Aufgabe

Wie wird eine Maximum Likelihood Schätzfunktion hergeleitet? Formuliere die allgemeine Vorgehensweise.

Aufgabe

Wie wird eine Maximum Likelihood Schätzfunktion hergeleitet? Formuliere die allgemeine Vorgehensweise.

1. Aufstellen der ML-Funktion: $L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f_{X_i}(\theta)$

Aufgabe

Wie wird eine Maximum Likelihood Schätzfunktion hergeleitet? Formuliere die allgemeine Vorgehensweise.

1. Aufstellen der ML-Funktion: $L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f_{X_i}(\theta)$
2. Logarithmierung: $\ln(L(\theta)) = \sum_{i=1}^{n} \ln(f_{X_i}(\theta))$

Aufgabe

Wie wird eine Maximum Likelihood Schätzfunktion hergeleitet? Formuliere die allgemeine Vorgehensweise.

1. Aufstellen der ML-Funktion: $L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f_{X_i}(\theta)$
2. Logarithmierung: $\ln(L(\theta)) = \sum_{i=1}^{n} \ln(f_{X_i}(\theta))$
3. Bestimmung der Ableitung: $\frac{d}{d\theta} \ln(L(\theta))$

Aufgabe

Wie wird eine Maximum Likelihood Schätzfunktion hergeleitet? Formuliere die allgemeine Vorgehensweise.

1. Aufstellen der ML-Funktion: $L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f_{X_i}(\theta)$
2. Logarithmierung: $\ln(L(\theta)) = \sum_{i=1}^{n} \ln(f_{X_i}(\theta))$
3. Bestimmung der Ableitung: $\frac{d}{d\theta} \ln(L(\theta))$
4. Ableitung gleich Null setzen und nach dem gesuchten Parameter auflösen

Aufgabe

Sei X poissonverteilt zu dem Parameter $\lambda > 0$. Wie lautet die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Zufallsvariable X?

Aufgabe

Sei X poissonverteilt zu dem Parameter $\lambda > 0$. Wie lautet die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Zufallsvariable X?

$$P(X = k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!},\ \ k \in \mathbb{N}_0$$

Aufgabe

Es seien $X_1, ..., X_n$ poissonverteilte Zufallsvariablen zu dem Parameter $\lambda > 0$. Führe die allgemeinen Schritte für diese Zufallsvariablen durch, um den Maximum Likelihood Schätzer der Poissonverteilung zu bestimmen.

Aufgabe

Es seien $X_1, ..., X_n$ poissonverteilte Zufallsvariablen zu dem Parameter $\lambda > 0$. Führe die allgemeinen Schritte für diese Zufallsvariablen durch, um den Maximum Likelihood Schätzer der Poissonverteilung zu bestimmen.

1. $L(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} f_{X_i}(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda} \frac{\lambda^{X_i}}{X_i!}$

Aufgabe

Es seien $X_1, ..., X_n$ poissonverteilte Zufallsvariablen zu dem Parameter $\lambda > 0$. Führe die allgemeinen Schritte für diese Zufallsvariablen durch, um den Maximum Likelihood Schätzer der Poissonverteilung zu bestimmen.

1. $L(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} f_{X_i}(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda} \frac{\lambda^{X_i}}{X_i!}$
2. $\ln(L(\lambda)) = \sum_{i=1}^{n} \ln(e^{-\lambda} \frac{\lambda^{X_i}}{X_i!}) = \sum_{i=1}^{n}(-\lambda + X_i \ln(\lambda) - \ln(X_i!)) = -n\lambda + \ln(\lambda) \sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} \ln(X_i!)$

Aufgabe

Es seien $X_1, ..., X_n$ poissonverteilte Zufallsvariablen zu dem Parameter $\lambda > 0$. Führe die allgemeinen Schritte für diese Zufallsvariablen durch, um den Maximum Likelihood Schätzer der Poissonverteilung zu bestimmen.

1. $L(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} f_{X_i}(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda} \frac{\lambda^{X_i}}{X_i!}$
2. $\ln(L(\lambda)) = \sum_{i=1}^{n} \ln(e^{-\lambda} \frac{\lambda^{X_i}}{X_i!}) = \sum_{i=1}^{n}(-\lambda + X_i \ln(\lambda) - \ln(X_i!)) = -n\lambda + \ln(\lambda) \sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} \ln(X_i!)$
3. $\frac{d}{d\lambda} \ln(L(\lambda)) = -n + \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^{n} X_i$

Aufgabe

Es seien $X_1, ..., X_n$ poissonverteilte Zufallsvariablen zu dem Parameter $\lambda > 0$. Führe die allgemeinen Schritte für diese Zufallsvariablen durch, um den Maximum Likelihood Schätzer der Poissonverteilung zu bestimmen.

1. $L(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} f_{X_i}(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda} \frac{\lambda^{X_i}}{X_i!}$
2. $\ln(L(\lambda)) = \sum_{i=1}^{n} \ln(e^{-\lambda} \frac{\lambda^{X_i}}{X_i!}) = \sum_{i=1}^{n}(-\lambda + X_i \ln(\lambda) - \ln(X_i!)) = -n\lambda + \ln(\lambda) \sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} \ln(X_i!)$
3. $\frac{d}{d\lambda} \ln(L(\lambda)) = -n + \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^{n} X_i$
4. $-n + \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^{n} X_i \overset{!}{=} 0 \Rightarrow \hat{\lambda}_{ML} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i = \bar{X}$

Aufgabe

Es liegen nun die folgenden Realisationen der Zufallsvariablen vor:

$$x_1 = 4, x_2 = 5, x_3 = 1, x_4 = 2, x_5 = 7, x_6 = 11, x_7 = 2, x_8 = 8$$

Bestimme den Maximum Likelihood Schätzwert $\hat{\lambda}_{ML}$ für λ.

Aufgabe

Es liegen nun die folgenden Realisationen der Zufallsvariablen vor:

$$x_1 = 4, x_2 = 5, x_3 = 1, x_4 = 2, x_5 = 7, x_6 = 11, x_7 = 2, x_8 = 8$$

Bestimme den Maximum Likelihood Schätzwert $\hat{\lambda}_{ML}$ für λ.

$\hat{\lambda}_{ML} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^{8} x_i = \frac{1}{8} \cdot 40 = 5$

Aufgabe

Mit Hilfe der Maximum Likelihood Methode wird aus einer Menge an möglichen Parametern ein Parameter bestimmt, der als Schätzwert für die zugrunde liegende Verteilung dient. Allgemein formuliert, welcher Parameter wird bei der Maximum Likelihood Methode ausgewählt?

Aufgabe

Mit Hilfe der Maximum Likelihood Methode wird aus einer Menge an möglichen Parametern ein Parameter bestimmt, der als Schätzwert für die zugrunde liegende Verteilung dient. Allgemein formuliert, welcher Parameter wird bei der Maximum Likelihood Methode ausgewählt?

Es wird derjenige Parameter ausgewählt, der die Stichprobe am plausibelsten erscheinen lässt.