Aufgabe

Wir wollen annehmen, dass sich die Akkuladedauer für Handys gut durch eine Normalverteilung beschreiben lässt. Wir beobachten folgenden Ladedauern (in Minuten):

$$106,\ 108,\ 113,\ 95,\ 102,\ 94,\ 101,\ 97,\ 98,\ 96$$

Ermitteln Sie ein 95%-KI für den Erwartungswert μ.

Aufgabe

Wir wollen annehmen, dass sich die Akkuladedauer für Handys gut durch eine Normalverteilung beschreiben lässt. Wir beobachten folgenden Ladedauern (in Minuten):

$$106,\ 108,\ 113,\ 95,\ 102,\ 94,\ 101,\ 97,\ 98,\ 96$$

Ermitteln Sie ein 95%-KI für den Erwartungswert μ.

Definition: $1-\alpha$-KI für μ falls σ unbekannt ist

$$\left[\bar{X} - t_{1-\alpha/2;n-1}\frac{S}{\sqrt{n}};\ \bar{X} + t_{1-\alpha/2;n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}\right]$$

- $S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$
- $t_{1-\alpha/2;n-1}$ ist das $1-\alpha/2$-Quantil der t-Verteilung mit $n-1$ Freiheitsgeraden

$$\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

$$\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

$$\begin{aligned}
1 - \alpha &= P(-t_{1-\alpha/2;n-1} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \leq t_{1-\alpha/2;n-1}) \\
&= P(-t_{1-\alpha/2;n-1}\frac{S}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} - \mu \leq t_{1-\alpha/2;n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}) \\
&= P(\bar{X} - t_{1-\alpha/2;n-1}\frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{1-\alpha/2;n-1}\frac{S}{\sqrt{n}})
\end{aligned}$$

$$\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

$$\begin{aligned}
1-\alpha &= P(-t_{1-\alpha/2;n-1} \leq \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \leq t_{1-\alpha/2;n-1}) \\
&= P(-t_{1-\alpha/2;n-1}\frac{S}{\sqrt{n}} \leq \bar{X}-\mu \leq t_{1-\alpha/2;n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}) \\
&= P(\bar{X}-t_{1-\alpha/2;n-1}\frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X}+t_{1-\alpha/2;n-1}\frac{S}{\sqrt{n}})
\end{aligned}$$

$$\left[\bar{X}-t_{1-\alpha/2;n-1}\frac{S}{\sqrt{n}};\ \bar{X}+t_{1-\alpha/2;n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}\right]$$

Aufgabe

Wir wollen annehmen, dass sich die Akkuladedauer für Handys gut durch eine Normalverteilung beschreiben lässt. Wir beobachten folgenden Ladedauern (in Minuten):

$$106,\ 108,\ 113,\ 95,\ 102,\ 94,\ 101,\ 97,\ 98,\ 96$$

Ermitteln Sie ein 95%-KI für den Erwartungswert μ.

- Arithmetisches Stichprobenmittel: $\bar{x} = 101$
- Irrtumsniveau: $\alpha = 5\%$
- Stichprobenumfang ist $n = 10$
- Quantil $t_{1-\alpha/2;n-1} = t_{0,975;9} = 2,26$
- Die **geschätzte** Standardabweichung ist $s = 6,27$

- Arithmetisches Stichprobenmittel: $\bar{x} = 101$
- Irrtumsniveau: $\alpha = 5\%$
- Stichprobenumfang ist $n = 10$
- Quantil $t_{1-\alpha/2;n-1} = t_{0,975;9} = 2,26$
- Die **geschätzte** Standardabweichung ist $s = 6,27$

Definition: $1 - \alpha$-KI für μ falls σ unbekannt ist

$$\left[\bar{X} - t_{1-\alpha/2;n-1}\frac{S}{\sqrt{n}};\ \bar{X} + t_{1-\alpha/2;n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}\right]$$

- Arithmetisches Stichprobenmittel: $\bar{x} = 101$
- Irrtumsniveau: $\alpha = 5\%$
- Stichprobenumfang ist $n = 10$
- Quantil $t_{1-\alpha/2;n-1} = t_{0{,}975;9} = 2,26$
- Die **geschätzte** Standardabweichung ist $s = 6,27$

Definition: $1-\alpha$-KI für μ falls σ unbekannt ist

$$\left[\bar{X} - t_{1-\alpha/2;n-1}\frac{S}{\sqrt{n}};\ \bar{X} + t_{1-\alpha/2;n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}\right]$$

$$\left[101 - 2,26 \cdot \frac{6,27}{\sqrt{10}};\ 101 + 2,26 \cdot \frac{6,27}{\sqrt{10}}\right] = [96,5;\ 105,5]$$