IMT Mines Albi-Carmaux
École Mines-Télécom

RAPPORT

- Optimisation non linéaire -

- (Matlab) -

Michael Lohier

Devoir d'optimisation non linéaire

Première étape : définition du problème d'optimisation

Fonction objectif à minimiser et variables du problème:

$$I = \int_0^T \gamma(t)\, v(t)\, dt$$

Sur Matlab :

On a Temps = [0 ; … ;120]

Dist = dist[(t=0) ; … ; dist(t=120)]

Vit = [Vit(t=0) ; … ; Vit(t=120)]

γ = [γ (t=0 ; … ; γ (t=120))]

Var γ = [Var γ (t=0) ; … ; Var γ (t=120)]

Union de tableaux : X = Dist U Vit U γ U Var γ

X est la variable de la fonction objectif. Avec length_longeur de Dist0(et de Vit0, Gamma0 et VarGamma0), la longeur de X est de 4*length_vect.

Sur Matlab la fonction à minimiser prend X comme argument et renvoit l'intégrale I calculée grâce à la méthode des trapèzes (fonction "trapz" sur Matlab) et la multiplication terme à terme de vecteurs.

Contraintes du problème:

Les contraintes imposées par l'énoncé sont de deux types :linéaires et non linéaires.

Linéaires :

- Contraintes d'inégalité :

Le trajet doit être compris entre 1 et 2 minutes. On rappelle que X(1 :length_vect) =Dist0.Il faut donc que pour X(i).i∈[1;length_vect/2]. X(i) <2000. (inférieur strictement) Cela fait donc un nombre de contrainte égale à length_vect/2.

- Contraintes d'égalité :

Il y a quatre contraintes d'égalité qui impose l'arrêt du système :

1. Dist(0)=0 donc X(0)=0
2. Ditst(tmax)=2000 donc X(length_vect)=2000
3. v(0)=0 donc X(length_vect+ 1)=0
4. v(tmax)=0 X(2*length_vect)=0

Non linéaires :

Ces contraintes sont écrites dans la fonction « mycon » du programme Matlab. Ces contraintes ne sont pas linéaires car elles sont conditionnelles

Pour i de 0 à length_vect :

- Quand X(i) $\in$ [0;500]

V(i) ≤ 140 km/h,donc X(length_vect+i) ≤140/3.6.

- Quand X(i) $\in$ [500;750]

V(i) ≤ 120 km/h,donc X(length_vect+i) ≤120/3.6.

- Quand X(i) $\in$ [750;1100]

V(i) ≤ 100 km/h,donc X(length_vect+i) ≤100/3.6.

- Quand X(i) $\in$ [1100;1500]

V(i) ≤ 120 km/h,donc X(length_vect+i) ≤120/3.6.

- Quand X(i) $\in$ [1500;2000]

V(i) ≤ 140 km/h,donc X(length_vect+i) ≤140/3.6.

En plus de ces contraintes de l'énoncé nous avons imposé d'autres contraintes **linéaires** d'inégalité.

Pour i de 0 à length_vect : X(i)<=X(i+1) car on ne peut pas revenir en arrière.

Nous avons donné pour lb et ub les limites de l'énoncé sur la distance : [0 ;2000] mètres, la vitesse : [0;140] km/h et l'accélération : [-0.9;1.3]m/s². Pour la variation d'accélération, nous l'avons fixée dans l'intervalle [-0.022 ;0.022]. En effet, la variation extrême de l'accélération est de 1.3 - (-0.9) = 2.2. Nous avons imposé q'il était impossible de varier l'accélération d'autant en moins de 100 mètres donc VarGammamax= 2.2/100 = 0.022 m/s³.

Deuxième étape : Résolution des problèmes

Voir programme Matlab

Troisième étape : Analyse des résultats

La fonction fmincon met du temps à converger. Elle s'est arrêtée au bout de 3000 évaluations. Pour obtenir le résultat, nous avons dû choisir précisément le vecteur initial. Au début, nous avons choisi une distance linéaire (vitesses constante) (voir initialisation 1 dans le programme). Mais le programme ne convergeait pas. Avec la deuxième initialisation (voir initialisation 2 sur le programme, on trouve un résultat optimal proche du résultat initial et plus lisse)

F(optimal)=min $I = \int_0^T \gamma(t)\, v(t)\, dt$ = 6.1462*10^5 J*kg^-1≈6.15*10^5 J*kg^-1

Ce résultat est cohérent sachant que 600KJ est l'énergie cinétique d'une voiture de 1000kg à

125 km/h. L'ordre de grandeur est bon.

Le programme met moins de 10 secondes, il est assez rapide.

Quatrième étape : Analyse de sensibilité

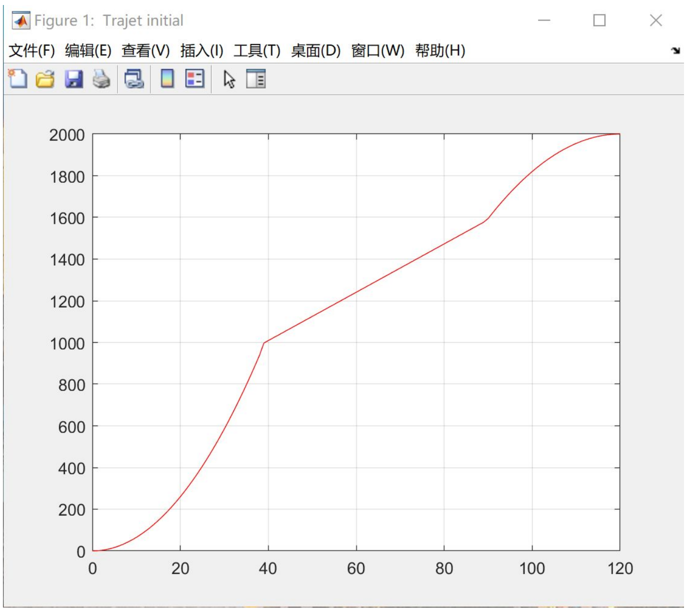
J'ai décidé de faire varier les paramètres :
length_trip fixé dans l'énoncé à 2000 mètres et tmax le temps du trajet (tmax) qui est compris entre 1 et 2 minutes dans l'énoncé.
Bien sûr ces deux paramètres sont corrélés. L'idée est donc de savoir quelle est l'influence sur la valeur de la fonction objectif si on impose une durée plus courte ou plus longue que prévue à un trajet.

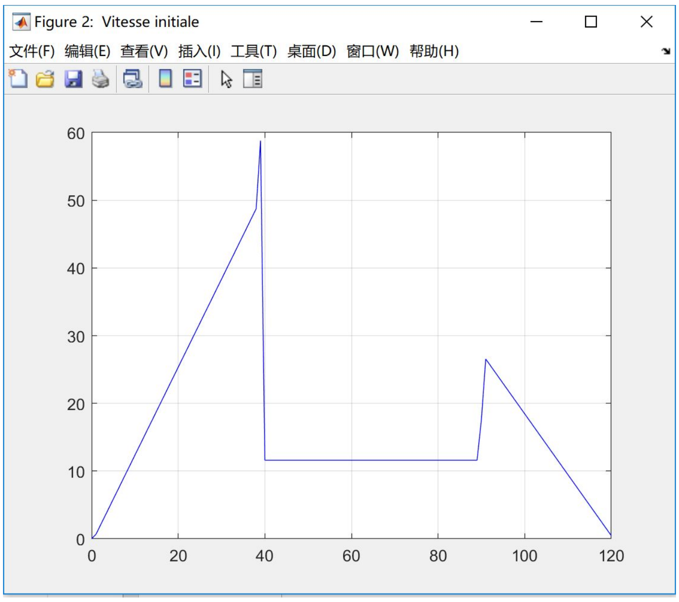
Dans le tableau ci-dessous, nous avons l'énergie mécanique massique en kJ/kg, résultat de fval pour length_trip allant de 1800 à 2000 mètres et tmax de 90 à 150 secondes.

	1800 metres	2000 metres	2200 metres
90 sec	5271.746	48.450	9397.584
120 sec	4000.515	37210.636	6060.894
150 sec	2642.753	2496.204	2236.172

On constate que pour 1800 mètres et 2200 mètres plus le trajet et long plus l'énergie est réduite, car elle est mieux répartie.

Pour 2000 mètres 90 sec est de loin la meilleure option de longuer de trajet. Si on affiche le graphe, on obtient une coube très lisse. Ce résultat est surprenant !





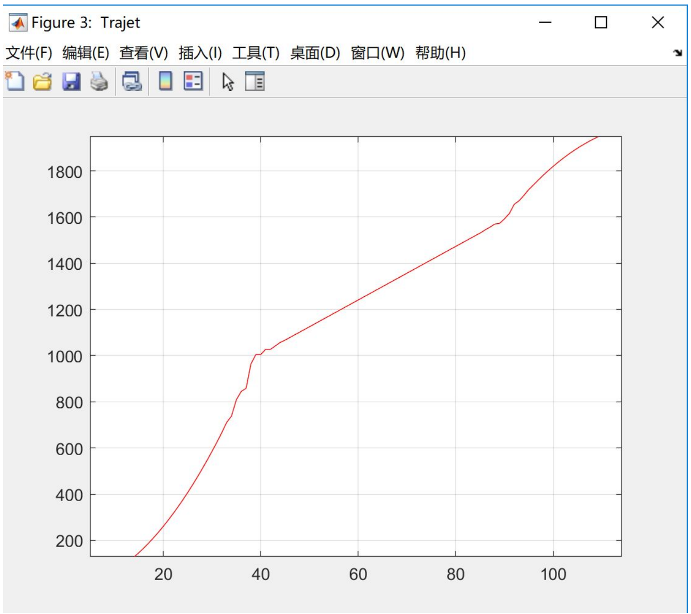


Figure 3: Trajet
文件(F) 编辑(E) 查看(V) 插入(I) 工具(T) 桌面(D) 窗口(W) 帮助(H)
1800
1600
1400
1200
1000
800
600
400
200
20
40
60
80
100

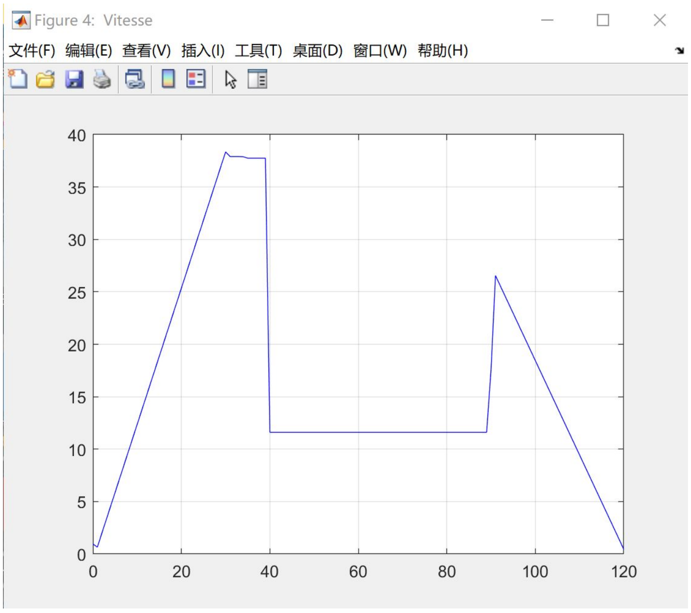


Figure 4: Vitesse
文件(F) 编辑(E) 查看(V) 插入(I) 工具(T) 桌面(D) 窗口(W) 帮助(H)
40
35
30
25
20
15
10
5
0
0
20
40
60
80
100
120

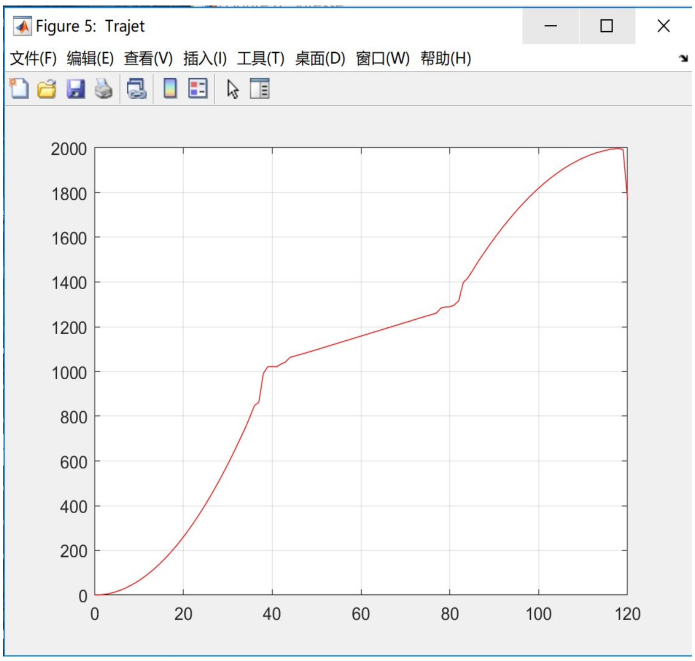


Figure 5: Trajet
文件(F) 编辑(E) 查看(V) 插入(I) 工具(T) 桌面(D) 窗口(W) 帮助(H)
2000
1800
1600
1400
1200
1000
800
600
400
200
0
0
20
40
60
80
100
120

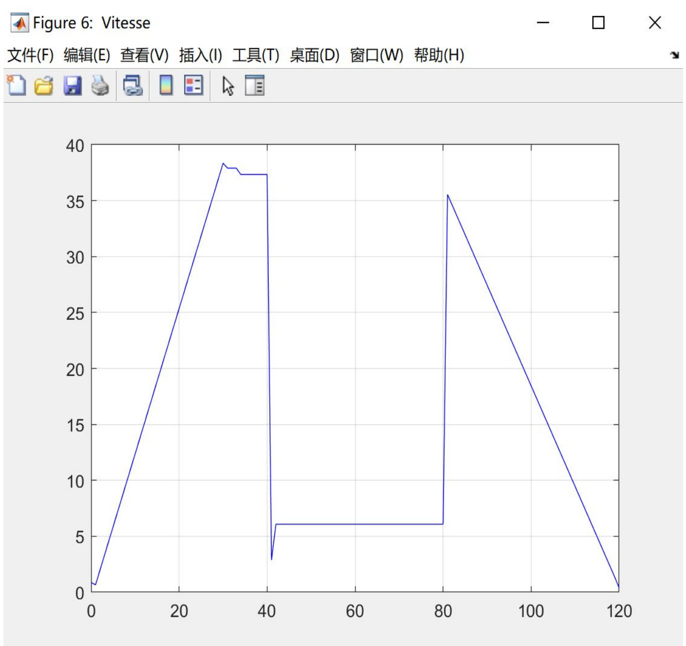


Figure 6: Vitesse
文件(F) 编辑(E) 查看(V) 插入(I) 工具(T) 桌面(D) 窗口(W) 帮助(H)
40
35
30
25
20
15
10
5
0
0
20
40
60
80
100
120