Aufgabe

Wir wollen annehmen, dass sich die Akkuladedauer für Handys gut durch eine Normalverteilung mit einer Standardabweichung von 20 beschreiben lässt. Aus $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2 = 20^2)$ wurde eine Stichprobe mit den Realisationen $(x_1, \ldots, x_{100})$ gezogen, wobei $\bar{x} = 121,06$ Minuten. Ermitteln Sie die Grenzen eines 95%-KIs für μ.

Aufgabe

Wir wollen annehmen, dass sich die Akkuladedauer für Handys gut durch eine Normalverteilung mit einer Standardabweichung von 20 beschreiben lässt. Aus $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2 = 20^2)$ wurde eine Stichprobe mit den Realisationen $(x_1, \ldots, x_{100})$ gezogen, wobei $\bar{x} = 121,06$ Minuten. Ermitteln Sie die Grenzen eines 95%-KIs für μ.

Definition: $1 - \alpha$-KI für μ falls σ bekannt ist

$$\left[\bar{X} - z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \bar{X} + z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

- α ist das Konfidenzniveau
- $z_{1-\alpha/2}$ ist das $1 - \alpha/2$-Quantil der Standardnormalverteilung
- σ ist die **bekannte** Standardabweichung
- n ist der Stichprobenumfang

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

$$\begin{aligned}
1 - \alpha &= P(-z_{1-\alpha/2} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq z_{1-\alpha/2}) \\
&= P(-z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} - \mu \leq z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) \\
&= P(\bar{X} - z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}})
\end{aligned}$$

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

$$\begin{aligned}
1 - \alpha &= P(-z_{1-\alpha/2} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq z_{1-\alpha/2}) \\
&= P(-z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} - \mu \leq z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) \\
&= P(\bar{X} - z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}})
\end{aligned}$$

$$\left[\bar{X} - z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \bar{X} + z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

Aufgabe

Wir wollen annehmen, dass sich die Akkuladedauer für Handys gut durch eine Normalverteilung mit einer Standardabweichung von 20 beschreiben lässt. Aus $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2 = 20^2)$ wurde eine Stichprobe mit den Realisationen $(x_1, \ldots, x_{100})$ gezogen, wobei $\bar{x} = 121,06$ Minuten. Ermitteln Sie die Grenzen eines 95%-KIs für μ.

- Arithmetisches Stichprobenmittel: $\bar{x} = 121,06$
- Konfidenzniveau: $\alpha = 5\%$
- Damit ist das Quantil $z_{1-\alpha/2} = z_{0,975} = 1,96$
- Die **bekannte** Standardabweichung ist $\sigma = 20$
- Der Stichprobenumfang ist $n = 100$

- Arithmetisches Stichprobenmittel: $\bar{x} = 121,06$
- Konfidenzniveau: $\alpha = 5\%$
- Damit ist das Quantil $z_{1-\alpha/2} = z_{0,975} = 1,96$
- Die **bekannte** Standardabweichung ist $\sigma = 20$
- Der Stichprobenumfang ist $n = 100$

Definition: $1-\alpha$-KI für μ falls σ bekannt ist

$$\left[\bar{X} - z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \bar{X} + z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

- Arithmetisches Stichprobenmittel: $\bar{x} = 121,06$
- Konfidenzniveau: $\alpha = 5\%$
- Damit ist das Quantil $z_{1-\alpha/2} = z_{0,975} = 1,96$
- Die **bekannte** Standardabweichung ist $\sigma = 20$
- Der Stichprobenumfang ist $n = 100$

Definition: $1-\alpha$-KI für μ falls σ bekannt ist

$$\left[\bar{X} - z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \bar{X} + z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

$$\left[121,06 - 1,96 \cdot \frac{20}{\sqrt{100}};\ 121,06 + 1,96 \cdot \frac{20}{\sqrt{100}}\right] = [117,14;\ 124,98]$$