



DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
ET DE GÉNIE INDUSTRIEL
MTH2302D - PROBABILITÉS ET STATISTIQUE

Devoir - Hiver 2023

Date de remise : 18 avril avant 23h59 (dans Moodle)

Veillez remplir le tableau suivant et joindre cette page à votre rapport.

Identification de l'étudiant(e) 1	
Nom : El Hasni	Prénom : Nour-El Houda
Groupe : 2	Matricule : 2105482

Identification de l'étudiant(e) 2	
Nom : Nguemegne Temena	Prénom : Loïc
Groupe : 2	Matricule : 2180845

Placer les deux fichiers `DevoirDH23.csv` et `charger.R` dans le répertoire de travail de R.
En utilisant votre **matricule**, exécuter ensuite (dans cet ordre) les deux commandes suivantes dans R
pour générer votre ensemble de données personnalisées 'mondata' :

```
source('charger.R')  
mondata <- charger(matricule)
```

Question	Note
a)	/4
b)	/7
c)	/12
d)	/5
Présentation	/2
TOTAL	/30

Mardi le 18 avril 2023

Réalisation d'une analyse statistique avec le langage R

Dans un premier temps, nous allons récupérer les données dans le CSV

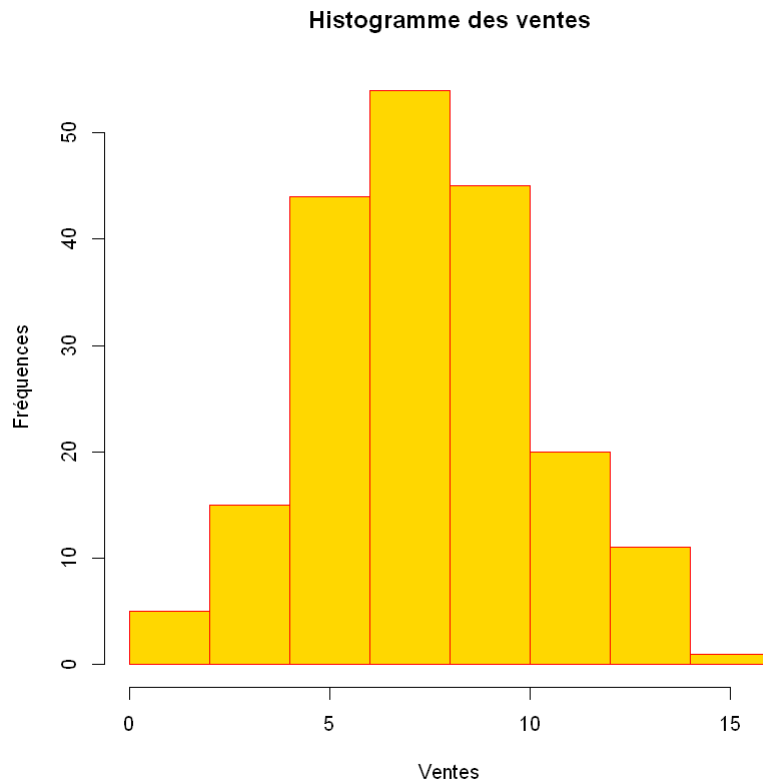
```
In [3]: # Charger Les données
source("charger.R")
mondata <- charger(2105482)
Y <- mondata$Sales
X1 <- mondata$Price
X2 <- mondata$Advertising
X3 <- mondata$Region
```

Phase 1 : Analyse statistique descriptive et inférence.

Partie A

Histogramme des ventes

```
In [4]: hist(Y, col="gold",border="red", main=paste("Histogramme des ventes"),
           xlab="Ventes",ylab="Fréquences")
```

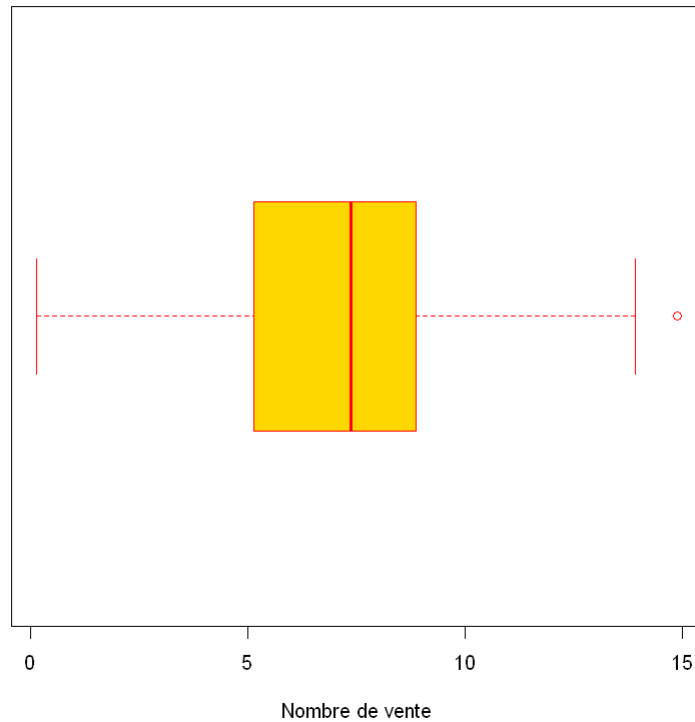


Interprétations

On observe ici que l'effectif des ventes atteint sa plus grande fréquence entre 7 et 8 mille sièges vendus. L'histogramme de ce dernier est plus ou moins semblable à l'allure d'une loi normale.

Diagramme de Tukey pour les ventes

```
In [5]: boxplot(Y,  
horizontal=TRUE,  
col="gold",border="red",  
xlab="Nombre de vente")
```

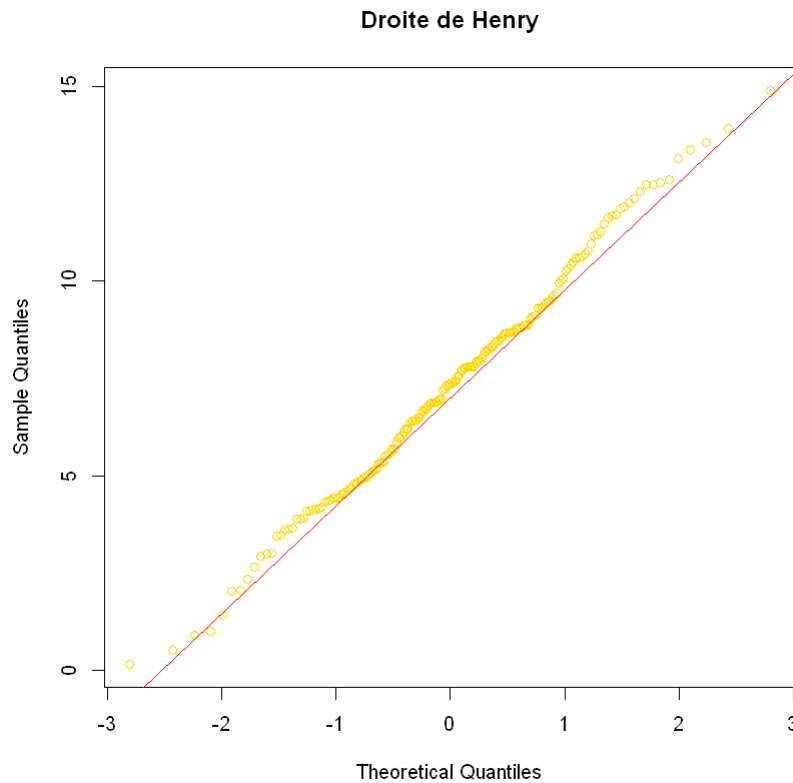


Interprétations

On voit sur le diagramme de Tukey que la distribution de données est relativement symétrique par rapport à la valeur médiane (environ 5.5 milles sièges). On remarque aussi l'existence d'une valeur extrême (environ 15 milles sièges) vers la droite.

Droite de Henry

```
In [6]: qqnorm(Y, col ="gold", main=paste("Droite de Henry"))  
        qqline(Y, col ="red")
```



Test de normalité (Shapiro-Wilk)

```
In [7]: shapiro.test(Y)
```

Shapiro-Wilk normality test

data: Y

W = 0.99463, p-value = 0.7128

Interprétation du test de normalité droite de Henry et test de Shapiro-Wilk

D'après la droite de Henry et le test de normalité (Shapiro-Wilk), on déduit que la variable Y suit une loi normale.

Premièrement, on remarque que plus on se rapproche du milieu, plus les points ont tendance à être alignés et donc, construire une droite et vers les bornes, on remarque une symétrie dans le dispersement des valeurs.

Deuxièmement, on a la valeur observée de W est grande ($W = 0.99463$) et p-value = 0.7128 grande (supérieure à 0.05), alors on accepte H_0 qui est l'hypothèse que Y suit une loi normale

Tableau de statistique descriptive

```
In [8]: mesureStatistique = data.frame(mondata=c("Sales"),
```

```

        moyenne=NA, écartType=NA, q1=NA, mediane=NA,
        q3=NA, IntervalConfiance=NA)
# moyenne,
mesureStatistique$moyenne = sapply(2, function(i) mean(Y))
# quartiles q1, q2 = mediane, q3
mesureStatistique[1, c("q1", "mediane", "q3")] = quantile(Y, probs = c(0.25,0.5,0.7)
# écart type,
mesureStatistique$écartType = sapply(2, function(i) sd(Y))
# intervalle de confiance pour la moyenne
ci <- t.test(Y, conf.level = 0.95)$conf.int
# cat("95% Confidence Interval: [", ci[1], ", ", ci[2], "]\n")
mesureStatistique$IntervalConfiance = sprintf("[%f, %f]", ci[1], ci[2])

# Afficher le resultat
mesureStatistique

```

A data.frame: 1 × 7

mondata	moyenne	écartType	q1	mediane	q3	IntervalConfiance
<chr>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<chr>
Sales	7.301692	2.826037	5.14	7.37	8.88	[6.902551, 7.700833]

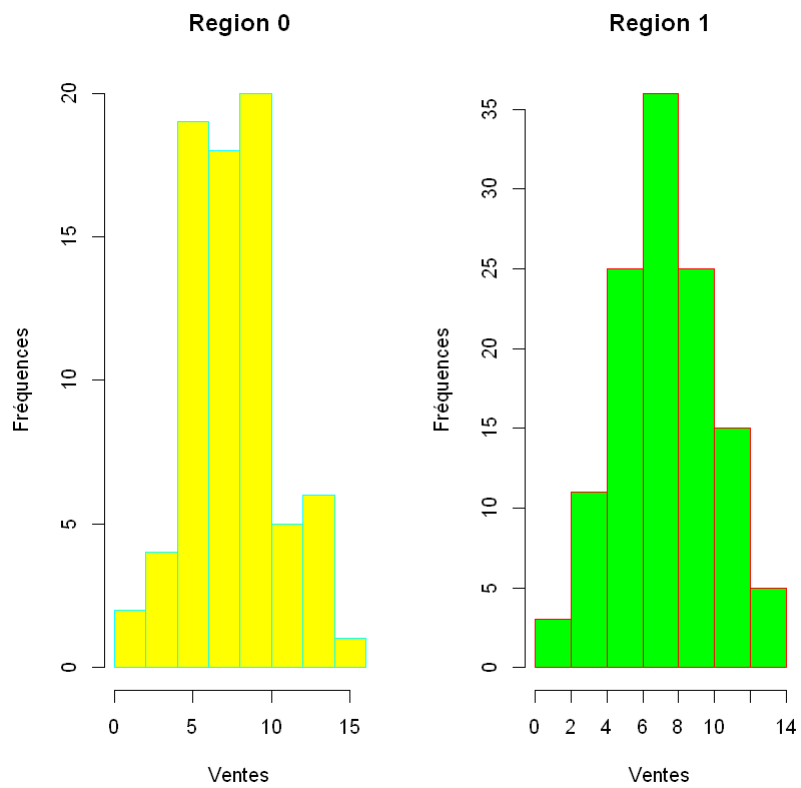
PARTIE B

Histogramme de vente en fonction de la région

```

In [9]: layout(matrix(1:2,1,2))
hist(Y[X3=="0"], col="yellow",border="cyan",
      main=paste("Region 0"),xlab="Ventes",ylab="Fréquences")
hist(Y[X3=="1"], col="green",border="red",
      main=paste("Region 1"),xlab="Ventes",ylab="Fréquences")

```



Boxplot de vente en fonction de la région

```
In [10]: boxplot(Y~X3, col="gold",border="red")
```

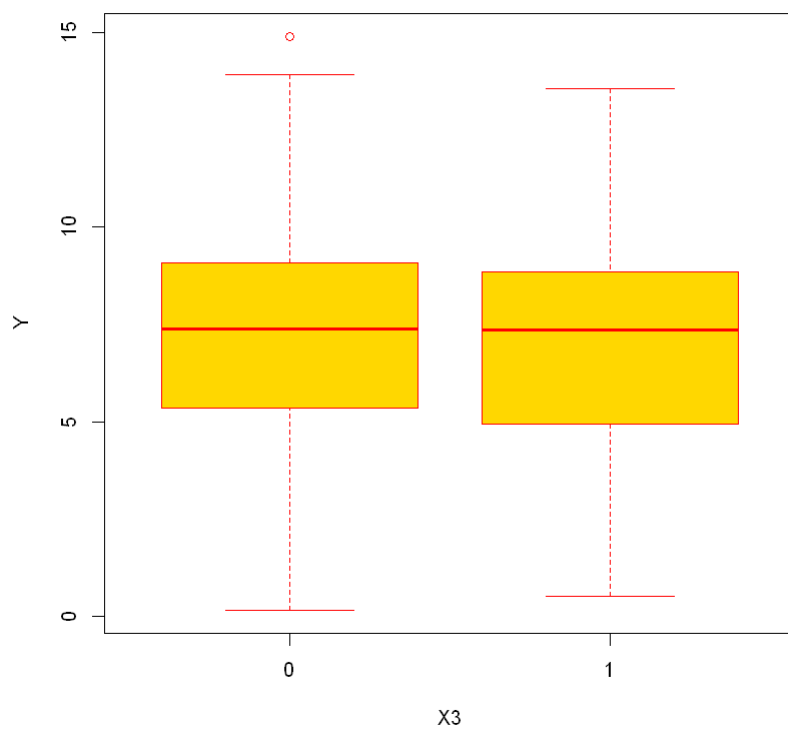


Tableau de statistique descriptive pour les 2 régions

```
In [11]: statistiques = data.frame(ventes=c("Region 0", "Region 1"),
                                moyenne=NA, s=NA, q1=NA, mediane=NA,
                                q3=NA, interval=NA)

#moyenne
statistiques$moyenne = sapply(0:1, function(i) mean(mondata$Sales[mondata$Region==i]))

# écart-type
statistiques$s = sapply(0:1, function(i) sd(mondata$Sales[mondata$Region==i]))

# mediane
statistiques$mediane = sapply(0:1, function(i) median(mondata$Sales[mondata$Region==i]))

# quantiles q1 et q3
statistiques[1, c("q1", "q3")] = quantile(mondata$Sales[mondata$Region=="0"], probs=c(0.25, 0.75))
statistiques[2, c("q1", "q3")] = quantile(mondata$Sales[mondata$Region=="1"], probs=c(0.25, 0.75))

# interval de confiance
ci0 <- t.test(mondata$Sales[mondata$Region=="0"], conf.level = 0.95)$conf.int
statistiques[1, c("interval")] = sprintf("[%f, %f]", ci0[1], ci0[2])

ci1 <- t.test(mondata$Sales[mondata$Region=="1"], conf.level = 0.95)$conf.int
statistiques[2, c("interval")] = sprintf("[%f, %f]", ci1[1], ci1[2])

options(digits=4) # Pour limiter le nombre de décimales et

statistiques
```

A data.frame: 2 × 7

ventes	moyenne	s	q1	mediane	q3	interval
<chr>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<chr>
Region 0	7.474	2.926	5.345	7.380	9.095	[6.800852, 8.147148]
Region 1	7.194	2.769	4.955	7.365	8.852	[6.693506, 7.694494]

Tests d'hypothèse

Test d'hypothèses sur l'égalité des variances pour les deux groupes

```
In [12]: rural <- subset(mondata, Region==0)$Sales
urbain <- subset(mondata, Region==1)$Sales
var.test(rural, urbain)
```


F test to compare two variances

```
data: rural and urbain
F = 1.1, num df = 74, denom df = 119, p-value = 0.6
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.7462 1.7045
sample estimates:
ratio of variances
      1.117
```

Dans ce test, on a les hypothèses:

$H_0: V_1 = V_2$ vs $H_1: V_1 \neq V_2$ (nb: '!=' signifie "non égale a").

Ici V_1 est la variance pour le 1er groupe (Region==0) et V_2 est la variance pour le 2eme groupe (Region==1)

On remarque que p-value = 0.6 est supérieure au seuil critique (0.05), alors on ne rejette pas l'hypothèse H_0

Test d'hypothèses sur l'égalité des moyennes pour les deux groupes

```
In [13]: rural <- subset(mondata, Region==0)$Sales
urbain <- subset(mondata, Region==1)$Sales
t.test(rural, urbain)
```

Welch Two Sample t-test

```
data: rural and urbain
t = 0.66, df = 151, p-value = 0.5
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -0.5537  1.1137
sample estimates:
mean of x mean of y
   7.474    7.194
```

Dans ce test, on a les hypothèses:

$H_0: u_1 = u_2$ vs $H_1: u_1 \neq u_2$ (nb: '!=' signifie "non égale a")

ici u_1 est la moyenne pour le 1er groupe (Region==0) et u_2 est la moyenne pour le 2eme groupe (Region==1)

On remarque que p-value = 0.5 est supérieure au seuil critique (0.05), alors on ne rejette pas l'hypothèse H_0

Phase 2 : Recherche du meilleur modèle

Partie C

Étude du modèle 1

$$Y = \text{beta0} + \text{beta1} \cdot X1 + \text{epsilon}$$

Dans un premier temps nous intéressons à un modèle linéaire entre Y et X1. Les résultats de nos analyses ont fourni les données suivantes :

Graphe de regression

Observons le graphe de cette régression linéaire ci-dessous pour se faire une idée du dispersement des données

```
In [14]: modele1 <- lm(Y ~ X1)

# Create a scatter plot of log(Y) against X1
plot(X1, Y, main = "Regression linéaire: Ventes ~ Prix", col = "gold",
     xlab = "Prix", ylab = "Ventes", pch = 16)

# Add the regression line
abline(modele1, col = "red")
```

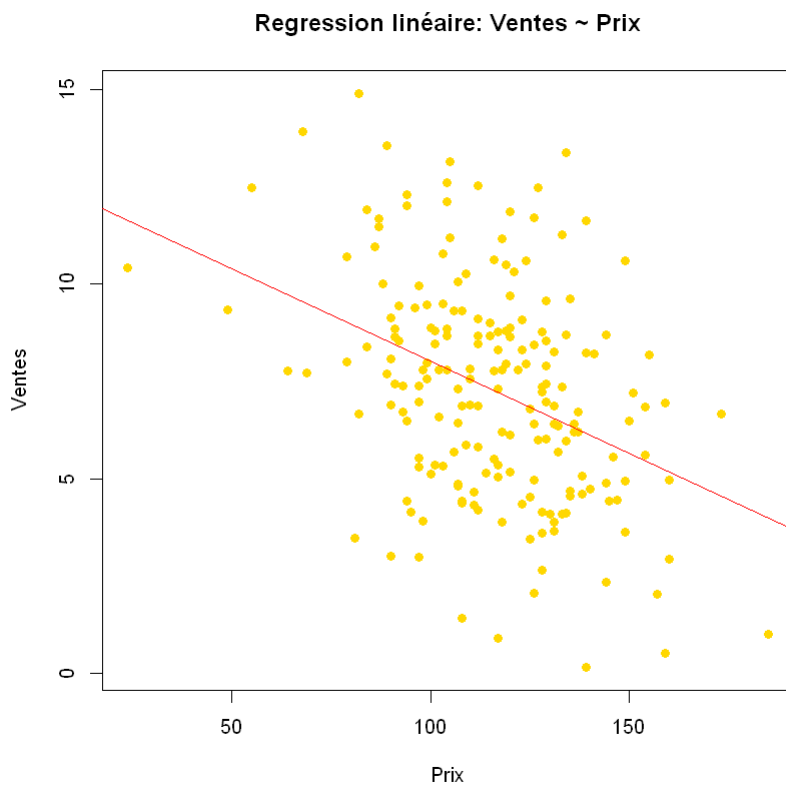


Tableau d'analyse de la variance

```
In [15]: summary(modele1)
```

```
anova(modele1)
```

Call:

```
lm(formula = Y ~ X1)
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-6.318	-1.830	-0.079	1.666	6.969

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	12.78009	0.96962	13.18	< 2e-16 ***
X1	-0.04745	0.00824	-5.76	3.3e-08 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.62 on 193 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.147, Adjusted R-squared: 0.142

F-statistic: 33.2 on 1 and 193 DF, p-value: 3.3e-08

A anova: 2 × 5

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
	<int>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>
X1	1	227.2	227.185	33.16	3.297e-08
Residuals	193	1322.2	6.851	NA	NA

Test de la signification du modèle

Les hypothèses sont les suivantes :

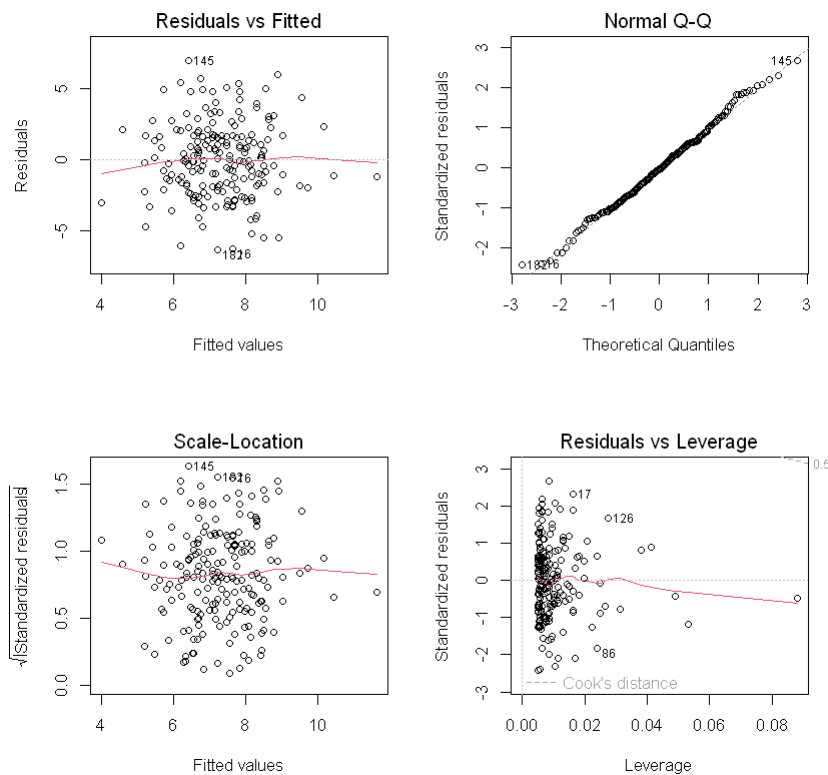
- $H_0 : \beta_1 = 0$ ce qui implique qu'il n'y a pas de relation linéaire entre Y et X1
- $H_1 : \beta_1 \neq 0$

La p-value de β_1 est 3.3e-08 qui est inférieure au seuil $\alpha = 0$ ce qui signifie qu'on rejette l'hypothèse H_0

Analyse des résidus

Observons et interprétons les différents tests effectués sur les résidus avec la figure ci-dessous.

```
In [16]: par(mfrow = c(2,2))  
plot(modele1)
```



Interprétations:

- Pour le graphe des residual vs Fitted et le graphe Residual vs Leverage on remarque une répartition des données assez égale de part et d'autre de l'axe 0. On conclut donc qu'il y a homoscedasticité
- Pour le graphique Normal Q-Q on constate que les résidus sont majoritairement confondus aux quantiles théoriques de la normal on conclut donc que la distribution de l'erreur suit effectivement une normal
- En observant le graphe Scale-Location, on remarque que les résidus sont aléatoirement dispersés et ne présentent aucune tendance entre eux. On peut donc conclure qu'il n'y a pas d'autocorrélation entre les résidus

Ces interprétations montrent que les hypothèses de bases sont respectées par notre modèle, cependant nous avons obtenu comme valeur de R^2 : $R^2 = 0.1466$ qui est très éloigné de 1 nous concluons donc que ce modèle ne convient pas pour faire une prédiction.

Interval de confiance de beta0 et beta1

```
In [17]: conf_int <- confint(modele1)
conf_int
```

A matrix: 2 × 2 of type dbl

	2.5 %	97.5 %
(Intercept)	10.86768	14.6925
X1	-0.06371	-0.0312

Étude du modèle 2

$Y = \beta_0(X_1^{\beta_1})\exp(\epsilon)$

Maintenant, nous nous intéressons à un modèle non linéaire entre Y et X1.

Nous allons poser $Y^* = \ln(Y)$ ce qui va nous permettre d'obtenir

$Y^* = \ln(\beta_0) + \beta_1 \ln(X_1) + \epsilon$

Graphe de regression

Observons le graphe de la régression linéaire ci-dessous afin de se faire une idée visuellement de l'évolution des données.

```
In [18]: modele2 <- lm(log(Y) ~ log(X1))

# Create a scatter plot of log(Y) against X1
plot(log(X1), log(Y), main = "Regression linéaire: log(Ventes) ~ log(Prix)", col =
      xlab = "log(Prix)", ylab = "log(Ventes)", pch = 16)

# Add the regression line
abline(modele2, col = "red")
```

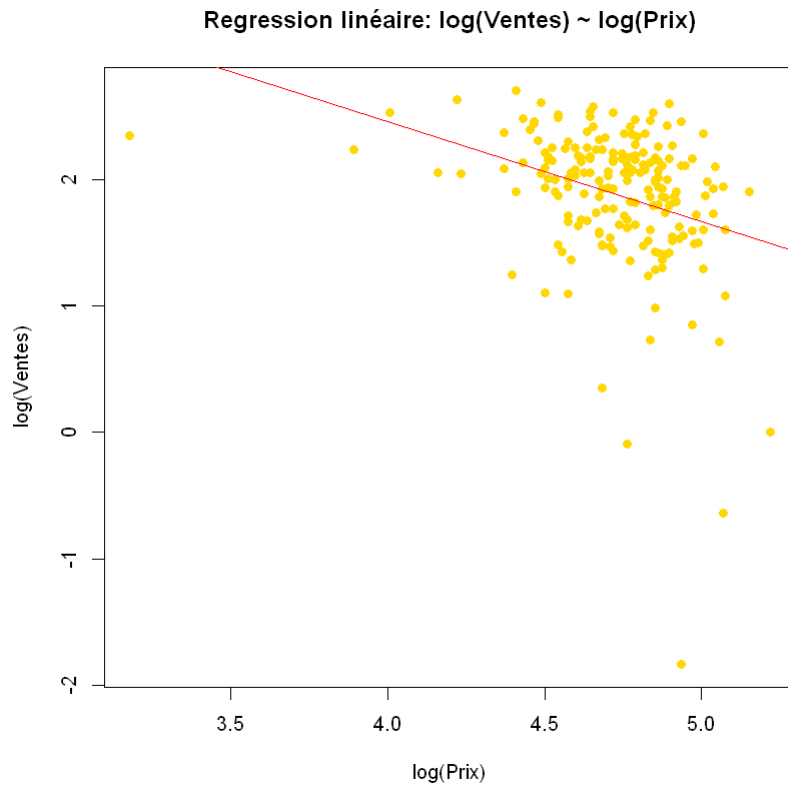


Tableau d'analyse de la variance

```
In [19]: summary(modele2)
         anova(modele2)
```

Call:

```
lm(formula = log(Y) ~ log(X1))
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-3.549	-0.209	0.094	0.320	0.849

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	5.599	0.779	7.19	1.4e-11 ***
log(X1)	-0.787	0.165	-4.78	3.5e-06 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.523 on 193 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.106, Adjusted R-squared: 0.101

F-statistic: 22.8 on 1 and 193 DF, p-value: 3.49e-06

A anova: 2 × 5

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
	<int>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>
log(X1)	1	6.255	6.2548	22.83	3.49e-06
Residuals	193	52.866	0.2739	NA	NA

Test de la signification du modèle

Les hypothèses sont les suivantes :

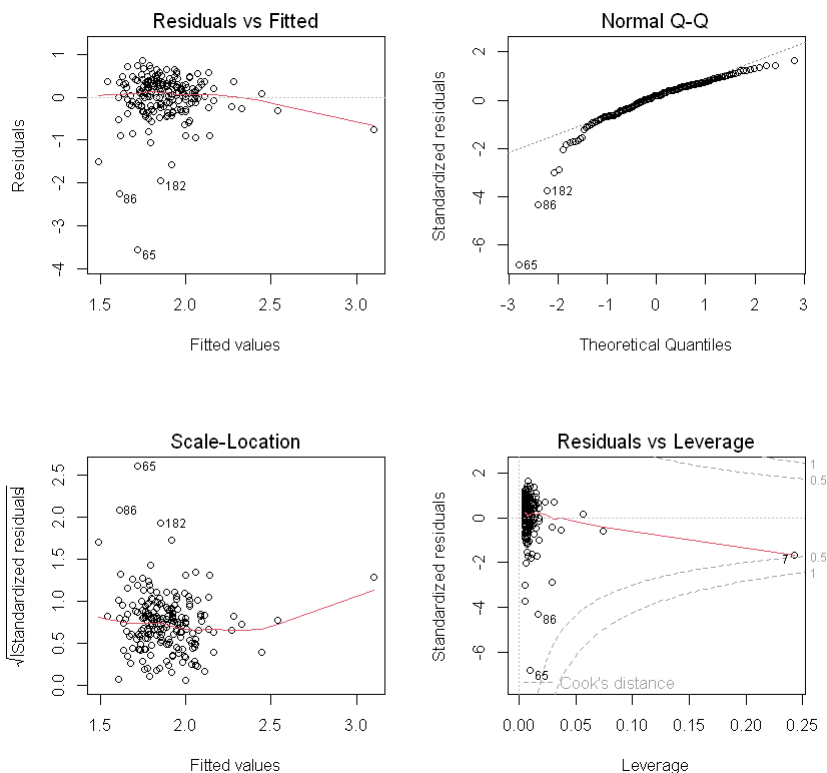
- $H_0 : \beta_1 = 0$ ce qui implique qu'il n'y a pas de relation linéaire entre $\ln(Y)$ et $\ln(X1)$
- $H_1 : \beta_1 \neq 0$

La p-value de β_1 est 3.49e-06 qui est inférieure au seuil $\alpha = 0.05$ ce qui signifie qu'on rejette l'hypothèse H_0

Analyse des résidus

Observons les différents tests effectués sur les résidus avec la figure ci-dessous.

```
In [20]: par(mfrow = c(2,2))  
plot(modele2)
```



Interprétations:

- Pour le graphe des residual vs Fitted et le graphe Residual vs Leverage on remarque on remarque une répartition des données assez égale de part et d'autre de l'axe 0. On conclut donc qu'il y a homoscédasticité
- Pour le graphique Normal Q-Q on constate que les résidus sont majoritairement confondus aux quantiles théoriques de la normal on conclut donc que la distribution de l'erreur suit effectivement une normal
- En observant le graphe Scale-Location, on remarque que les résidus sont aléatoirement dispersés et ne présentent aucune tendance entre eux. On peut donc conclure qu'il n'y a pas d'autocorrélation entre les résidus

Ces interprétations montrent que les hypothèses de bases sont respectées par notre modèle, nous concluons donc que ce modèle est utilisable pour faire une prédiction

Interval de confiance de beta0 et beta1

```
In [21]: # Obtenir Les intervalles de confiance des coefficients
conf_int <- confint(modele2) # Calculer Les intervalles de confiance
# Afficher Les résultats
conf_int
```

A matrix: 2 × 2 of type dbl

	2.5 %	97.5 %
(Intercept)	4.062	7.135
log(X1)	-1.111	-0.462

Étude du modèle 3

$$Y = \beta_0 * \exp[(\beta_1 * X_1) + \epsilon]$$

Maintenant, nous nous intéressons à un autre modèle non linéaire entre Y et X1.

Nous allons poser $Y^* = \ln(Y)$ ce qui va nous permettre d'obtenir

$$Y^* = \ln(\beta_0) + \beta_1 * X_1 + \epsilon$$

Graphe de regression

```
In [22]: modele3 <- lm(log(Y) ~ (X1))

# Create a scatter plot of log(Y) against X1
plot(X1, log(Y), main = "Regression linéaire: log(Ventes) ~ prix", col = "gold",
     xlab = "Prix", ylab = "log(Vente)", pch = 16)

# Add the regression Line
abline(modele3, col = "red")
```

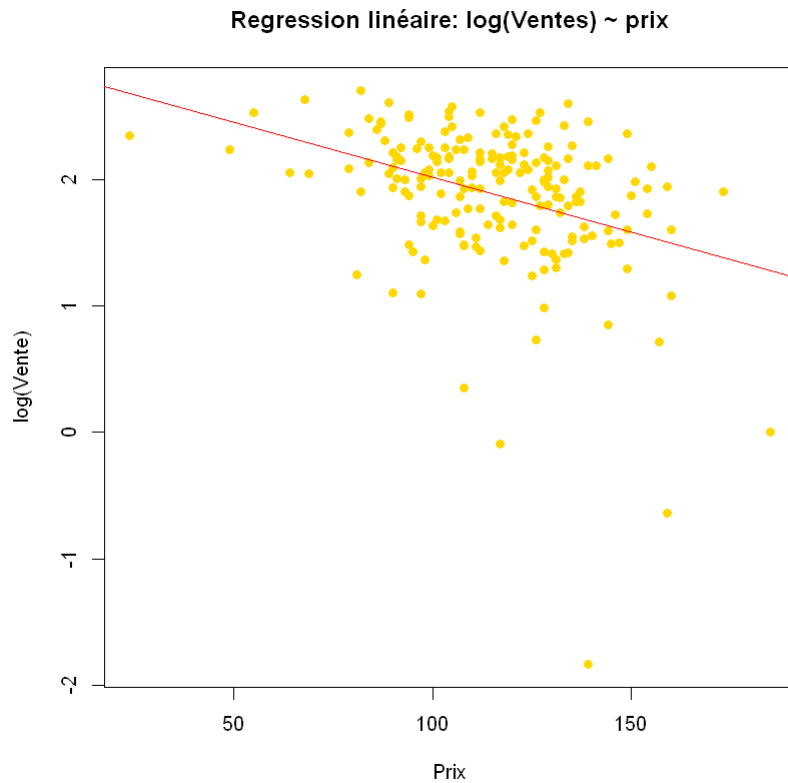



Tableau d'analyse de la variance

```
In [23]: summary(modele3)
         anova(modele3)
```

Call:

```
lm(formula = log(Y) ~ (X1))
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-3.508	-0.212	0.101	0.309	0.875

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	2.88607	0.19131	15.09	< 2e-16 ***
X1	-0.00871	0.00163	-5.36	2.4e-07 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.516 on 193 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.129, Adjusted R-squared: 0.125

F-statistic: 28.7 on 1 and 193 DF, p-value: 2.41e-07

A anova: 2 × 5

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
	<int>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>
X1	1	7.65	7.6500	28.68	2.407e-07
Residuals	193	51.47	0.2667	NA	NA

Test de la signification du modèle

Les hypothèses sont les suivantes :

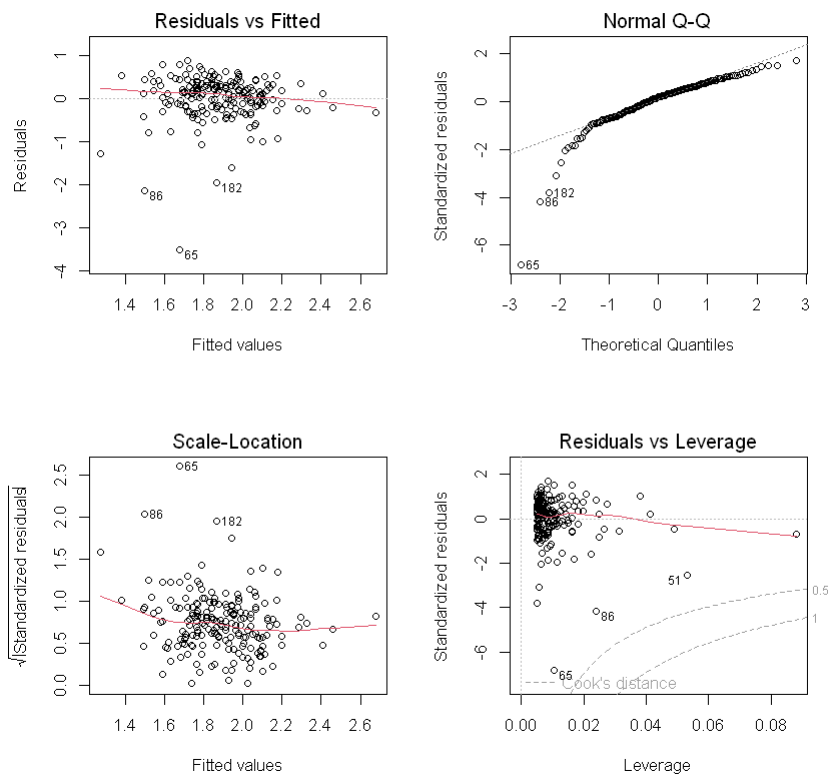
- $H_0 : \beta_1 = 0$ ce qui implique qu'il n'y a pas de relation linéaire entre $\ln(Y)$ et X_1
- $H_1 : \beta_1 \neq 0$

La p-value de β_1 est $2.41e-07$ qui est inférieure au seuil $\alpha = 0.05$ ce qui signifie qu'on rejette l'hypothèse H_0

Analyse des résidus

Observons et interprétons les différents tests effectués sur les résidus avec la figure ci-dessous.

```
In [24]: par(mfrow = c(2,2))  
plot(modele3)
```



Interprétations:

- Pour le graphe des residual vs Fitted et le graphe Residual vs Leverage on remarque on remarque une répartition des données assez égale de part et d'autre de l'axe 0. On conclut donc qu'il y a homoscedasticité
- Pour le graphique Normal Q-Q on constate que les résidus sont majoritairement confondus aux quantiles théoriques de la normal on conclut donc que la distribution de l'erreur suit effectivement une normal
- En observant le graphe Scale-Location, on remarque que les résidus sont aléatoirement dispersés et ne présentent aucune tendance entre eux. On peut donc conclure qu'il n'y a pas d'autocorrélation entre les résidus

Ces interprétations montrent que toutes les hypothèses de bases sont respectées par notre modèle, nous concluons donc que ce modèle est utilisable pour faire une prédiction.

Interval de confiance de beta0 et beta1

```
In [25]: # Obtenir Les intervalles de confiance des coefficients
conf_int <- confint(modele3) # Calculer Les intervalles de confiance
# Afficher Les résultats
conf_int
```

A matrix: 2 × 2 of type dbl

	2.5 %	97.5 %
(Intercept)	2.50874	3.263393
X1	-0.01191	-0.005501

Étude du modèle 4

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_2 + \epsilon$$

Nous nous intéressons à un modèle linéaire entre Y et X2. Les résultats de nos analyses ont fourni les données suivantes :

Graphe de regression

La figure ci-dessous représente la droite de régression linéaire entre Y et X2

```
In [26]: modele4 <- lm(Y ~ X2)

# Create a scatter plot of log(Y) against X1
plot(X2, Y, main = "Regression linéaire: Ventés ~ Publicités", col = "gold",
     xlab = "Publicités", ylab = "Ventés", pch = 16)

# Add the regression Line
abline(modele4, col = "red")
```

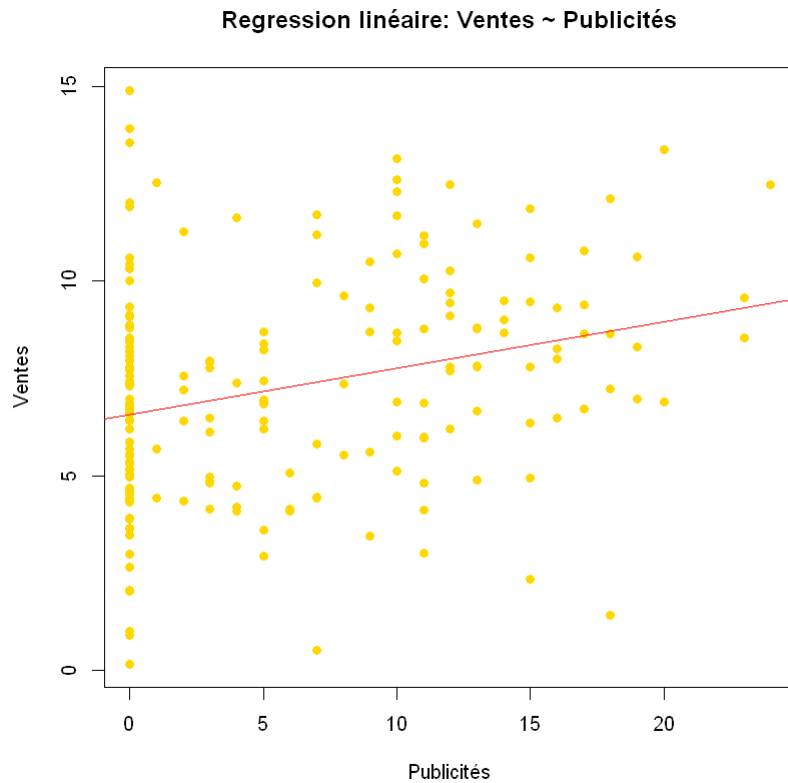


Tableau d'analyse de la variance

```
In [27]: summary(modele4)
         anova(modele4)
```

Call:

```
lm(formula = Y ~ X2)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-7.306	-1.969	-0.076	1.648	8.320

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	6.580	0.266	24.71	< 2e-16 ***
X2	0.119	0.030	3.98	9.8e-05 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.72 on 193 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.0758, Adjusted R-squared: 0.071

F-statistic: 15.8 on 1 and 193 DF, p-value: 9.81e-05

A anova: 2 × 5

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
	<int>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>
X2	1	117.4	117.431	15.83	9.81e-05
Residuals	193	1431.9	7.419	NA	NA

Test de la signification du modèle

Les hypothèses sont les suivantes :

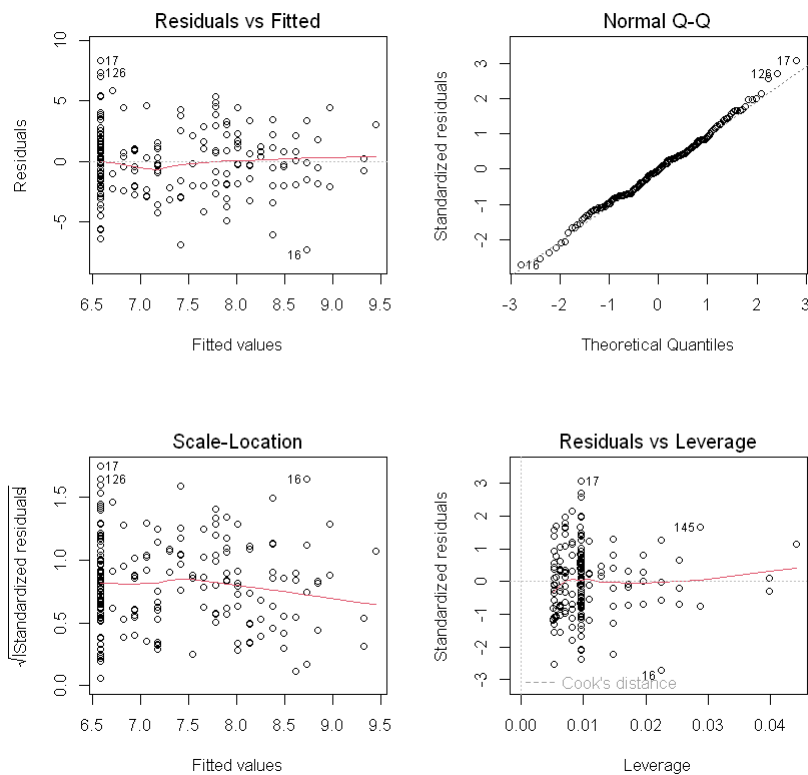
- $H_0 : \beta_1 = 0$ ce qui implique qu'il n'y a pas de relation linéaire entre Y et X2
- $H_1 : \beta_1 \neq 0$

La p-value de β_1 est 9.81e-05 qui est inférieure au seuil $\alpha = 0.05$ ce qui signifie qu'on rejette l'hypothèse H_0

Analyse des résidus

Observons et interprétons les différents tests effectués sur les résidus avec la figure ci-dessous.

```
In [28]: par(mfrow = c(2,2))  
plot(modele4)
```



Interprétations:

- Pour le graphe des residual vs Fitted et le graphe Residual vs Leverage on remarque on remarque une répartition des données assez égale de part et d'autre de l'axe 0. On conclut donc qu'il y a homoscedasticité
- Pour le graphique Normal Q-Q on constate que les résidus sont majoritairement confondus aux quantiles théoriques de la normal on conclut donc que la distribution de l'erreur suit effectivement une normal
- En observant le graphe Scale-Location, on remarque que les résidus sont aléatoirement dispersés et ne présentent aucune tendance entre eux. On peut donc conclure qu'il n'y a pas d'autocorrélation entre les résidus

Ces interprétations montrent que les hypothèses de bases sont respectées par notre modèle, nous concluons donc que ce modèle est utilisable pour faire une prédiction

Interval de confiance de beta0 et beta1

```
In [29]: conf_int <- confint(modele4)
conf_int
```

A matrix: 2 × 2 of type dbl

	2.5 %	97.5 %
(Intercept)	6.05505	7.1056
X2	0.06011	0.1783

Étude du modèle 5

$$Y = \beta_0(8 + X_2^{\beta_1})\exp(\epsilon)$$

Maintenant, nous nous intéressons à un modèle non linéaire entre Y et X1.

Nous allons poser $Y^* = \ln(Y)$ ce qui va nous permettre d'obtenir

$$Y^* = \ln(\beta_0) + \ln(8 + X_1^{\beta_1}) + \epsilon$$

Graphe de regression

```
In [30]: modele5 <- lm(log(Y) ~ log(X2+8))

# Create a scatter plot of log(Y) against X2
plot(log(X2+8), log(Y), main = "Regression linéaire: log(Ventes) ~ log(publicité)",
     xlab = "log(Publicites)", ylab = "log(Vente)", pch = 16)

# Add the regression line
abline(modele5, col = "red")
```

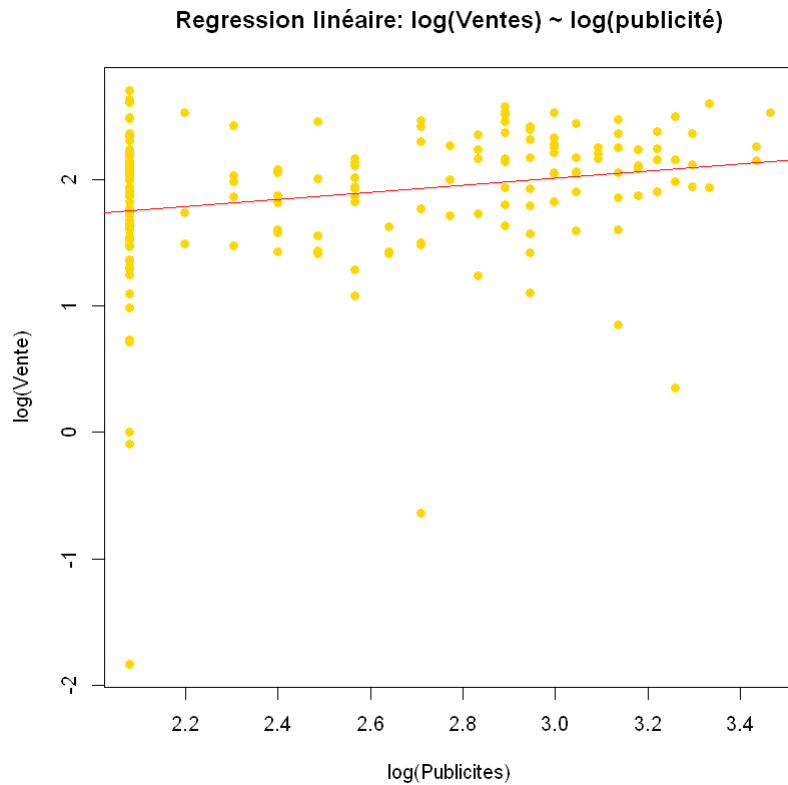


Tableau d'analyse de la variance

```
In [31]: summary(modele5)
         anova(modele5)
```

Call:

```
lm(formula = log(Y) ~ log(X2 + 8))
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-3.585	-0.207	0.105	0.315	0.949

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	1.1735	0.2222	5.28	3.4e-07 ***
log(X2 + 8)	0.2785	0.0861	3.23	0.0014 **

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.539 on 193 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.0514, Adjusted R-squared: 0.0464

F-statistic: 10.4 on 1 and 193 DF, p-value: 0.00144

A anova: 2 × 5

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
	<int>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>
log(X2 + 8)	1	3.037	3.0366	10.45	0.001443
Residuals	193	56.085	0.2906	NA	NA

Test de la signification du modèle

Les hypothèses sont les suivantes :

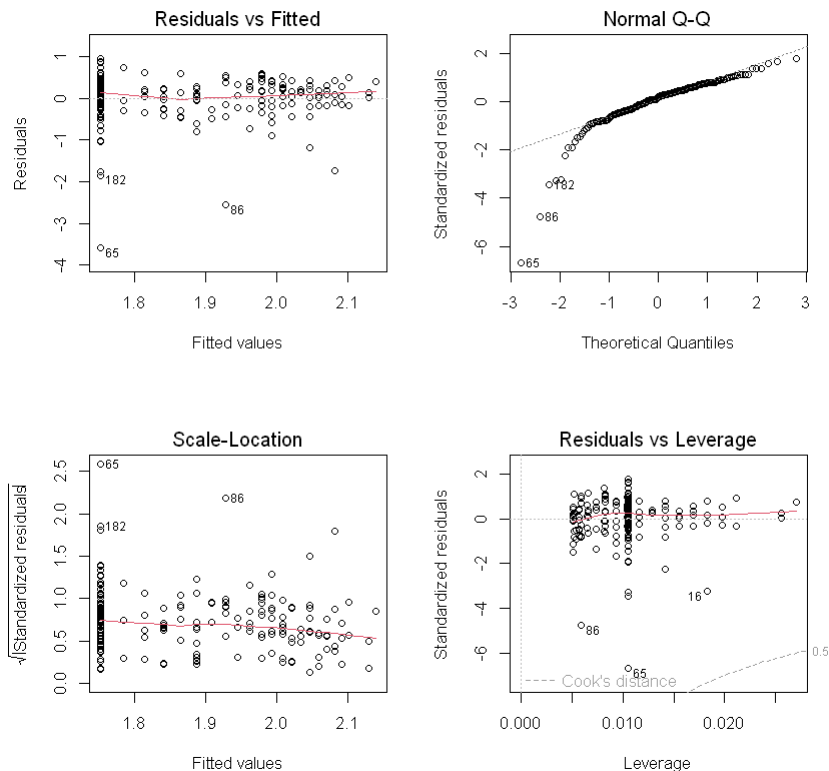
- $H_0 : \beta_1 = 0$ ce qui implique qu'il n'y a pas de relation linéaire entre Y et X2
- $H_1 : \beta_1 \neq 0$

La p-value de β_1 est 0.00144 qui est inférieure au seuil $\alpha = 0.05$ ce qui signifie qu'on rejette l'hypothèse H_0

Analyse des résidus

Observons les différents tests effectués sur les résidus avec la figure ci-dessous.

```
In [32]: par(mfrow = c(2,2))  
plot(modele5)
```



Interprétations:

- Pour le graphe des residual vs Fitted et le graphe Residual vs Leverage on remarque on remarque une répartition des données assez égale de part et d'autre de l'axe 0. On conclut donc qu'il y a homoscédasticité
- Pour le graphique Normal Q-Q on constate que les résidus sont majoritairement confondus aux quantiles théoriques de la normal on conclut donc que la distribution de l'erreur suit effectivement une normal
- En observant le graphe Scale-Location, on remarque que les résidus sont aléatoirement dispersés et ne présentent aucune tendance entre eux. On peut donc conclure qu'il n'y a pas d'autocorrélation entre les résidus

Ces interprétations montrent que les hypothèses de bases sont respectées par notre modèle, nous concluons donc que ce modèle est utilisable pour faire une prédiction

Interval de confiance de beta0 et beta1

```
In [33]: # Obtenir Les intervalles de confiance des coefficients
conf_int <- confint(modele5) # Calculer Les intervalles de confiance
# Afficher Les résultats
conf_int
```

A matrix: 2 × 2 of type dbl

2.5 % 97.5 %

(Intercept) 0.7353 1.6117

log(X2 + 8) 0.1086 0.4483

Étude du modèle 6

$$Y = \beta_0 * \exp[(\beta_1 * X_2) + \epsilon]$$

Maintenant, nous nous intéressons à un autre modèle non linéaire entre Y et X2.

Nous allons poser $Y^* = \ln(Y)$ ce qui va nous permettre d'obtenir

$$Y^* = \ln(\beta_0) + \beta_1 * X_2 + \epsilon$$

Graphe de regression

```
In [34]: modele6 <- lm(log(Y) ~ X2)

# Create a scatter plot of Log(Y) against X1
plot(X2, log(Y), main = "Regression linéaire: log(Ventes) ~ publicité", col = "gold",
     xlab = "Publicites", ylab = "log(Vente)", pch = 16)

# Add the regression Line
abline(modele6, col = "red")
```

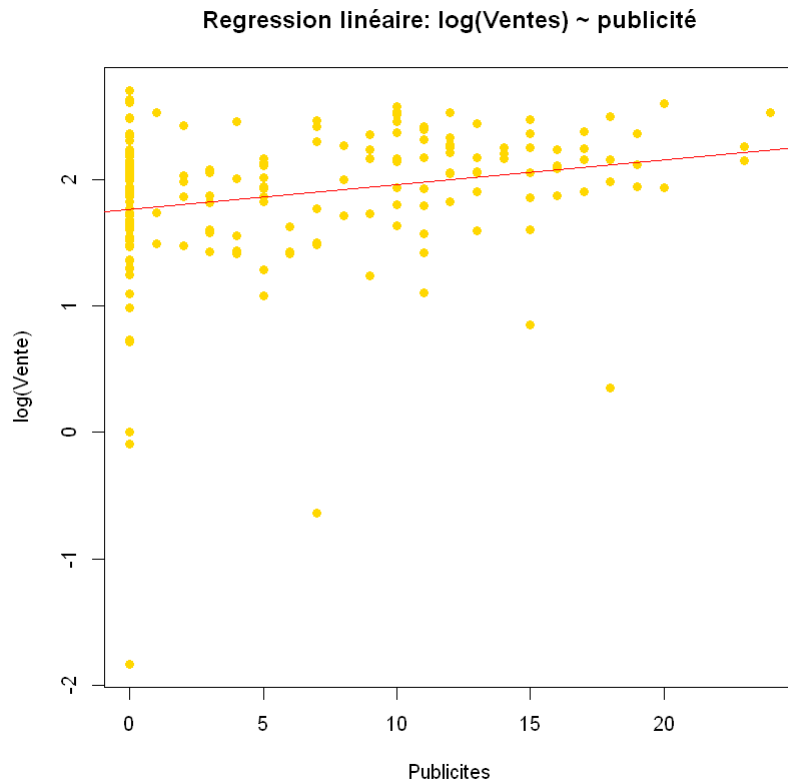


Tableau d'analyse de la variance

```
In [35]: summary(modele6)
         anova(modele6)
```

Call:

```
lm(formula = log(Y) ~ X2)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-3.595	-0.210	0.079	0.304	0.939

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	1.76199	0.05264	33.47	<2e-16 ***
X2	0.01963	0.00592	3.31	0.0011 **

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.538 on 193 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.0539, Adjusted R-squared: 0.0489

F-statistic: 11 on 1 and 193 DF, p-value: 0.0011

A anova: 2 × 5

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
	<int>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>
X2	1	3.184	3.1838	10.98	0.001097
Residuals	193	55.937	0.2898	NA	NA

Test de la signification du modèle

Les hypothèses sont les suivantes :

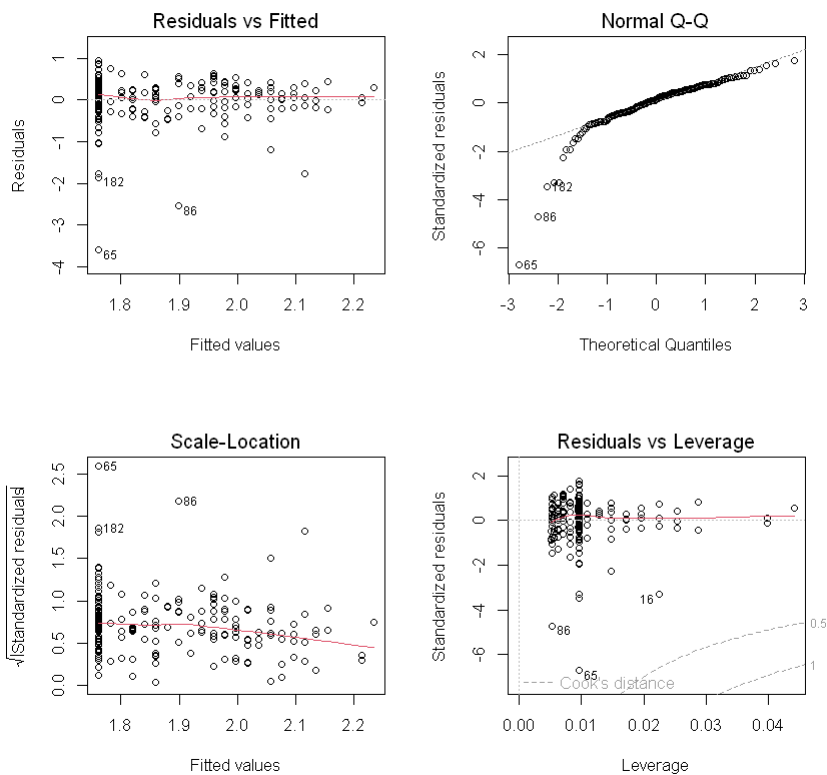
- $H_0 : \beta_1 = 0$ ce qui implique qu'il n'y a pas de relation linéaire entre $\ln(Y)$ et X_1
- $H_1 : \beta_1 \neq 0$

La p-value de β_1 est 0.0011 qui est inférieure au seuil $\alpha = 0.05$ ce qui signifie qu'on rejette l'hypothèse H_0

Analyse des résidus

Observons et interprétons les différents tests effectués sur les résidus avec la figure ci-dessous.

```
In [36]: par(mfrow = c(2,2))  
plot(modele6)
```



Interprétations:

- Pour le graphe des residual vs Fitted et le graphe Residual vs Leverage on remarque on remarque une répartition des données assez égale de part et d'autre de l'axe 0. On conclut donc qu'il y a homoscedasticité
- Pour le graphique Normal Q-Q on constate que les résidus sont majoritairement confondus aux quantiles théoriques de la normal on conclut donc que la distribution de l'erreur suit effectivement une normal
- En observant le graphe Scale-Location, on remarque que les résidus sont aléatoirement dispersés et ne présentent aucune tendance entre eux. On peut donc conclure qu'il n'y a pas d'autocorrélation entre les résidus

Ces interprétations montrent que les hypothèses de bases sont respectées par notre modèle, nous concluons donc que ce modèle est utilisable pour faire une prédiction

Interval de confiance de beta0 et beta1

```
In [37]: # Obtenir Les intervalles de confiance des coefficients
conf_int <- confint(modele6) # Calculer Les intervalles de confiance
# Afficher Les résultats
conf_int
```

A matrix: 2 × 2 of type dbl

	2.5 %	97.5 %
(Intercept)	1.658174	1.86581
X2	0.007948	0.03131

Choix du meilleur modèle:

Déterminons quel modèle est le plus adapté en fonction du Coefficient de détermination R^2

Modèle1 $R^2 = 0.1466$

Modèle1 $R^2 = 0.106$

Modèle3 $R^2 = 0.1294$

Modèle4 $R^2 = 0.07579$

Modèle5 $R^2 = 0.05136$

Modèle6 $R^2 = 0.05385$

Pour départager nous allons choisir le modèle qui a le plus grand R^2 . Le modèle le plus approprié pour notre prévision sur les ventes est donc le modèle1

Prévision des ventes en fonction du meilleur modele

```
In [41]: (predict(modele1, data.frame(X1 = 118), interval = "prediction", level = 0.95))
```

A matrix: 1 × 3 of type dbl

	fit	lwr	upr
1	7.181	2.005	12.36

Interprétation

On obtient un interval de confiance [2.005 12.36]. Ce qui signifie qu'on est certain à 95% de réaliser entre 2005 et 12360 ventes à 118\$ peu importe le montant investi en publicité et peu importe la région