

PREGLED FORMULA IZ AKTUARSKE MATEMATIKE

I. Osiguranje jednake rente

1. Osiguranje jednake godišnje rente

- i. Neposredna doživotna lična renta

anticipativna

$$\ddot{A}_x = R \cdot \frac{N_x}{D_x}$$

dekurzivna

$$A_x = R \cdot \frac{N_{x+1}}{D_x}$$

- ii. Neposredna privremena lična renta

anticipativna

$$\ddot{A}_{x:n]} = R \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

dekurzivna

$$A_{x:n]} = R \cdot \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}$$

- iii. Odgođena doživotna lična renta

$${}_k/\ddot{A}_x = R \cdot \frac{N_{x+k}}{D_x}$$

- iv. Odgođena privremena lična renta

$${}_k/\ddot{A}_{x:n]} = R \cdot \frac{N_{x+k} - N_{x+k+n}}{D_x}$$

2. Osiguranje jednake ispodgodišnje rente

i. Neposredna doživotna lična renta

anticipativna

$$\ddot{A}_x^{(m)} = R \cdot \left[\frac{m \cdot N_x}{D_x} - \frac{m-1}{2} \right]$$

dekurzivna

$$A_x^{(m)} = R \cdot \left[\frac{m \cdot N_x}{D_x} - \frac{m+1}{2} \right]$$

ii. Neposredna privremena lična renta

anticipativna

$$\ddot{A}_{x:n]}^{(m)} = R \cdot \left[\frac{m \cdot (N_x - N_{x+n}) + \frac{m-1}{2} \cdot D_{x+n}}{D_x} - \frac{m-1}{2} \right]$$

dekurzivna

$$A_{x:n]}^{(m)} = R \cdot \left[\frac{m \cdot (N_x - N_{x+n}) + \frac{m+1}{2} \cdot D_{x+n}}{D_x} - \frac{m+1}{2} \right]$$

iii. Odgođena doživotna lična renta

anticipativna

$$k/\ddot{A}_x^{(m)} = R \cdot \left[\frac{m \cdot N_{x+k}}{D_x} - \frac{m-1}{2} \cdot \frac{D_{x+k}}{D_x} \right]$$

dekurzivna

$$k/A_x^{(m)} = R \cdot \left[\frac{m \cdot N_{x+k}}{D_x} - \frac{m+1}{2} \cdot \frac{D_{x+k}}{D_x} \right]$$

iv. Odgođena privremena lična renta

anticipativna

$$k/\ddot{A}_{x:n]}^{(m)} = R \cdot \frac{m \cdot (N_{x+k} - N_{x+k+n}) + \frac{m-1}{2} \cdot (D_{x+k+n} - D_{x+k})}{D_x}$$

dekurzivna

$$k/A_{xn}^{(m)} = R \cdot \frac{m \cdot (N_{x+k} - N_{x+k+n}) - \frac{m+1}{2} \cdot (D_{x+k} - D_{x+k+n})}{D_x}$$

II. Osiguranje varijabilne rente – renta se mijenja po zakonitostima aritmetičke progresije

1. Osiguranje varijabilne godišnje rente

i. Neposredna doživotna lična renta

anticipativna

$$\ddot{A}_x = \frac{R_1 \cdot N_x \pm d \cdot S_{x+1}}{D_x}$$

dekurzivna

$$A_x = \frac{R_1 \cdot N_{x+1} \pm d \cdot S_{x+2}}{D_x}$$

ii. Neposredna privremena lična renta

anticipativna

$$\ddot{A}_{x:n] = \frac{R_1 \cdot (N_x - N_{x+n}) \pm d \cdot [(S_{x+1} - S_{x+n}) - (n-1) \cdot N_{x+n}]}{D_x}$$

dekurzivna

$$A_{x:n] = \frac{R_1 \cdot (N_{x+1} - N_{x+n+1}) \pm d \cdot [(S_{x+2} - S_{x+n+1}) - (n-1) \cdot N_{x+n+1}]}{D_x}$$

iii. Odgođena doživotna lična renta

$$k/\ddot{A}_x = \frac{R_1 \cdot N_{x+k} \pm d \cdot S_{x+k+1}}{D_x}$$

iv. Odgođena privremena lična renta

$$k/\ddot{A}_{x:n] = \frac{R_1 \cdot (N_{x+k} - N_{x+k+n}) \pm d \cdot [(S_{x+k+1} - S_{x+k+n}) - (n-1) \cdot N_{x+k+n}]}{D_x}$$

2. Osiguranje varijabilne ispodgodišnje rente

i. Neposredna doživotna lična renta

anticipativna

$$\ddot{A}_x^{(m)} = R_1 \cdot \left(\frac{m \cdot N_x}{D_x} - \frac{m-1}{2} \right) \pm d \cdot \frac{m \cdot S_{x+1} - \frac{m-1}{2} \cdot N_{x+1}}{D_x}$$

dekurzivna

$$A_x^{(m)} = R_1 \cdot \left(\frac{m \cdot N_x}{D_x} - \frac{m+1}{2} \right) \pm d \cdot \frac{m \cdot S_{x+1} - \frac{m+1}{2} \cdot N_{x+1}}{D_x}$$

ii. Neposredna privremena lična renta

anticipativna

$$\begin{aligned} \ddot{A}_{x:n]}^{(m)} &= R_1 \cdot \left(m \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{m-1}{2} \cdot \frac{D_{x+n}}{D_x} - \frac{m-1}{2} \right) \pm \\ &\pm d \cdot \left[m \cdot \frac{S_{x+1} - S_{x+n}}{D_x} - \frac{m-1}{2} \cdot \frac{N_{x+1}}{D_x} + \frac{m-1-2 \cdot m \cdot (n-1)}{2} \cdot \frac{N_{x+n}}{D_x} + \frac{m-1}{2} \cdot (n-1) \cdot \frac{D_{x+n}}{D_x} \right] \end{aligned}$$

dekurzivna

$$\begin{aligned} A_{x:n]}^{(m)} &= R_1 \cdot \left(m \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{m+1}{2} \cdot \frac{D_{x+n}}{D_x} - \frac{m+1}{2} \right) \pm \\ &\pm d \cdot \left[m \cdot \frac{S_{x+1} - S_{x+n}}{D_x} - \frac{m+1}{2} \cdot \frac{N_{x+1}}{D_x} + \frac{m+1-2 \cdot m \cdot (n-1)}{2} \cdot \frac{N_{x+n}}{D_x} + \frac{m+1}{2} \cdot (n-1) \cdot \frac{D_{x+n}}{D_x} \right] \end{aligned}$$

iii. Odgođena doživotna lična renta

anticipativna

$$k/\ddot{A}_x^{(m)} = R_1 \cdot \left(m \cdot \frac{N_{x+k}}{D_x} - \frac{m-1}{2} \cdot \frac{D_{x+k}}{D_x} \right) \pm d \cdot \left(m \cdot \frac{S_{x+k+1}}{D_x} - \frac{m-1}{2} \cdot \frac{N_{x+k+1}}{D_x} \right)$$

dekurzivna

$$k/A_x^{(m)} = R_1 \cdot \left(m \cdot \frac{N_{x+k}}{D_x} - \frac{m+1}{2} \cdot \frac{D_{x+k}}{D_x} \right) \pm d \cdot \left(m \cdot \frac{S_{x+k+1}}{D_x} - \frac{m+1}{2} \cdot \frac{N_{x+k+1}}{D_x} \right)$$

iv. Odgođena privremena lična renta

anticipativna

$$k/\ddot{A}_{x:n}^{(m)} = R_1 \cdot \left(m \cdot \frac{N_{x+k} - N_{x+k+n}}{D_x} + \frac{m-1}{2} \cdot \frac{D_{x+k+n}}{D_x} - \frac{m-1}{2} \cdot \frac{D_{x+k}}{D_x} \right) \pm$$

$$\pm d \cdot \left[m \cdot \frac{S_{x+k+1} - S_{x+k+n}}{D_x} - \frac{m-1}{2} \cdot \frac{N_{x+k+1}}{D_x} + \frac{m-1-2 \cdot m \cdot (n-1)}{2} \cdot \frac{N_{x+k+n}}{D_x} + \frac{m-1}{2} \cdot (n-1) \cdot \frac{D_{x+k+n}}{D_x} \right]$$

dekurzivna

$$k/A_{x:n}^{(m)} = R_1 \cdot \left(m \cdot \frac{N_{x+k} - N_{x+k+n}}{D_x} + \frac{m+1}{2} \cdot \frac{D_{x+k+n}}{D_x} - \frac{m+1}{2} \cdot \frac{D_{x+k}}{D_x} \right) \pm$$

$$\pm d \cdot \left[m \cdot \frac{S_{x+k+1} - S_{x+k+n}}{D_x} - \frac{m+1}{2} \cdot \frac{N_{x+k+1}}{D_x} + \frac{m+1-2 \cdot m \cdot (n-1)}{2} \cdot \frac{N_{x+k+n}}{D_x} + \frac{m+1}{2} \cdot (n-1) \cdot \frac{D_{x+k+n}}{D_x} \right]$$

III. Osiguranje varijabilne rente – renta se mijenja po zakonitostima geometrijske progresije

1. Osiguranje varijabilne godišnje rente

i. Neposredna doživotna lična renta

anticipativna

$$\ddot{A}_x = \frac{R_1 \cdot N'_x}{D_x}$$

dekurzivna

$$A_x = \frac{R_1 \cdot N'_{x+1}}{q \cdot D_x}$$

ii. Neposredna privremena lična renta

anticipativna

$$\ddot{A}_{x:n} = \frac{R_1 \cdot (N'_x - N'_{x+n})}{D_x}$$

dekurzivna

$$A_{x:n} = \frac{R_1 \cdot (N'_{x+1} - N'_{x+n+1})}{q \cdot D_x}$$

iii. Odgođena doživotna lična renta

$$k/\ddot{A}_x = \frac{R_1 \cdot N'_{x+k}}{q^k \cdot D_x}$$

iv. Odgođena privremena lična renta

$$k/\ddot{A}_{x:n]} = \frac{R_1 \cdot (N'_{x+k} - N'_{x+k+n})}{q^k \cdot D_x}$$

2. Osiguranje varijabilne ispodgodišnje rente

i. Neposredna doživotna lična renta

anticipativna

$$\ddot{A}_x^{(m)} = R \cdot \left[\frac{m \cdot N'_x}{D_x} - \frac{m-1}{2} \right]$$

dekurzivna

$$A_x^{(m)} = R_1 \cdot \left[(m-1) \cdot \frac{N'_x}{D_x} - \frac{m-1}{2} + \frac{N'_{x+1}}{q \cdot D_x} \right]$$

ii. Neposredna privremena lična renta

anticipativna

$$\ddot{A}_{x:n]}^{(m)} = R_1 \cdot \left[\frac{m \cdot (N'_x - N'_{x+n}) + \frac{m-1}{2} \cdot q^n \cdot D_{x+n}}{D_x} - \frac{m-1}{2} \right]$$

dekurzivna

$$A_{x:n]}^{(m)} = R_1 \cdot \left[(m-1) \cdot \frac{N'_x - N'_{x+n}}{D_x} - \frac{m-1}{2} + \frac{m-1}{2} \cdot \frac{q^n \cdot D_{x+n}}{D_x} + \frac{N'_{x+1} - N'_{x+n+1}}{q \cdot D_x} \right]$$

iii. Odgođena doživotna lična renta

anticipativna

$$k/\ddot{A}_x^{(m)} = R_1 \cdot \left[\frac{m \cdot N'_{x+k}}{q^k \cdot D_x} - \frac{(m-1) \cdot D_{x+k}}{2 \cdot D_x} \right]$$

dekurzivna

$$k/A_x^{(m)} = R_1 \cdot \left[(m-1) \cdot \frac{N'_{x+k}}{q^k \cdot D_x} - \frac{m-1}{2} \cdot \frac{D_{x+k}}{D_x} + \frac{N'_{x+k}}{q^{k+1} \cdot D_x} - \frac{D_{x+k}}{q \cdot D_x} \right]$$

iv. Odgođena privremena lična renta

anticipativna

$$k/\ddot{A}_{x:n]}^{(m)} = R_1 \cdot \left[\frac{m \cdot (N'_{x+k} - N'_{x+k+n})}{q^k \cdot D_x} + \frac{\frac{m-1}{2} \cdot (q^n \cdot D_{x+k+n} - D_{x+k})}{D_x} \right]$$

dekurzivna

$$k/A_{x:n]}^{(m)} = R_1 \cdot \left[\frac{(m-1) \cdot (N'_{x+k} - N'_{x+k+n})}{q^k \cdot D_x} + \frac{\frac{m-1}{2} \cdot (q^n \cdot D_{x+k+n} - D_{x+k})}{D_x} + \frac{N'_{x+k+1} - N'_{x+k+n+1}}{q^{k+1} \cdot D_x} \right]$$

IV. Osiguranje kapitala

1. Osiguranje fiksnog kapitala

i. Osiguranje kapitala za slučaj doživljenja

$${}_nE_x = K \cdot \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

ii. Osiguranje kapitala za slučaj smrti

1. Neposredno doživotno

$$A_x = K \cdot \frac{M_x}{D_x}$$

2. Odgođeno doživotno

$$k/A_x = K \cdot \frac{M_{x+k}}{D_x}$$

3. Neposredno privremeno

$$A_{x:n]} = K \cdot \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

4. Odgođeno privremeno

$$k/A_{x:n]} = K \cdot \frac{M_{x+k} - M_{x+k+n}}{D_x}$$

iii. Mješovito osiguranje kapitala (osiguranje kapitala za slučaj doživljenja ili ranije smrti)

$$EA_{x:n]} = K \cdot \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}$$

iv. Osiguranje kapitala na stalan rok

$$A_n = K \cdot v^n$$

2. Osiguranje varijabilnog kapitala – kapital se mijenja po aritmetičkoj progresiji

i. Osiguranje kapitala za slučaj smrti

1. Neposredno doživotno

$$A_x = \frac{K_1 \cdot M_x \pm d \cdot R_{x+1}}{D_x}$$

2. Odgođeno doživotno

$$k/A_x = \frac{K_1 \cdot M_{x+k} \pm d \cdot R_{x+k+1}}{D_x}$$

3. Neposredno privremeno

$$A_{x:n]} = \frac{K_1 \cdot (M_x - M_{x+n}) \pm d \cdot [R_{x+1} - R_{x+n} - (n-1) \cdot M_{x+n}]}{D_x}$$

4. Odgođeno privremeno

$$k/A_{x:n]} = \frac{K_1 \cdot (M_{x+k} - M_{x+k+n}) \pm d \cdot [R_{x+k+1} - R_{x+k+n} - (n-1) \cdot M_{x+k+n}]}{D_x}$$

ii. Mješovito osiguranje kapitala

$$EA_{x:n]} = \frac{K_1 \cdot (M_x - M_{x+n} + D_{x+n}) \pm d \cdot [R_{x+1} - R_{x+n} - (n-1) \cdot (M_{x+n} - D_{x+n})]}{D_x}$$

3. Osiguranje varijabilnog kapitala – kapital se mijenja po geometrijskoj progresiji

i. Osiguranje kapitala za slučaj smrti

1. Neposredno doživotno

$$A_x = \frac{K_1 \cdot M'_x}{D_x}$$

2. Odgođeno doživotno

$$k/A_x = \frac{K_1 \cdot M'_{x+k}}{q^k \cdot D_x}$$

3. Neposredno privremeno

$$A_{x:n]} = \frac{K_1 \cdot (M'_x - M'_{x+n})}{D_x}$$

4. Odgođeno privremeno

$$k/A_{x:n]} = \frac{K_1 \cdot (M'_{x+k} - M'_{x+k+n})}{q^k \cdot D_x}$$

ii. Mješovito osiguranje kapitala

$$EA_{x:n]} = \frac{K_1 \cdot (M'_x - M'_{x+n} + q^{n-1} \cdot D_{x+n})}{D_x}$$

V. Bruto premija

1. Jednokratna bruto premija

$$\frac{1}{1 - \alpha'} = k$$

$$A' = k(A + \gamma \cdot K \cdot \ddot{a}_{x:n}) \text{ - kod temporarnih osiguranja kapitala}$$

$$A' = k(A + \gamma \cdot R \cdot \ddot{a}_{x:n}) \text{ - kod temporarnih osiguranja renti}$$

$A' = k(A + \gamma \cdot K \cdot \ddot{a}_x)$ - kod doživotnih osiguranja kapitala

$A' = k(A + \gamma \cdot R \cdot \ddot{a}_x)$ - kod doživotnih osiguranja renti

2. Višekratna bruto premija

$$k = \frac{1}{1 - \beta}$$

Kod temporarnih osiguranja gdje je $n_p < n$ (period plaćanja bruto premije (n_p) manji od obligacionog perioda (n) za anticipativni oblik osiguranja kapitala:

$$P' = k \left(P + \frac{\alpha K + \gamma K \ddot{a}_{x:n_p}}{\ddot{a}_{x:n_p}} \right)$$

Kod temporarnih osiguranja gdje je $n_p = n$ (period plaćanja bruto premija (n_p) jednak periodu obligacionog odnosa (n) za anticipativni oblik osiguranja kapitala:

$$P' = k \left(P + \frac{\alpha K}{\ddot{a}_{x:n}} + \gamma K \right)$$

Kod doživotnih osiguranja gdje je period plaćanja bruto premija unaprijed određen na n_p vrijeme (dakle, nije doživotno plaćanje premija, već neko kraće određeno vrijeme):

$$P' = k \left(P + \frac{\alpha K + \gamma K \ddot{a}_x}{\ddot{a}_{x:n_p}} \right)$$

Kod doživotnih osiguranja gdje se i bruto premija plaća doživotno:

$$P' = k \left(P + \frac{\alpha K}{\ddot{a}_x} + \gamma K \right)$$

$$\ddot{a}_{x:n} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}, \quad a_{x:n} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x},$$

$$\ddot{a}_{x:n_p} = \frac{N_x - N_{x+n_p}}{D_x}, \quad a_{x:n_p} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n_p+1}}{D_x},$$

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}, \quad a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x},$$