

Высокопроизводительные вычисления

Лабораторная работа №1

Исследование алгоритмических и программных методов ускорения реализации функций вещественных переменных

Цель работы: Изучение методов реализации функций от вещественных переменных, представленных степенными рядами. Приобретение умений и навыков варьирования соотношения «затраты памяти – время реализации» в рамках этих методов.

Порядок работы и содержание отчета:

1. Анализ разложения в ряды функций, фигурирующих в варианте задания.

В отчете должны быть приведены отдельные формулы для каждой из функций варианта задания и общая формула, получаемая в результате композиции функций согласно выражению в варианте задания.

2. Разработка процедуры-функции контроля `int flverify(float fl, PFLOAT p)`, на вход которой подается значение аргумента и указатель на процедуру, реализующую исследуемую функцию при представлении чисел данными типа `float`. Тип указателя объявляется на языке Си так: `typedef float (*PFLOAT)(float)`. Эта процедура пробегает по ряду значений из диапазона значений аргумента x и для каждого из них сравнивает результат вычисления по процедуре $p(x)$ с результатом вычисления по эталонной реализации. Если модуль разности больше заданной погрешности, то функция `verify` возвращает 1, иначе 0. Эталонная реализация для плавающей точки должна быть в теле процедуры `flverify`.

Отчет должен содержать самодокументированный исходный текст этой процедуры.

3. Исследование времени вычисления для данных типа `float`

А) Разработка на языке Си набора процедур реализации функции для случая использования данных типа `float`. В этот набор включаются следующие процедуры: а) процедура `FlMath` с использованием вызовов функции, фигурирующей в качестве первого слагаемого в выражении варианта задания на лабораторную работу (функции библиотеки `math`); б) процедура `FlCyclNoGorner` с циклом, построенным без использования схемы Горнера; в) процедура `FlCyclGorner` для многочлена с циклом на основе схемы Горнера; г) процедура `FlNoCyclNoGorner` с бесцикловой реализацией функции на основе выражения ряда без схемы Горнера; д) процедура `FlNoCyclGorner` с бесцикловой реализацией функции на основе выражения, представляющего схему Горнера многочлена.

Б) Проведение измерений затрат времени вычисления функции через различные процедуры. *Отчет должен содержать самодокументированный исходный текст разработанных процедур и пять чисел, представляющих среднее значение времени вычисления каждой из функции для диапазона значений аргумента.*

4. Разработка макросов обработки чисел с фиксированной точкой.

Здесь разрабатываются макросы, которые обеспечивают следующее:

- а) преобразование чисел между форматом `float` и форматом с фиксированной точкой,
- б) базовые арифметические операции над данными с фиксированной точкой. Формат с фиксированной точкой предполагает использование в Си-программе целочисленных данных типа `long` если этого потребуют ограничения на погрешность.

Отчет должен содержать самодокументированные тексты макросов, вспомогательных программ для их отладки и протоколы отладки.

5. Исследование времени вычисления для данных с фиксированной точкой.

Здесь разрабатываются и исследуются две процедуры: а) `FixCyclGorner` на основе реализации схемы Горнера с циклом; б) `FixNoCyclGorner` на основе бесцикловой реализации схемы Горнера.

Предварительно разрабатывается функция верификации `int fixverify(int fix, PFIX p)`, которая

отличается от *flverify* тем, что обслуживает данные и процедуры с фиксированной точкой (тип *PFIX* объявлен как `typedef float (*PFIX)(fix)`). Преобразование типов не должно попадать в интервал измерения времени.

Отчет должен содержать самодокументированный исходный текст разработанных процедур и два числа, представляющих среднее значение времени вычисления каждой из функции для диапазона значений аргумента.

6. Исследование таблично-алгоритмических реализаций функций.

А) Разработка процедуры генерации таблиц с коэффициентами степенного ряда.

Б) Разработка и исследование нескольких таблично-алгоритмических реализаций. В первой реализации разрядность адреса таблицы равна 8, во второй – 9 и т.д. до значения *N*, при котором заданная точность обеспечивается линейной функцией $a_0 + a_1 \cdot x$. Здесь должна использоваться бесцикловая схема Горнера и данные с фиксированной точкой.

Отчет должен содержать самодокументированные тексты программ и оценку времени реализации функции для каждого из значений разрядности адреса.

7. Формирование итоговых результатов

Итоговые результаты представляются в виде сводной таблицы, куда должны попасть все результаты, полученные в ходе измерения времени, и гистограммы, обеспечивающей наглядность сопоставления результатов.

Варианты заданий

Во всех вариантах по умолчанию считается, что диапазон аргумента равен $0 \leq x < 1$.

№	Функция	Число точных знаков результата после двоичной точки	Фамилия студента
1.	$\sin x \circ f1(x)$,	21	
2.	$\operatorname{tg} x \circ f2(x)$	20	
3.	$\cos x \circ f3(x)$	22	
4.	$\operatorname{csc} x \circ f4(x)$	21	
5.	$\ln(1-x) \circ f5(x)$	22	
6.	$\ln((1+x)/(1-x)) \circ f6(x)$	23	
7.	$\ln(\cos x) \circ f7(x)$	20	
8.	$\arcsin x \circ f8(x)$	18	
9.	$\arccos x \circ f9(x)$	22	
10.	$\operatorname{arctg} x \circ f10(x)$	21	
11.	$\operatorname{ch} x \circ f11(x)$	22	
12.	$\operatorname{sch} x \circ f12(x)$	23	
13.	$\sin(x+a) \circ f13(x)$	22	
14.	$\cos(x+a) \circ f14(x)$	20	
15.	$e^x \circ f15(x)$	19	
16.	$\operatorname{th} x \circ f16(x)$	21	
17.	$\operatorname{arctg} x \circ f17(x)$	19	
18.	$\operatorname{sc} x \circ f18(x)$	22	
19.	$\operatorname{sh} x \circ f19(x)$	23	
20.	$x/(e^x-1) \circ f20(x)$	20	

Приложение 1. Базовые сведения из математического справочника

Таблица разложения функций в ряды

Функция	Разложение в ряд	Область сходимости
<i>Тригонометрические функции</i>		
$\sin x$	$x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \pm \dots$	$ x < \infty$
$\sin(x+a)$	$\sin a + x \cos a - \frac{x^2 \sin a}{2!} + \frac{x^3 \cos a}{3!} - \dots + \frac{x^n \sin(a + \frac{n\pi}{2})}{n!} \pm \dots$	$ x < \infty$
$\cos x$	$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} \pm \dots$	$ x < \infty$
$\cos(x+a)$	$\cos a - x \sin a - \frac{x^2 \cos a}{2!} + \frac{x^3 \sin a}{3!} - \dots + \frac{x^n \cos(a + \frac{n\pi}{2})}{n!} \pm \dots$	$ x < \infty$
$\operatorname{tg} x$	$x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 + \dots$ $\dots + \frac{2^{2n}(2^{2n}-1)B_n}{(2n)!}x^{2n-1} \pm \dots$	$ x < \frac{\pi}{2}$
$\operatorname{ctg} x$	$\frac{1}{x} - \left[\frac{x}{3} + \frac{x^3}{45} + \frac{2x^5}{945} + \frac{x^7}{4725} + \dots \right]$ $\dots + \frac{2^{2n}B_n}{(2n)!}x^{2n-1} \pm \dots$	$0 < x < \pi$
$\operatorname{se} x$	$1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{24}x^4 + \frac{61}{720}x^6 + \frac{277}{8064}x^8 + \dots$ $\dots + \frac{E_n}{(2n)!}x^{2n} \pm \dots$	$ x < \frac{\pi}{2}$
$\operatorname{cse} x$	$\frac{1}{x} + \frac{1}{6}x + \frac{7}{360}x^3 + \frac{31}{15120}x^5 + \dots$ $\dots + \frac{127}{60480}x^7 + \dots + \frac{2(2^{2n-1}-1)B_n}{(2n)!}x^{2n-1} \pm \dots$	$0 < x < \pi$

* B_n — числа Бернулли (см. стр. 297).
 ** E_n — числа Эйлера (см. стр. 297).

Функция	Разложение в ряд	Область сходимости
<i>Показательные функции</i>		
e^x	$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$	$ x < \infty$
$a^x = e^{x \ln a}$	$1 + \frac{x \ln a}{1!} + \frac{(x \ln a)^2}{2!} + \dots + \frac{(x \ln a)^n}{n!} + \dots$	$ x < \infty$
$\frac{x}{e^x - 1}$	$1 - \frac{x}{2} + \frac{B_1 x^2}{2!} - \frac{B_2 x^4}{4!} + \frac{B_3 x^6}{6!} - \dots$ $\dots + (-1)^{n+1} \frac{B_n x^{2n}}{(2n)!} \pm \dots$	$ x < 2\pi$
<i>Логарифмические функции</i>		
$\ln x$	$2 \left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{(x-1)^3}{3(x+1)^3} + \frac{(x-1)^5}{5(x+1)^5} + \dots \right]$ $\dots + \frac{(x-1)^{2n+1}}{(2n+1)(x+1)^{2n+1}} \pm \dots$	$x > 0$
$\ln x$	$(x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} - \frac{(x-1)^4}{4} + \dots$ $\dots + (-1)^{n+1} \frac{(x-1)^n}{n} \pm \dots$	$0 < x \leq 2$
$\ln x$	$\frac{x-1}{x} + \frac{(x-1)^2}{2x^2} + \frac{(x-1)^3}{3x^3} + \dots + \frac{(x-1)^n}{nx^n} + \dots$	$x > \frac{1}{2}$
$\ln(1+x)$	$x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} \pm \dots$	$-1 < x \leq 1$
$\ln(1-x)$	$-\left[x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \dots + \frac{x^n}{n} + \dots \right]$	$-1 \leq x < 1$
$\ln \frac{1+x}{1-x} = 2 \operatorname{Arth} x$	$2 \left[x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots \right]$	$ x < 1$
$\ln \frac{x+1}{x-1} = 2 \operatorname{Arcth} x$	$2 \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \frac{1}{7x^7} + \dots \right]$ $\dots + \frac{1}{(2n+1)x^{2n+1}} \pm \dots$	$ x > 1$

* B_n — числа Бернулли (см. стр. 297).

308

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Функция	Разложение в ряд	Область сходимости
$\ln \sin x $	$\ln x - \frac{x^2}{6} - \frac{x^4}{180} - \frac{x^6}{2835} - \dots$ $\dots - \frac{2^{2n-1}(2^{2n}-1)B_n}{n(2n)!}x^{2n} \pm \dots$	$0 < x < \pi$
$\ln \cos x $	$-\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12} - \frac{x^6}{45} - \frac{17x^8}{2520} - \dots$ $\dots - \frac{2^{2n-1}(2^{2n}-1)B_n}{n(2n)!}x^{2n} \pm \dots$	$ x < \frac{\pi}{2}$
$\ln \operatorname{tg} x $	$\ln x + \left[\frac{1}{3}x^2 + \frac{7}{15}x^4 + \frac{61}{315}x^6 + \dots \right]$ $\dots + \frac{2^{2n}(2^{2n}-1)B_n}{n(2n)!}x^{2n} \pm \dots$	$0 < x < \frac{\pi}{2}$
<i>Обратные тригонометрические функции</i>		
$\arcsin x$	$x + \frac{1}{2}x^3 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^5 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}x^7 + \dots$ $\dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2n)} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)} \pm \dots$	$ x < 1$
$\arccos x$	$\frac{\pi}{2} - \left[x + \frac{1}{2}x^3 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^5 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}x^7 + \dots \right]$ $\dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2n)} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)} \pm \dots$	$ x < 1$
$\operatorname{arctg} x$	$x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)} \pm \dots$ $\dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)} \pm \dots$	$ x < 1$
$\operatorname{arctg} x$	$\frac{\pi}{2} - \left[x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots \right]$ $\dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)} \pm \dots$	$ x < 1$

* B_n — числа Бернулли (см. стр. 297).
 ** Первый член $\frac{\pi}{2}$ берется со знаком «+» при $x > 1$ и со знаком «-» при $x < -1$.

РАЗЛОЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ В СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ 329

Функция	Разложение в ряд	Область сходимости
<i>Гиперболические функции</i>		
$\operatorname{sh} x$	$x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$	$ x < \infty$
$\operatorname{ch} x$	$1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$	$ x < \infty$
$\operatorname{th} x$	$x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 - \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 - \dots$ $\dots + \frac{(-1)^{n+1}(2^{2n}-1)B_n}{(2n)!}x^{2n-1} \pm \dots$	$ x < \frac{\pi}{2}$
$\operatorname{cth} x$	$\frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \frac{2x^5}{945} - \frac{x^7}{4725} + \dots$ $\dots + \frac{(-1)^{n+1}2^{2n}}{(2n)!} \frac{x^{2n-1}}{n} \pm \dots$	$0 < x < \pi$
$\operatorname{sch} x$	$1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{4!}x^4 - \frac{61}{6!}x^6 + \frac{1385}{8!}x^8 - \dots$ $\dots + \frac{(-1)^{n+1}E_n}{(2n)!}x^{2n} \pm \dots$	$ x < \frac{\pi}{2}$
$\operatorname{csch} x$	$\frac{1}{x} - \frac{x}{6} + \frac{7x^3}{360} - \frac{31x^5}{15120} + \dots$ $\dots + \frac{2(-1)^{n+1}E_n}{(2n)!} \frac{x^{2n-1}}{n} \pm \dots$	$0 < x < \pi$
<i>Обратные гиперболические функции</i>		
$\operatorname{Arsh} x$	$x - \frac{1}{2}x^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5}x^5 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7}x^7 + \dots$ $\dots + (-1)^n \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2^n \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2n)} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)} \pm \dots$	$ x < 1$
$\operatorname{Arch} x$	$\frac{1}{2} \left[\ln(x+1) - \ln(x-1) \right] = \frac{1}{2} \left[x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots \right]$ $\dots + \frac{(-1)^{n+1}x^{2n+1}}{(2n+1)} \pm \dots$	$ x > 1$
$\operatorname{Arth} x$	$x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)} + \dots$	$ x < 1$
$\operatorname{Arcth} x$	$\frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \frac{1}{7x^7} + \dots$ $\dots + \frac{1}{(2n+1)x^{2n+1}} \pm \dots$	$ x > 1$

* B_n — числа Бернулли (см. стр. 297).
 ** E_n — числа Эйлера (см. стр. 297).
 *** Функция двузначная.

Числа Бернулли B_k :

$$19) 1 + \frac{1}{2^{2k}} + \frac{1}{3^{2k}} + \frac{1}{4^{2k}} + \dots + \frac{1}{n^{2k}} + \dots = \frac{\pi^{2k} 2^{2k-1}}{(2k)!} B_k,$$

$$20) 1 - \frac{1}{2^{2k}} + \frac{1}{3^{2k}} - \frac{1}{4^{2k}} + \dots \pm \frac{1}{n^{2k}} \mp \dots = \frac{\pi^{2k} (2^{2k-1} - 1)}{(2k)!} B_k,$$

$$21) 1 + \frac{1}{3^{2k}} + \frac{1}{5^{2k}} + \frac{1}{7^{2k}} + \dots + \frac{1}{(2n-1)^{2k}} + \dots = \frac{\pi^{2k} (2^{2k} - 1)}{2 \cdot (2k)!} B_k$$

Таблица первых чисел Бернулли

k	B_k	k	B_k	k	B_k	k	B_k
1	$\frac{1}{6}$	4	$\frac{1}{30}$	7	$\frac{7}{6}$	10	$\frac{174\ 611}{330}$
2	$\frac{1}{30}$	5	$\frac{5}{66}$	8	$\frac{3617}{510}$	11	$\frac{854\ 513}{138}$
3	$\frac{1}{42}$	6	$\frac{691}{2730}$	9	$\frac{43\ 867}{798}$		

Числа Эйлера E_k :

$$22) 1 - \frac{1}{3^{2k+1}} + \frac{1}{5^{2k+1}} - \frac{1}{7^{2k+1}} + \dots \pm \frac{1}{(2n-1)^{2k+1}} \mp \dots = \frac{\pi^{2k+1}}{2^{2k+2} (2k)!} E_k$$

Таблица первых чисел Эйлера

k	E_k	k	E_k
1	1	5	50 521
2	5	6	2 702 785
3	61	7	199 360 981
4	1385		

Числа Бернулли получаются как решения системы равенств:

$$C_1^1 B_0 = 1$$

$$C_1^2 B_1 + C_2^2 B_0 = 0$$

$$C_1^3 B_2 + C_2^3 B_1 + C_3^3 B_0 = 0$$

$$C_1^4 B_3 + C_2^4 B_2 + C_3^4 B_1 + C_4^4 B_0 = 0$$

$$\dots$$

$$C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

где

$$\text{Имеем } \sum_{k=0}^n C_{n+1}^{k+1} B_{n-k} = 0 \quad (n+1)B_n + \sum_{k=1}^n C_{n+1}^{k+1} B_{n-k} = 0$$

$$B_n = -\frac{1}{n+1} \sum_{k=1}^n C_{n+1}^{k+1} B_{n-k}$$

Отсюда
Т.е. рекуррентно можно вычислить числа

Приложение 2. Схемы вычисления степенных рядов

2.1. Наивная схема (FlCyclNoGorner и FlNoCyclNoGorner)

Берется формула из справочника и программируется без всяких оптимизационных «премудростей».

2.2. Схема Горнера (FlCyclGorner и FlNoCyclGorner, FixCyclGorner и FixNoCyclGorner)

$a[0] + a[1]*x + a[2]*x^2 + a[3]*x^3 + \dots a[n]*x^n = (((... (a[n]*x + a[n-1])*x + a[n-2])*x + \dots + a[1])*x + a[0])$
Бесцикловое вычисление предполагает непосредственную запись формулы из правой части в виде арифметического выражения. Здесь возможны два варианта: обращение к элементам массива коэффициентов и явное вписывание констант в выражение.

Цикловое вычисление схемы Горнера строится на основе тела цикла: $s = s*x + a[i];$

Приложение 3. Таблично-алгоритмическая реализация

Используется разложение аргумента функции на два слагаемых: $x = x_{ст} + x_{мл}$, где первое слагаемое формируется на основе старших разрядов аргумента x .

Например, 24-разрядное число .101010101010101010101010 при разрядности старшей части, равной 12, можно разложить как

$$\begin{aligned} & .101010101010000000000000 \\ + & .000000000000101010101010 \end{aligned}$$

При таком разложении аргументов формируется таблица коэффициентов для 4096 разложений функций в степенные ряды. Каждое разложение действует для своего значения хст. По сути дела мы имеем 4096 функций: $F_{0000000000}(x_{мл})$, $F_{0000000001}(x_{мл})$, $F_{0000000010}(x_{мл})$, ..., $F_{111111111111}(x_{мл})$. Такое разложение позволяет уменьшить длину ряда. Пусть, например, допустимая погрешность вычисления функции равна 2^{-23} . Тогда в степенном ряду величина $a[2] * x_{мл}^2$ при $a[2]$ не больше единицы окажется меньше 2^{-24} . Это связано с тем, что максимальное значение $x_{мл}$ чуть меньше 2^{-12} (когда все разряды $x_{мл}$ равны 1). Возведение в куб даст число, меньшее 2^{-36} и т.п. Это означает, что любая функция из 4096-ти представляется рядом $a[0]+a[1]*x$. Ясно, что при разрядности старшей части от 8 до 11 нам придется использовать ряд со степенью 2, а при разрядности 6 или 7 – со степенью 3. Увеличение разрядности старшей части укорачивает ряд, но увеличивает таблицу и вероятность кэш-промаха. Значит, возникает задача рационального выбора, для решения которой в лабораторной работе предлагается поставить несколько экспериментов.

Для получения 2^m групп коэффициентов, где m – разрядность старшей части, можно использовать формулу разложения в ряд Тейлора:

$$f(x) = f(a) + (x-a)*f'(a)/1! + (x-a)^2 * f''(a)/2! + ... + (x-a)^n * f^{(n)}(a)/n! + ...$$

$$f(a+h) = f(a) + h*f'(a)/1! + h^2 * f''(a)/2! + ... + h^n * f^{(n)}(a)/n! + ...$$

Выражение остаточного члена:

$$R_n = (h^n + 1) * f^{(n+1)}(a) * (a+g*h)/(n+1)!, \text{ где } 0 < g < 1.$$

Формулы для некоторых производных:

$$(x^n)' = n*x^{n-1}$$

$$f'(a[0]+a[1]*x+a[2]*x^2+...+a[n]*x^n) = a[1] + 2*a[2]*x + 3*a[3]*x^2 + 4*a[4]*x^3 + ... + n*a[n]*x^{n-1}$$

$$f''(a[0]+a[1]*x+a[2]*x^2+...+a[n]*x^n) = 2*a[2] + 2*3*a[3]*x + 3*4*a[4]*x^2 + 4*5*a[5]*x^3 + ... + n*(n-1)*a[n]*x^{n-2}$$

$$f'''(a[0]+a[1]*x+a[2]*x^2+...+a[n]*x^n) = 2*3*a[3] + 2*3*4*a[4]*x + 4*5*a[4]*x^3 + ... + n*(n-1)*a[n]*x^{n-2}$$

Впрочем, производная берется в точке (например, $a = .101010101010$ для приведенного выше примера), поэтому можно вычислить ее численным методом через $\Delta y/\Delta x$, выбирая Δx достаточно малым, чтобы не нарушить ограничения точности вычислений.

Лабораторная работа №2

Исследование параллельных реализаций алгоритма численного интегрирования

Цель работы: Изучение методов распараллеливания реализации вычисления определенного интеграла.

Порядок работы и содержание отчета:

1. Выбор метода численного интегрирования.

В отчете должны быть приведены формулы и описание выбранного метода численного интегрирования для случая, когда в качестве подинтегрального выражения берется основная функция из варианта лабораторной работы № 1

2. Исследование многопоточных реализаций выбранного метода численного интегрирования в среде одно-, двух- и четырехядерных микропроцессоров.

В отчете должны быть приведены исходные тексты и результаты замеров времени вычисления при варьировании числа потоков (от 1 до 8), числа ядер и гранулярности задачи (от 100 вычислений подинтегральной функции до 1000000). Должен быть представлен текст выводов по результатам измерений.

3. Исследование многопоточных реализаций выбранного метода численного интегрирования в среде одно-, двух-, трех- и четырехмашинных кластеров.

В отчете должны быть приведены исходные тексты и результаты замеров времени вычисления при варьировании числа потоков (от 1 до 8), числа машин и гранулярности задачи (от 100 вычислений подинтегральной функции до 1000000). Должен быть представлен текст выводов по результатам измерений. Эти выводы должны отражать сравнение не только внутри многомашинных кластеров, но и сравнение многоядерных одномашинных реализаций с кластерными реализациями.

БОНУСЫ!

Студент может претендовать на простановку экзамена по результатам сдачи лабораторных работ (автомат) при двух условиях:

- а) Отчеты оформляются с использованием построителя диаграмм (tools.zip, доступен с этой веб-страницы);
- б) В отчете дается развернутый аналитический отчет, объясняющий причины изменения времени вычисления в зависимости применяемых структур данных, программно-технических приемов, изменения условий трансляции и исполнения (изменение свойств платформы).