit de mesure traduisant l'incertitude sur les observations. Sous l'hypothèse d'un modèle représentant parfaitement la réalité physique, ce bruit est la seule erreur séparant les observations y_{obs} des sorties du modèle estimées avec la valeur réelle de ses paramètres. Les hypothèses standard quand au bruit sont qu'il est additif, d'espérance nulle, non corrélé et de variance constante, indépendante de la valeur mesurée (Maillet, Jarny, and Petit 2010).

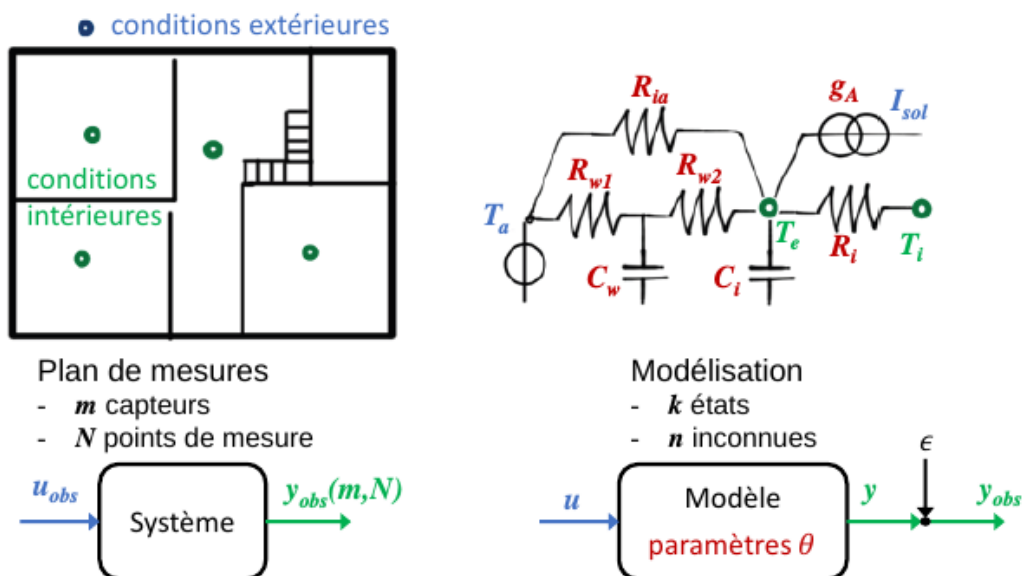


Figure 7: Formalisation du problème d'identification de système

La figure 7 récapitule le formalisme de notre problème, qu'on utilisera dans la suite pour présenter les méthodes de sélection de modèle, de résolution et d'identifiabilité des variables.

- d'une part le système physique, où est disposé un nombre m de capteurs fournissant un nombre total N de relevés sur les conditions extérieures et intérieures du bâtiment, les consommations, etc.
- d'autre part le modèle représentant le système, caractérisé par un nombre k de variables d'état (typiquement le nombre de points de température) et un vecteur d'inconnues θ de dimension n

Toute la problématique est de déterminer quel plan d'instrumentation est nécessaire pour renseigner les inconnues d'un modèle donné, ou bien au contraire quelle complexité de modèle est nécessaire pour représenter une réalité physique donnée.

On peut lister plusieurs types de problèmes inverses selon leur finalité (Maillet, Jarny, and Petit 2010) : les problèmes de mesure, pour lesquels l'information y_{obs} provient des sorties de capteurs ; les problèmes de commande, où ces mesures sont remplacées par des valeurs désirées des variables d'état ; les problèmes d'identification de modèle réduit, où le « système » est un modèle détaillé fournissant des sorties qu'un modèle réduit doit recréer. Parmi les problèmes de mesure, on peut encore séparer ceux dont l'objectif est l'estimation de propriétés physiques (éventuellement variables avec la température), et ceux qui visent à recréer un profil d'entrées variables dans le temps.

C.1.2. Résolution classique : les moindres carrés

On considère un système physique instrumenté par m capteurs fournissant un échantillon total de N relevés. Le modèle est établi tel que ses sorties recréent les mêmes points de mesure avec le même échantillonnage. En supposant que le modèle soit exact, la méthode standard de résolution de l'équation $y_{obs} = y(\theta) + \epsilon$ est de trouver la valeur de θ qui minimise l'estimateur des moindres carrés ordinaires :

$$\mathbf{r}_{MC}(\theta) = \|\mathbf{r}(\theta)\|^2 = \sum_{i=1}^N r_i^2(\theta) = \sum_{i=1}^N (y_{obs}^i - y^i(\theta))^2 = [\mathbf{y}_{obs} - \mathbf{y}(\theta)]^T [\mathbf{y}_{obs} - \mathbf{y}(\theta)]$$

On utilise ici la notation vectorielle, où \mathbf{y} et \mathbf{y}_{obs} sont des vecteurs colonnes. L'estimateur des moindres carrés θ_{MC} est le vecteur qui minimise la quantité \mathbf{r}_{MC} . Dans le cas particulier où le modèle est linéaire, sa structure s'écrit

$$\mathbf{y} = \mathbf{S}\theta$$

alors l'estimateur θ_{MC} peut être écrit directement sous la forme (Maillet, Jarny, and Petit 2011a):

$$\theta_{MC} = (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{y}$$

Où $(\mathbf{S}^T \mathbf{S})$ est la matrice d'information qui conditionne la précision de l'estimation en fonction de celle de la mesure. Un modèle linéaire peut être par exemple trouvé dans le problème inverse de la conduction thermique unidirectionnelle, dont les étapes de résolution sont montrées par (Maillet, Jarny, and Petit 2011a). Dans cet exercice, \mathbf{y} est un vecteur de mesures de températures réalisées dans le temps en un emplacement donné dans une paroi, et θ est la condition aux limites de flux imposé au bord, variable dans le temps.

Dans le cas général d'un problème non linéaire, la résolution est itérative. A partir d'une proposition initiale θ_0 , l'estimateur $\mathbf{r}_{MC}(\theta)$ est calculé, et un algorithme itératif d'optimisation propose la valeur suivante à tester jusqu'à atteindre un minimum, si possible global.

Les méthodes les plus courantes et les plus rapides en optimisation utilisent le gradient de la fonction critère à chaque itération.

$$\text{grad } r(\theta) = r' = -2 S^T(\theta)(y_{obs} - y(\theta))$$

où S est ici la matrice des sensibilités, équivalente à la matrice Jacobienne de la fonction évaluation du modèle y , qui rassemble les dérivées partielles du modèle discrétisé par rapport aux composantes du vecteur paramètre :

$$S_{i,j} = \left(\frac{d y_i}{d \theta_j} \right)$$

La méthode emblématique de cette catégorie est l'algorithme de Levenberg-Marquardt, qui est une interpolation entre celui de Gauss-Newton et la méthode dite « du gradient » (Maillet, Jarny, and Petit 2011a). A chaque itération k , les sorties y du modèle et la matrice S de leurs dérivées sont évaluées pour la valeur θ_k des paramètres. La valeur suivante θ_{k+1} est alors proposée selon la formule :

$$\theta_{k+1} = \theta_k + [S_k^T S_k + \lambda_k \text{diag}(S_k^T S_k)]^{-1} S_k^T (y_{obs} - y(\theta_k))$$

où le coefficient λ peut être ajusté à chaque itération. En cas de convergence rapide, on peut diminuer sa valeur, et l'algorithme se rapproche de celui de Gauss-Newton.

Dans le cas où le gradient de la fonction critère n'est pas accessible, ou est difficilement calculable, on peut également recourir à la catégorie des méthodes de minimisation sans gradient. On trouve dans cette catégorie la méthode déterministe du Simplex, mais surtout un ensemble de méthodes dites méta-heuristiques, auquel appartiennent les algorithmes génétiques, les essais de particules et le recuit simulé. Ces méthodes ont plusieurs avantages qui expliquent leur popularité dans l'optimisation de la conception des bâtiments et de leurs composants (Evins 2013). Premièrement, elles sont simples à utiliser et disponibles dans tous les langages de calcul scientifique imaginables. Elles sont également applicables à toute fonction évaluation, donc à tout problème, sans calcul de gradient. Cet aspect « sans gradient » est très appréciable quand les sorties du modèles sont le résultat de la résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles, par exemple (Kramer, van Schijndel, and Schellen 2013; Rouchier et al. 2015). Enfin, elles offrent une meilleure garantie contre les convergences hâtives vers des minima locaux, qui sont une faiblesse des méthodes à gradient.

C.1.3. Analyse des résidus

On ne peut pas s'attendre à ce qu'une estimation $\hat{\theta}$ des paramètres soit strictement égale à leur valeur exacte $\tilde{\theta}$. (Maillet, Jarny, and Petit 2011b) listent six composantes de l'erreur d'estimation $e_{\theta} = \hat{\theta} - \tilde{\theta}$: une erreur de calcul due à la résolution numérique approchée du modèle ; une erreur d'hypothèse due aux approximations faites lors de l'établissement du modèle ;

les erreurs dues au bruit de mesure, à l'étalonnage des capteurs ou à leur intrusivité ; l'erreur due aux paramètres supposés connus ; l'erreur due à la paramétrisation.

Ces sources d'erreur imposent une lecture prudente des résultats de l'identification. Une condition nécessaire pour pouvoir accorder quelque confiance aux résultats du problème inverse réside dans l'analyse des résidus d'estimation

$$r(\hat{\theta}) = y_{obs} - y(\hat{\theta})$$

Ce résidu d'estimation, qu'on peut calculer après avoir estimé les paramètres, peut être séparé en deux composantes :

$$r(\hat{\theta}) = [y_{obs} - y(\tilde{\theta})] + [y(\tilde{\theta}) - y(\hat{\theta})]$$

Le premier terme de ce développement est le bruit de mesure ε , qu'on ne peut jamais supprimer. Le deuxième terme est l'erreur de recalcul du signal, soit l'écart entre les estimations issues de $\hat{\theta}$ et de $\tilde{\theta}$. Ce terme doit être nul pour que l'estimateur $\hat{\theta}$ puisse être considéré comme réaliste : cela revient à dire que les résidus $r(\hat{\theta})$ doivent être décorrélés. Dans le cas contraire, on dit que les résidus sont signés, ce qui traduit une erreur d'estimation non causée par le bruit de mesure.

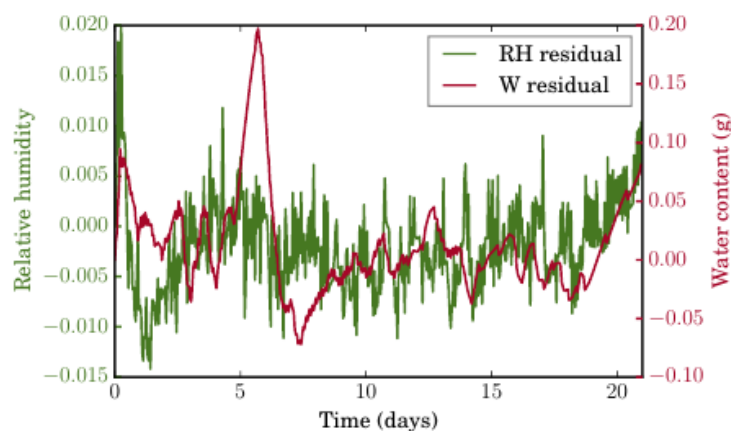


Figure 8: Exemples de résidus plus ou moins signés

Une visualisation de la qualité des résidus peut aussi être donnée par la fonction autocorrélation, c'est-à-dire la corrélation croisée du signal des résidus avec lui-même. Elle permet de détecter des régularités et des motifs dans un signal. L'exigence de résidus non corrélés implique que cette fonction autocorrélation doit rapidement prendre des valeurs faibles. Elle est par exemple utilisée par (Bacher and Madsen 2011) dans une analyse comparative de plusieurs modèles ajustés sur une même série de mesures.

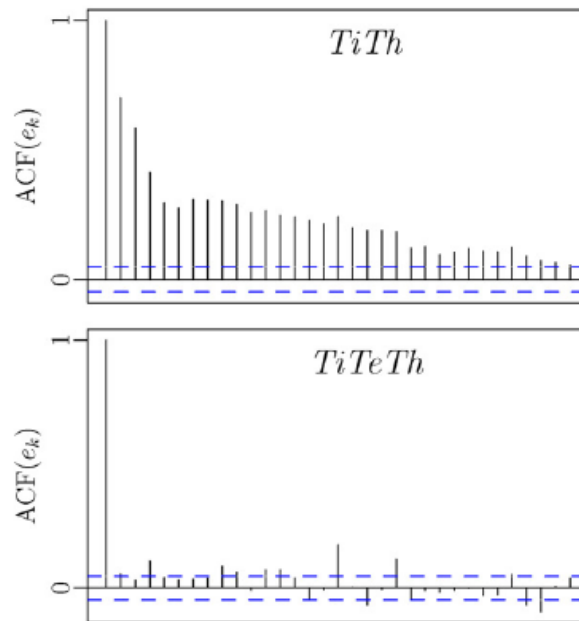


Figure 9: Image issue de (Bacher et Madsen 2011) : fonction autocorrélation des résidus de deux modèles

Cette condition d'autocorrélation des résidus n'est cependant pas une condition suffisante pour une erreur d'estimation faible. Elle est la première étape dans l'analyse des résultats du problème inverse, mais doit être suivie de l'observation d'intervalles ou de régions d'incertitude sur les paramètres. Pour définir de tels intervalles, nous utiliserons par la suite la notion de vraisemblance.

C.1.4. La vraisemblance et le rapport de vraisemblance

Le critère des moindres carrés est de loin le plus utilisé dans les sciences du bâtiment, pour ajuster un modèle de connaissance sur des données expérimentales. Un autre critère de sélection d'un estimateur est la fonction de vraisemblance, qui est utile pour une analyse plus poussée des résultats de l'inférence : intervalles de confiance des paramètres estimés, test du χ^2 , sélection de modèles, analyse d'identifiabilité (Myung 2003)

Pour définir la fonction de vraisemblance, il faut considérer les données observées x comme une variable aléatoire suivant une certaine loi de distribution. On cherche les paramètres qui ont *le plus vraisemblablement* généré la population x . La vraisemblance d'un jeu de paramètres θ , étant données des observations x , est la probabilité de ces observations sachant θ :

$$L(\theta/x) = P(x/\theta)$$

La formulation de la vraisemblance est généralement une fonction de la taille N de l'échantillon observé. Si nous reprenons l'écriture $y_{obs} = y(\theta) + \epsilon$ et que nous supposons que l'erreur de

mesure ε suit une loi normale centrée sur 0 et d'écart-type σ , alors l'expression de la vraisemblance est (Saporta 2006) :

$$L(\theta/y_{obs}) = \frac{1}{\sigma^N (\sqrt{2\pi})^N} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_{obs}^i - y^i(\theta)}{\sigma}\right)^2\right) \propto \exp\left(-\frac{1}{2} r^2(\theta)\right)$$

C'est cette fonction qui est utilisée à chaque itération de l'algorithme MCMC décrit plus bas. L'estimation des paramètres optimaux peut se faire également avec la méthode dite du maximum de vraisemblance (MLE), qui consiste à résoudre l'équation suivante (on utilise dans la pratique plutôt le logarithme de L) :

$$\frac{d}{d\theta} \ln L(\theta/y_{obs}) = 0$$

Cette résolution n'est pas très différente d'un problème des moindres carrés. Sous l'hypothèse que le bruit de mesure est une série de variables aléatoires et identiquement distribuées, et que le modèle recrée parfaitement la réalité, on peut même démontrer que l'estimateur MLE est égal à celui obtenu selon le critère des moindres carrés (Raue et al. 2009)

La fonction vraisemblance possède cependant des propriétés très intéressantes pour réaliser une analyse critique des résultats : elle peut servir à établir des régions de confiance sur la valeur de θ pour un modèle donné, ou bien à comparer les meilleures estimations issues de modèles différents. Pour illustrer le premier point, notons $\hat{\theta}$ l'estimateur du maximum de vraisemblance obtenu dans une expérience donnée après ajustement d'un modèle donné. On définit alors la **région de vraisemblance à p%** comme l'ensemble des valeurs de θ telles que :

$$\{\theta : \frac{L(\theta/y)}{L(\hat{\theta}/y)} \geq p/100\}$$

En partant de cette définition de région de vraisemblance, on peut définir des intervalles de confiance pour les paramètres à une, deux dimensions ou plus. Cela est particulièrement utile par exemple pour visualiser les éventuelles interactions entre deux paramètres et donc une éventuelle paramétrisation redondante du modèle (Raue et al. 2009).

Il peut arriver qu'on veuille isoler un paramètre pour étudier son intervalle de confiance, ou bien observer les régions de vraisemblance des paramètres deux à deux alors que le problème en compte plus. Considérons un paramètre θ de dimension $n > 2$. On note $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ pour séparer les composants θ_1 dont on souhaite établir une région de confiance, et θ_2 les autres paramètres qu'on n'étudie pas directement, dits « de nuisance ». On définit le **profil de vraisemblance** de θ_1 comme :

$$R(\theta_1) = \max_{\theta_2} \left[\frac{L(\theta_1, \theta_2)}{L(\hat{\theta})} \right]$$

C'est-à-dire que pour une valeur de θ_1 , elle vaut le rapport maximum de vraisemblance avec le MLE qu'on peut trouver en faisant varier θ_2 . La fonction « profil de vraisemblance » est une définition de la vraisemblance comme fonction uniquement d'une partie des paramètres. Alors, selon (Meeker and Escobar 1995), la grandeur $-2 \ln R(\theta_1)$ suit une loi du χ^2 à $k_1 = \dim(\theta_1)$ degrés de liberté. Ainsi, une région de confiance à $100(1-\alpha)\%$ pour θ_1 est l'ensemble des valeurs telles que :

$$-2 \ln R(\theta_1) < \chi^2_{1-\alpha, k_1}$$

où $\chi^2_{1-\alpha, k_1}$ est le $(1 - \alpha)$ quantile de la distribution χ^2 à k_1 degrés de liberté.

On définit ainsi la région dans un espace à k_1 dimensions où la vraie valeur de θ_1 a $100(1-\alpha)\%$ de chances de se trouver. On prend généralement $k_1=1$ pour tracer un intervalle de confiance sur un seul paramètre, ou $k_1=2$ pour tracer la région sur deux paramètres conjointement. Par exemple, pour un seul paramètre, une valeur $R(\theta_1)=0,147$ correspond à un intervalle de confiance à 95%.

(Raue et al. 2009) utilise ces définitions pour illustrer une éventuelle surparamétrisation des modèles, en lien avec l'identifiabilité des paramètres. On insistera plus bas sur cette notion d'identifiabilité. La notion de rapport de vraisemblances, ou de vraisemblance relative, est également utilisée dans les méthodes de sélection de modèles, qui permettent de choisir la forme du modèle la plus adaptée à représenter le système physique (Bacher and Madsen 2011). On reviendra sur ces méthodes dans la section C.3

C.2. L'inférence Bayésienne

C.2.1. Principe

Dans le cadre Bayésien, toutes les quantités considérées sont des variables aléatoires traduisant une certaine incertitude. Contrairement aux méthodes déterministes où seule une solution ponctuelle du problème inverse est recherchée, l'inférence Bayésienne décrit les paramètres comme des fonctions densité de probabilité, et renvoie donc une description complète de leur incertitude, en fonction de la précision des mesures et de l'information *a priori* (Stuart 2013). La résolution de problèmes inverses en thermique dans le cadre Bayésien est relativement récente (Kaipio and Fox 2011; Wang and Zabaras 2004), mais présente déjà plusieurs exemples intéressants dans la physique du bâtiment. Les applications appartiennent principalement à deux catégories : la calibration de modèles d'énergie du bâtiment (Zayane 2011; Heo, Choudhary, and Augenbroe 2012), et la caractérisation des propriétés thermiques de matériaux et composants (Biddulph et al. 2014; Berger et al. 2016).

Le principe de l'inférence Bayésienne est, à partir d'une densité de probabilité *a priori* décrivant une connaissance initiale sur un vecteur d'inconnues θ , et d'une série d'observations y , d'estimer

la probabilité de θ *a posteriori* tenant compte de la connaissance apportée par la mesure. La base de l'inférence est le théorème de Bayes :

$$p(\theta/y) \propto p(y/\theta)p(\theta)$$

- $p(\theta)$ est l'*a priori* sur θ , représentant toute connaissance initiale que l'expert peut avoir sur les inconnues du problème. Il s'agit généralement d'une information subjective.
- $p(y/\theta)$ est la vraisemblance des observations pour une entrée θ donnée.
- $p(\theta/y)$ est la distribution *a posteriori* de θ , c'est-à-dire sa fonction de probabilité sachant les mesures.

Intrinsèquement, l'inférence Bayésienne inclut un biais dans la solution du problème inverse. En effet, la solution en sera toujours un compromis entre l'*a priori* sur θ et l'information apportée par les observations. Le poids relatif de ces deux informations, parfois contradictoires, est déterminé d'une part par la quantité et la précision des mesures disponibles, et d'autre part par la précision *a priori*. Considérons par exemple une inconnue θ dont la loi *a priori* est $N(\theta_0, \tau)$ et qui paramétrise une variable aléatoire y telle que $p(y/\theta) = N(\theta, \sigma)$. Alors la loi *a posteriori* $p(\theta/y)$ a une espérance E et une variance V telles que

$$E(\theta/y) = \frac{\eta_1 \theta_0 + \eta_2 \bar{y}}{\eta_1 + \eta_2}$$

$$\frac{1}{V(\theta/y)} = \eta_1 + \eta_2$$

où $\eta_1 = 1/\tau^2$ est la précision *a priori*, et $\eta_2 = N/\sigma^2$ est la précision de la moyenne empirique de y . L'estimateur Bayésien est donc la moyenne entre l'*a priori* et la vraisemblance, pondérées par leurs précisions respectives. Il sera influencé par une valeur présumée que l'expert peut donner aux valeurs à estimer. En termes de théorie des problèmes inverses, le rôle de l'*a priori* est équivalent à une forme de régularisation : il permet de surmonter le caractère mal posé du problème, et d'augmenter l'identifiabilité des paramètres inconnus.

Il est à noter que les caractéristiques du bruit de mesure ne sont pas nécessairement connues. Dans ce cas, cette information peut être déterminée en les incluant parmi les inconnues du problème (Wang and Zabaras 2004). De même, la position exacte des capteurs peut être incertaine : le cadre Bayésien permet d'explicitier une connaissance *a priori* sur cette position sous la forme d'une fonction de probabilité plutôt que d'une valeur ponctuelle. Cette incertitude est alors propagée vers les intervalles de confiance des paramètres à estimer.

C.2.2. L'algorithme Metropolis-Hastings

Lorsqu'il s'agit de minimiser un critère des moindres carrés, ou de maximiser le critère de vraisemblance, il arrive souvent qu'on ne dispose pas d'une expression analytique de la dérivée de ce critère par rapport aux paramètres du modèle. C'est par exemple le cas lorsque la sortie y est le résultat de la résolution par éléments finis d'un système d'équations différentielles couplées avec des conditions aux limites variables (Rouchier et al. 2015). La distribution a posteriori $p(\theta/y)$ ne peut alors pas être déterminée directement. On a alors recours à une méthode d'échantillonnage, consistant à créer une série numérique approchant cette distribution. L'algorithme Metropolis-Hastings (Hastings 1970) (MH) est une méthode de type Monte-Carlo par chaîne de Markov (MCMC) qui peut être utilisée dans ce but.

Une chaîne de Markov est une série de variables aléatoires $[x_n, n=0,1,...]$ qui satisfait la propriété suivante : $p(x_{n+1}/x_n, x_{n-1}...x_0) = p(x_{n+1}/x_n)$ c'est-à-dire que la transition de l'état n à $n+1$ dépend uniquement de la position actuelle, et pas des précédentes. Les méthodes MCMC, comme l'algorithme MH, sont conçues pour générer une suite qui va approcher une distribution de probabilité donnée (Green 1995).

La chaîne démarre avec une proposition initiale θ_0 . Ensuite, chaque itération de la chaîne de l'état n à $n+1$ suit les étapes suivantes (Kaipio and Fox 2011) :

- proposer un nouvel état θ' à partir d'une distribution proposition $q(\theta'/\theta_n)$
- calculer l'acceptabilité α du nouveau candidat :

$$\alpha = \min\left[1, \frac{p(\theta'/y)q(\theta_n/\theta')}{p(\theta_n/y)q(\theta'/\theta_n)}\right] = \min\left[1, \frac{p(y/\theta')p(\theta')q(\theta_n/\theta')}{p(y/\theta_n)p(\theta_n)q(\theta'/\theta_n)}\right]$$

Cette étape nécessite le calcul de la vraisemblance $p(\theta')$: cela compte comme une évaluation du modèle.

- accepter le candidat θ' avec une probabilité α ou le rejeter avec une probabilité $1-\alpha$

Cet algorithme génère une suite $[x_n, n=0,1,...]$ qui représente la distribution a posteriori si la chaîne est suffisamment longue (une définition du terme « suffisamment longue » est donnée plus bas). A chaque itération, α est la probabilité qu'un jeu de paramètres soit accepté comme nouvelle valeur de la chaîne. Le troisième point ci-dessus signifie que les candidats qui améliorent la vraisemblance par rapport à l'état précédent sont acceptés systématiquement, alors que les candidats qui présentent une vraisemblance plus faible ont une certaine probabilité d'être acceptés. Cela permet une exploration de l'espace de recherche représentative de la distribution a posteriori.

Le seul levier dont l'utilisateur de l'algorithme dispose est le choix de la distribution « proposition » $q(\theta'/\theta_n)$. Le choix le plus courant est une marche aléatoire $\theta' = \theta + \gamma$, où γ est un

vecteur de variables aléatoires d'une distribution centrée autour de zéro, par exemple uniforme ou Gaussienne, d'un écart-type donné. Cet écart-type va influencer le taux d'acceptation de la chaîne, comme illustré par (Kaipio and Fox 2011) : trop élevé, il mène à un taux de refus important des solutions proposées et à une chaîne stationnaire ; trop faible, la chaîne a besoin d'un temps plus long pour explorer l'espace de recherche. Etant donné qu'il n'est pas trivial de proposer une bonne valeur initiale de la distribution proposition, on peut alors utiliser un schéma adaptatif (Haario, Saksman, and Tamminen 2001) dans lequel elle sera adaptée régulièrement pendant la résolution de l'algorithme.

Le premier diagnostic de convergence d'une chaîne générée par MCMC est l'examen visuel des traces de chaque paramètre. La figure 10 illustre ce sujet. Dans la méthode MCMC, la convergence ne se fait pas vers une valeur ponctuelle de chaque paramètre mais vers une trace stationnaire non auto-corrélée.

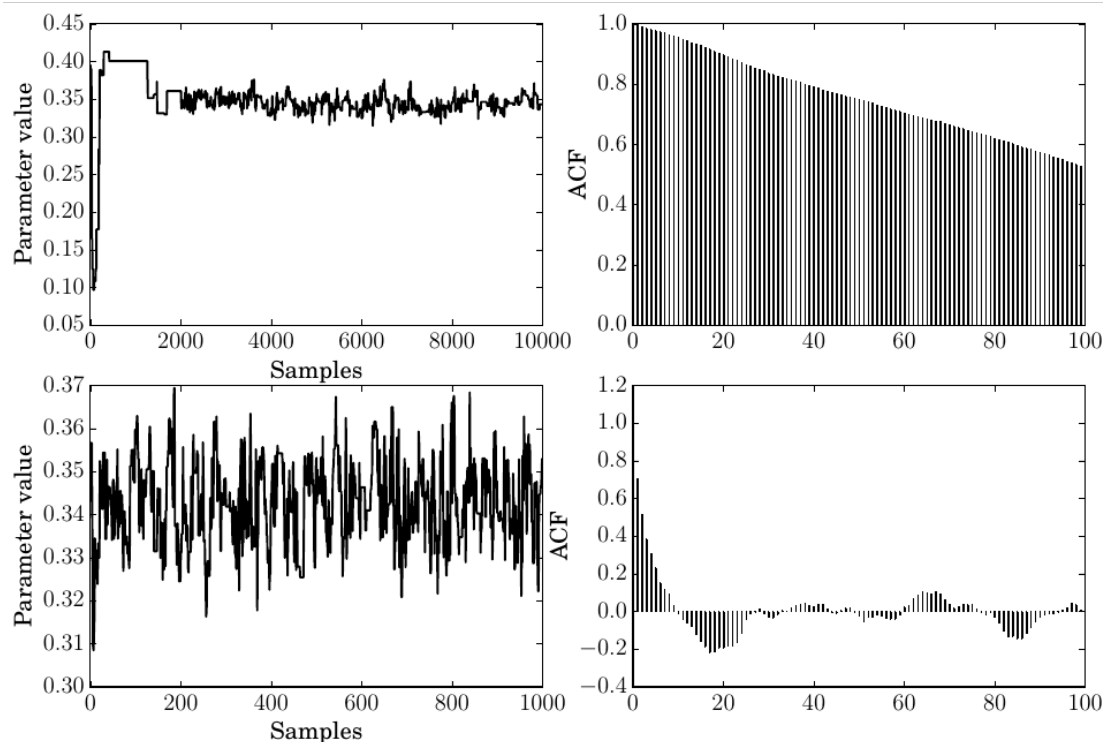


Figure 10: Trace et fonction d'autocorrélation d'un paramètre avant (haut) et après (bas) burn-in et thinning.

Dans la pratique, on écarte toutes les premières valeurs qu'a pris la chaîne avant qu'elle n'atteigne un état stationnaire (burn-in), car ces valeurs ne représentent pas la distribution a posteriori. C'est le cas des premiers 2000 points de la chaîne montrée en haut à gauche de la figure 10. Ensuite, on ne garde qu'une fraction des valeurs restantes, parfois seulement une sur dix, afin d'éliminer l'auto-corrélation de la chaîne (thinning). La partie droite de la figure 10 montre deux états de la fonction auto-corrélation, qui doit prendre des valeurs faibles.

Le critère d'arrêt de la chaîne de Markov est lorsqu'elle représente correctement un échantillon de la distribution a posteriori. Un diagnostic de convergence est essentiel pour estimer si l'algorithme MCMC peut être interrompu, ou s'il est nécessaire d'augmenter le burn-in et le thinning. Des méthodes quantitatives de diagnostic de convergence existent également (Geweke 1991; Nylander et al. 2008).

C.3. Identifiabilité, sélection de modèles et planification d'expérience

La figure 7 confronte les deux aspects du problème de caractérisation d'un bâtiment par mesures in situ : d'une part le bâtiment où les point mesure suivent un plan d'instrumentation donné (nombre et nature des capteurs, période de suivi...); d'autre part, le modèle choisi pour représenter la réalité, et sa paramétrisation.

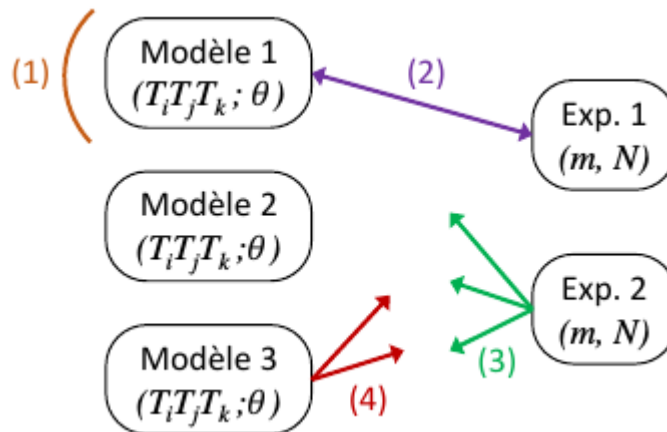


Figure 11: Questionnement de l'équilibre modèle-mesure

Au vu de cette mise en parallèle entre modèle et mesures, on peut poser plusieurs questions, schématisées sur la figure 11, dont fait partie l'objet du projet BAYREB :

- 1) Soit un modèle défini par une paramétrisation θ et un certain nombre de variables d'état notées par exemple (T_i, T_j, T_k) , qui peuvent correspondre ou non à des sorties observées. La question de **l'identifiabilité structurelle** est de savoir si les paramètres peuvent en théorie être déduits de la mesure.
- 2) Soit une expérience réalisée avec un nombre N de mesures fournies par m capteurs dans une configuration donnée. Pour un modèle donné, **l'identifiabilité pratique** est la capacité de ce couple modèle-expérience de fournir une information suffisante sur la valeur des paramètres.

- 3) On dispose d'une série de mesures expérimentales données. Quel est la complexité de modélisation nécessaire et suffisante pour reproduire les mesures, et donc la quantité d'information maximale qu'on peut déduire de ces mesures ? Cette question est celle des méthodes de **choix de modèle**.
- 4) On dispose d'un modèle donné dont on souhaite identifier au mieux les paramètres. Quelles sont l'instrumentation et la durée de mesure nécessaires et suffisantes pour fournir cette information ? Cette question est celle de la **planification d'expérience**.

Chacun de ces quatre points est l'objet d'une des sections ci-dessous.

C.3.1. Identifiabilité structurelle

Supposons un modèle défini par une paramétrisation θ et un certain nombre de variables d'état notées par exemple (T_i, T_j, T_k) , qui peuvent correspondre ou non à des sorties observées. Les paramètres sont **structurellement identifiables** si le modèle offre une solution unique pour chacune de leurs valeurs. En notant à nouveau y la sortie du modèle, cette condition peut se formaliser ainsi :

$$y(\theta, u) = y(\theta', u) \Rightarrow \forall i, \theta_i = \theta'_i$$

Il s'agit d'une condition d'unicité du comportement entrée-sortie du modèle. Il est important de noter que l'identifiabilité structurelle est une propriété indépendante de la mesure. C'est également une condition nécessaire mais non suffisante pour que les paramètres soient réellement identifiables dans la pratique.

Une non-identifiabilité structurelle peut typiquement être causée par des paramètres dont l'influence sur la solution ne peut pas être désagrégée. Prenons par exemple le cas de la conduction thermique simple, dans un milieu dont on souhaite estimer à la fois la conductivité et la capacité thermique, sur la base d'une seule mesure de température. On peut facilement estimer la valeur de la diffusivité thermique, qui est le rapport conductivité/capacité, mais il existe une infinité de couples conductivité/capacité menant à cette valeur. C'est un exemple de forte interaction entre paramètres d'un modèle, qui peut aussi être identifiée a posteriori, comme on le verra plus bas.

Dans la catégorie des modèles dynamiques linéaires, à laquelle appartiennent certains modèles simplifiés du bâtiment, une définition quantitative de l'identifiabilité structurelle a été proposée par (Glover and Willems 1974) puis appliquée par (Van Doren et al. 2008) et (Agbi, Song, and Krogh 2012) à un modèle de bâtiment. On suppose un modèle de la forme suivante :

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(\theta)\mathbf{u}(k)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}(\theta)\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}(\theta)\mathbf{u}(k)$$

où \mathbf{x} est l'ensemble des variables d'état, \mathbf{y} les sorties observées et \mathbf{u} les entrées du modèle. Un modèle simple du bâtiment, basé sur une analogie électrique, rentre dans cette catégorie. On définit d'abord la fonction de transfert associée :

$$G(s, \theta) = \mathbf{C}(\theta) [\mathbf{s} \mathbf{I} - \mathbf{A}(\theta)]^{-1} \mathbf{B}(\theta) + \mathbf{D}(\theta)$$

La définition de l'identifiabilité structurelle est que pour tout s , $G(s, \theta_1) = G(s, \theta_2) \Rightarrow \theta_1 = \theta_2$. On peut alors décomposer la structure G en termes de paramètres de Markov, qui servent ensuite à définir une matrice d'information structurelle, qui exprime la sensibilité des paramètres au comportement entrée-sortie du modèle. Ce calcul est un moyen d'estimer de manière précise, et sans nécessairement avoir une connaissance préalable du procédé physique modélisé, les éventuelles redondances ou insuffisances dans la paramétrisation.

C.3.2. Identifiabilité pratique

L'identifiabilité structurelle décrite ci-dessus, qui est une propriété du modèle uniquement, n'est pas une condition suffisante à une caractérisation réussie : il se peut que les mesures disponibles ne suffisent pas à obtenir des estimateurs satisfaisants.

L'identifiabilité pratique est définie comme la précision avec laquelle on peut estimer les paramètres d'un modèle donné, sur la base d'une série de mesures donnée. Elle dépend donc des observations réalisées. Une mesure quantitative de cette définition de l'identifiabilité peut être donnée par la matrice d'information de Fisher \mathbf{M} . Celle-ci peut être formulée en fonction de la vraisemblance L des observations y (Walter and Pronzato 1997)

$$\mathbf{M} = E \left[\left(\frac{\partial \ln L(y_{\text{obs}} | \theta)}{\partial \theta} \right) \left(\frac{\partial \ln L(y_{\text{obs}} | \theta)}{\partial \theta} \right)^T \right]$$

Une deuxième notation de cette matrice peut être proposée : en supposant que l'erreur $\epsilon_k(\theta) = y_k^{\text{obs}} - y_k(\theta)$ suit une loi normale $\epsilon_k \sim N(0, \sigma)$

$$\mathbf{M} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sigma^2} \frac{\partial y_k(\theta)}{\partial \theta} \frac{\partial y_k(\theta)}{\partial \theta}^T$$

Sous l'hypothèse que les données sont générées par un modèle idéal à partir de la vraie valeur des paramètres θ^* , l'estimée $\hat{\theta}$ tend à être distribuée suivant une loi $\mathcal{N}(\theta^*, M^{-1}(\theta^*))$.

L'inégalité de Cramér-Rao stipule en effet que la covariance de l'estimateur est bornée par l'inverse de la matrice de Fisher :

$$\text{cov}(\hat{\theta}) \geq M^{-1}(\theta^*)$$

Par ce moyen, on peut mesurer la fiabilité des résultats de l'estimation des paramètres : la matrice de covariance de l'estimateur indique en effet si les mesures sont insuffisantes ou peu informatives

au regard du modèle choisi, et **mesure les interactions entre paramètres a posteriori**. Il existe également d'autres indicateurs de « qualité » des données, mesurant l'information qu'elles peuvent fournir par rapport à une structure de modèle donnée (Ljung 1998).

Supposons maintenant un modèle dont la relation paramètres/sorties n'est pas formulée explicitement par un système d'équations comme montré plus haut. C'est typiquement le cas lorsque le calcul est réalisé par un logiciel de simulation thermique dynamique dont l'utilisateur n'écrit pas chaque équation individuellement. Les dérivées partielles des sorties par rapport aux paramètres, nécessaires au calcul des matrices d'information, ne sont pas disponibles. Il existe un moyen de visualiser a posteriori les intervalles de confiance sur les composants de l'estimateur, en traçant les lignes « isocritères » (Walter and Pronzato 1997) dans l'espace paramétrique.

On a décrit dans la section C.1.4 comment définir des régions de confiance pour les paramètres sur la base d'un rapport de vraisemblance. Pour rappel, (Meeker and Escobar 1995; Raue et al. 2009) montrent en effet que la fonction « profil de vraisemblance »

$$R(\theta_1) = \max_{\theta_2} \left[\frac{L(\theta_1, \theta_2)}{L(\hat{\theta})} \right]$$

est telle que $-2 \ln R(\theta_1)$ suit une loi du χ^2 à $k_1 = \dim(\theta_1)$ degrés de liberté, où θ_1 est une partie de l'ensemble des composants de θ . Une région de confiance à $100(1-\alpha)\%$ pour θ_1 est l'ensemble des valeurs telles que :

$$-2 \ln R(\theta_1) < \chi_{1-\alpha, k_1}^2$$

où $\chi_{1-\alpha, k_1}^2$ est le $(1 - \alpha)$ quantile de la distribution χ^2 à k_1 degrés de liberté. On définit ainsi la région dans un espace à k_1 dimensions où la vraie valeur de θ_1 a $100(1-\alpha)\%$ de chances de se trouver. On prend généralement $k_1=1$ pour tracer un intervalle de confiance sur un seul paramètre, ou $k_1=2$ pour tracer la région sur deux paramètres conjointement. Par exemple, pour un seul paramètre, une valeur $R(\theta_1)=0,147$ correspond à un intervalle de confiance à 95%.

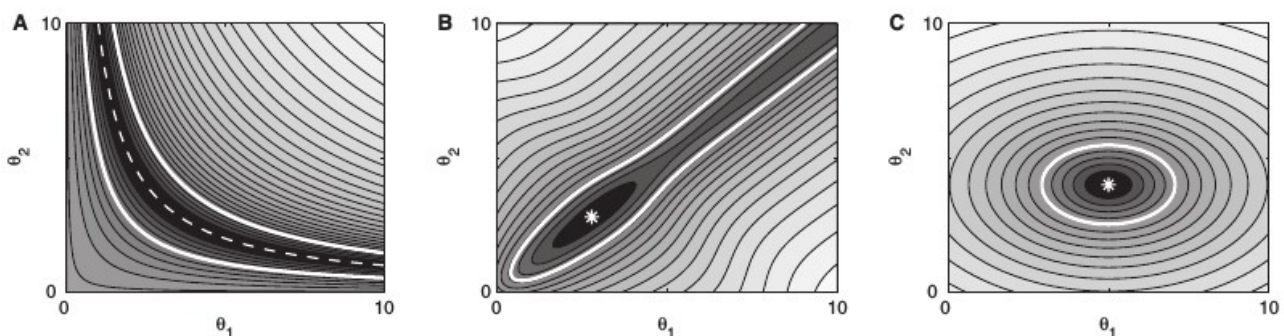


Figure 12: (Raue et al. 2009) Régions de confiance basées sur la vraisemblance

On en trouve une illustration dans la figure 12 issue de (Raue et al. 2009). Cette méthode permet de tracer des régions de confiance à une, deux dimensions ou plus, et de voir si ceux-ci sont finis ou non. Le profil A montre ici une non-identifiabilité structurelle due à une forte interaction entre paramètres du modèle, qui se traduit par une région de confiance non finie et donc une infinité de solutions possibles au problème d'identification. Le profil B montre une non-identifiabilité de nature pratique, puisque des régions finies de confiance inférieure peuvent être obtenues. L'idéal est d'aboutir à un profil de type C, où les deux paramètres sont identifiables. Cette méthode a servi récemment à étudier l'identifiabilité d'un modèle hygrothermique détaillé (Rouchier et al. 2017).

C.3.3. Sélection de modèle

Les mesures d'identifiabilité présentées ci-dessus sont relatives ou bien à un modèle uniquement, ou bien à un modèle assorti d'une série de mesures données. On a évoqué plus haut d'autres questions, en particulier celle du choix du modèle.

Etant donné un ensemble de mesures réalisées dans un bâtiment, un modèle adapté est le modèle le plus simple qui décrit l'ensemble de l'information contenue dans les données. Trop simple, le modèle peut faillir à représenter les différents phénomènes physiques qui ont généré les observations. Trop complexe, il y a risque de surapprentissage, et le modèle calibré n'est plus généralisable.

Cette question, formulée différemment, est celle du compromis biais-variance. Supposons à nouveau un modèle idéal qui reproduit les observations y pour la valeur réelle des inconnues θ^*

$$y = f(u, \theta^*) + \varepsilon$$

où le bruit sur une loi normale $\varepsilon \sim N(0, \sigma)$. Une série de données d'apprentissage (u_1, y_1) a été utilisée pour calculer un estimateur $\hat{\theta}$. On utilise un échantillon test (u_2, y_2) , soit une deuxième série de données, pour vérifier si le modèle $f(u, \hat{\theta})$ est généralisable. L'erreur attendue sur l'échantillon-test (u_2, y_2) peut alors s'écrire :

$$E \left[\left(y_2 - f(u_2, \hat{\theta}) \right)^2 \right] = \underbrace{\left[E \left[f(u_1, \hat{\theta}) \right] - y_1 \right]^2}_{\text{Biais}^2} + \underbrace{E \left[\left(f(u_1, \hat{\theta}) - E \left(f(u_1, \hat{\theta}) \right) \right)^2 \right]}_{\text{Variance}} + \sigma^2$$

Le terme de gauche de cette équation est l'erreur que l'on peut s'attendre à commettre sur le nouvel échantillon. Dans la pratique et dans les exercices de calibration, la partie y_2 de l'échantillon test est généralement inconnue. A droite de l'équation, le premier terme est le biais d'apprentissage, qui diminue avec la complexité du modèle puisqu'on l'ajuste d'autant mieux aux données qu'il possède de degrés de liberté. Le second terme est la variance, ou la dispersion du modèle autour de sa valeur moyenne.

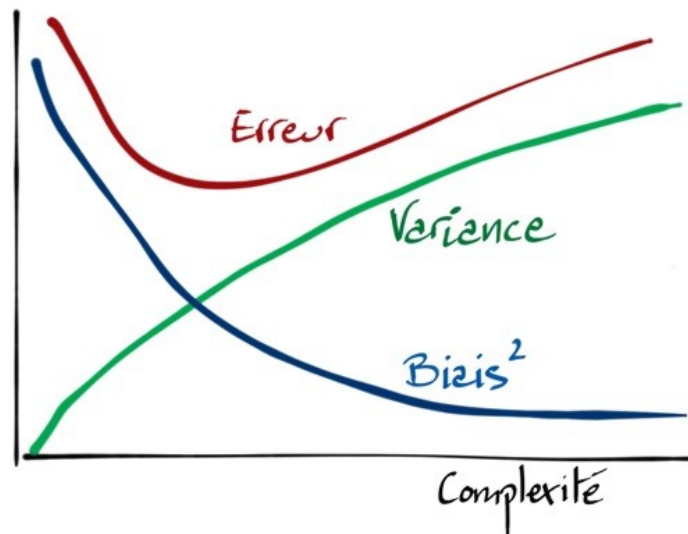


Figure 13: Illustration du dilemme biais-variance

Le but des méthodes de sélection de modèle est de permettre le choix de la complexité de modèle qui réalise ce compromis. Un exemple très complet d'application en simulation du bâtiment est présenté par (Bacher and Madsen 2011). Les auteurs utilisent un test statistique pour comparer un modèle complexe à un sous-modèle plus simple. Le premier modèle permettra toujours de trouver un estimateur de vraisemblance supérieure au second. Cependant, en dessous d'une certaine valeur du rapport de vraisemblance entre les meilleurs estimateurs de chacun, on considère que la « valeur ajoutée » par le premier modèle ne justifie pas sa complexité supérieure. C'est un test du χ^2 qui détermine le seuil d'acceptation ou de rejet, en fonction de la différence de complexité entre les deux modèles.

On peut mentionner deux autres critères de choix de la complexité : le critère AIC et le critère BIC (Walter and Pronzato 1997). Ils consistent à ajouter à la fonction objectif (écart quadratique ou log-vraisemblance) un terme fonction du nombre de paramètres du modèle. Il s'agit de pénaliser ainsi les estimateurs obtenus avec un nombre de paramètres supérieur, si cet ajout de complexité ne justifie pas d'une amélioration significative de l'ajustement sur les mesures.

C.3.4. Planification d'expérience

Nous nous plaçons enfin dans la situation inverse à celle du paragraphe précédent : soit un modèle de bâtiment donné, dont la complexité est fixée par le nombre et la nature des phénomènes qu'on cherche à désagréger. La question est maintenant de savoir quel échantillon de mesures est nécessaire pour atteindre une estimation satisfaisante des paramètres.

C'est la question de la planification d'expérience, qui peut être formulée comme un problème d'optimisation dont l'objectif est de maximiser une quantité d'information. La matrice de Fisher, définie plus haut, peut remplir ce rôle. La quantification de l'identifiabilité pratique peut en effet

avoir comme application l'amélioration des protocoles expérimentaux. Les démarches de planification d'expérience visent à dimensionner le dispositif expérimental ou définir le protocole d'essais permettant d'obtenir la meilleure précision sur les estimations de paramètres (Walter and Pronzato 1997).

On peut trouver dans cette référence une liste des principaux critères d'optimalité en planification d'expériences, qui reposent principalement sur la matrice d'information de Fisher : sa trace, sa valeur propre maximale, son déterminant, son conditionnement... Sans proposer ici une vraie revue de ces critères et des méthodes pour les optimiser, citons quelques références utiles :

- (Fedorov 2010) fournit une revue générique de la planification d'expérience, ses critères d'optimalité et ses algorithmes de résolution ;
- (Heine, Kawohl, and King 2008) propose une méthode sans gradient, reposant sur un critère de maximum a posteriori plutôt que sur la matrice de Fisher ;
- (Cai et al. 2016) applique la planification pour générer un jeu de données optimales en faisant varier des températures de consigne dans un bâtiment. Un modèle dont l'identification est ainsi optimisée est ensuite appliquée à des fins de contrôle prédictif.

D. Références

- Agbi, C., Z. Song, and B. Krogh. 2012. "Parameter Identifiability for Multi-Zone Building Models." In *2012 IEEE 51st Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, 6951–56. doi:10.1109/CDC.2012.6425995.
- Bacher, Peder, and Henrik Madsen. 2011. "Identifying Suitable Models for the Heat Dynamics of Buildings." *Energy and Buildings* 43 (7): 1511–22. doi:10.1016/j.enbuild.2011.02.005.
- Bauwens, Geert, and Staf Roels. 2014. "Co-Heating Test: A State-of-the-Art." *Energy and Buildings* 82 (October): 163–72. doi:10.1016/j.enbuild.2014.04.039.
- Berger, Julien, Helcio R. B. Orlande, Nathan Mendes, and Sihem Guernouti. 2016. "Bayesian Inference for Estimating Thermal Properties of a Historic Building Wall." *Building and Environment*. doi:10.1016/j.buildenv.2016.06.037.
- Biddulph, Phillip, Virginia Gori, Clifford A. Elwell, Cameron Scott, Caroline Rye, Robert Lowe, and Tadj Oreszcyn. 2014. "Inferring the Thermal Resistance and Effective Thermal Mass of a Wall Using Frequent Temperature and Heat Flux Measurements." *Energy and Buildings* 78: 10–16. doi:10.1016/j.enbuild.2014.04.004.
- Bloem, J.J. 1994. *System Identification Applied to Building Performance Data*. Office for Official Publications of the European Communities.
- Boisson, P, and R Bouchié. 2014. "ISABELE Method: In-Situ Assessment of the Building Envelope Performance." In *Proceedings of the Ninth International Conference on System Simulation in Buildings*.
- Cai, Jie, Donghun Kim, James E. Braun, and Jianghai Hu. 2016. "Optimizing Zone Temperature Setpoint Excitation to Minimize Training Data for Data-Driven Dynamic Building Models." In , 6–8. Boston.
- Evins, Ralph. 2013. "A Review of Computational Optimisation Methods Applied to Sustainable Building Design." *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 22: 230–45. doi:10.1016/j.rser.2013.02.004.
- Fedorov, Valerii. 2010. "Optimal Experimental Design." *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics* 2 (5): 581–89. doi:10.1002/wics.100.
- Fels, Margaret F. 1986. "PRISM: An Introduction." *Energy and Buildings* 9 (1–2): 5–18. doi:10.1016/0378-7788(86)90003-4.
- Flouquet, F. 1992. "Local Weather Correlations and Bias in Building Parameter Estimates from Energy-Signature Models." *Energy and Buildings* 19 (2): 113–23. doi:10.1016/0378-7788(92)90005-2.
- Geweke, John. 1991. "Evaluating the Accuracy of Sampling-Based Approaches to the Calculation of Posterior Moments." Research Department Staff Report 148. Federal Reserve Bank of Minneapolis. <https://minneapolisfed.org/Research/sr/sr148.pdf>.
- Glover, K., and J. Willems. 1974. "Parametrizations of Linear Dynamical Systems: Canonical Forms and Identifiability." *IEEE Transactions on Automatic Control* 19 (6): 640–46. doi:10.1109/TAC.1974.1100711.
- Green, Peter J. 1995. "Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo Computation and Bayesian Model Determination." *Biometrika* 82 (4): 711–32. doi:10.1093/biomet/82.4.711.

- Haario, Heikki, Eero Saksman, and Johanna Tamminen. 2001. "An Adaptive Metropolis Algorithm." *Bernoulli* 7 (2): 223–42. doi:10.2307/3318737.
- Hammarsten, Stig. 1987. "A Critical Appraisal of Energy-Signature Models." *Applied Energy* 26 (2): 97–110. doi:10.1016/0306-2619(87)90012-2.
- Hastings, W. K. 1970. "Monte Carlo Sampling Methods Using Markov Chains and Their Applications." *Biometrika* 57 (1): 97–109. doi:10.1093/biomet/57.1.97.
- Heine, T., M. Kawohl, and R. King. 2008. "Derivative-Free Optimal Experimental Design." *Chemical Engineering Science, Model-Based Experimental Analysis*, 63 (19): 4873–80. doi:10.1016/j.ces.2008.01.030.
- Heo, Y., R. Choudhary, and G. A. Augenbroe. 2012. "Calibration of Building Energy Models for Retrofit Analysis under Uncertainty." *Energy and Buildings* 47: 550–60. doi:10.1016/j.enbuild.2011.12.029.
- Janssens, Arnold. 2016a. "Report of Subtask 1a: Inventory of Full Scale Facilities for Evaluation of Building Energy Performance." In *IEA EBC Annex 58 - Reliable Building Energy Performance Characterisation Based on Full Scale Dynamic Measurements*.
- . 2016b. "Report of Subtask 1b: Overview of Methods to Analyse Dynamic Data." In *IEA EBC Annex 58 - Reliable Building Energy Performance Characterisation Based on Full Scale Dynamic Measurements*.
- Jimenez, Maria Jose. 2016. "Report of Subtask 3a: Thermal Performance Characterization Based on Full Scale Testing - Description of the Common Exercises and Physical Guidelines." In *IEA EBC Annex 58 - Reliable Building Energy Performance Characterisation Based on Full Scale Dynamic Measurements*.
- Kaipio, Jari P., and Colin Fox. 2011. "The Bayesian Framework for Inverse Problems in Heat Transfer." *Heat Transfer Engineering* 32 (9): 718–53. doi:10.1080/01457632.2011.525137.
- Kramer, Rick, Jos van Schijndel, and Henk Schellen. 2013. "Inverse Modeling of Simplified Hygrothermal Building Models to Predict and Characterize Indoor Climates." *Building and Environment* 68: 87–99. doi:10.1016/j.buildenv.2013.06.001.
- Ljung, Lennart. 1998. *System Identification: Theory for the User, 2nd Edition*. 2nd ed. Prentice Hall. <http://www.informit.com/store/system-identification-theory-for-the-user-9780136566953>.
- Madsen, Henrik. 2016. "Report of Subtask 3b: Thermal Performance Characterisation Using Time Series Data - Statistical Guidelines." In *IEA EBC Annex 58 - Reliable Building Energy Performance Characterisation Based on Full Scale Dynamic Measurements*.
- Maillet, Denis, Yvon Jarny, and Daniel Petit. 2010. "Problèmes Inverses En Diffusion Thermique - Modèles Diffusifs, Mesures, Sensibilités." *Techniques de L'ingénieur Transferts thermiques*: be8265.
- . 2011a. "Problèmes Inverses En Diffusion Thermique - Formulation et Résolution Du Problème Des Moindres Carrés." *Techniques de L'ingénieur Transferts thermiques*: be8266.
- . 2011b. "Problèmes Inverses En Diffusion Thermique - Outils Spécifiques de Conduction Inverse et de Régularisation." *Techniques de L'ingénieur Transferts thermiques*: be8267.
- Mangematin, Eric, Guillaume Pandraud, and Didier Roux. 2012. "Quick Measurements of Energy Efficiency of Buildings." *Comptes Rendus Physique, Science of nuclear safety post-Fukushima*, 13 (4): 383–90. doi:10.1016/j.crhy.2012.04.001.

- Meeker, William Q., and Luis A. Escobar. 1995. "Teaching about Approximate Confidence Regions Based on Maximum Likelihood Estimation." *The American Statistician* 49 (1): 48–53. doi:10.2307/2684811.
- Myung, In Jae. 2003. "Tutorial on Maximum Likelihood Estimation." *Journal of Mathematical Psychology* 47 (1): 90–100. doi:10.1016/S0022-2496(02)00028-7.
- Nylander, Johan A. A., James C. Wilgenbusch, Dan L. Warren, and David L. Swofford. 2008. "AWTY (Are We There yet?): A System for Graphical Exploration of MCMC Convergence in Bayesian Phylogenetics." *Bioinformatics* 24 (4): 581–83. doi:10.1093/bioinformatics/btm388.
- Rabl, A., and A. Rialhe. 1992. "Energy Signature Models for Commercial Buildings: Test with Measured Data and Interpretation." *Energy and Buildings* 19 (2): 143–54. doi:10.1016/0378-7788(92)90008-5.
- Raue, A., C. Kreutz, T. Maiwald, J. Bachmann, M. Schilling, U. Klingmüller, and J. Timmer. 2009. "Structural and Practical Identifiability Analysis of Partially Observed Dynamical Models by Exploiting the Profile Likelihood." *Bioinformatics* 25 (15): 1923–29. doi:10.1093/bioinformatics/btp358.
- Rouchier, Simon, Thomas Busser, Mickaël Pailha, Amandine Piot, and Monika Woloszyn. 2017. "Hygric Characterization of Wood Fiber Insulation under Uncertainty with Dynamic Measurements and Markov Chain Monte-Carlo Algorithm." *Building and Environment* 114 (March): 129–39. doi:10.1016/j.buildenv.2016.12.012.
- Rouchier, Simon, Monika Woloszyn, Yannick Kedowide, and Timea Béjat. 2015. "Identification of the Hygrothermal Properties of a Building Envelope Material by the Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy." *Journal of Building Performance Simulation* 9 (0): 101–14. doi:10.1080/19401493.2014.996608.
- Saporta, Gilbert. 2006. *Probabilités, analyse des données et statistique*. Editions TECHNIP.
- Schetelat, P, and R Bouchié. 2014. "ISABELE: A Method for Performance Assessment at Acceptance Stage Using Bayesian Calibration." In *9th International Conference on System Simulation in Buildings*.
- Sjögren, J. -U., S. Andersson, and T. Olofsson. 2009. "Sensitivity of the Total Heat Loss Coefficient Determined by the Energy Signature Approach to Different Time Periods and Gained Energy." *Energy and Buildings* 41 (7): 801–8. doi:10.1016/j.enbuild.2009.03.001.
- Stuart, Andrew M. 2013. "The Bayesian Approach To Inverse Problems." *arXiv:1302.6989 [Math]*, February. <http://arxiv.org/abs/1302.6989>.
- Subbarao, K., J. D. Burch, C. E. Hancock, A. Lekov, and J. D. Balcomb. 1988. "Short-Term Energy Monitoring (Stem): Application of the Pstar Method to a Residence in Fredericksburg, Virginia." SERI/TR-254-3356. Solar Energy Research Inst., Golden, CO (USA). <http://www.osti.gov/scitech/biblio/6734885>.
- Van Doren, Jorn F. M., Paul M. J. Van den Hof, Jan Dirk Jansen, and Okko H. Bosgra. 2008. "Determining Identifiable Parameterizations for Large-Scale Physical Models in Reservoir Engineering." *IFAC Proceedings Volumes*, 17th IFAC World Congress, 41 (2): 11421–26. doi:10.3182/20080706-5-KR-1001.01935.
- Walter, Eric, and Luc Pronzato. 1997. "Identification of Parametric Models." *Communications and Control Engineering* 8.



- Wang, Jingbo, and Nicholas Zabarar. 2004. "A Bayesian Inference Approach to the Inverse Heat Conduction Problem." *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (17–18): 3927–41. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2004.02.028.
- Zayane, Chadia. 2011. "Identification D'un Modèle de Comportement Thermique de Bâtiment À Partir de Sa Courbe de Charge." École Nationale Supérieure des Mines de Paris. <http://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00590810>.