Der Kolmogorov-Smirnov-Test

Fall 1: Besitzen zwei Zufallsvariablen die gleiche Verteilung? (Zweistichprobenproblem)

Fall 2: Folgt eine Zufallsvariable einer bestimmten theoretischen Verteilung? (Einstichprobenproblem, Anpassungstest)

Fall 1: Besitzen zwei Zufallsvariablen die gleiche Verteilung?

Von zwei Zufallsvariablen X und Y liegen die folgenden Stichproben x und y vor:

```
> x
-0.9379653 -0.5115044  0.2914135  1.6328312 -1.1932723
1.5935587  1.7787011  0.6431912  0.5164562 -1.7528549
> y
-0.8204684  0.4874291  0.7383247  0.5757814 -0.3053884
1.5117812  0.3898432 -0.6212406 -2.2146999  1.1249309
```

Fall 1: Besitzen zwei Zufallsvariablen die gleiche Verteilung?

Von zwei Zufallsvariablen X und Y liegen die folgenden Stichproben x und y vor:

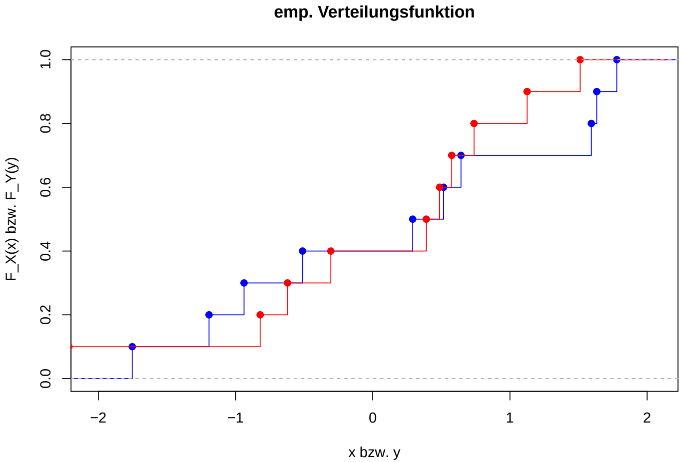
```
> x
-0.9379653 -0.5115044  0.2914135  1.6328312 -1.1932723
1.5935587  1.7787011  0.6431912  0.5164562 -1.7528549
> y
-0.8204684  0.4874291  0.7383247  0.5757814 -0.3053884
1.5117812  0.3898432 -0.6212406 -2.2146999  1.1249309
```

Die Hypothesen lauten:

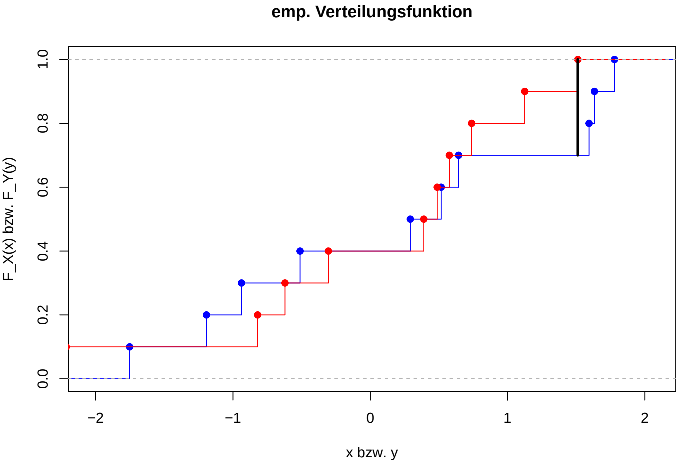
H_0: $F_X(x) = F_Y(y)$

H_1: $F_X(x) \neq F_Y(y)$

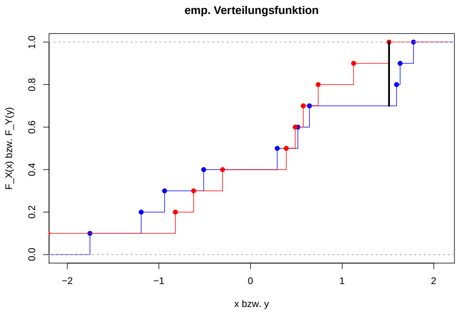
Fall 1: Besitzen zwei Zufallsvariablen die gleiche Verteilung?



Fall 1: Besitzen zwei Zufallsvariablen die gleiche Verteilung?



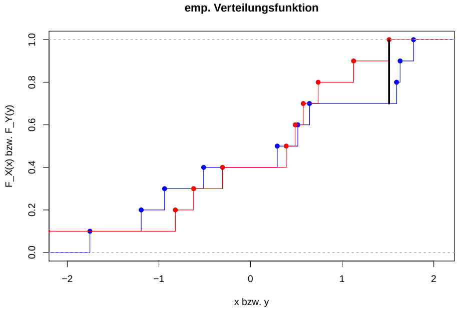
Fall 1: Besitzen zwei Zufallsvariablen die gleiche Verteilung?



$$d_n = \max |F_X(x) - F_Y(y)| \,,$$

wobei n der Stichprobenumfang ist. Übrigens: Die beiden Stichproben müssen nicht den gleichen Stichprobenumfang haben!

Fall 1: Besitzen zwei Zufallsvariablen die gleiche Verteilung?



$$d_n = \max |F_X(x) - F_Y(y)| \, ,$$

wobei n der Stichprobenumfang ist. Übrigens: Die beiden Stichproben müssen nicht den gleichen Stichprobenumfang haben! Bei uns ist $d_{10} = 0.3$.

Fall 1: Besitzen zwei Zufallsvariablen die gleiche Verteilung?

Die Testentscheidung:

1. Bestimme ein Signifikanzniveau α, zum Beispiel $\alpha = 5\%$.
2. Lese den kritischen Wert aus einer Tabelle ab, für $\alpha = 5\%$ beträgt dieser 0.7.
3. Vergleiche den Wert der Testgröße $d_{10} = 0.3$ mit dem kritischen Wert: Da $0.3 < 0.7$, kann die Nullhypothese $F_X(x) = F_Y(y)$ nicht verworfen werden.

Fall 1: Besitzen zwei Zufallsvariablen die gleiche Verteilung?

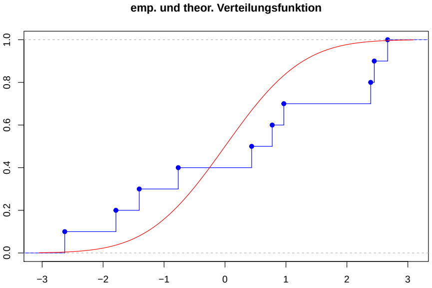
Die Testentscheidung:

1. Bestimme ein Signifikanzniveau α, zum Beispiel $\alpha = 5\%$.
2. Lese den kritischen Wert aus einer Tabelle ab, für $\alpha = 5\%$ beträgt dieser 0.7.
3. Vergleiche den Wert der Testgröße $d_{10} = 0.3$ mit dem kritischen Wert: Da $0.3 < 0.7$, kann die Nullhypothese $F_X(x) = F_Y(y)$ nicht verworfen werden.

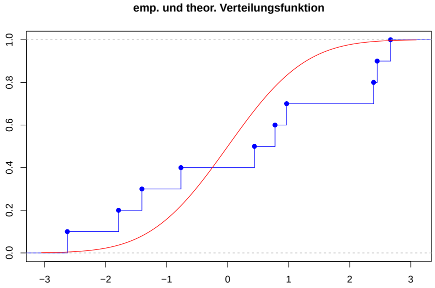
In R:

```
> ks.test(x,y)
Two-sample Kolmogorov-Smirnov test
data:  x and y
D = 0.3, p-value = 0.7869
```

Fall 2: Folgt eine Zufallsvariable einer bestimmten theoretischen Verteilung?

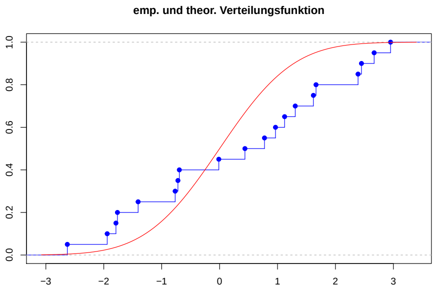


Fall 2: Folgt eine Zufallsvariable einer bestimmten theoretischen Verteilung?




```
> y = runif(10,-3,3); ks.test(y,"pnorm")
One-sample Kolmogorov-Smirnov test
D = 0.29158, p-value = 0.3008
```

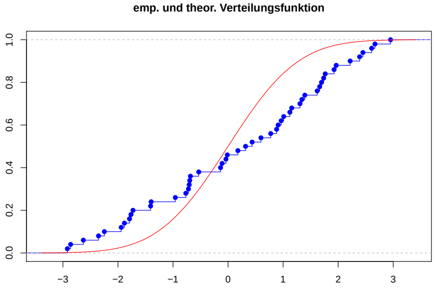
Fall 2: Folgt eine Zufallsvariable einer bestimmten theoretischen Verteilung?




```
> y = runif(20,-3,3); ks.test(y,"pnorm")
One-sample Kolmogorov-Smirnov test
D = 0.28267, p-value = 0.06605
```

100 %

Fall 2: Folgt eine Zufallsvariable einer bestimmten theoretischen Verteilung?




```
> y = runif(50,-3,3); ks.test(y,"pnorm")
One-sample Kolmogorov-Smirnov test
D = 0.25121, p-value = 0.002879
```