**Zadanie**

**NUM 6** **Kraków 24.01.2022r**

**Sprawozdanie**

Wprowadzenie:

Naszym celem w zadaniu było znalezienie oraz narysowanie odpowiednich wielomianów Interpolacyjnych stopnia n, na przedziale <-1:1>. Używaliśmy w nim dwóch różnych metod generowania węzłów interpolacji:

a) $x_i = -1 + 2\frac{i}{n} \; dla \; i = 1, \dots, n$

b) $x_i = \cos\left(\frac{2i+1}{2(n+1)}\pi\right) dla \; i = 1, \dots, n$

Oraz generowaliśmy wartości dla dwóch różnych funkcji

a) $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$
b) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Mając do dyspozycji powyższe dane możemy wygenerować sobie „tabelkę” punktów ($x_i$,$y_i$), które w programie przechowuję jako wektory par.

W zadaniu posługuję się wzorem Interpolacyjnym Lagrange’a:

$$W_n(x) = \sum_i y_i \varphi_i(x)$$

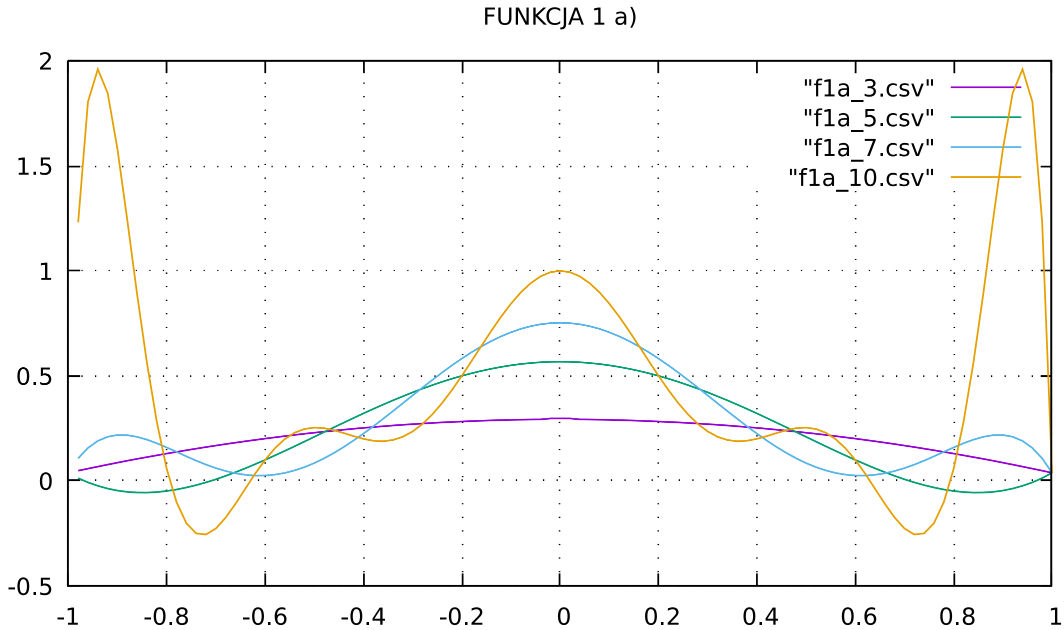
$$gdzie \; \varphi_i(x) = \frac{(x - x_0) * \dots * (x - x_{i-1}) * (x - x_{i+1}) \dots * (x - x_n)}{(x_i - x_0) * \dots * (x_i - x_{i-1}) * (x_i - x_{i+1}) \dots * (x_i - x_n)}$$

Wyniki:

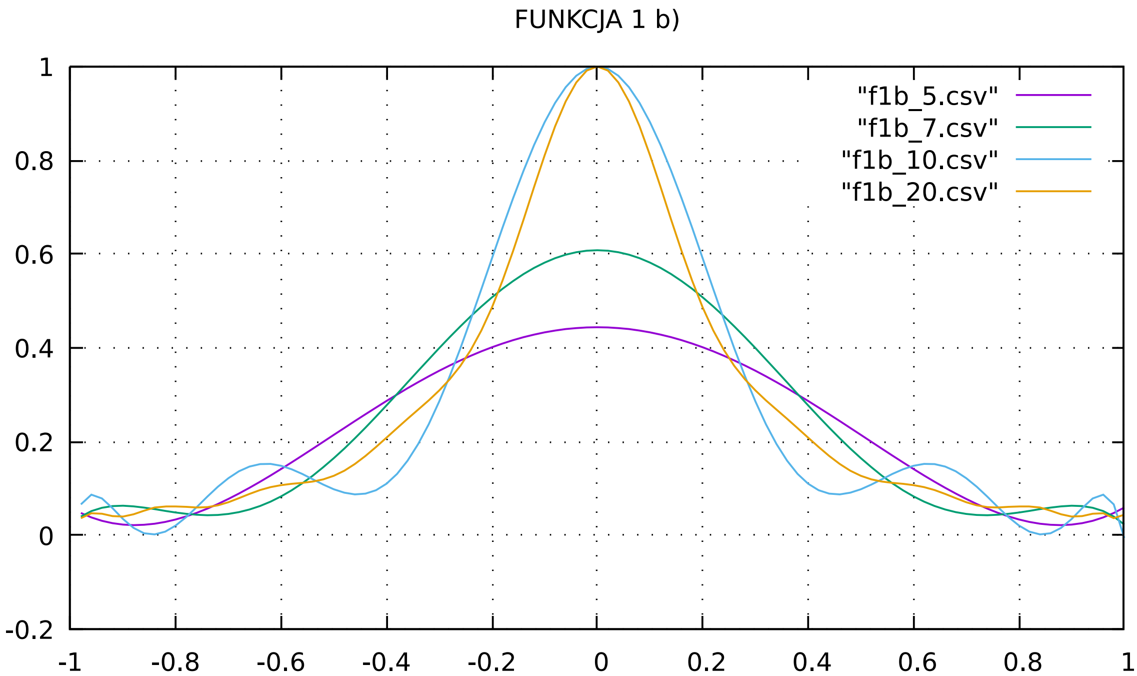
Poniżej umieszczone są wykresy dla odpowiednio wygenerowanych danych. Zostały one zrobione w programie GNUplot.

Na osiach y znajdują się wartości wielomianów f(x), na osiach x mamy zadany w zadaniu przedział [-1, 1].

Pierwszy wykres przedstawia funkcję pierwszą z jednorodnymi węzłami interpolacji, jak widzimy dość szybko bo dla n = 7, i n = 10 (szczególnie) możemy zaobserwować duże oscylacje Rungego spowodowane równoodległością węzłów.

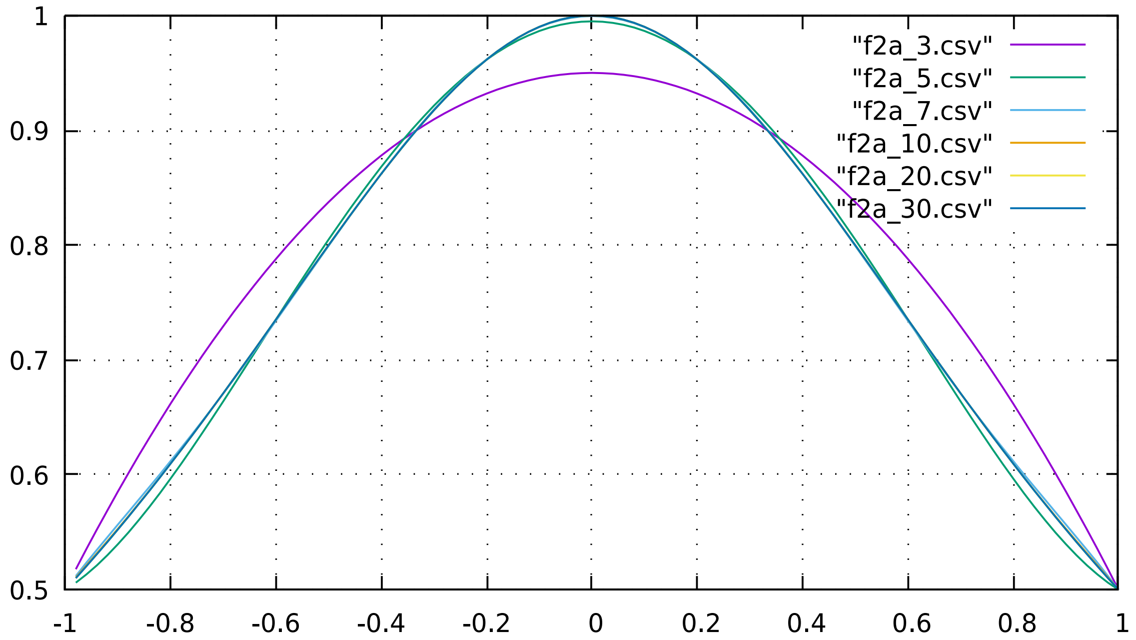



Następny wykres sporządzony został dla tej samej funkcji jednak innego próbkowania, takie rozłożenie węzłów sprawia, że dla dużych n oscylacje Rungego są znacznie mniejsze a uzyskane wykresy dokładniejsze wraz ze wzrostem n. Jest to zasługa gęstszego próbkowania na krańcach przedziału metody punktu b).



Na poniższych dwóch wykresach, które przedstawiają funkcję $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ oscylacje wcale nie występują, możemy również zauważyć , że funkcja zachowuje się jednakowo dobrze w obu przypadkach generowania węzłów i nawet dla małych wartości n daje dobre przybliżenia funkcji.

FUNKCJA 2 a)




FUNKCJA 2 b)