

Aufgabenblatt 6

Aufgabe 1 (Klausur 2016, Aufgabe 3)

Angenommen, die Daten werden erzeugt mittels der Gleichung:

$$y_t = \mu + u_t + \theta_2 u_{t-2}, \quad t = 1, 2, 3, \dots$$

mit unabhängig identisch verteiltem Rauschen $(u_t)_{t \in \mathbb{Z}}$ mit Erwartungswert 0 und Varianz σ^2 .

- Welche Eigenschaften muss ein Prozess haben, um stationär zu sein?
- Bitte berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von y_t sowie die Kovarianzfunktion zum Lag 1, 2 und 3.
- Welche Bedingungen müssen für die Parameter gelten, damit $(y_t)_{t \in \mathbb{N}}$ stationär ist?

Aufgabe 2 (Klausur 2014, Aufgabe 3)

Gegeben sei die AR(1) Gleichung

$$y_t = 1 + 0.5y_{t-1} + \epsilon_t, \quad t \geq 1$$

für weißes Rauschen $(\epsilon_t)_{t \in \mathbb{N}}$ mit Erwartungswert 0 und Varianz $\frac{1}{10}$.

- Bitte bestimmen Sie alle Lösungen dieser Differenzengleichung.
- Berechnen Sie die Verteilung des Startwertes y_0 , der zu einer stationären Lösung führt.
- Berechnen Sie die zugehörige Autokorrelationsfunktion für die Lags $k = 1, \dots, 5$.

Aufgabe 3 (Schätzung von AR(p) Prozessen)

- Was ist die “companion” Form eines AR(p) Prozesses und wofür ist sie nützlich?
- Welchen Annahmen des klassischen linearen Regressionsmodells können für die Kleinst-Quadrate Schätzung eines AR(p) Prozesses erfüllt sein, welche nicht?
- Bitte simulieren Sie einen AR(4) Prozess in R und schätzen Sie die Parameter.