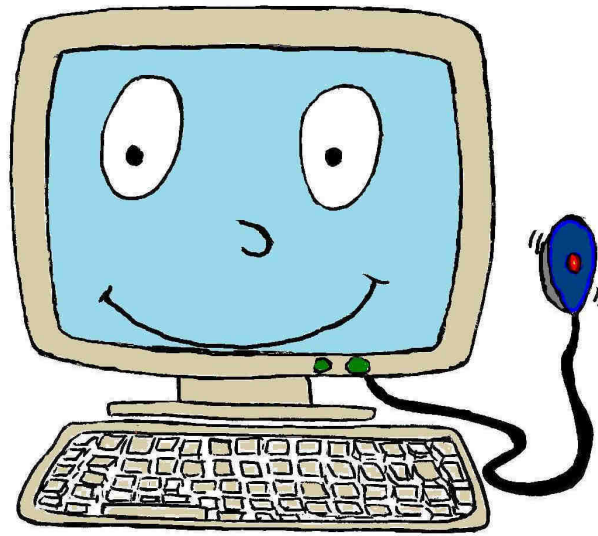


# Laboratorio di informatica

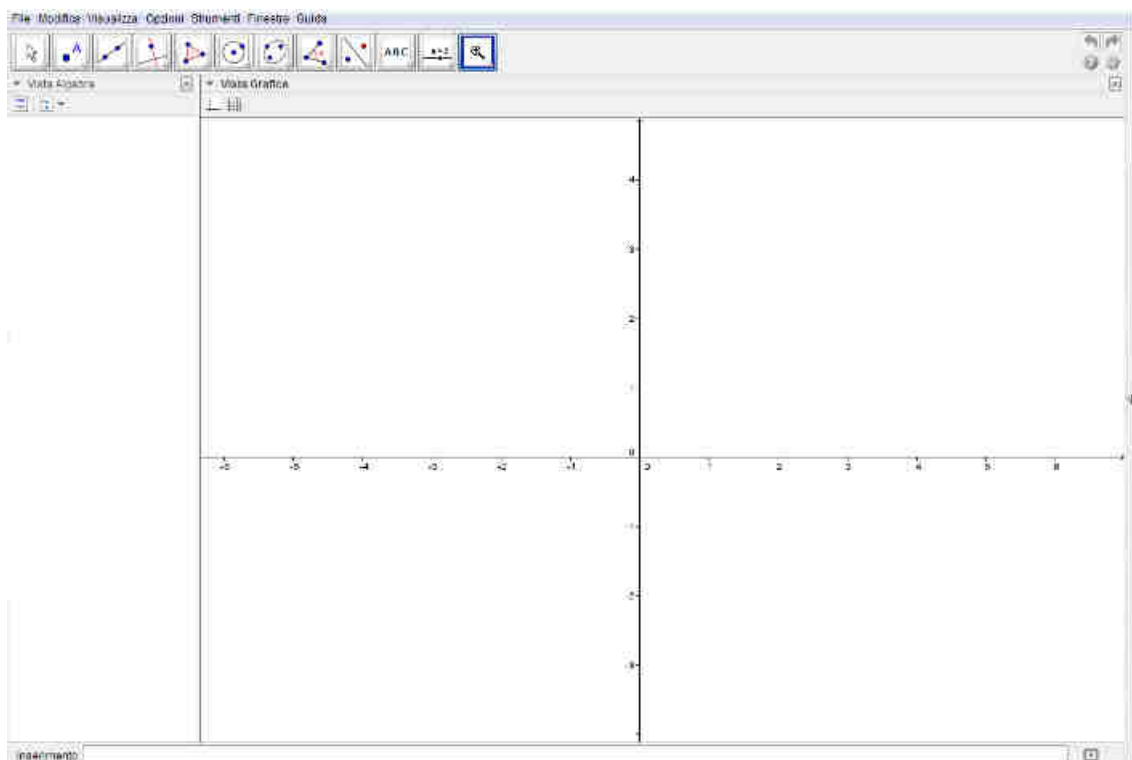


## INTRODUZIONE

Per lo studio della geometria piana utilizzeremo un software chiamato Geogebra (GEOmetria e alGEBRA) che può essere scaricato gratuitamente da Internet.

Apriamo Geogebra.

Compare un piano cartesiano ed in alto una barra di comandi (file, modifica ecc.) e una serie di “pulsanti” come in figura.



Proviamo a vedere a cosa servono i vari pulsanti.

Innanzitutto osserviamo che se portiamo il puntatore del mouse sul triangolino in basso a destra, **il triangolino diventa rosso e compare una breve spiegazione dell'uso del pulsante**: se facciamo clic sul triangolino rosso si apre una finestra con tutte le varie operazioni collegate al pulsante.

Per esempio nel pulsante “nuovo punto” abbiamo: nuovo punto, punto su oggetto, punto medio ecc. Se scegliamo una operazione, per esempio nuovo punto, e poi andiamo con il mouse sul piano, facendo clic disegneremo un punto.

Se sulla parte sinistra dello schermo è visibile la “**vista algebra**” compariranno anche le coordinate del punto che abbiamo disegnato.

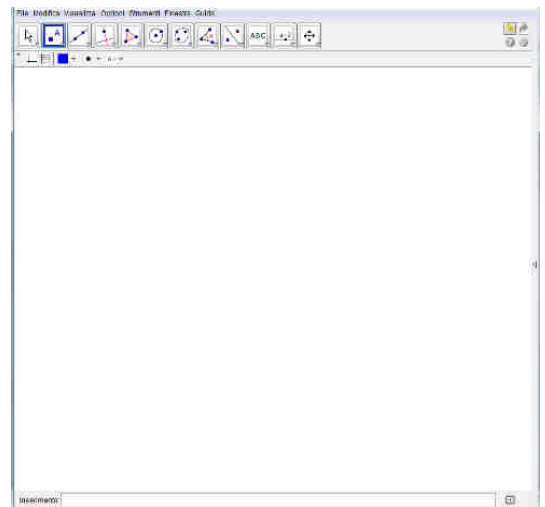
## Importante

**Se non abbiamo bisogno del sistema di riferimento cartesiano possiamo toglierlo** cliccando sul “pulsantino” con il disegno degli assi che si trova in alto a sinistra sotto la riga dei pulsanti (oppure con la successione di comandi Opzioni – avanzate – preferenze vista grafica – spuntare “Mostra gli assi” oppure **facendo clic con il tasto destro quando il puntatore è in un punto dello schermo e scegliendo “assi”** ).

Possiamo inoltre chiudere la “vista Algebra” (finestra sulla sinistra), in cui vengono riportate le coordinate dei punti o le equazioni delle curve che disegniamo, semplicemente cliccando sulla crocetta della Vista Algebra oppure con i comandi Visualizza – vista algebra.

In questo modo lo schermo *apparirà semplicemente come un foglio bianco* su cui disegnare.

**Useremo questa modalità per le schede di Geometria euclidea.**



## Note importanti

- Se vuoi che compaia la griglia quadrettata fai clic con il tasto destro del mouse e scegli “griglia”.
- Ricordati sempre di impostare all’inizio della tue costruzioni **Opzioni- etichettatura-solo i nuovi punti**, altrimenti verranno “etichettati” con delle lettere tutti gli oggetti che costruirai (rette, circonferenze).
- Se vuoi inserire un grafico all’interno di un documento per poi stamparlo** devi:
  - selezionare con il mouse la zona di foglio in cui si trova il tuo grafico;
  - scegliere **file-esporta- esporta la vista grafica negli appunti** (equivale ad un ctrl-C cioè ad un copia);
  - andare nel documento dove vuoi inserire il grafico, posizionare il cursore nel punto esatto e premere ctrl-v ( “incolla”).

## Laboratorio di informatica

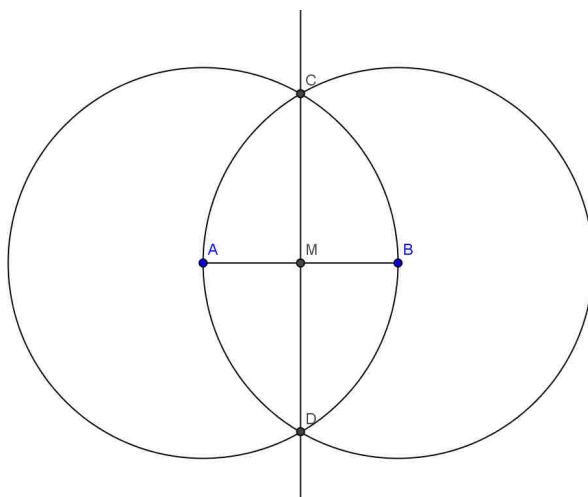
### SCHEDA 1

#### GEOMETRIA EUCLIDEA

#### *Costruzione del punto medio di un segmento*

Per costruire il punto medio di un segmento AB puoi procedere così:

- attiva il pulsante “punto” : crea il punto A e poi il punto B;
- attiva il pulsante “segmento per due punti”: traccia il segmento AB;
- attiva “circonferenza-dati il centro e un punto”: con centro in A e passaggio per B (per avere apertura AB ) traccia una prima circonferenza; con centro in B e passaggio per A (per avere sempre apertura AB ) traccia una seconda circonferenza;
- attiva il pulsante “intersezione di oggetti”: interseca le due circonferenze determinando così due punti C, D;
- pulsante “retta per due punti”: traccia la retta per C e D;
- pulsante “intersezione di oggetti”: intersecando la retta per C e D con il segmento AB hai determinato il punto medio di AB.



#### **Nota 1**

Per chiamare M il punto medio ( Geogebra nomina i punti con lettere in successione e quindi nel nostro caso lo ha nominato E ) posizioniamoci sul punto e facciamo clic con il *tasto destro* del mouse: scegliamo *rinomina* e digitiamo M.

#### **Metti alla prova la tua costruzione!**

Prova a “muovere” gli estremi del segmento (seleziona “muovi” e **trascina** con il mouse il punto A o il punto B: *se la tua costruzione è corretta allora anche “muovendo” gli estremi A e B del segmento (quindi anche modificando il segmento) il punto M continuerà ad essere punto medio del segmento AB.*

**Nota 2:** Geogebra ha comunque il comando “punto medio” e quindi in seguito, se dovremo disegnare il punto medio di un segmento, ci converrà usare il comando senza fare tutta questa costruzione.

## Laboratorio di informatica

### SCHEDA 2

#### GEOMETRIA EUCLIDEA

##### Costruzione della bisettrice di un angolo

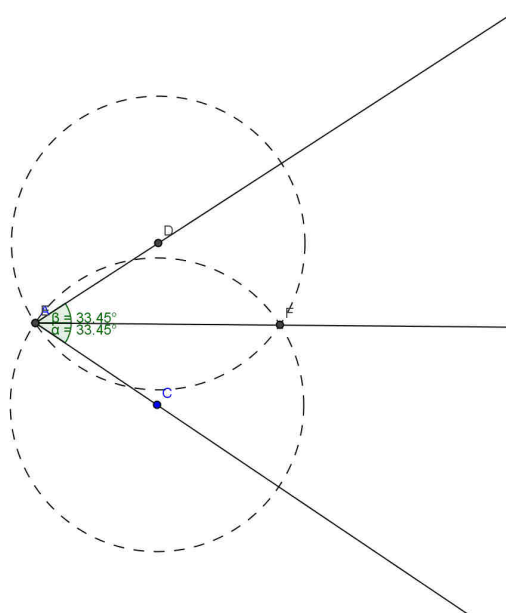
Per costruire la bisettrice di un angolo puoi procedere così:

- costruisci l'angolo usando il comando “semiretta” : prima la semiretta AB, poi la semiretta AC;
- nascondi il punto B (clic con il pulsante destro del mouse e mostra oggetto ) e traccia la circonferenza di centro A e passante per C; interseca (intersezione di oggetti) con la semiretta AB ottenendo D (quindi  $\overline{AC} = \overline{AD}$ );
- punta in C e poi in D con la stessa apertura  $\overline{AC}$  e intersechiamo ottenendo F;
- traccia la semiretta AF che sarà la bisettrice dell'angolo  $\hat{A}$  (come si può verificare usando il pulsante che misura un angolo).

**Nota:** se la costruzione risulta pesante possiamo nascondere per esempio la circonferenza tracciata per avere il punto D e tratteggiare le altre due circonferenze (clic con il destro sulla circonferenza – proprietà – stile – tratteggio )

#### Metti alla prova la tua costruzione!

Se attiviamo il pulsante “muovi” e muoviamo il punto A o le semirette (cioè variamo l'angolo) *se la nostra costruzione è corretta* si ottiene sempre la bisettrice .



**Nota:** tra i comandi di Geogebra c'è comunque anche il comando “bisettrice” e quindi in seguito, se dovrai tracciare la bisettrice di un angolo, potrai usare direttamente il comando “bisettrice”.

## Laboratorio di informatica

### SCHEDA 3

#### GEOMETRIA EUCLIDEA

##### *Costruzione di un triangolo rettangolo*

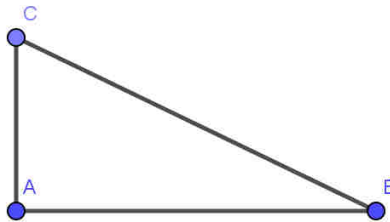
Come possiamo costruire un triangolo rettangolo?

Ricorda che lavori su un foglio “bianco” (togli assi del sistema di riferimento e la griglia): comincia con il disegnare un segmento AB.

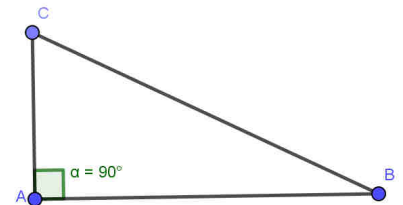
Per tracciare un segmento perpendicolare ad AB puoi utilizzare il comando “**retta perpendicolare**” che permette di tracciare la retta per un punto perpendicolare ad una retta data (basta fare clic sul punto e poi sulla retta).

Tracciata la retta perpendicolare ad AB e passante per A, scegli un punto C su di essa con il comando “**punto su oggetto**” e poi traccia il segmento AC.

Infine puoi “nascondere” la retta facendo clic su di essa con il tasto destro e scegliendo “mostra oggetto” (in questo modo si nasconde /visualizza un oggetto) e tracciare il segmento BC. Hai costruito il triangolo rettangolo ABC.

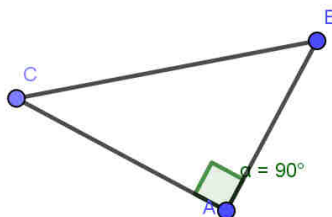


Puoi anche evidenziare l'angolo retto in A con il comando “angolo”: facendo clic su B,A,C in successione verrà evidenziato l'angolo formato.



#### **Metti alla prova la tua costruzione!**

Come al solito prova a “muovere” il punto A o B o C: se la costruzione è corretta il triangolo cambia ma resta sempre rettangolo in A!



## Laboratorio di informatica

### SCHEDA 4

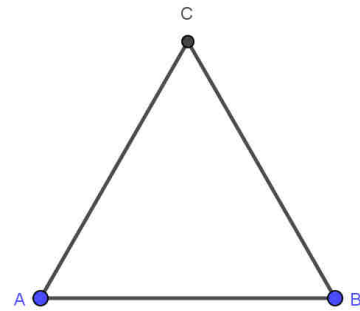
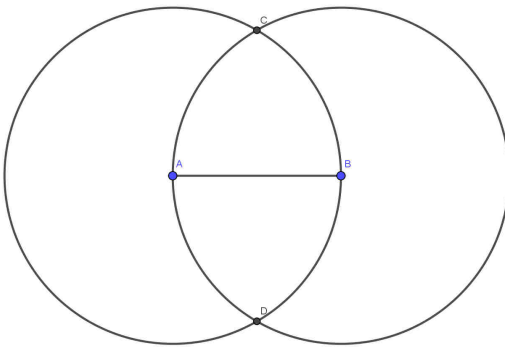
#### GEOMETRIA EUCLIDEA

##### *Costruzione di un triangolo equilatero*

Come possiamo costruire un triangolo equilatero?

Comincia con il disegnare un segmento AB: traccia con il comando “circonferenza dati il centro e un punto”, la circonferenza di centro A e passante per B e poi la circonferenza di centro B e passante per A.

Scegli a questo punto il comando “Intersezione” e interseca le due circonferenze che hai disegnato facendo clic prima su una e poi sull’altra circonferenza: compariranno i due punti C e D di intersezione.

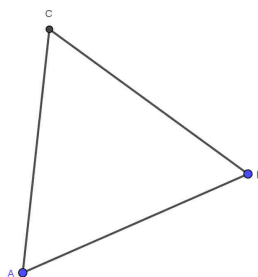


A questo punto poi “nascondere” la costruzione cioè nascondere le due circonferenze e il punto D e tracciare i segmenti AC e BC.

E’ chiaro che  $\overline{AC} = \overline{BC} = \overline{AB}$  cioè che il triangolo ABC è equilatero!

#### **Metti alla prova la tua costruzione!**

Anche in questo caso, se la costruzione è corretta, trascinando il punto A o B o C il triangolo cambia ma rimane sempre equilatero.



## Laboratorio di informatica

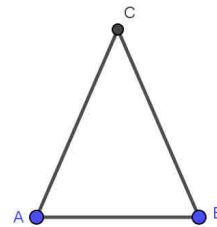
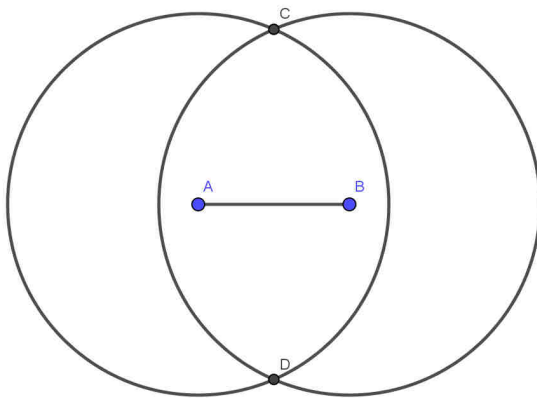
### SCHEDA 5

#### GEOMETRIA EUCLIDEA

##### *Costruzione di un triangolo isoscele*

Come possiamo costruire un triangolo isoscele?  
Ci sono vari modi.

- 1) Parti da un segmento AB e con il comando “circonferenza dati centro e raggio” punta in A e scegli un raggio di misura qualsiasi che sia però maggiore della metà del segmento AB, poi punta in B e scegli lo stesso raggio. Infine interseca le due circonferenze ottenendo i punti C e D.



Se a questo punto nascondi le circonferenze (cioè la nostra costruzione) ed anche il punto D, puoi tracciare i segmenti AB e BC: poiché  $\overline{AC} = \overline{BC}$  il triangolo costruito è isoscele su base AB.

**Metti alla prova la tua costruzione:** trascinare A o B e controlla che il triangolo si deforma ma rimane sempre isoscele.

- 2) Ricordando che in un triangolo isoscele la mediana relativa alla base è anche altezza, puoi seguire anche un altro procedimento:

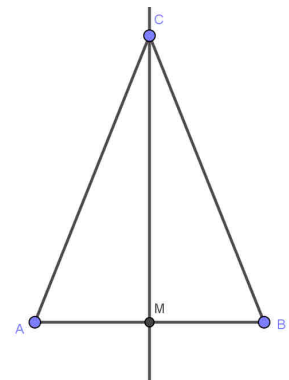
costruisci un segmento AB e il suo punto medio M;

traccia la perpendicolare per M ad AB;

prendi un punto C su questa perpendicolare (punto su oggetto);

congiungi C con A e con B;

nascondi la costruzione.



**Metti alla prova la tua costruzione:** trascina A o B e controlla che il triangolo risulta sempre isoscele.

## Laboratorio di informatica

### SCHEDA 6

#### GEOMETRIA EUCLIDEA

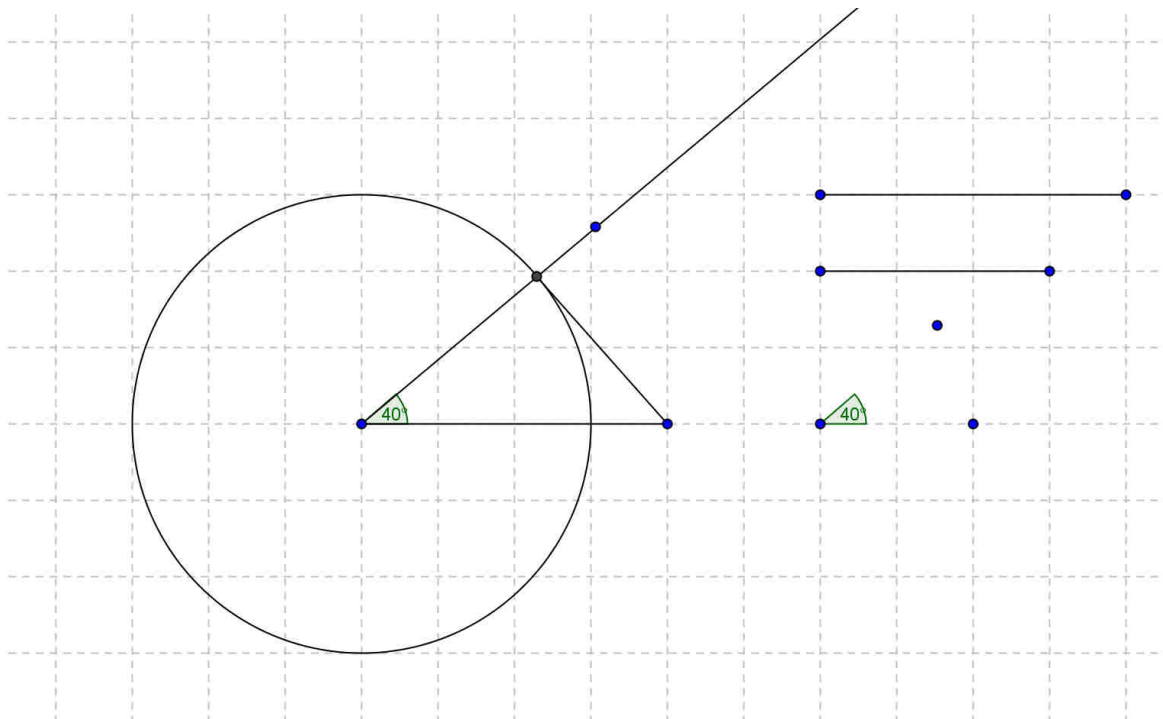
*Costruire un triangolo di cui sono assegnati due lati e l'angolo compreso*

**Nota:** prima di cominciare togliamo come al solito il sistema di riferimento cartesiano ma lasciamo la griglia che può essere utile e per evitare che ci siano troppe lettere agli estremi dei segmenti evitiamo le “etichette” con il comando **Opzioni - etichettatura- nessun nuovo oggetto**.

Supponiamo per esempio di dover costruire un triangolo avente un lato di 4 quadretti della griglia (vedi figura), un lato che misura tre quadretti e l'angolo compreso di  $40^\circ$  (li disegniamo con segmento tra due punti e con “angolo di data misura”).

Per costruire il triangolo possiamo procedere così:

- disegniamo un segmento uguale a quello assegnato e prendiamolo come “base” della nostra costruzione;
- disegniamo un angolo di  $40^\circ$  con il comando angolo di data misura che abbia il vertice in un estremo della nostra “base” e disegniamo la semiretta (con il comando semiretta) secondo lato dell'angolo;
- tracciamo una circonferenza di centro il vertice dell'angolo e raggio l'altro lato assegnato (quello lungo tre quadretti) con il comando “ compasso”;
- intersechiamo circonferenza e semiretta per trovare il terzo vertice del nostro triangolo e congiungiamo.





## Laboratorio di informatica

### SCHEMA 7

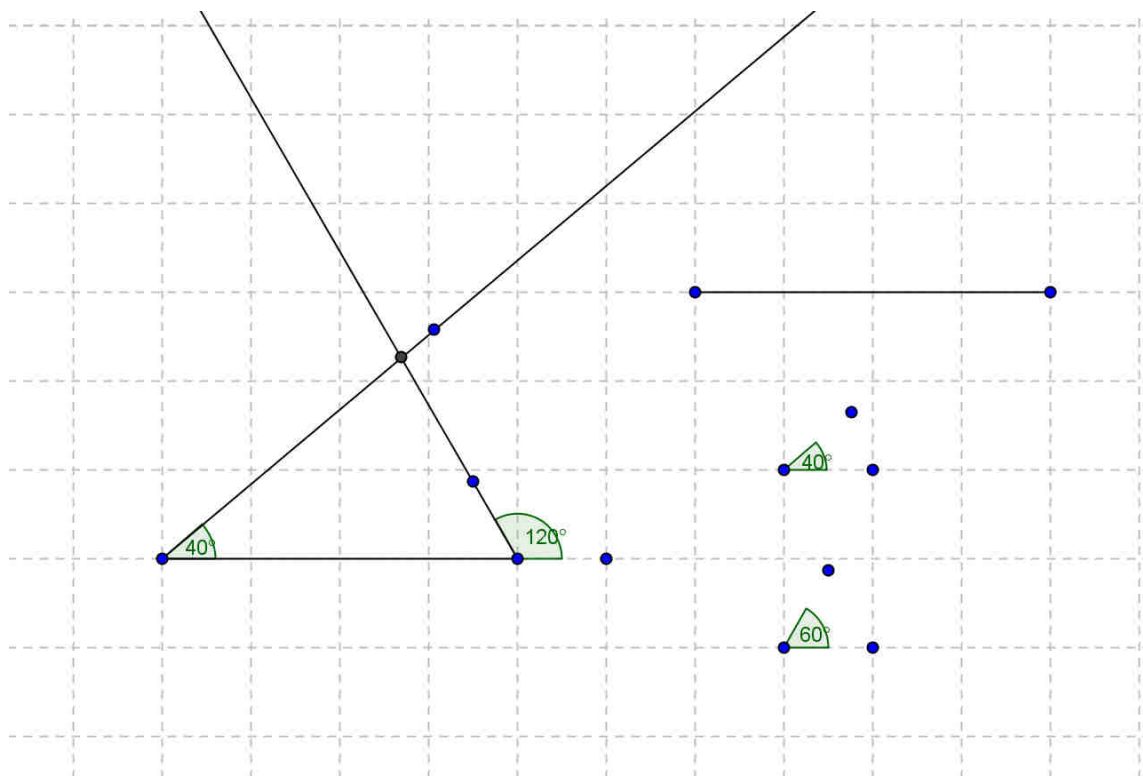
#### GEOMETRIA EUCLIDEA

#### *Costruzione di un triangolo di cui sono assegnati un lato e i due angoli adiacenti*

Supponiamo per esempio di dover costruire un triangolo avente un lato di 4 quadretti della griglia (vedi figura) e i due angoli adiacenti di  $40^\circ$  e di  $60^\circ$  (li disegniamo con segmento tra due punti e con “angolo di data misura”).

Per costruire il triangolo possiamo procedere così:

- spostiamo il segmento lungo quattro quadretti e lo prendiamo come “base” (basta usare il comando “muovi”);
- disegniamo un angolo di  $40^\circ$  con il comando angolo di data misura che abbia il vertice in un estremo della nostra “base” e disegniamo la semiretta (con il comando semiretta) secondo lato dell’angolo;
- poiché gli angoli vengono disegnati sempre in senso “antiorario” dovrò disegnare sull’altro estremo della “base” l’angolo esterno di  $120^\circ$  con la relativa semiretta;
- intersechiamo le due semirette per trovare il terzo vertice del nostro triangolo e congiungiamo.



## Laboratorio di informatica

### SCHEDA 8

#### GEOMETRIA EUCLIDEA

#### *Costruzione di un triangolo di cui sono assegnati i tre lati*

Supponiamo per esempio di dover costruire un triangolo avente un lato di 4 quadretti della griglia, un lato di tre quadretti e un lato di due quadretti (vedi figura)

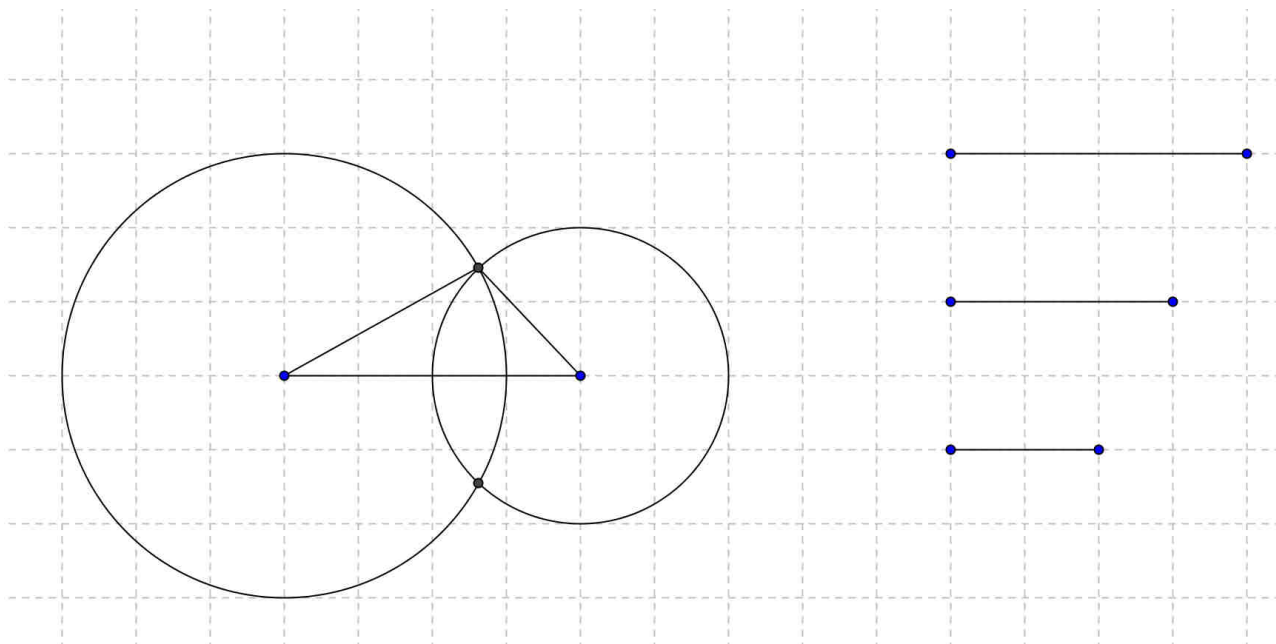
Per costruire il triangolo possiamo procedere così:

- spostiamo il segmento lungo quattro quadretti e lo prendiamo come “base” (basta usare il comando “muovi”);
- con il comando “compasso” centriamo in un estremo e apriamo con apertura uguale al secondo lato;
- sempre con “compasso” puntiamo nell’altro estremo della nostra “base” e apriamo con apertura uguale al terzo lato;
- intersechiamo le due circonferenze e troviamo così il terzo vertice del triangolo (in realtà ne troviamo due ma ci danno triangoli congruenti “speculari”);
- tracciamo con il comando “segmento tra due punti” gli altri due lati.

**Nota:** *ma il triangolo si può sempre costruire?*

E chiaro che non si formerà quando le due circonferenze non si intersecano: questo accade quando il lato maggiore (nel nostro caso quello che abbiamo preso come base) è maggiore o uguale alla somma degli altri due (fai delle prove e stampale).

Infatti sappiamo che in un triangolo il lato maggiore deve essere minore della somma degli altri due.

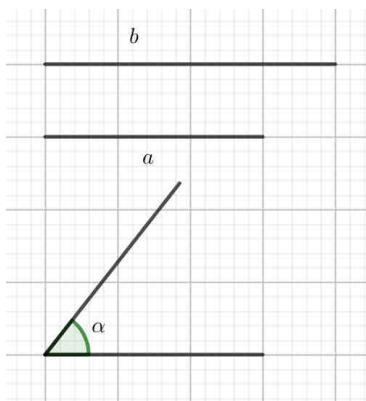


## Laboratorio di informatica

### SCHEDA 9

#### GEOMETRIA EUCLIDEA

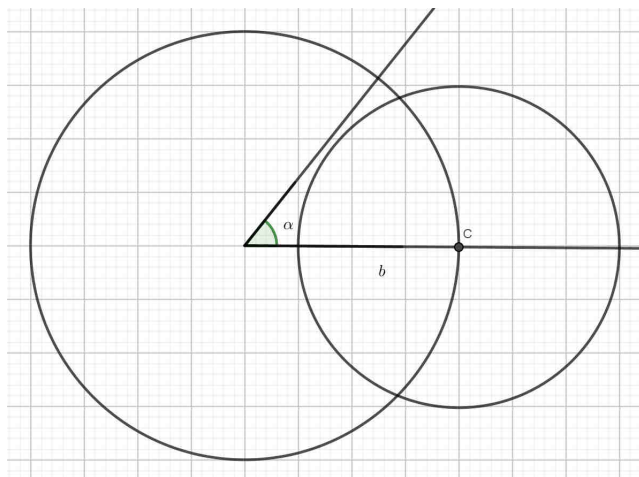
*Costruzione di un triangolo di cui sono assegnati due lati e un angolo non compreso*



Supponiamo per esempio che l'angolo  $\alpha$  sia opposto al lato  $a$ .

Partiamo dall'angolo per iniziare la costruzione: il segmento  $b$  sarà adiacente all'angolo  $\alpha$  e quindi con lo strumento “compasso” riportalo su un lato dell'angolo ed individua il punto C.

Sempre con lo strumento “compasso” punta in C con apertura uguale al segmento  $a$ .



Nel nostro esempio non si forma nessun triangolo perché la circonferenza di centro C e raggio  $a$  non interseca il secondo lato dell'angolo  $\alpha$  !

Quindi in questo caso non sempre si potrà costruire il triangolo.

#### Esercizio

Prova a variare la lunghezza di  $a$  lasciando inalterati  $b$  e stampa i vari casi che si possono avere.

## Laboratorio di informatica

### SCHEMA 10

#### GEOMETRIA EUCLIDEA *Parallelogramma*

Come posso costruire un parallelogramma di cui sono assegnati tre vertici consecutivi?

##### Nota

Perché durante la costruzione vengano “etichettati” solo i punti ricordati di scegliere all’inizio:  
Opzioni – etichettatura – solo i nuovi punti

Costruisci un segmento AB e un segmento AC (togli la griglia e il sistema di riferimento).

Per costruire un parallelogramma avente AB e AC come lati consecutivi devi:

- tracciare per C la parallela ad AB;
- tracciare per B la parallela ad AC;
- intersecare le due rette (pulsante “intersezione”): ottieni il punto D;
- tracciare i segmenti CD e BD e poi nascondere (pulsante destro e “mostra-oggetto”) le due rette

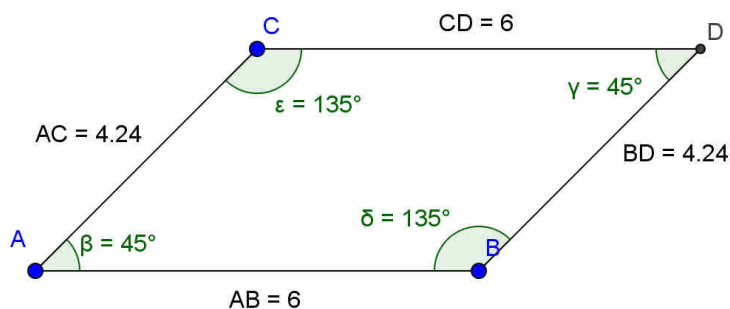
Se la tua costruzione è corretta prova a muovere il punto A o il punto B o il punto C: la figura cambia ma deve rimanere sempre un parallelogramma!

##### Esercizio 1

Con il pulsante “distanza o lunghezza” calcola la lunghezza dei lati e con il pulsante “angolo” individua la misura degli angoli del parallelogramma.

Verifica che i lati opposti sono uguali e gli angoli opposti sono uguali.

Stampa qualche esempio (tipo quello in figura).



##### Esercizio 2

Traccia le diagonali, intersecale e verifica (utilizzando il comando “distanza o lunghezza”) che si dividono scambievolmente per metà.

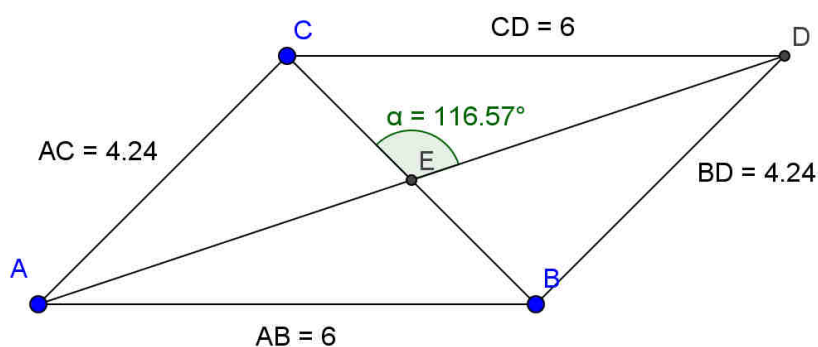
Stampa il tuo esempio.

## Laboratorio di informatica

### SCHEMA 11

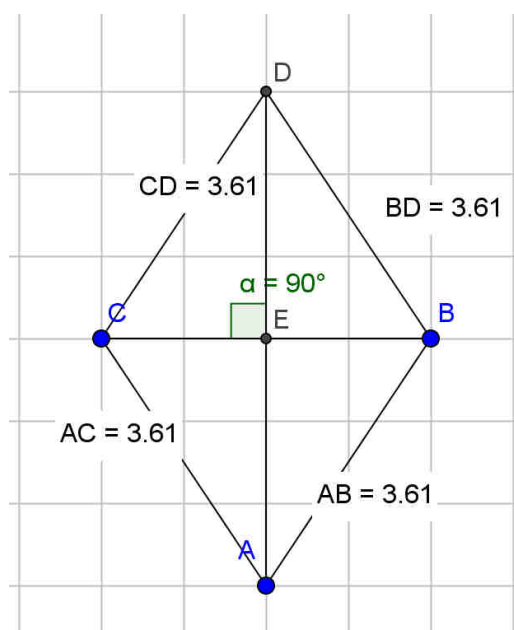
#### GEOMETRIA EUCLIDEA *Dal parallelogramma al rombo*

Riparti dal parallelogramma che hai costruito nella scheda precedente: per non avere una figura troppo “carica” di dati, nascondi la misura degli angoli del parallelogramma, poi traccia le diagonali, intersecate (punto E) e misura un angolo tra esse (vedi figura).



Rimetti visibile la griglia ed aiutandoti con la griglia prova a “muovere” il punto  $A$  o il punto  $B$  o il punto  $C$  finché l’angolo tra le diagonali non diventa  $90^\circ$ : verifica che in questo caso tutti i lati hanno la stessa lunghezza cioè il parallelogramma è un rombo.

**Stampa la tua figura.**

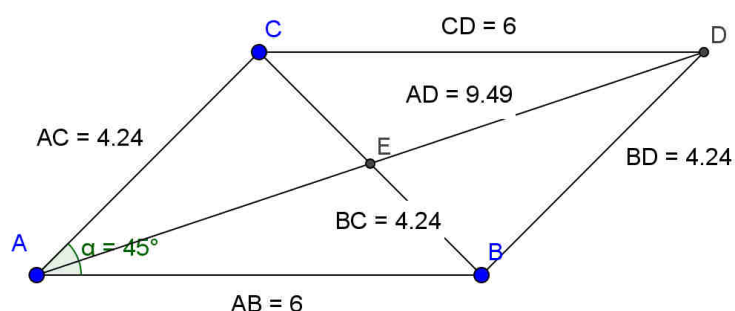


## Laboratorio di informatica

### SCHEMA 12

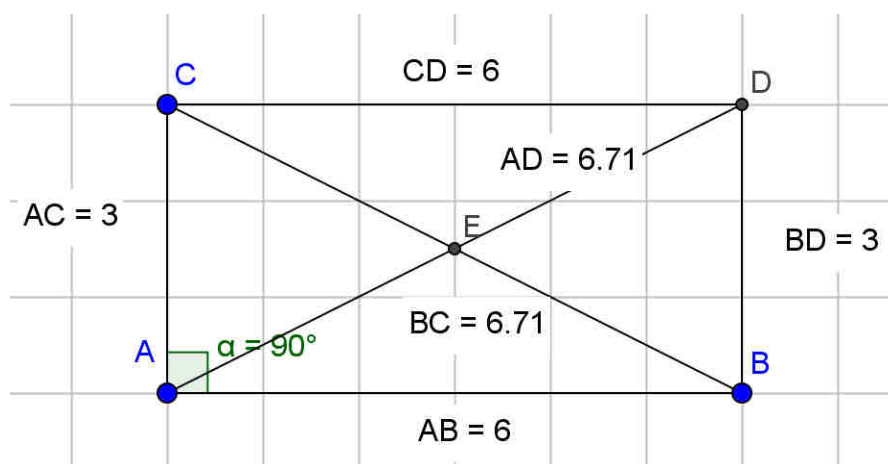
#### GEOMETRIA EUCLIDEA *Dal parallelogramma al rettangolo*

Riparti dal parallelogramma della scheda 10 ma questa volta nascondi l'angolo tra le diagonali, misura con il comando "distanza" la lunghezza delle diagonali e mostra un angolo del parallelogramma (vedi figura).



Rimetti visibile la griglia e aiutandoti con la griglia muovi il punto  $A$  o il punto  $B$  o il punto  $C$  fino a che l'angolo del parallelogramma non risulta di  $90^\circ$  (cioè il parallelogramma è un rettangolo) : verifica che in questo caso le diagonali hanno la stessa lunghezza.

**Stampa il rettangolo che hai ottenuto.**

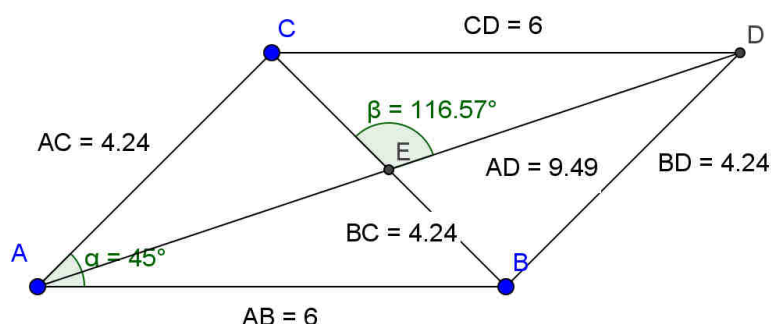


## Laboratorio di informatica

### SCHEMA 13

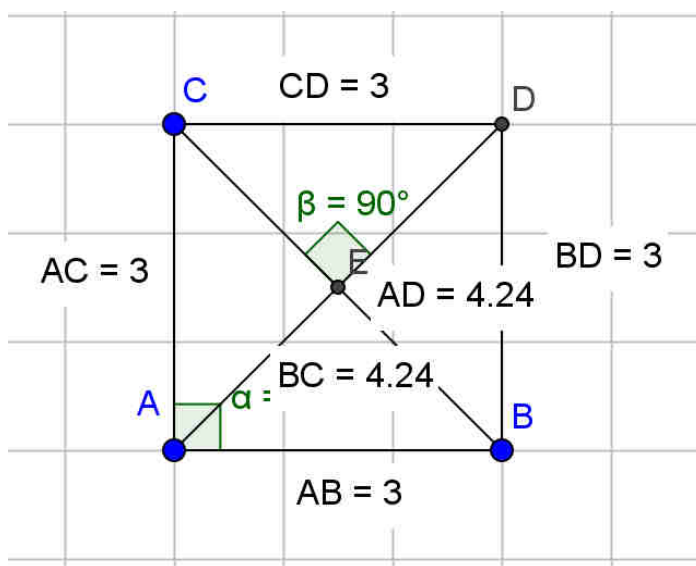
#### GEOMETRIA EUCLIDEA *Dal parallelogramma al quadrato*

Riparti dal parallelogramma della scheda 10 e questa volta lascia evidenziato sia un angolo del parallelogramma che un angolo tra le diagonali (oltre alle misure di lati e diagonali).



Rendi visibile la griglia e aiutandoti con la griglia sottostante muovi  $A$  o  $B$  o  $C$  finché l'angolo del parallelogramma e l'angolo tra le diagonali non diventano  $90^\circ$ : verifica che in questo caso hai un quadrato e che le diagonali hanno la stessa lunghezza.

**Stampa il quadrato che hai ottenuto.**

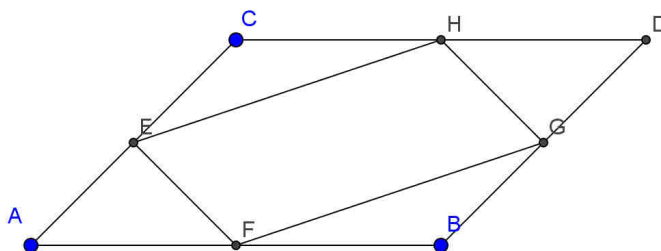


## Laboratorio di informatica

### SCHEMA 14

#### GEOMETRIA EUCLIDEA *Problema sul parallelogramma*

Disegna un parallelogramma ABCD (vedi scheda 10) e poi costruisci i punti medi E,F,G,H dei lati e congiungili.  
Quale figura ottieni?



Prova a muovere A,B o C e controlla che la tua figura risulta sempre dello stesso tipo.

Stampa la figura che ottieni e dai una motivazione a quello che hai trovato.

#### Domande

- 1) Come risulta l'area della figura EFGH rispetto all'area del parallelogramma ABCD?
- 2) In quale caso EFGH risulta un rombo?
- 3) In quale caso EFGH risulta un rettangolo?
- 4) In quale caso EFGH risulta un quadrato?

Stampa i vari casi che si possono avere e dai una motivazione.



## Laboratorio di informatica

### SCHEMA 15

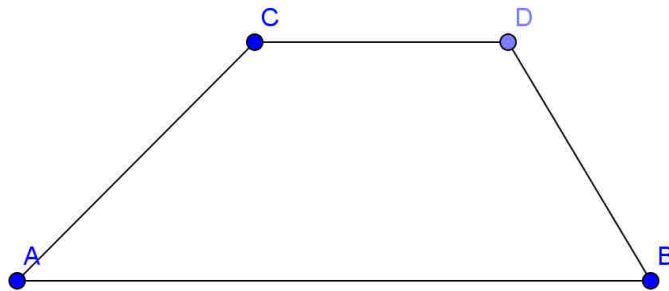
#### GEOMETRIA EUCLIDEA

##### *Il trapezio*

Costruisci un trapezio:

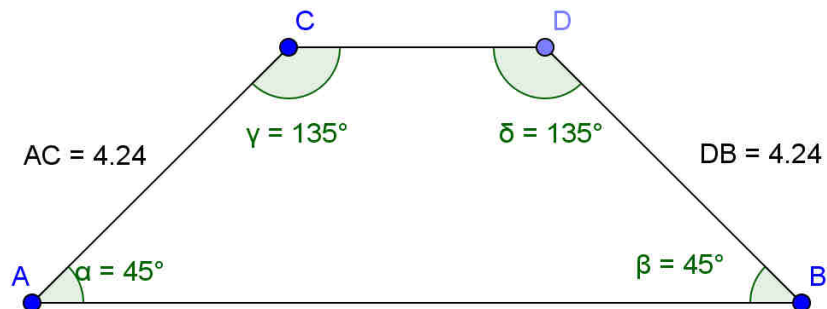
- Disegna un segmento AB;
- Disegna un punto C (non appartenente alla retta per A e B);
- Traccia la retta per C parallela ad AB;
- Prendi un punto D su di essa (comando “punto su oggetto”);
- Costruisci il segmento CD e poi i segmenti AC e BD;
- Nascondi la retta (pulsante destro – comando mostra oggetto).

Prova a muovere A, B o C e verifica che ABCD risulti sempre un trapezio.  
Stampa la tua figura.



#### Esercizio

Verifica che in un **trapezio isoscele** (lati obliqui della stessa lunghezza) le diagonali hanno la stessa lunghezza e gli angoli adiacenti alla base maggiore e alla base minore sono uguali.



## Laboratorio di informatica

### SCHEMA 16

#### GEOMETRIA EUCLIDEA

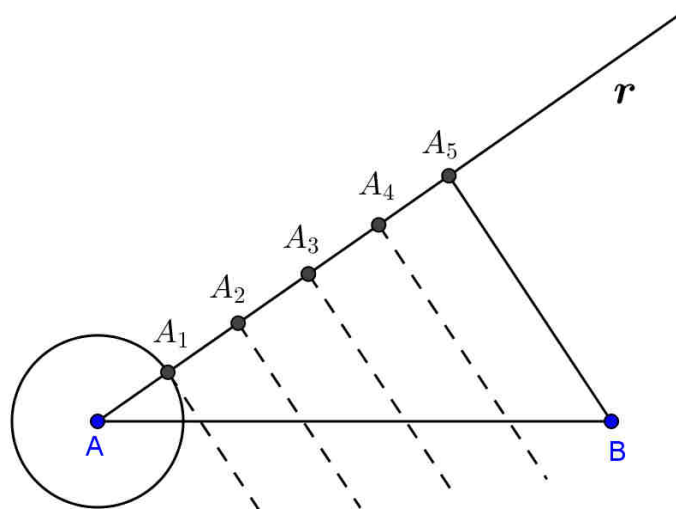
##### *Dividere un segmento in parti uguali*

Come possiamo dividere un segmento assegnato AB in un certo numero di parti uguali?

Supponiamo per esempio di doverlo dividere in cinque parti uguali.

Procedi così:

- traccia per l'estremo A una semiretta  $r$ ;
- utilizza il comando “circonferenza dati centro e raggio” e centra su A scegliendo per esempio raggio 1: interseca con la semiretta e ottieni un punto  $A_1$  a distanza 1 da A;
- ripeti centrando nel punto che hai trovato (sempre con il comando circonferenza dati centro e raggio) e trova un secondo punto  $A_2$  e così via fino ad individuare cinque segmenti consecutivi congruenti sulla semiretta  $r$ ;
- congiungi l'ultimo punto  $A_5$  con B e traccia per gli altri punti le parallele ad  $BA_5$ ;
- interseca con AB le parallele e così trovi la suddivisione cercata del segmento AB.



#### Esercizio 1

Se devi dividere AB in 2 oppure 4 oppure 8 oppure 16 parti puoi utilizzare un procedimento più semplice? Quale?

## Laboratorio di informatica

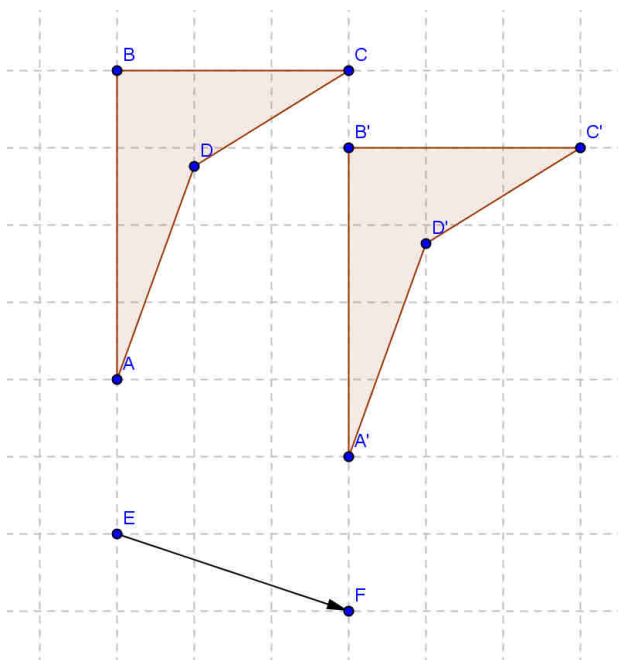
### SCHEMA 17

#### ISOMETRIE

##### Traslazione

Disegniamo un poligono (comando poligono), disegniamo un vettore (comando vettore tra due punti) e poi attiviamo il comando “traslazione”: selezioniamo il poligono e poi il vettore traslazione e otterremo una copia del poligono traslata.

Per esempio:



#### Osservazioni

Prova a trascinare qualche punto del poligono variandone così la forma: cosa osservi?

Come risultano i lati corrispondenti del poligono iniziale e del poligono traslato?

Prova a modificare anche il vettore traslazione e stampa qualche esempio.

#### Domanda

Se abbiamo traslato una figura di un vettore  $\vec{v}$  con quale traslazione possiamo ritornare alla situazione iniziale?

Stampa un esempio.

## Laboratorio di informatica

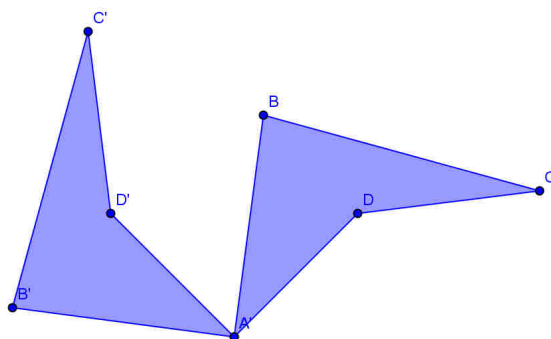
### SCHEMA 18

#### ISOMETRIE

##### *Rotazione*

Disegniamo un poligono e scegliamo il comando “rotazione”: per ruotare il poligono dobbiamo selezionarlo e selezionare il centro di rotazione (cliccare su un punto) , la misura in gradi dell’angolo di rotazione e il verso della rotazione (introducendo questi dati nella finestra che si apre). Per esempio nel disegno seguente il poligono iniziale è stato ruotato intorno al suo vertice A di  $90^\circ$  in senso antiorario.

Possiamo ottenere lo stesso risultato anche ruotando la figura di  $270^\circ$  in senso orario (prova) .



#### Esercizi

- Fai anche tu qualche prova di rotazione (ruotando anche intorno ad un punto che non sia vertice del poligono) e stampala.
- Considera le rette passanti per due lati corrispondenti del poligono iniziale e del poligono ruotato: quale angolo formano?

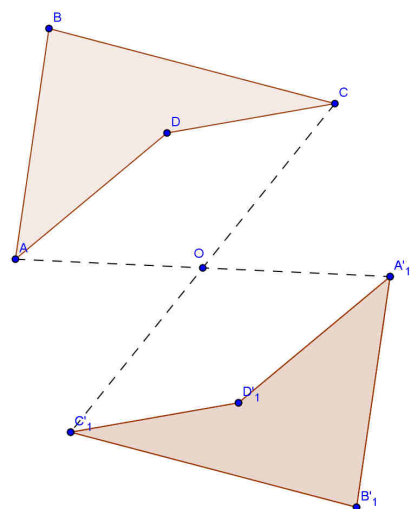
Considera adesso la **rotazione di  $180^\circ$** .

Prova a ruotare di  $180^\circ$  intorno ad un punto O un poligono: prova a ruotare sia in verso orario che antiorario. Cosa osservi?

Se congiungi coppie di punti corrispondenti (se eseguendo la rotazione  $A \rightarrow A'$  A e A' si dicono corrispondenti) cosa osservi?

La rotazione di  $180^\circ$  intorno ad un punto O viene anche chiamata **simmetria di centro O** e in Geogebra c'è anche un apposito pulsante indicato con la dicitura “simmetria centrale”.

Prova ad utilizzare il comando “simmetria centrale” rispetto ad un punto O e verifica che ottieni lo stesso risultato che ruotando la tua figura di  $180^\circ$  intorno ad O.



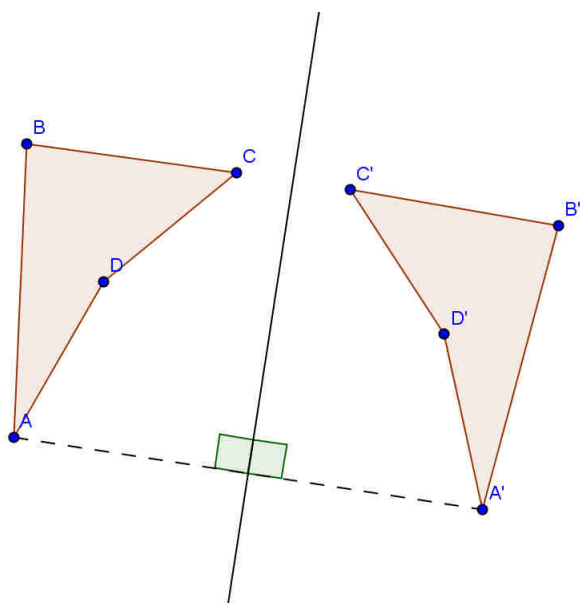
## Laboratorio di informatica

### SCHEMA 19

#### ISOMETRIE

##### *Simmetria assiale*

Disegniamo un poligono, tracciamo una retta e scegliamo il comando “simmetria assiale”: selezioniamo il poligono e poi l’asse di simmetria (la retta) per ottenere la figura simmetrica rispetto a quella retta.



#### Osservazioni

Se osserviamo due qualsiasi punti corrispondenti, per esempio A e A', ci accorgiamo che l’asse di simmetria è asse del segmento AA'.

Prova ad utilizzare il pulsante “muovi” e a trascinare qualche vertice del poligono oppure a cambiare l’asse di simmetria e verifica che l’asse di simmetria è sempre l’asse dei punti corrispondenti.

Osserva inoltre che se una retta è perpendicolare all’asse di simmetria la retta simmetrica coincide con la retta stessa ma si scambiano le due semirette individuate dall’intersezione con l’asse.

*Se un poligono viene trasformato con una simmetria assiale e poi sul poligono trasformato eseguiamo la stessa simmetria assiale, torniamo al poligono di partenza: questo significa che “componendo” cioè eseguendo in successione la stessa simmetria assiale è come se non si fosse realizzata nessuna trasformazione e questo non accadeva né per le traslazioni né per le rotazioni.*

## Laboratorio di informatica

### SCHEMA 20

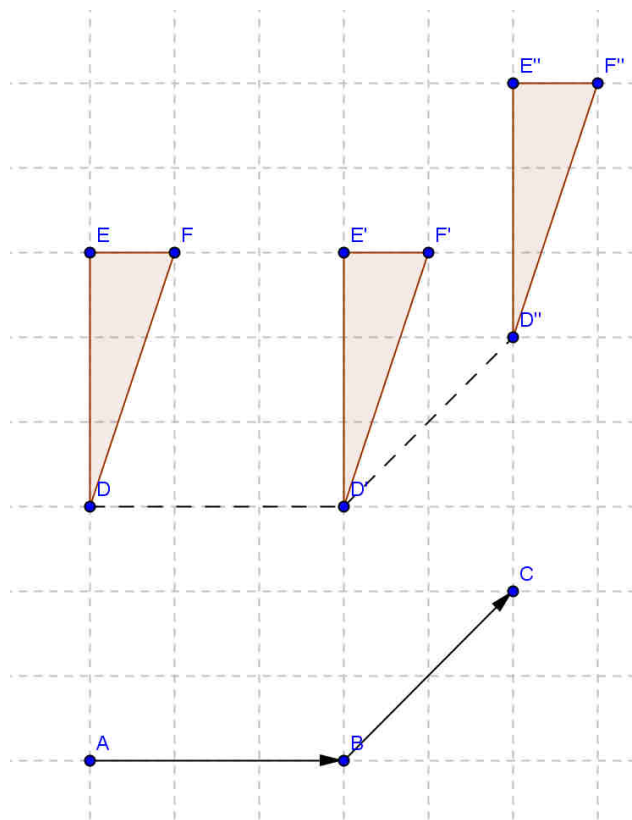
#### ISOMETRIE

#### *Composizione di due traslazioni*

Eseguendo in successione cioè componendo due traslazioni ,che indicheremo con  $t_{v_1}$  e  $t_{v_2}$  , come si trasforma una figura?

Applichiamo ad un poligono la traslazione del primo vettore e poi , sul risultato, la traslazione del secondo vettore : possiamo ottenere il poligono finale direttamente dal poligono iniziale con una sola traslazione?

Descrivi quale traslazione dobbiamo fare per saltare il passaggio intermedio e fai una verifica della tua congettura (puoi aiutarti lavorando sul piano quadrettato).



## Laboratorio di informatica

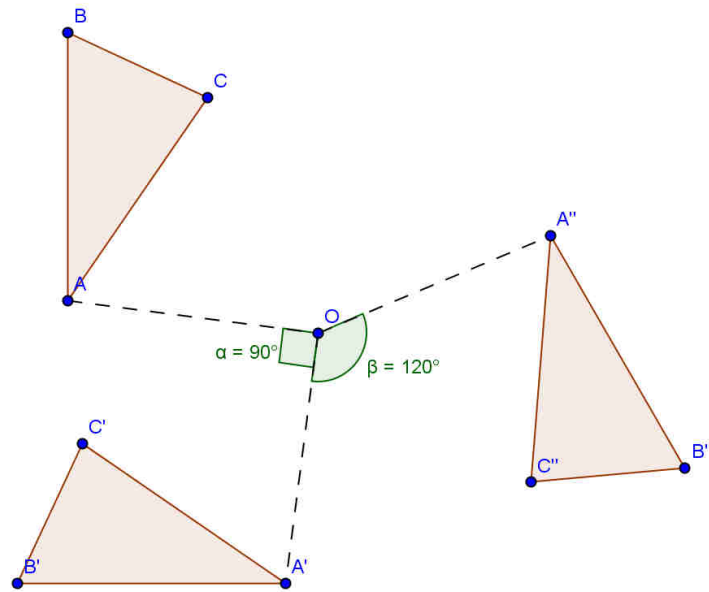
### SCHEMA 21

#### ISOMETRIE

#### *Composizione di due rotazioni aventi lo stesso centro*

Consideriamo la composizione di due rotazioni aventi lo stesso centro.

Fai una prova e stampala.



Si può ottenere la figura finale con un'unica rotazione? Intorno a quale centro e di quale angolo?

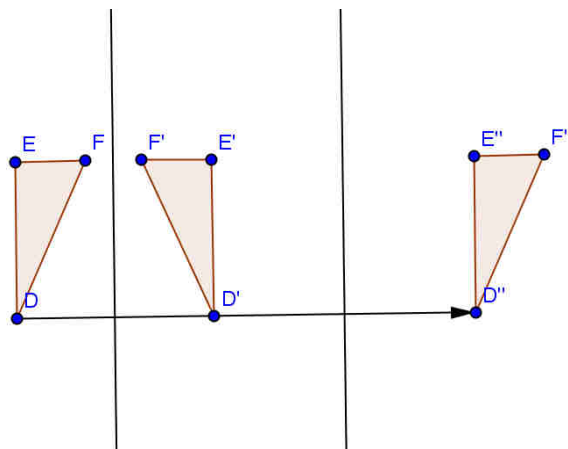
## Laboratorio di informatica

### SCHEMA 22

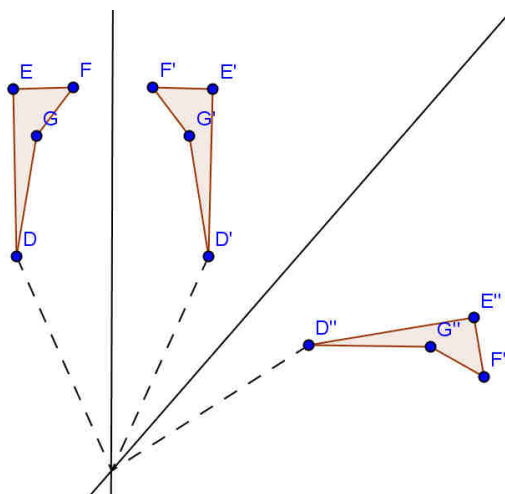
#### ISOMETRIE

#### *Composizione di due simmetrie assiali*

1. Fissiamo due rette parallele e trasformiamo un poligono con la simmetria avente come asse la prima retta e poi trasformiamo il poligono che abbiamo ottenuto con la simmetria avente come asse di simmetria la seconda retta (si dice che abbiamo “composto” le due simmetrie).  
Quale trasformazione potresti applicare al poligono iniziale per ottenere direttamente il poligono finale?  
Verifica la tua congettura.



2. Fissiamo due rette incidenti e trasformiamo un poligono con la simmetria avente come asse la prima retta e poi trasformiamo il poligono ottenuto con la simmetria avente come asse di simmetria la seconda retta-  
Quale trasformazione potresti applicare al poligono iniziale per ottenere direttamente il poligono finale?  
Verifica la tua congettura.





## Laboratorio di informatica

### SCHEMA 23

#### TASSELLAZIONI

#### *Tassellazioni con un solo tipo di poligono regolare*

Quali poligoni regolari possiamo combinare per “ricoprire” perfettamente il piano (si parla di tassellare il piano)?

Per iniziare **riempi la tabella** con il valore degli angoli interni dei vari poligoni regolari.

Poligono regolare	Angolo interno
3 lati (triangolo equilatero)	60°
4 lati (quadrato)	90°
5 lati (pentagono regolare)	.....
6 lati (esagono regolare)	.....
7 lati (ettagono regolare)	.....
8 lati (ottagono regolare)	.....
9 lati (ennagono regolare)	.....
10 lati (decagono regolare)	.....
11-lati(endecagono regolare)	.....
12 lati (dodecagono)	.....

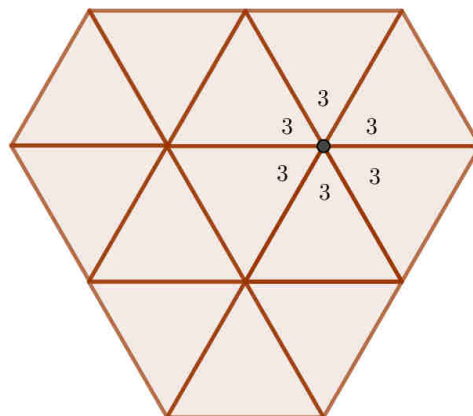
E' chiaro che in ogni vertice della tassellazione la somma degli angoli deve essere 360°.

Fai le tue congetture e verificale con Geogebra.

Stampa le “tassellazioni” che hai trovato con un solo tipo di poligono regolare (dovrebbero essere solo tre...).

**NOTA:** per distinguere le varie tassellazioni puoi scrivere il numero dei lati dei poligoni che si trovano ruotando intorno ad un vertice.

Per esempio la tassellazione ottenuta con i triangoli equilateri può essere descritta con la notazione (3,3,3,3,3,3).



## Laboratorio di informatica

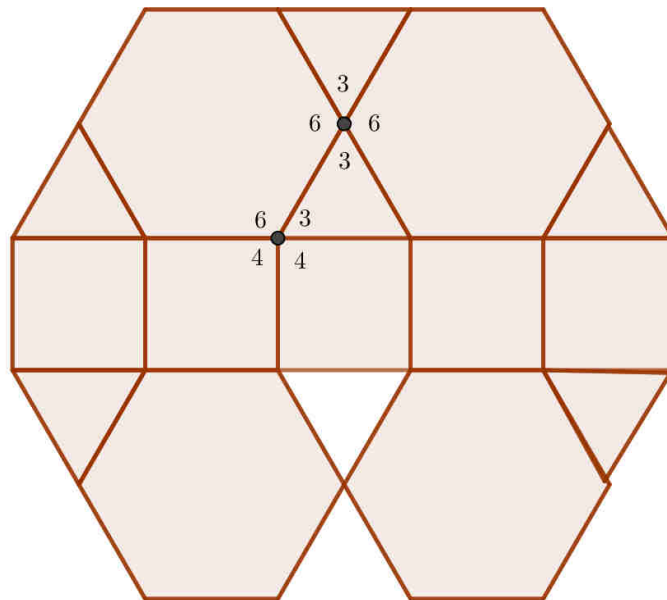
### SCHEMA 24

#### TASSELLAZIONI

#### *Tassellazioni con vari tipi di poligoni regolari*

Se possiamo usare diversi tipi di poligoni regolari quali sono le combinazioni che funzionano?

Decidiamo però di ricercare solo quelle in cui **ci siano gli stessi poligoni attorno ad ogni vertice della tassellazione** cioè escludiamo tassellazioni come quella in figura in cui i vertici non sono tutti “dello stesso tipo”.



**Suggerimento:** quadrato con triangolo equilatero dovrebbe funzionare e forse ci sono anche più modi di sistamarli intorno ad un vertice.

Ci sono altre combinazioni di poligoni che funzionano?

Stampa le tassellazioni che riesci a trovare (dovrebbero essere solo otto...).

## Laboratorio di informatica

### SCHEMA 25

#### TASSELLAZIONI

##### *Tassellazione con un triangolo qualunque*

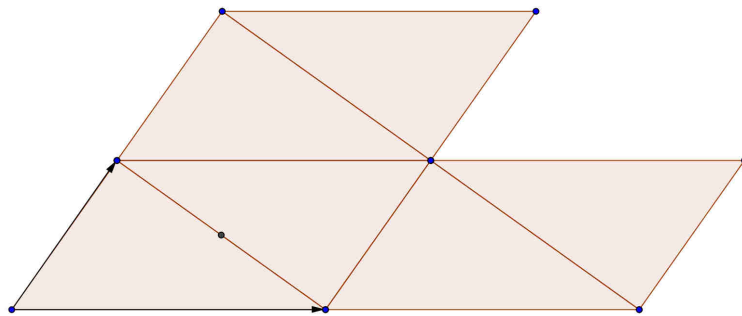
*Possiamo tassellare il piano partendo da un triangolo qualunque?*

Prova a fare così:

disegna un triangolo qualunque con il comando poligono, costruisci il punto medio M di un suo lato e applica la simmetria centrale rispetto a M del triangolo.

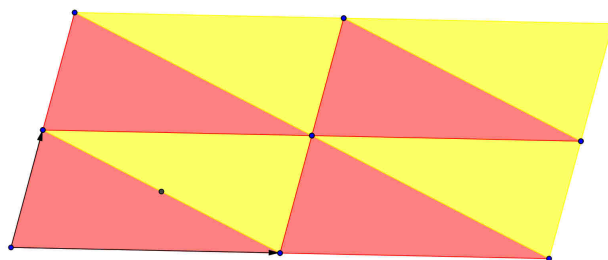
Hai ottenuto così un parallelogramma con cui puoi “tassellare” il piano (basta traslare secondo i lati del parallelogramma). Stampa la tua tassellazione.

Per evitare che vengano messe tutte le etichette ai vertici puoi selezionare Opzioni – etichettatura – nessun nuovo oggetto.



E’ interessante provare a “muovere” i vertici del triangolo per modificarlo: si può ritrovare in questo modo anche la tassellazione con i triangoli equilateri che avevamo già individuato.

Possiamo anche divertirci a colorare i vari triangoli (tasto destro – proprietà – colore – scelta del colore – aumentare l’opacità ) per avere un effetto “artistico” : possiamo per esempio colorare i primi due e poi applicare le traslazioni....



## Laboratorio di informatica

### SCHEMA 26

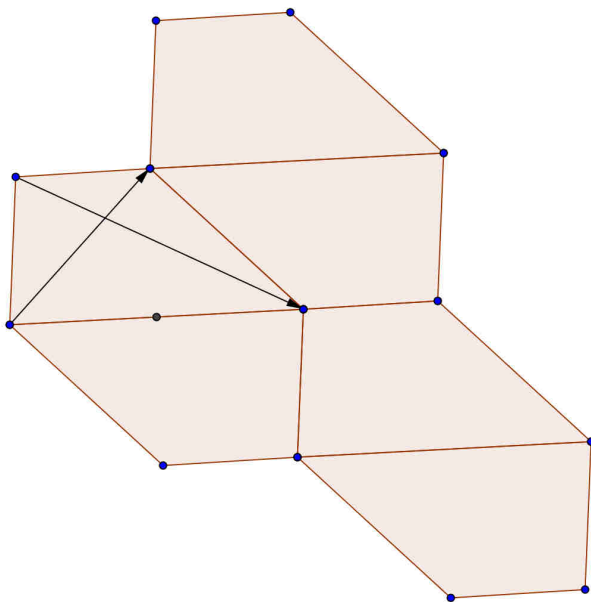
#### TASSELLAZIONI

##### *Tassellazione con un quadrilatero qualunque*

Possiamo tassellare il piano con un quadrilatero qualunque?

Prova a fare così: disegna un quadrilatero qualunque con il comando poligono, costruisci il punto medio  $M$  di un lato, effettua la simmetria di centro  $M$  del quadrilatero.

Hai ottenuto un esagono che tassella il piano con traslazioni corrispondenti alle diagonali del quadrilatero iniziale!



#### Osservazione

E' interessante notare che in ogni vertice della tassellazione si ritrovano i quattro angoli del quadrilatero iniziale e che perciò la loro somma è proprio  $360^\circ$ .

Inoltre non è importante quale lato si sceglie per costruire il punto medio e fare la prima simmetria centrale: partendo da un altro lato si sarebbe ottenuto lo stesso risultato (i quadrilateri accostati risultano sempre simmetrici rispetto al punto medio del loro lato in comune).

## Laboratorio di informatica

### SCHEMA 27

#### TASSELLAZIONI

#### *Tassellazione con un pentagono irregolare*

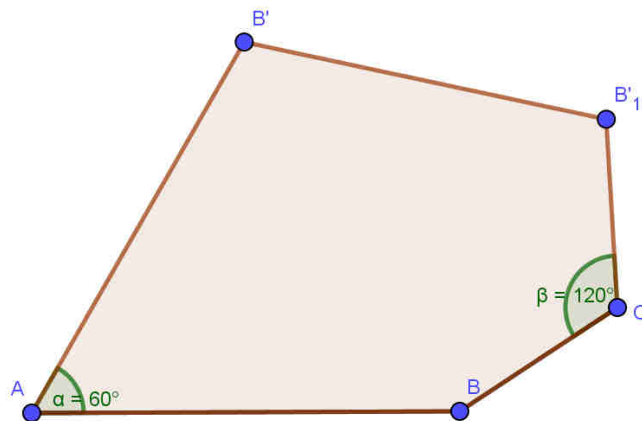
**Non è possibile ricoprire il piano con pentagoni regolari** poiché l'angolo interno di un pentagono regolare misura  $108^\circ$  che non è divisore di  $360^\circ$ .

Ma ci sono pentagoni irregolari con cui è possibile ricoprire il piano?

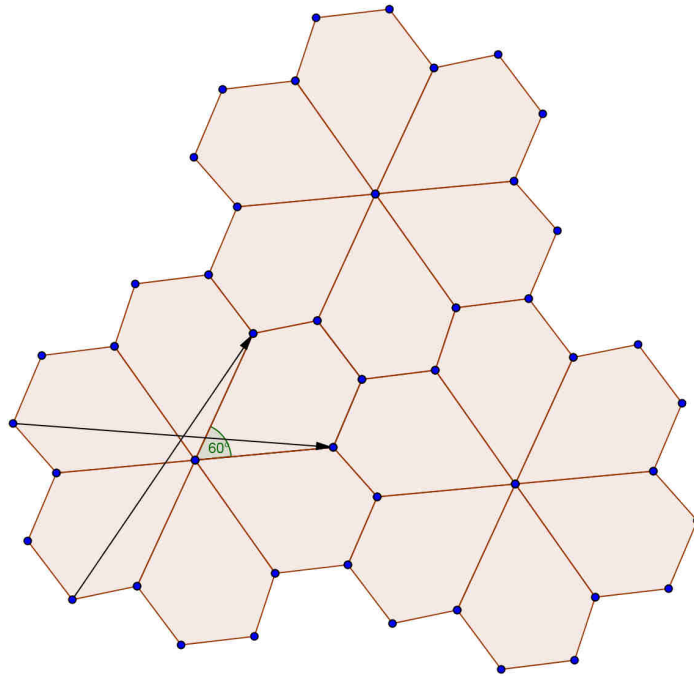
Proviamo a costruire un pentagono irregolare con due lati uguali che formano un angolo di  $60^\circ$  e due lati uguali che formano un angolo di  $120^\circ$ .

Costruiscilo:

- costruisci un segmento AB, costruisci un angolo di  $60^\circ$  di vertice A (il comando “angolo di data misura” costruisce automaticamente un punto B' tale che  $AB=AB'$ );
- costruisci un segmento BC e fai un angolo  $BCB_1=120^\circ$  : attenzione ad indicare che vuoi l'angolo in verso orario;
- con il comando poligono riprendi i vari punti e costruisci il pentagono.

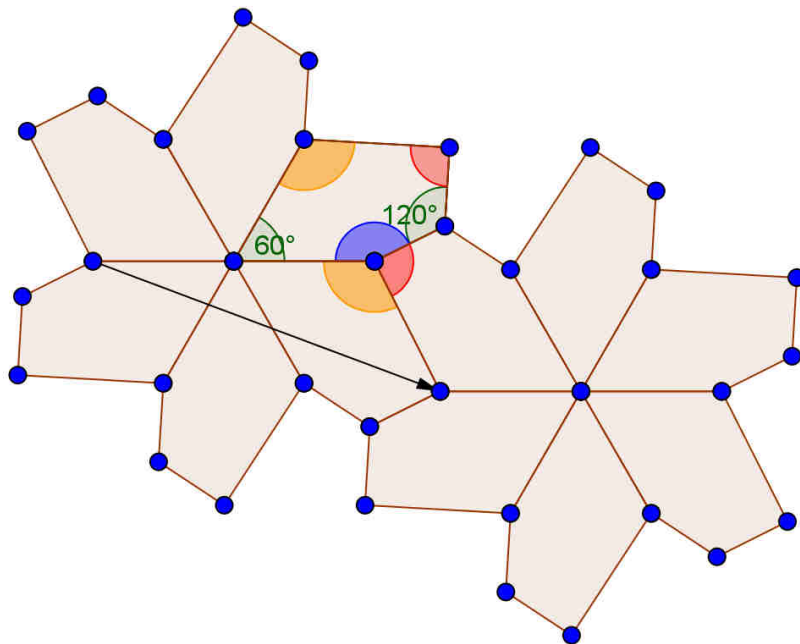


Ruotando poi questo pentagono intorno ad A di  $60^\circ$  per sei volte otteniamo una specie di fiore che per traslazioni tassella il piano.



**Domanda:** *ma perché questo pentagono funziona così bene per tassellare il piano?*

Prova a evidenziare gli angoli con colori diversi e osserva cosa accade: spiega perché con questo pentagono si riesce a tassellare il piano.



## Laboratorio di informatica

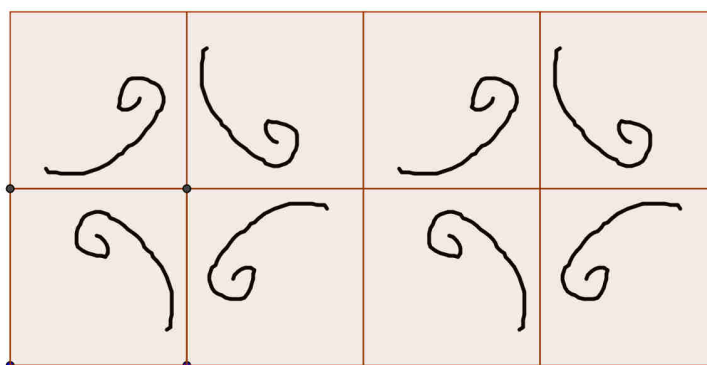
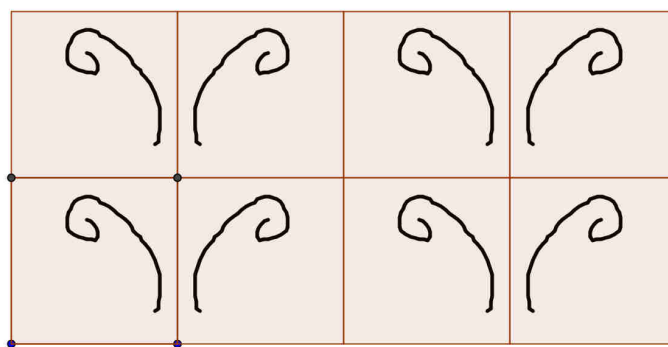
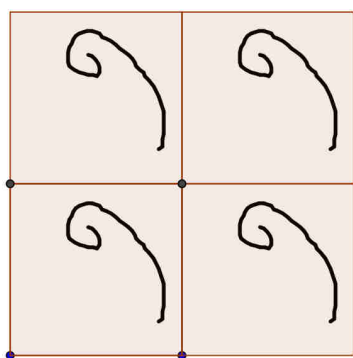
### SCHEMA 28

#### TASSELLAZIONI

*Partendo da una “mattonella”...pavimenti diversi!*

Partendo da un poligono che tassella il piano, per esempio un quadrato, e disegnandovi sopra un “fregio” (vedi figura) possiamo utilizzare le isometrie per ottenere pavimenti diversi!

Per esempio se semplicemente trasliamo la mattonella otteniamo il primo “pavimento”, se facciamo una simmetria rispetto ad un lato e poi trasliamo otteniamo il secondo “pavimento”, se ruotiamo la mattonella intorno ad un vertice per 4 volte di  $90^\circ$  e poi trasliamo otteniamo il terzo “pavimento”....



Prova a partire da una “mattonella triangolo-equilatero” e costruisci pavimenti diversi!

**Nota** : nei mosaici del castello dell'Alhambra di Granada sono stati ritrovate *17 pavimentazioni diverse* e...sono tutte le pavimentazioni possibili!

