Was ist der Fehler 1. Art?

Angenommen, wir testen statistisch die Hypothese H_0 gegen die Hypothese H_1.
Zum Beispiel: Ein Würfel ist fair (H_0) versus er ist gezinkt (H_1).

Was ist der Fehler 1. Art?

Angenommen, wir testen statistisch die Hypothese H_0 gegen die Hypothese H_1.
Zum Beispiel: Ein Würfel ist fair (H_0) versus er ist gezinkt (H_1).

	H_0 annehmen	H_0 verwerfen
H_0 ist wahr	$\surd$	Fehler 1. Art
H_0 ist falsch	Fehler 2. Art	$\surd$

Beispiel

Wir testen einen Würfel auf die Frage, ob er fair ist. Wir verwenden die Nullhypothese „*Der Würfel ist fair!*“ und die Gegenhypothese „*Der Würfel ist nicht fair!*“. Bei unserem Test wird davon ausgegangen, dass der Würfel fair ist, wenn bei 50 Würfen mindestens 5 mal und höchstens 12 mal die 6 fällt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art?

Beispiel

Wir testen einen Würfel auf die Frage, ob er fair ist. Wir verwenden die Nullhypothese „*Der Würfel ist fair!*“ und die Gegenhypothese „*Der Würfel ist nicht fair!*“. Bei unserem Test wird davon ausgegangen, dass der Würfel fair ist, wenn bei 50 Würfen mindestens 5 mal und höchstens 12 mal die 6 fällt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art?

- H_0 : Würfel ist fair, H_1 : Würfel ist nicht fair
- Stichprobenumfang $n = 50$, Testgröße X = Anzahl der 6en
- Annahmebereich $\{5, ..., 12\}$
- Ablehnungsbereich $\{0, ..., 4, 13, ..., 50\}$

Wie ist X unter H_0 verteilt?

- Binomialverteilung
- $n = 50$
- $p = \frac{1}{6}$

Wie ist X unter H_0 verteilt?

- Binomialverteilung
- $n = 50$
- $p = \frac{1}{6}$

Wann begehen wir den Fehler 1. Art?

- H_0 verwerfen obwohl H_0 wahr ist
- die Anzahl der 6en liegt nicht im Annahmebereich, obwohl der Würfel fair ist
- $X \notin \{5, ..., 12\}$, $X \sim \mathcal{B}(n = 50, p = 1/6)$

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art?

- $X \notin \{5, ..., 12\}$, $X \sim \mathcal{B}(n = 50, p = 1/6)$

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art?

- $X \notin \{5, ..., 12\}$, $X \sim \mathcal{B}(n = 50, p = 1/6)$
- $\mathbf{P}(X \notin \{5, ..., 12\})$

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art?

- $X \notin \{5, ..., 12\}$, $X \sim \mathcal{B}(n = 50, p = 1/6)$
- $\mathbf{P}(X \notin \{5, ..., 12\})$
  $= \mathbf{P}(X \leq 4) + \mathbf{P}(X \geq 13)$

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art?

- $X \notin \{5, ..., 12\}$, $X \sim \mathcal{B}(n = 50, p = 1/6)$
- $\mathbf{P}(X \notin \{5, ..., 12\})$
  $= \mathbf{P}(X \leq 4) + \mathbf{P}(X \geq 13)$
  $= \mathbf{P}(X \leq 4) + 1 - \mathbf{P}(X \leq 12)$

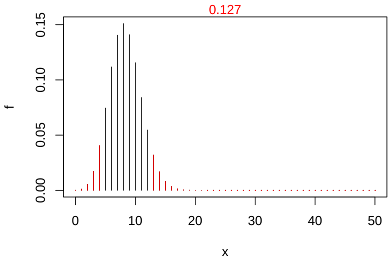
Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art?

- $X \notin \{5, \ldots, 12\}$, $X \sim \mathcal{B}(n = 50, p = 1/6)$
- $\mathbf{P}(X \notin \{5, \ldots, 12\})$
  $= \mathbf{P}(X \leq 4) + \mathbf{P}(X \geq 13)$
  $= \mathbf{P}(X \leq 4) + 1 - \mathbf{P}(X \leq 12)$
  $=$ `pbinom(4,50,1/6)` $+$ `1 - pbinom(12,50,1/6)`

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art?

- $X \notin \{5, ..., 12\}$, $X \sim \mathcal{B}(n = 50, p = 1/6)$
- $\mathbf{P}(X \notin \{5, ..., 12\})$
  $= \mathbf{P}(X \leq 4) + \mathbf{P}(X \geq 13)$
  $= \mathbf{P}(X \leq 4) + 1 - \mathbf{P}(X \leq 12)$
  $=$ `pbinom(4,50,1/6)` $+$ `1 - pbinom(12,50,1/6)`
  $= 0.0643 + 1 - 0.9373 = 0.1270$

Wie können wir den Fehler 1. Art beschränken?




```
> x <- 0:50
> f <- dbinom(x,50,1/6)
> plot(x,f,type="h")

> reject <- c(0:4,13:50)
> f_reject <- dbinom(reject,50,1/6)
> lines(reject,f_reject,col="red",type="h")
> mtext(round(sum(f_reject),4),side=3,col="red")
```

Wie können wir den Fehler 1. Art beschränken?

```
> x <- 0:50
> f <- dbinom(x,50,1/6)
> plot(x,f,type="h")

> reject <- c(0:3,14:50)
> f_reject <- dbinom(reject,50,1/6)
> lines(reject,f_reject,col="red",type="h")
> mtext(round(sum(f_reject),4),side=3,col="red")
```