



Kvantitativni modeli u ekonomiji

Uputstvo za polaganje ispita



USLOV

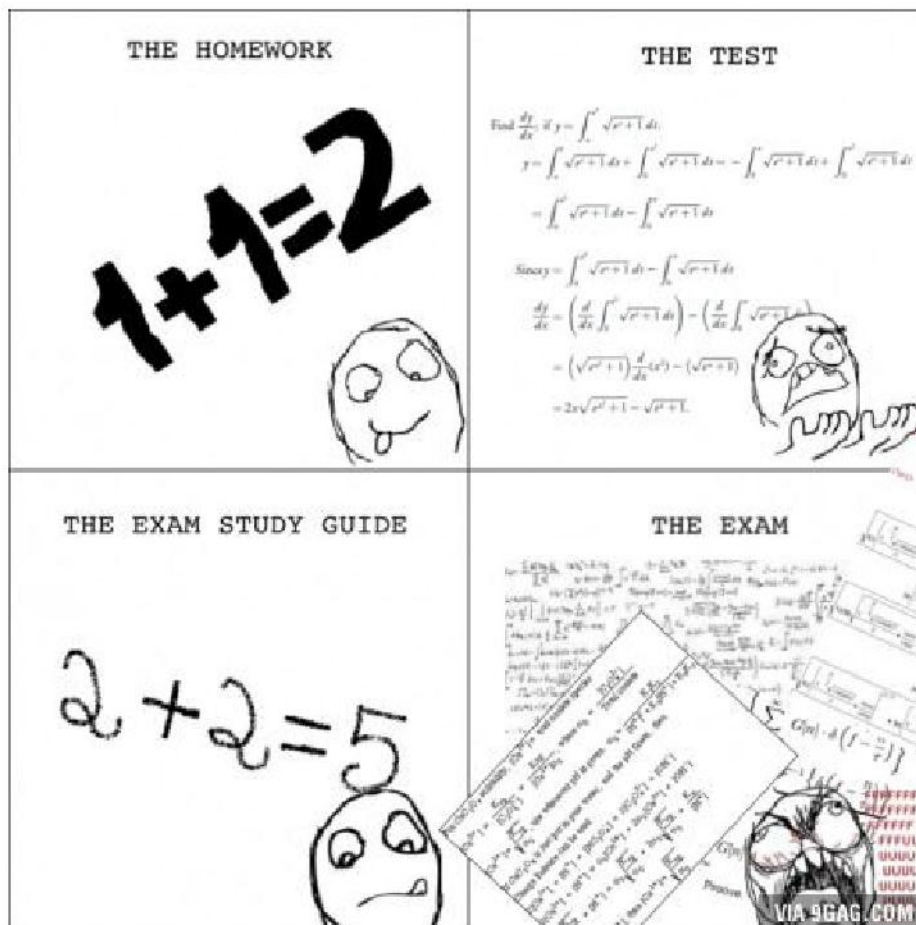
Ovo uputstvo vezano je za Ekonomski fakultet u Sarajevu.

Samo uputstvo bez prethodnog znanja **NIJE** dovoljno da se položi ispit.

Korištenje ovog materijala podrazumijeva da ste bili prisutni na svim predavanjima, razumijete pojmove, skraćenice i nisu vam strani načini izrade zadataka.

Razlog zašto studenti padaju:

Nakon višegodišnjeg iskustva (znam znam), razlog je nedovoljna obrada ispitnih zadataka. Da vam skratim priču, u biti na predavanjima radite osnovu a na ispitu dođu 10x teži zadaci.



Po mom iskrenom mišljenju instrukcije iz ovog nisu potrebne, osim ako ste u srednjoj školi imali 2 iz matematike.



“Prve tri godine su najteže, pa upišeš drugu”

Ovde su u biti postavljeni zadaci iz finansijske i aktuarske matematike. Zadaci su otprilike poredani po težini i oblasti. Neki zadaci vjerovatno NISU tačni a neki nisu urađeni. Razlog tome je što sam sam radio ili su preuzeti sa interneta. Bit je da shvatite kako se rade i u čemu je caka. S vremenom ovu ću skriptu updateovat (ažurirat) i u budućnosti planiram napraviti website sa svim predmetima EFSA, njihovim uputstvima i dodatnim materijalima. Ja nisam pisao ove zadatke i nisam ih izmislio. Rađeni su na predavanju ili pronađeni pa urađeni a vezani su za ispit. Da vam dalje ne gubim vrijeme, samo još nešto da znate, ako neki zadatak nije tačan, nije lijepa postavka, ima grešku ili vi biste htjeli dodat neki zadatak, obrazložiti nešto itd. Pošaljite mail na **logglog@mail.com** vaše ime će biti uz isparvku, zadatak i sl. Takođe ako imate neko mišljenje, pohvalu, vezano za website i materijal slobodno javite ;)



Sretno s učenjem

Tablice i formule možete naći u ZIPu. Takođe same postavke zadataka bez izrade.

FINANSIJSKA MATEMATIKA

U prvi dio spadaju

ULOZI, RENTE, AMORTIZACIJA ZAJMA

Haj prvo da se zagrijemo

Iz knjige (malo dotjeran)

Zadatak 1.

Studentska organizacija je odlučila da ulaže početkom svake godine u toku 5 godina po 20.000 KM. Kojim će iznosom raspolagati jednu godinu poslije posljednje plate ako banka obračunava kamatu polugodišnje na bazi godišnje stope 6% (d)?

Iako je ovo osnova objasniti ću za one baš baš početnike.

Iz postavke vidimo da je
n=5 godina, u(ulog)=20.000,
p=6%; m(polugodišnje)=2;

Eh sad skontaš ako se **ulog** ulaže **početkom svake godine** a **kamata** obračunava **polugodišnje** onda ovaj model je

→ ulaganje rjeđe od obračunavanja kamate (logično?)

Nije teško? Ovo je 70% zadatka.

Eh sad uzmeš formule finansijske matematike i tamo piše

Jednaki ulozi - ulaganje rjeđe od obračunavanja kamate

Pošto se ovo plaća POČETKOM godine to su ANTICIPATIVNI i pišeš formulu:

$$K_{mn} = u * \left(\frac{III_p^{mn+m}}{III_p^m} \right) - 1$$

$$\text{Sad samo uvrstite } m*n \text{ je } 2*5 = 10 \quad K_{10} = 20.000 * \left(\frac{III_3^{2*5+2}}{III_3^2} \right) - 1$$

Zašto je p = 3 a ne 6%? Zato što je POLUGOIŠNJE m=2, dijeliš kamatu sa m i dobiješ 3.

Eh sad uzmeš tablice i potražiš III 12 god 3% koliko iznosi isto i za III 2 god 3%. Kad uvrstiš sve trebaš da dobiješ:

R: 199.822,95

Pošto je ovo prvo uputstvo, očekujem da će imat dosta nedostataka, neurađenih zadataka, grešaka itd. Cilj je korak po korak objasniti kako se radi zadatak. Na što lakši način.

Ovi zadaci biće urađeni i objašnjeni tokom vremena, da li od mene, da li od drugih studenata

Ulagano je na kraju svakog mjeseca po 1000 n.j. u toku 5 godina uz tromjesečni obračun kamate na osnovu polugodišnje kamatne stope 4%(d). Tri godine nakon utvrđivanja konačne vrijednosti dekurzivnih uloga oformljena je miza za buduće rente. Obračun kamata je kako je to već navedeno. Nakon utvrđivanja iznosa mize počinje isplata neposrednih jednakih godišnjih anticipativnih renti u narednih pet godina uz polugodišnji obračun kamata na osnovu polugodišnje stope 3%(d). Izračunati iznos jedne rente.

Ulagano je na kraju svakog mjeseca po 500 n.j. u toku 10 godina uz polugodišnji obračun kamate na osnovu godišnje kamatne stope 5%(d). Tri godine nakon utvrđivanja vrijednosti dekurzivnih uloga oformljena je miza za buduće uloge. Obračun kamata je kako je to već navedeno. Nakon utvrđivanja iznosa mize počinje isplata neposrednih jednakih godišnjih anticipativnih renti u narednih 5 god. uz polugodišnji obračun kamata na osnovu polugodišnje kamatne stope 3%(d). Izračunati iznos jedne rente.

Zajam od 2 miliona n.j. treba otplatiti u narednih pet godina na osnovu jednakih godišnjih dekurzivnih otplata uz polugodišnji obračun kamate po godišnjoj kamatnoj stopi od 8%(d).

- a) izraditi otplatni plan
- b) konačnu kontrolu
- c) objasniti model

Zajam od 100.000 treba amortizovati u toku 12 god. jednakim godišnjim dekurzivnim anuitetima po stopi 8,5%(d) uz godišnji obračun.

Kada je uplaćen 8. anuitet kamata je snižena na 7%(d) godišnje a vrijeme amortizacije je produženo za 3 godine.

Koliki je anuitet poslije konverzije?

Ulagano je na početku svakog mjeseca u periodu od 3 god. po 500 nj. uz tromjesečni obračun kamata i kamatna stopa je 12% (d).

Nakon dvije godine i 1 mjesec od dana posljednjeg ulaganja uloženo je jednokratno 2.000 nj. U ovom periodu kamata se obračunava na isti način kao pod (a).

Nakon 5 godina od jednokratne uplate počelo je isplaćivanje polugodišnje dekurzivne rente koja se neprekidno sukcesivno povećavala za 3% . Isplata je vršena u toku 4 godine uz polugodišnji obračun kamata. Kamatna stopa na godišnjem nivou bila je u prve dvije godine 5% a u posljednje dvije 8%(d). Do početka isplate renti kamata se obračunavala kao pod (a).

- 1) Koliko je iznosila prva, peta i osma renta
- 2) Suma kamata u periodu isplate renti.

Zajam od 300.000 nj. treba amortizovati u toku 3 godine jednakim polugodišnjim otplatama. Kamata se obračunava i plaća godišnje po 12%(d). Izraditi amortizacijski plan i izvesti konačnu kontrolu.

Ulagano je 400km, svaka 2 mjeseca dekurzivno 6 godina. Godišnja kamatna stopa 10%(d) polugodišnji obračun. Nakon 1,5 godina od zadnje uplate, uplaceno je jednokratno 1000KM. Koliko iznosi konačna vrijednost 3 godine nakon uplate jednokratnog iznosa, ako se kamata za ove 3 godine racuna na osnovu iste stope ali obračun tromjesečni.

Zajam od 4.000.000 KM treba amortizovati za 4 godine jednakim godisnjim dekurzivnim otplatama. Kamata je mjesečna 4%, a obračun 4-mjesečni i plaća se efektivno sa otplatom
 Izraditi amortizacioni plan
 Konačnu kontrolu
 Objasniti ovaj model

OVI SU URAĐENI ALI NISU OBJAŠNJENJI

I test – Finansijska matematika

ZADATAK 1.

Ulagano je u toku 8 godina početkom svake godine uz kamatnu stopu 10% (d) i polugodišnji obračun kamate. U toku prve 4 godine ulagano je po ... KM. U toku naredne 3 godine ulogi iznose po ... KM. Ulog u posljednjoj godini iznosi ... KM. Izračunati:

- kolika je konačna vrijednost svih uloga 3,5 godine nakon posljednje uplate, ako je kamata za posljednje 2,5 godine 4.624,32 KM i ako je ulog druge serije manji od uloga treće serije za 5%, a ulog treće serije veći od uloga prve serije za 15%.
- Koliki je ulog svake serije?

Objasniti značenje I i III tablice složenih kamata;

Objasniti model ulaganja.

$$K_n = u \cdot \frac{III_p^{mn+m}}{m} - 1$$

$$K_8 = \frac{u_3}{1.15} \cdot \frac{III_{10}^p}{III_5^2} - 1 \cdot I_5^8 + 0.95u \cdot \frac{III_5^8}{III_5^2} - 1 \cdot I_5^2 + u \cdot \frac{I}{2}$$

$$K_8 = 11.53178023 \cdot u_3$$

$$I = K_n - K_8$$

$$4,624.32 = 11.53178023 \cdot u_3 \cdot I_5^5 - 11.53178023 \cdot u_3 \quad u_3 = 1,451.44178$$

$$u_2 = 1,378.869691 \quad u_1 = 1,262.123287$$

$$K_n = 21,362.02762$$

ZADATAK 2.

Ulagano je u toku 5 godina na početku svakog tromjesečja uz kamatnu stopu 10% (d) i polugodišnji obračun kamate. U toku prve 2 godine ulagano je po ... KM. U toku naredne 2 godine ulozi iznose po 50.000,00 KM. Ulozi u posljednjoj godini iznose ... KM. Izračunati:

- koliki je ulog svake serije;
- koliko iznosi konačna vrijednost svih uloga 2 godine i 9 mjeseci nakon posljednje uplate, ako je ulog druge serije veći od uloga prve serije za 5%, a ulog treće serije manji od uloga prve serije za 45%.

Objasniti značenje I i III tablice složenih kamata;

Objasniti model ulaganja.

$$u_3 = 26,190.47619$$

$$u_2 = 50,000$$

$$u_1 = 47,619.04762$$

$$K_n = u \cdot m + \frac{p(m+1)}{200} \cdot (1 + III_p^{n-1})$$

$$K_5 = u_1 \cdot 2 + \frac{5(2+1)}{200} \cdot (1 + III_5^3) \cdot I_5^6 +$$

$$+ u_2 \cdot 2 + \frac{5(2+1)}{200} \cdot (1 + III_5^3) \cdot I_5^2 +$$

$$+ u_3 \cdot 2 + \frac{5(2+1)}{200} \cdot (1 + III_5^1)$$

$$K_5 = 1,175,140.498$$

$$K_n = K_5 \cdot I_5^5$$

$$K_n = 1,499,810.15$$

ZADATAK 3.

Zajam od 150.000,00 KM treba otplatiti u naredne 2 godine. Amortizacija se vrši polugodišnjim dekurzivnim anuitetima koji se konstantno smanjuju za 1.000,00 KM. Kamata se obračunava po 14%(d) uz polugodišnji obračun.

- Izraditi amortizacioni plan;
- Izvesti konačnu kontrolu i objasniti;
- Objasniti model amortizacije.

$$K = a_1 \cdot IV_p^n - \frac{100d}{100 - 1,000} (IV_p^n - n \cdot II_p^n) p$$

$$150,000 = a_1 \cdot IV_7^4 + \frac{100 \cdot 1,000}{100 - 1,000} (IV_7^4 - 4 \cdot II_7^4) 7$$

$$a_1 = 45,699.75369$$

Na kraju godine	Dug i			
	ostatak	Kamata	Otplata	Anuitet
	duga			
0	150,000.00			
1	114,800.25	10,500.00	35,199.75	45,699.75
2	78,136.52	8,036.02	36,663.73	44,699.75
3	39,906.32	5,469.56	38,230.19	43,699.75
4	0.02	2,793.44	39,906.31	42,699.75
KK	382,843.11	26,799.02	149,999.98	176,799.00

ZADATAK 4. Zajam od 75.000,00 KM treba otplatiti u naredne 2 godine. Amortizacija se vrši polugodišnjim dekurzivnim anuitetima koji se konstantno povećavaju za 2.000,00 KM. Kamata se obračunava po 16%(d) uz polugodišnji obračun.

- Izraditi amortizacioni plan;
- Izvesti konačnu kontrolu i objasniti;
- Objasniti model amortizacije.

$$K = a_1 \cdot IV_p^n + \frac{100d}{100 - 2,000} (IV_p^n - n \cdot II_p^n) p$$

$$75,000 = a_1 \cdot IV_8^4 + \frac{100 \cdot 2,000}{100 - 2,000} (IV_8^4 - 4 \cdot II_8^4) 8$$

$$a_1 = 19,836.14078$$

Na kraju godine	Dug i			
	ostatak	Kamata	Otplata	Anuitet
	duga			
0	75,000.00			
1	61,163.85	6,000.00	13,836.15	19,836.15
2	44,220.81	4,893.11	16,943.04	21,836.15
3	23,922.32	3,537.66	20,298.49	23,836.15
4	-0.04	1,913.79	23,922.36	25,836.15
KK	204,306.94	16,344.56	75,000.04	91,344.60

Zadatak 1.

Osoba životne dobi 44 godine zaključila je mješovito osiguranje na rok od 20 godina i osigurala se na iznos od 10.000 n.j. uz godišnje plaćanje premije.

- a) Koliko iznosi matematika rezerva i riziko glavnica nakon:
- a) 16-te godine i
 - b) 20-te godine
 - c) od početka osiguranja?

Raditi po retrospektivnoj i prospektivnoj metodi. Objasniti dobijene rezultate.

$X=44$, $K=10.000$, $n=20$ (životna dob, kapital, vrijeme)

a) MR $t=16$

i) retrospektivna

i) prospektivna

