

Statistica



Il termine statistica deriva da Stato perché è lo Stato che conduce i “censimenti” cioè delle indagini per conoscere il numero degli abitanti, la composizione della popolazione per età, sesso, condizioni economiche (il “censo”) e questo fin dall’antichità. Si sono poi sviluppate indagini statistiche di vario genere oltre ai “censimenti” dello Stato.

Lo studio statistico dei fenomeni riveste oggi grande importanza per poter risolvere e studiare molti problemi.

Ad esempio uno studio sulla vita media di una popolazione può influenzare le decisioni prese dal governo in campo pensionistico, lo studio degli effetti di un farmaco in via di sperimentazione su un campione di pazienti può far decidere se metterlo in commercio oppure no, in campo medico uno studio statistico può servire a individuare le cause dell’insorgenza di alcune patologie.

Quando si compie un’indagine statistica viene indagata la presenza di una certa caratteristica (carattere) all’interno di una certa “popolazione”.

Il carattere considerato può manifestarsi con modalità diverse e può essere:

un carattere quantitativo se le sue modalità sono espresse da numeri (discreto se può assumere un numero finito di valori o al più un’infinità numerabile o continuo se può assumere tutti i valori di un intervallo reale);

un carattere qualitativo se le sue modalità non sono espresse da numeri.

Tabella statistica e sua rappresentazione

Esempio 1

Supponiamo di chiedere agli studenti della nostra classe quale sport preferiscono tra calcio, nuoto, basket, pallavolo, danza e tennis.

La nostra “popolazione statistica” è costituita dagli studenti della nostra classe.
Il carattere indagato (sport preferito) è di tipo qualitativo e le modalità considerate sono calcio, nuoto ecc.

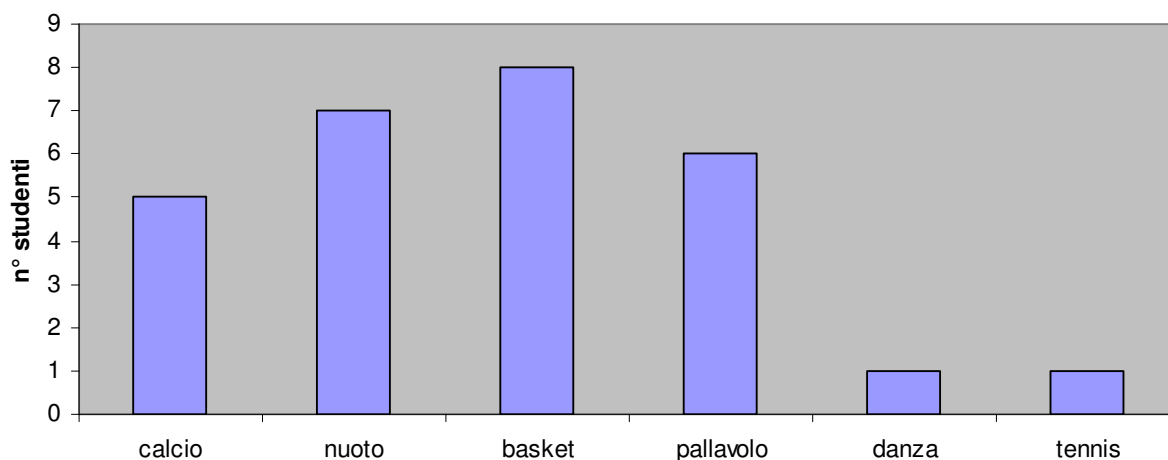
Per ciascuna modalità indichiamo il n° degli studenti che hanno indicato quella modalità come sport maggiormente praticato: la **frequenza** (assoluta) di una modalità è il numero delle volte che quella data modalità si presenta, mentre la **frequenza relativa** è il rapporto tra la frequenza assoluta e il numero delle unità statistiche, cioè degli studenti della classe che supponiamo siano 28.

Supponiamo di avere ottenuto la seguente tabella:

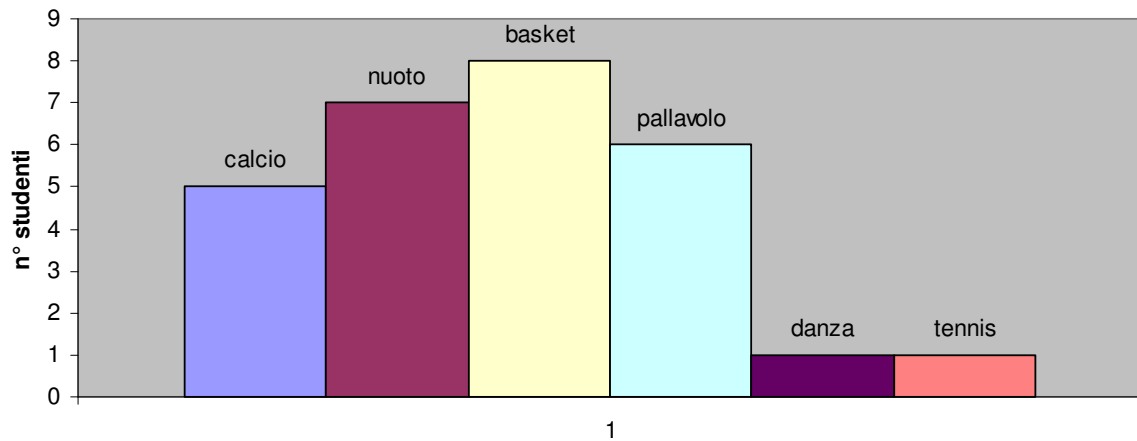
Sport praticato	n° studenti (frequenza)	Frequenza relativa	Freq. Rel %
Calcio	5	5/28
Nuoto	7	7/28=0,25	25%
Basket	8	8/28	...
pallavolo	6	6/28
danza	1	1/28
tennis	1	1/28

Possiamo rappresentare questi dati con:

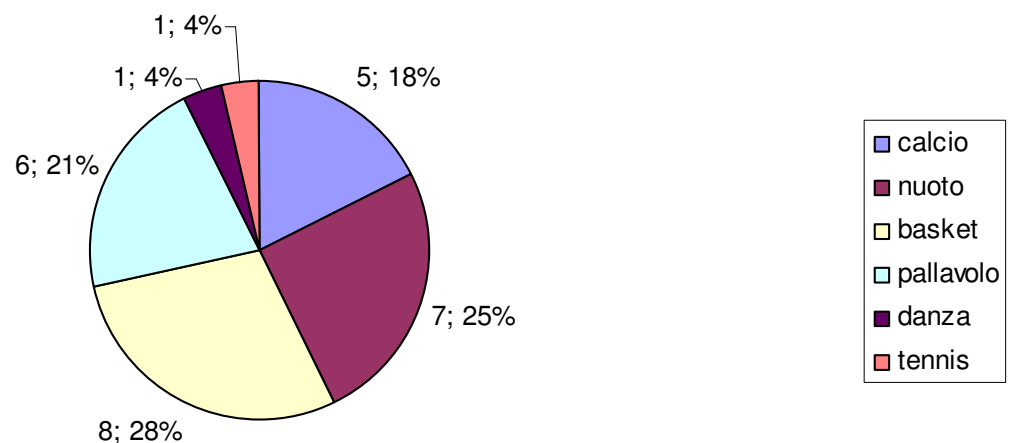
a) un **diagramma a barre** in cui le basi dei rettangoli distanziati corrispondono alle varie modalità e le altezze sono proporzionali alle frequenze



b) un **istogramma** in cui i rettangoli sono affiancati



c) un **aerogramma** in cui un cerchio viene suddiviso in settori circolari corrispondenti alle varie modalità e ampiezza proporzionale alla frequenza relativa (o percentuale):



Nota

Per determinare l'ampiezza α del settore corrispondente ad una data frequenza f basta impostare la proporzione $\alpha : 360^\circ = f : 28$.

Se per esempio $f = 7$ otteniamo $\alpha = 90^\circ$.

Naturalmente possiamo anche impostare la proporzione utilizzando la frequenza relativa percentuale: $\alpha : 360^\circ = 25 : 100$.

Esempio 2

Supponiamo di aver rilevato le seguenti temperature massime nei vari giorni dei mesi di marzo e luglio di un dato anno:

Giorno	Temp. Max. Marzo	Temp. Max Luglio
1	16	28
2	18	29
3	20	29
4	22	27
5	21	26
6	22	24
7	22	26
8	24	26
9	20	28
10	20	28
11	21	30
12	18	30
13	16	31
14	16	32
15	14	32
16	19	30
17	20	31
18	18	29
19	19	28
20	22	32
21	24	33
22	24	32
23	20	30
24	24	30
25	25	29
26	25	32
27	24	33
28	22	33
29	21	30
30	17	30
31	16	30

Definiamo i seguenti “indici”:

- la **media aritmetica** \bar{x} è la somma di tutti i dati x_1, \dots, x_n divisa per il numero dei dati cioè

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$$

Nel nostro caso per calcolarla possiamo sommare tutte le temperature oppure determinare la frequenza di ciascuna temperatura : se per esempio nel mese di Luglio la temperatura 24 ha frequenza 1, la temperatura 26 ha frequenza 3 , la temperatura 27 frequenza 1, la temperatura 28 frequenza 4...possiamo scrivere

$$media_aritmetica = \frac{24 \cdot 1 + 26 \cdot 3 + 27 \cdot 1 + 28 \cdot 4 + \dots}{31}$$

Otteniamo:

Temp max media Marzo	Temp max media Luglio
20,3	29,6

- la **moda** è il dato che ha la massima frequenza

e quindi abbiamo

Temp moda Marzo	Temp moda Luglio
20	30

Nota

Se i dati vengono riportati in un foglio elettronico, abbiamo a disposizione le funzioni MEDIA, MODA che permettono di calcolarle automaticamente inserendo l’intervallo dei dati da considerare cioè, relativamente per esempio a Marzo, i valori contenuti nelle celle da b2 a b32 scrivendo:

=media(b2:b32)

=moda(b2:b32)

Scheda 1

Apriamo **Open Office** e poi il Foglio elettronico: comparirà un foglio con righe e colonne e una serie di icone-strumenti.

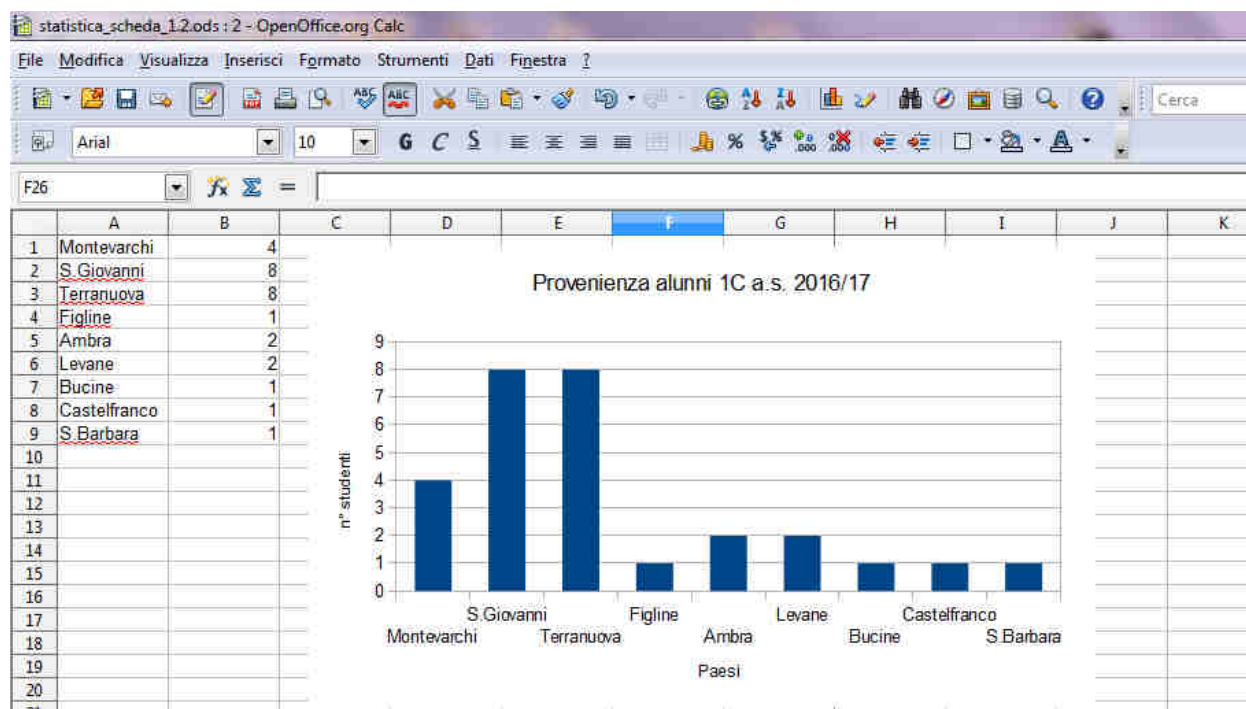
Supponiamo di voler riportare in questo foglio **la distribuzione delle provenienze degli studenti della classe nel corrente anno scolastico**.

Inseriamo nella prima colonna (A) i nomi dei paesi di provenienza e nella colonna accanto (B) il rispettivo numero di studenti che provengono da quel paese.

Possiamo visualizzare questi dati disegnando l'**istogramma** corrispondente (diagramma a barre) seguendo questa procedura:

- selezionare la zona dei nostri dati (trascinando il mouse fino a che la zona non risulta evidenziata in azzurro);
- scegliere dalla barra delle applicazioni l'icona con le colonne colorate (compare la scritta grafico);
- scegliere il tipo di grafico, nel nostro caso "Colonna".

Cliccando su "Avanti" arriviamo ad "Elementi del grafico" e possiamo inserire il titolo del grafico e i sotto-titoli per l'asse x e l'asse y (per esempio scrivere come titolo "Provenienza alunni 1C a.s. 2016/17" e come sotto-titoli degli assi "Paesi" e "n° studenti").



Nota: possiamo stampare il nostro foglio di lavoro con file-stampa ma è meglio controllare prima con anteprima di stampa per poter modificare eventualmente la posizione del grafico (basta fare clic vicino ad un angolo e quando compare una crocina trascinare il grafico nella posizione che vogliamo).

Se vogliamo cancellare un grafico basta cliccare nell'area del grafico e premere il tasto Canc.
Ma possiamo rappresentare questa distribuzione in modo più significativo?

Potremmo calcolare le **percentuali** di studenti provenienti dai vari paesi.

Ricordiamo che se gli studenti provenienti da Montevarchi sono 4 su un totale di 28 studenti della 1C, per calcolare la percentuale corrispondente basta impostare la proporzione:

$$4 : 28 = x : 100 \rightarrow x = \frac{4}{28} \cdot 100 \cong 14,3$$

Quindi, per esempio, la percentuale di studenti di Montevarchi è circa il 14,3%.

Il foglio elettronico può essere usato per **ripetere lo stesso tipo di calcolo per tutti i paesi** se procediamo in questo modo: dobbiamo usare non il numero 4 ma il **nome della cella** (casella) in cui si trova il dato, nel nostro caso B1, e **far precedere il calcolo dal segno di =** per indicare che stiamo inserendo una “formula” che poi “estenderemo” anche alle altre righe.

Inseriamo cioè nella cella C1

$$= B1 / 28 * 100$$

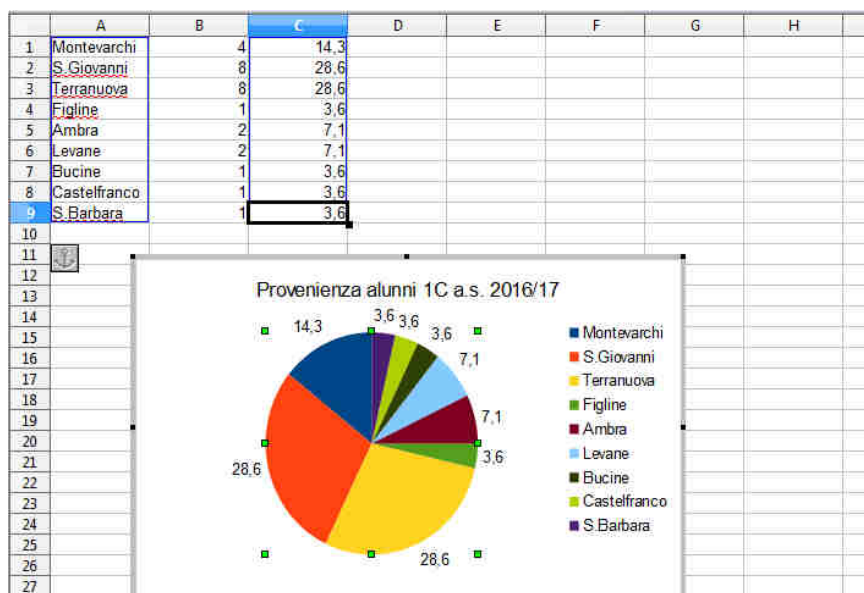
Nota importante

Per evitare che il numero venga calcolato con troppi decimali facciamo clic con il tasto destro del mouse sulla cella C1 e scegliamo formatta celle - numeri - posizione decimali 1: in questo modo comparirà nella cella C1 il numero 14,3.

A questo punto per “**estendere**” la formula e calcolare le altre percentuali basta posizionare il cursore sull'angolo in basso a destra della cella finché non compare una crocetta e tenendo premuto il tasto del mouse trascinare il cursore fino alla cella desiderata (nel nostro caso la C9): vedremo comparire tutte le altre percentuali!

Possiamo visualizzare in modo significativo queste percentuali utilizzando il **grafico a torta**:

- selezioniamo la colonna A e la colonna C (per selezionare colonne di dati non adiacenti occorre tenere premuto il tasto CTRL);
- scegliamo dallo strumento grafico il tipo “torta”;
- andando avanti possiamo inserire il titolo;
- cliccando su un qualsiasi settore della torta con il tasto destro abbiamo la possibilità di inserire l'indicazione delle percentuali scegliendo “inserisci etichette dati”.



Scheda 2

Riprendiamo le temperature massime rilevate nel mese di Marzo di un dato anno come sono riportate nell'esempio 2 ed inseriamole in un foglio elettronico di Open Office.

Nota: per inserire i numeri da 1 a 31 possiamo inserire nella cella A2 il numero 1 e nella cella A3 la formula

$$=A2+1$$

ed “estenderla” poi fino ad avere 31.

Possiamo calcolare la temperatura massima “media” utilizzando la funzione **MEDIA**: basta scrivere, se i dati relativi alle temperature si trovano nelle celle da B2 a B32

$$=media(b2:b32)$$

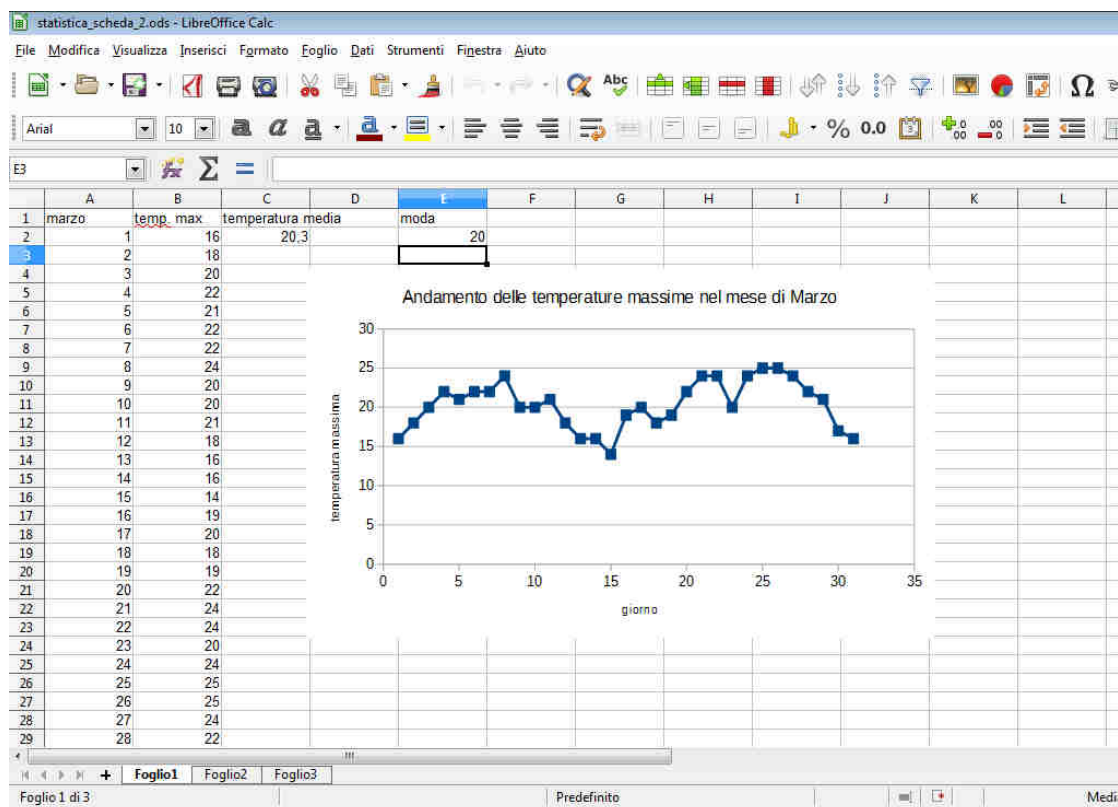
Possiamo calcolare la temperatura che ha avuto la massima frequenza usando la funzione **MODA**

$$=moda(b2:b32)$$

Possiamo anche **tracciare un grafico** dell'andamento delle temperature massime del mese di Marzo seguendo questa procedura: selezioniamo le celle delle temperature b2...b32; inserisci ; grafico ; XY dispersione punti e linee.

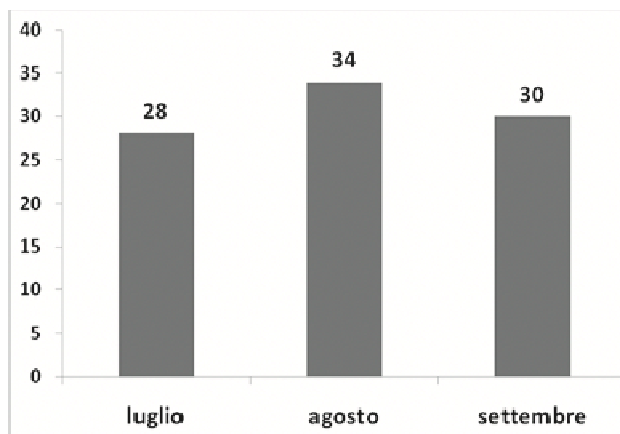
Facendo clic con il tasto destro del mouse nella zona del grafico si possono aggiungere titolo del grafico e degli assi.

Il grafico può essere spostato andando negli angoli finché non compare una crocetta e trascinando.



PROBLEMI

- 1) Il grafico riporta il numero di e-book reader (lettori di libri elettronici) venduti nei mesi di luglio, agosto e settembre da un negozio di informatica. Negli altri nove mesi lo stesso negozio ha venduto in media 18 e-book reader al mese. Qual è il numero medio **mensile** di e-book reader venduti in quell'anno in negozio?



[21]

- 2) Agli alunni di una classe viene chiesto per quanto tempo al giorno, in media, utilizzano la connessione ad Internet con i loro dispositivi (PC, tablet, smartphone,...). I risultati del sondaggio sono riportati nella seguente tabella:

Minuti di connessione ad Internet	Frequenze assolute
Da 0 minuti fino a 60 minuti	2
Più di 60 minuti fino a 120 minuti	4
Più di 120 minuti fino a 180 minuti	12
Più di 180 minuti fino a 300 minuti	8

Quale tra le seguenti espressioni permette di calcolare il tempo medio giornaliero di connessione ad Internet degli alunni di quella classe?

$$(30+90+150+240)/4 \quad (60*2+120*4+180*12+300*8)/(2+4+12+18)$$

$$(2+4+12+8)/4 \quad (30*2+90*4+150*12+240*8)/(2+4+12+18)$$

- 3) Visitando il blog della sua amica Maria, Giulio osserva che i visitatori sono invitati a dare il loro parere sul blog con un voto. Un messaggio indica la media aggiornata dei voti. A Giulio piace molto il blog e decide di dare come voto la media aumentata di un punto. Dopo la sua valutazione, la pagina internet si aggiorna automaticamente. Giulio constata che la media è aumentata di 0,02 punti. Si chiede allora quante persone hanno votato prima di lui. Calcolate il numero di utenti che hanno votato il blog di Maria prima di Giulio.

[*Matematica Senza Frontiere-2007/08*]

[n=49]

- 4) Osserva la seguente tabella, che riporta la distribuzione di frequenza degli stipendi mensili dei dipendenti di un'azienda.

Stipendio (in €)	N° dipendenti
1000	12
1300	145
1800	20
3500	8
5000	6

Indica qual è la moda della distribuzione e calcola la media aritmetica della distribuzione.

[€ 1300; circa €1542]

- 5) (*Invalsi 2014/15*)

Nella seguente tabella, d rappresenta la distanza in metri fra l'abitazione e la scuola di ciascuno degli alunni di una classe.

Distanza in metri dalla scuola	$100 \leq d < 500$	$500 \leq d < 1000$	$1000 \leq d < 1500$	$1500 \leq d < 2000$	$2000 \leq d < 2500$
Numero di alunni	2	8	5	7	3

Quanti sono gli alunni che abitano a meno di 1 km dalla scuola?

[10]

Qual è la percentuale di alunni che abitano a meno di 1,5 km dalla scuola?

[60%]

- 6) (*Invalsi 2014/15*)

Una stazione meteorologica nelle Alpi ha misurato le temperature, in gradi centigradi ($^{\circ}\text{C}$), durante un giorno di dicembre. I dati raccolti sono riportati nella seguente tabella.

ora	1	4	7	10	13	16	19	22
temperatura	-8	-10	-10	-3	+1	-1	-3	-6

Qual è l'escursione termica, cioè la differenza tra la temperatura massima e la temperatura minima, nel giorno considerato?

[11 $^{\circ}\text{C}$]

Qual è la temperatura media T_M relativa alle misure riportate in tabella?

[-5 $^{\circ}\text{C}$]

7) (*Invalsi 2014/15*)

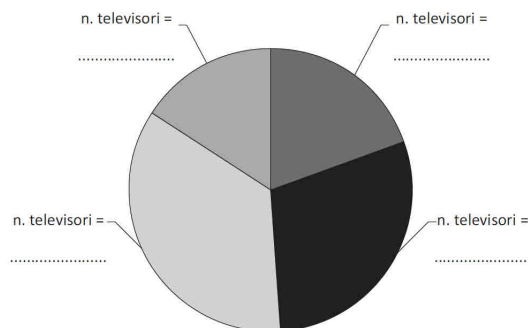
Un sondaggio condotto su un gruppo di 51 studenti sul numero di televisori presenti in casa ha dato i seguenti risultati

Numero di televisori in casa	Numero di studenti
1	10
2	15
3	18
4	8
Totale	51

Quale percentuale di studenti ha in casa meno di 3 televisori? [49 %]

Dalla tabella iniziale è stato ricavato il seguente grafico “a settori circolari”. Associa a ciascun settore il numero di televisori presenti in casa.

Distribuzione degli studenti per numero di televisori presenti in casa



[in senso orario a partire dal nero: 2;3;4;1]

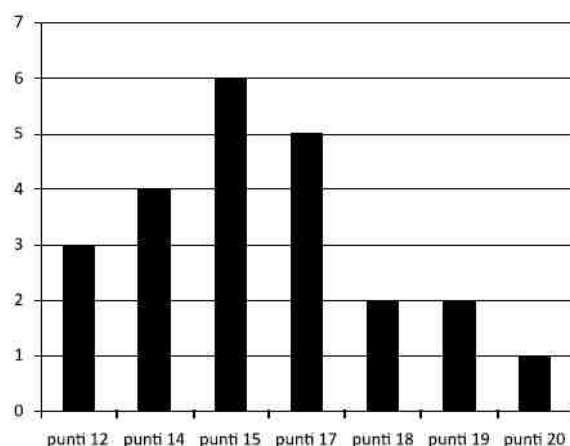
8) (*Invalsi 2014/15*)

Lo stesso test di matematica è stato proposto a due diversi gruppi di studenti. Il primo gruppo, composto da 20 studenti, ha ottenuto un punteggio medio di 85 e il secondo, composto da 80 studenti, ha ottenuto un punteggio medio di 65. Qual è il punteggio medio ottenuto dai 100 studenti dei due gruppi?

[69]

9) (Invalsi 2015/16)

Il grafico rappresenta la distribuzione di frequenza dei punteggi attribuiti da una giuria alle coppie partecipanti a una gara di ballo.



a. Quante coppie hanno partecipato alla gara?

[23]

b. Quante coppie hanno ottenuto almeno 15 punti?

[16]

c. Qual è la media aritmetica dei punteggi attribuiti dalla giuria? (Approssima alla prima cifra dopo la virgola)

[15,7]

10) (Invalsi 2015/16)

La tabella riporta il numero di studenti (in migliaia) iscritti alle scuole superiori dal 2000 al 2005 in Italia (fonte: ISTAT).

Anno	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Numero di studenti	2565	2583	2617	2634	2654	2692

Dal 2001 al 2005 il numero di studenti delle scuole superiori è aumentato all'incirca del% (approssima con una o due cifre dopo la virgola).

[4,2 %]

11)(Invalsi 2017/18)

La seguente tabella indica di quanto è aumentata ogni anno in percentuale la produzione di un'azienda rispetto all'anno precedente negli anni dal 2010 al 2015.

Anno	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Aumento percentuale annuo	+2%	+5%	+12%	+8%	+4%	+8%

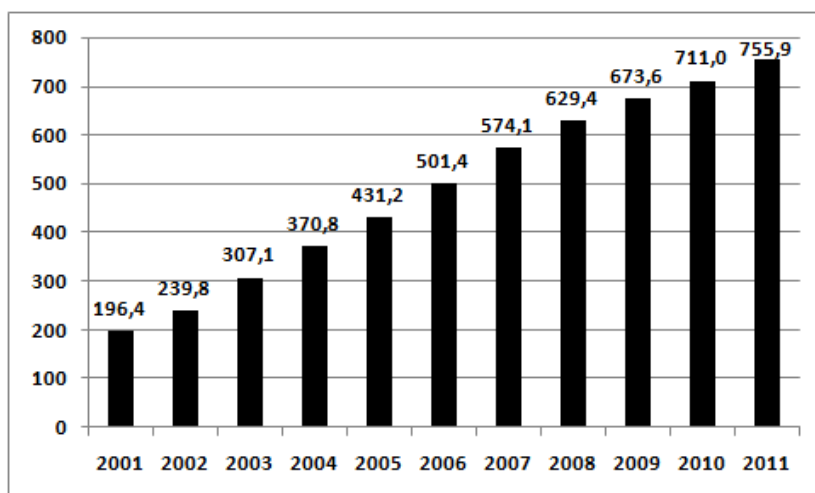
Basandoti sui dati della tabella indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

	V	F
Dal 2012 al 2013 la produzione è diminuita		
Dal 2014 al 2015 la produzione è raddoppiata		
Nel periodo 2010 - 2015 il massimo di produzione si è avuto nel 2015		

[F;F;V]

12)(Invalsi 2017/18)

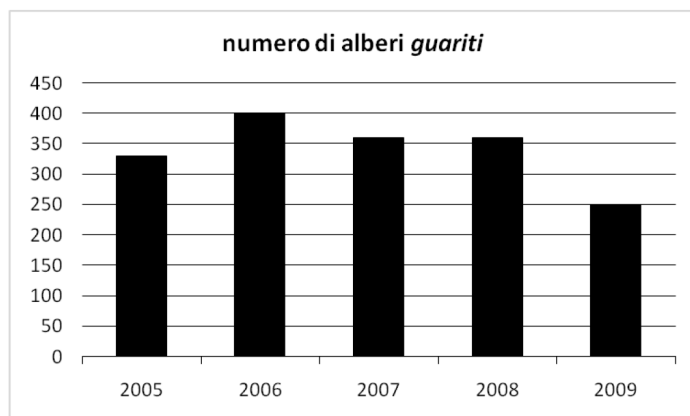
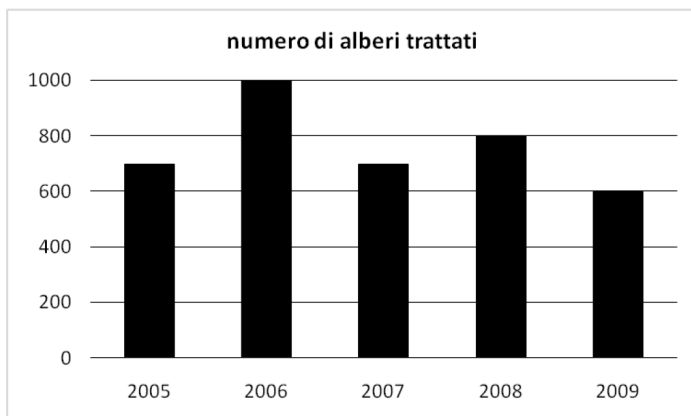
Il seguente grafico mostra il numero di studenti stranieri presenti in Italia dal 2001 al 2011, espresso in migliaia.



- a. Di quanto sono aumentati gli studenti stranieri tra il 2002 e il 2004? [131]
- b. Di quanto sono aumentati in percentuale gli studenti stranieri nel 2008 rispetto al 2006? [circa del 26%]

13) (Invalsi 2017/18)

In un parco, da alcuni anni, viene somministrato un prodotto a una certa specie di alberi per eliminare un parassita che ne causa la morte. I grafici rappresentano:
il numero di alberi sottoposti a trattamento negli anni indicati;
il numero di alberi completamente guariti nello stesso anno del trattamento.



Sulla base dei dati riportati nei grafici indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

	V	F
Nei cinque anni sono stati effettuati circa 3800 trattamenti		
Nel 2009 la percentuale di alberi guariti rispetto a quelli trattati è inferiore a quella del 2006		
Nel 2005 è guarito meno del 40% degli alberi trattati		

[V;F;F]

TEST IN INGLESE

- 1) A travel brochure contains 24 pictures from different countries. The table shows how many pictures there are from each country.
- Complete the table
 - Complete the pie chart accurately and label the sectors for South Africa, Australia and New Zealand.

Country	Numbers of pictures	Angle in pie chart
Argentina	6	90°
South Africa	10	150°
Australia	3	
New Zealand		

- 2) Marie counts the number of people in each of 60 cars one morning.

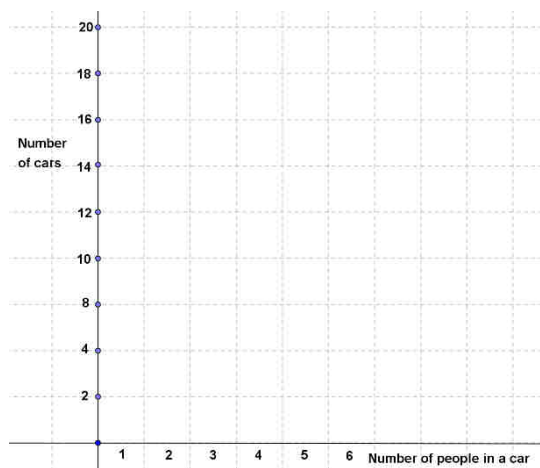
Number of people in a car	Number of cars
1	6
2	17
3	8
4	9
5	11
6	9

On the grid,

draw a bar chart to show the information for the 60 cars.

- Write down the mode

- Manuel uses Marie's result to draw a pie chart. Work out the sector angle for the number of cars with 5 people.



- 3) The table shows how many books were borrowed by the 126 members of a library group in a month.

Number of books	11	12	13	14	15	16
Number of members (frequency)	35	28	22	18	14	9

Find the mode, the median and the mean for the number of books borrowed.

- 4) A school has 350 students.

- On the school sports day 96% of the students were present. Calculate how many students were absent.
- The table shows the number of students attending school in one week.

Monday	Tuesday	Wednesday	Thursday	Friday
334	329	348	341	323

For these values, calculate the mean, the median and the range.