Rzut ukośny z oporem powietrza F=-kV

1. Równania ruchu;

Rozpatrujemy rzut ukośny w obecności grawitacji ($g=10m/s^2$) oraz siły oporu powietrza proporcjonalnej do wartości prędkości ciała. Przy takim założeniu składowe siły oporu powietrza mają postać:

$$F_x = -k V_x \qquad F_y = -k V_y$$

Po uwzględnieniu siły grawitacji skierowanej **w dół** równania ruchu przybierają postać:

$$m\frac{dV_x}{dt} = -k V_x \qquad m\frac{dV_y}{dt} = -mg - k V_y$$

Po podzieleniu przez masę dostajemy:

$$\frac{dV_x}{dt} = -\beta V_x \qquad \frac{dV_y}{dt} = -g - \beta V_y$$

2. Rozwiązania dla prędkości

Rozwiązanie dla *Vx(t)* z warunkiem początkowym *Vx(t=0) = Vox = Vo cos(α)*

$$V_x(t) = V_{ox}\, e^{-\beta t} = V_o\, e^{-\beta t} \cos(\alpha)$$

(kto nie wierzy niech sprawdzi przez podstawienie do równania 8-D))), a kto wie jak to może sobie sam znaleźć to rozwiązanie).

Rozwiązanie dla *Vy(t)* z warunkiem początkowym *Vy(t=0) = Voy = Vo sin(α)*

$$V_y(t) = \left(V_{oy} + \frac{g}{\beta}\right) e^{-\beta t} - \frac{g}{\beta} = \left(V_o \sin(\alpha) + \frac{g}{\beta}\right) e^{-\beta t} - \frac{g}{\beta}$$

3. Rozwiązania dla współrzędnych:

Rozwiązania otrzymujemy przez scałkowanie zależności składowych prędkości od czasu względem czasu:

$$x(t) = \frac{V_{ox}}{\beta}\left(1 - e^{-\beta t}\right)$$

$$y(t) = \left(\frac{V_{oy}}{\beta} + \frac{g}{\beta}\right)\left(1 - e^{-\beta t}\right) - \frac{g\,t}{\beta}$$

4. Tor ruchu

Aby znaleźć równanie toru ruchu ciała wystarczy wyznaczyć z zależności *x(t)* dwa czynniki:

$$1 - e^{-\beta t} = \frac{\beta x}{V_{ox}} \qquad\qquad t = -\frac{1}{\beta}\left(\frac{V_{ox}}{\beta} - x\right)$$

Po wstawieniu tych czynników do równania na *y(t)* dostajemy równanie toru.

5. **Przykładowe wykresy** (Vo=10, α=45) dla różnych wartości stałej β :