

Algorithmique Appliquée

BTS SIO SISR

Procédures et fonctions



1^{er} ACCÉLÉRATEUR DES ENTREPRISES



Plan

- Procédures : définition et appel
- Arguments
- Valeurs par défaut
- Variables locales et globales
- Fonctions
- Spécifications et contrat
- Modularisation de code
- Nombre variable d'argument
- Retour de plusieurs résultats
- Un mot sur la récursivité
- Fonctions d'ordre supérieur
- Fonctions lambda
- Programmation impérative et fonctionnelle
- Un mot sur les méthodes

Procédures : définition et appel



CHAMBRE DE COMMERCE
ET D'INDUSTRIE

1^{er} ACCÉLÉRATEUR DES ENTREPRISES



Comment réutiliser ce code ?

```
a0 = 16  
  
s = a0 / 2  
epsilon = 0.001  
  
while abs(s ** 2 - a0) >= epsilon:  
    P = s ** 2 - a0  
    P_prime = 2 * s  
    s = s - P / P_prime
```

- On souhaite pouvoir appeler ce code pour n'importe quelle valeur de a_0 .

Comment combiner des algorithmes

?

```
a0 = 16
b0 = -27
epsilon = 0.001

# Racine carrée
sa = a0 / 2
while abs(sa ** 2 - a0) >= epsilon:
    P = sa ** 2 - a0
    P_prime = 2 * sa
    sa = sa - P / P_prime

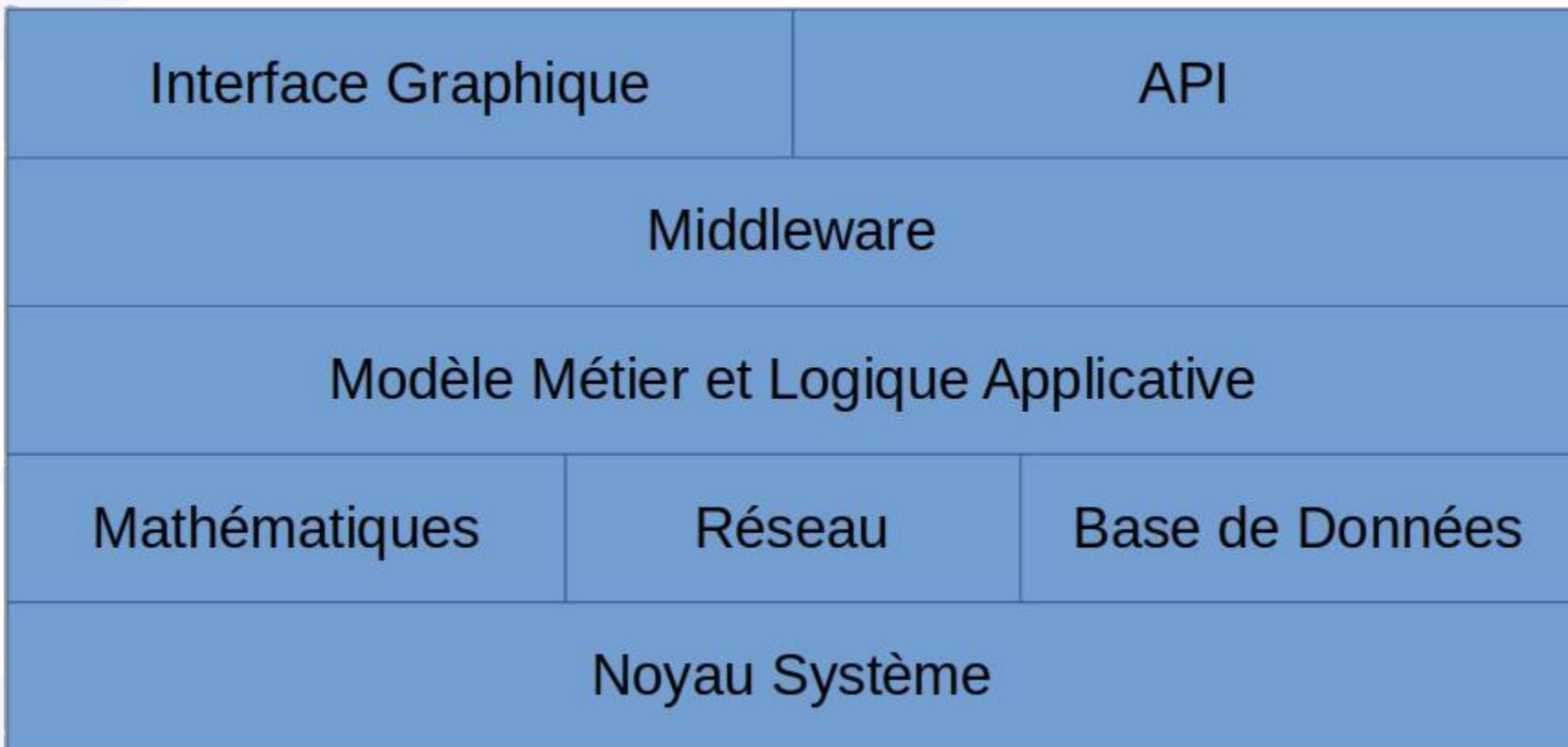
# Racine cubique
positif = True
if b0 < 0:
    positif = False
    b0 = -b0
sb = b0 / 2
while abs(sb ** 3 - b0) >= epsilon:
    P = sb ** 3 - b0
    P_prime = 3 * sb ** 2
    sb = sb - P / P_prime
if not positif:
    sb = -sb

s = sa + sb
```

Réutilisabilité

- On souhaite pouvoir **réutiliser** des algorithmes.
- On souhaite pouvoir **appeler** et **paramétrier** les appels à nos algorithmes.
- On souhaite pouvoir **combiner** facilement nos algorithmes.

Couches d'abstraction



Procédure

- Une **procédure** est une suite d'instructions.
- Il est possible d'appeler plusieurs fois une procédure.

Syntaxe d'une procédure

```
def procedure():
    print("Première procédure")
```

Appel d'une procédure (invocation)

```
def procedure():
    print("Première procédure")

procedure()
procedure()
procedure()
```



```
Première procédure
Première procédure
Première procédure
```

Suite d'instructions

```
def racine_cubique_27():
    """Affiche la racine cubique de 27."""
    b0 = 27
    epsilon = 0.001

    positif = True
    if b0 < 0:
        positif = False
        b0 = -b0
    sb = b0 / 2
    while abs(sb ** 3 - b0) >= epsilon:
        P = sb ** 3 - b0
        P_prime = 3 * sb ** 2
        sb = sb - P / P_prime
    if not positif:
        sb = -sb

    print(sb)

racine_cubique_27()
```



3.000000081210202

Arguments



CHAMBRE DE COMMERCE
ET D'INDUSTRIE

1^{er} ACCÉLÉRATEUR DES ENTREPRISES



Passage d'un argument

```
def carre(x):  
    print(f"{x ** 2}")  
  
carre(2)  
carre(3)
```



4
9

Argument pour le calcul de la racine cubique

```
def racine_cubique(x):
    epsilon = 0.001

    positif = True
    if x < 0:
        positif = False
        x = -x
    s = x / 2
    while abs(s ** 3 - x) >= epsilon:
        P = s ** 3 - x
        P_prime = 3 * s ** 2
        s = s - P / P_prime
    if not positif:
        s = -s

    print(s)

racine_cubique(27)
racine_cubique(-27)
```



```
3.000000081210202
-3.000000081210202
```

Plusieurs arguments

```
def somme(a, b)
    resultat = a + b
    print(resultat)

somme(2, 3)
somme(3, 4)
```



5
7

Passage par valeur et passage par référence

- Certains langages (comme C++ ou C#) font la distinction entre le passage d'arguments **par valeur** et le passage **par référence**.
- En Python, seul le passage par valeur existe.
- En C#, par défaut, les arguments sont également passés par valeur, comme en Python.
- Le passage par référence permet de modifier le paramètre d'entrée.
- L'exemple suivant est en C# :

```
static void passage_par_valeur(int a)
{
    a = a + 1;
    Console.WriteLine(a); // affiche 1
}

static void passage_par_reference(ref int a)
{
    a = a + 1;
    Console.WriteLine(a); // affiche 1
}

static void Main()
{
    x = 0;

    passage_par_valeur(x); // passe une copie de x
    Console.WriteLine(x); // affiche 0

    passage_par_reference(ref x); // passe une référence vers x
    Console.WriteLine(x);        // affiche 1
}
```

Valeurs par défaut



CHAMBRE DE COMMERCE
ET D'INDUSTRIE

1^{er} ACCÉLÉRATEUR DES ENTREPRISES



Intérêt

- Une valeur par défaut pour un argument permet de **simplifier l'appel** dans les cas classiques.
- Cela donne à l'appelant **plus de possibilités** de paramétrage dans les cas particuliers.

Puissance

```
def puissance(x, exposant=2):  
    print(f"{x ** exposant}")  
  
puissance(2)  
puissance(2, 3)
```



4
8

Racine cubique avec λ

```
def racine_cubique(x, epsilon=0.0000001):
    positif = True
    if x < 0:
        positif = False
        x = -x
    s = x / 2
    while abs(s ** 3 - x) >= epsilon:
        P = s ** 3 - x
        P_prime = 3 * s ** 2
        s = s - P / P_prime
    if not positif:
        s = -s

    print(s)

racine_cubique(27)
racine_cubique(27, 1)
```



3.000000000000002
3.0004936436555805

Tous les arguments sont éligibles

```
def bonjour(prenom="Amélie", nom="Poulain"):
    print(f"Bonjour {prenom} {nom}")

bonjour()
bonjour(nom="Teng")
```



```
Bonjour Amélie Poulain
Bonjour Amélie Teng
```

Attention

```
def bonjour(prenom="Amélie", nom):  
    print(f"Bonjour {prenom} {nom}")
```



```
def bonjour(prenom="Amélie", nom):  
    ^  
SyntaxError: non-default argument follows default argument
```

Variables locales et globales

Scope

Portée des variables

```
def f(a):  
    print(a)  
  
def g(a, b):  
    f(a)  
    f(b)  
  
def h():  
    a = 3  
    b = a + 2  
    g(b, a)  
  
h()
```



5
3

Variable globale

```
a = 5  
  
def f(a=10):  
    print(a)  
  
f()  
f(a)
```



```
10  
5
```

Accès en lecture à une variable globale

```
a = 3  
  
def f():  
    for _ in range(a):  
        print(a * "***")  
  
f()
```



```
***  
***  
***
```

Accès en écriture à une variable globale

```
a = 3

def f():
    a -= 1
    for _ in range(a):
        print(a * "*")

f()
```



```
a -= 1
UnboundLocalError: local variable 'a' referenced before assignment
```

Mot clé `global`

```
a = 3

def f():
    global a
    a -= 1
    for _ in range(a):
        print(a * "***")

f()
```



```
***  
***
```

Fonctions



CHAMBRE DE COMMERCE
ET D'INDUSTRIE

1^{er} ACCÉLÉRATEUR DES ENTREPRISES



Généralisation

- Une procédure est une **fonction** qui ne retourne pas de résultat.
- Une procédure est donc une fonction.
- De manière générale, on parle toujours de fonctions.

Retourner un résultat

```
def somme(a, b):  
    """Renvoie la somme de a + b."""  
    return a + b  
  
resultat = somme(1, 2)
```



3

Définition formelle (1/2)

```
def nom_de_la_fonction(liste_de_parametres):  
    corps_de_la_fonction
```

Définition formelle (2/2)

- Lorsque l'on appelle (ou *invoque*) une fonction :
 - les expressions qui forment les paramètres sont évalués.
 - les paramètres formels de la fonction sont liés aux valeurs de ces expressions (passage par valeur).
 - le point d'exécution est déplacé depuis le point d'invocation à la première instruction du corps de la fonction.
 - le corps de la fonction est exécuté :
 - jusqu'à une instruction `return`, auquel cas la valeur de la fonction devient la valeur de cette expression `return`,
 - ou alors jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'instruction à exécuter, auquel cas `None` est retourné.

Fonction racine carrée

```
def racine_carree(x, epsilon=0.000001):
    """Renvoie la racine carrée de x à epsilon près."""
    s = x / 2
    while abs(s ** 2 - x) >= epsilon:
        P = s ** 2 - x
        P_prime = 2 * s
        s = s - P / P_prime

    return s

resultat = racine_carree(16)
```



4.00000000000004

Fonction racine cubique

```
def racine_cubique(x, epsilon=0.000001):
    """Renvoie la racine cubique de x à epsilon près."""
    positif = True
    if x < 0:
        positif = False
        x = -x
    s = x / 2
    while abs(s ** 3 - x) >= epsilon:
        P = s ** 3 - x
        P_prime = 3 * s ** 2
        s = s - P / P_prime
    if not positif:
        s = -s

    return s

resultat = racine_cubique(-27)
```



-3.000000000000002

Retour au problème initial

```
r2 = racine_carree(16)
r3 = racine_cubique(-27)
resultat = somme(r2, r3)
```



```
1.000000000000022
```

Plusieurs retours

```
def converti_nombre(x):
    """Converti le nombre x textuel sous un format entier."""
    if x == "zéro":
        return 0
    elif x == "un":
        return 1
    elif x == "deux":
        return 2
    else:
        return "non défini"

resultat = converti_nombre("un")
```



1

Retour de plusieurs résultats

```
def ajoute_soustrait_et_multiplie(a, b):
    """Renvoie a + b, a - b et a * b."""
    somme = a + b
    difference = a - b
    produit = a * b

    return somme, difference, produit

ajout, diff, prod = ajoute_soustrait_et_multiplie(3, 2)
print(f"somme : {ajout}; différence : {diff} ; produit : {prod}")
```



somme : 5; différence : 1 ; produit : 6

Spécifications et contrat



CHAMBRE DE COMMERCE
ET D'INDUSTRIE

1^{er} ACCÉLÉRATEUR DES ENTREPRISES



Intérêt de la documentation des spécifications

- Vous avez étudié lors du dernier cours l'algorithme de Newton-Raphson.
- Cet algorithme n'est pas trivial.
- De manière générale, il faut considérer qu'aucun algorithme n'est trivial.
- Il faut documenter son code.
- En particulier, il faut documenter chacune de ses fonctions.

Contrat d'une fonction

- Une fonction a un **contrat**.
- Ce contrat est un ensemble de :
 - **préconditions** : contraintes sur les valeurs d'entrée.
 - **invariants** : garantie sur les valeurs d'entrée.
 - **post-conditions** : contraintes sur les valeurs de sortie.

Contrat de la fonction

racine_carree

- **Préconditions :**
 - La variable `x` est un nombre flottant positif ou nul.
 - La variable `epsilon` est un nombre flottant strictement positif.
- **Invariants :** `x` et `epsilon` sont inchangés.
- **Post-conditions :** la valeur rentrée est proche de la racine carrée de `x`, à plus ou moins `epsilon`.

Attention à la sur-spécification

- On pourrait également préciser que `x` et `epsilon` doivent être différents de NAN (Not A Number) et de l'infinie.
- On pourrait également préciser que `x` et `epsilon` peuvent également être des entiers.
- Certaines choses sont implicites et n'ont pas besoin d'être spécifiées.
- C'est l'expérience qui dicte ce qui est explicite et implicite.
- Il vaut mieux commencer par être trop explicite et réduire progressivement.

Les docstrings

- Chaque langage de programmation a ses bonnes pratiques de documentation.
- En Python, on documente le contrat de nos fonctions en utilisant une **docstring**.
- Une **docstring** commence et termine par un triple double-guillemet sur plusieurs lignes.

"""La première ligne décrit de manière concise le but de la fonction.

On laisse ensuite une ligne vide avant de rentrer plus dans les détails.
Ensuite, on documente chaque entrée, puis chaque sortie.
"""

Exemple avec la fonction somme

```
def somme(a, b):
    """Retourne la somme des arguments.

    a - entier, flottant ou chaîne de caractères.
    b - entier, flottant ou chaîne de caractères.
    Retourne la somme a + b.
    """
    return a + b
```

Exemple avec la fonction racine_carree

```
def racine_carree(x, epsilon=0.000001):
    """Renvoie la racine carrée de x à epsilon près.

    Calcule la racine carrée d'un nombre x positif en employant
    l'algorithme de Newton-Raphson.
    x - nombre flottant positif ou nul.
    epsilon - nombre flottant strictement positif.
    Retourne une valeur proche de la racine carrée de x, à plus
    ou moins epsilon près.
    """
    s = x / 2
    while abs(s ** 2 - x) >= epsilon:
        P = s ** 2 - x
        P_prime = 2 * s
        s = s - P / P_prime

    return s
```

Vérification des préconditions

- Il existe 2 approches :
 - Programmation **offensive** : les préconditions sont décrites en commentaires mais non vérifiées.
 - Avantages : performance et simplicité.
 - Inconvénients : robustesse.
 - Programmation **défensive** : les préconditions sont vérifiées et on renvoie une erreur si nécessaire.
 - Avantages : robustesse.
 - Inconvénients : lenteur et complexité.

Division offensive

```
def divide(a, b):
    """Divise a par b.

    a - nombre flottant.
    b - nombre flottant non nul.
    Retourne la division a / b.
    """
    return a / b
```

Division défensive

```
def divide(a, b, epsilon=0.000001):
    """Divise a par b.

    a - nombre flottant.
    b - nombre flottant non nul.
    epsilon - valeur autour de laquelle b est considérée nul
    Retourne la division a / b.
    """
    if abs(b) < epsilon:
        return float("inf")

    return a / b
```

Division défensive extrême

```
def divise(a, b, epsilon=0.000001):
    """Divise a par b.

    a - nombre flottant.
    b - nombre flottant non nul.
    epsilon - valeur autour de laquelle b est considérée nul
    Retourne la division a / b si a et b sont corrects. Sinon,
    retourne nan ou inf.

    """
    if type(a) != float and type(a) != int:
        return float("nan")
    if type(b) != float and type(b) != int:
        return float("nan")
    if abs(b) < epsilon:
        return float("inf")

    return a / b
```

Approche pragmatique

- Souvent, en Python, on privilégie l'approche offensive avec une bonne documentation.
- Dans d'autres langages de programmation, ou certains contextes industriels, d'autres approches peuvent être favorisées.
- Il faut se renseigner sur les bonnes pratiques dans votre environnement, et suivre ces bonnes pratiques.

Aide (1/2)

```
help(round)
```



`round(number, ndigits=None)`

Round a number to a given precision in decimal digits.

The return value is an integer if `ndigits` is omitted or `None`. Otherwise the return value has the same type as the number. `ndigits` may be negative.

Aide (2/2)

```
help(racine_carree)
```



racine_carree(x, epsilon=1e-06)

Renvoie la racine carrée de x à epsilon près.

Calcule la racine carrée d'un nombre x positif en employant l'algorithme de Newton-Raphson.

x - nombre flottant positif ou nul.

epsilon - nombre flottant strictement positif.

Retourne une valeur proche de la racine carrée de x, à plus ou moins epsilon près.

TD : Fonctions géométriques simples



CHAMBRE DE COMMERCE
ET D'INDUSTRIE

1^{er} ACCÉLÉRATEUR DES ENTREPRISES



TD : Fonctions géométriques simples

[**Lien vers le sujet de TD.**](#)

Modularisation de code

et conventions avec la fonction main



CHAMBRE DE COMMERCE
ET D'INDUSTRIE

1^{er} ACCÉLÉRATEUR DES ENTREPRISES



Taille d'une fonction

- Combien de responsabilités doit avoir une fonction ?
- 1 fonction ➔ 1 responsabilité.
- En moyenne, une fonction doit faire entre 7 et 15 lignes.
- Une fonction qui fait plus de 30 lignes doit être découpée en plusieurs fonctions plus simples.

Exemples de responsabilités

- Effectuer un calcul (ex : racine carrée).
- Appliquer une transformation (ex : nombre textuel vers numérique).
- Afficher un résultat (ex : une matrice).

Ne pas se répéter

- Lorsque l'on observe un **motif qui se répète** dans le code, il y a un problème.
- Ces répétitions sont le signe d'une **duplication de code**.
- A la place, il faut créer des fonctions et les appeler.
- Le processus de modification du code pour supprimer les duplications s'appelle la **refactorisation**.
- Il s'agit d'une bonne pratique du génie logiciel.

Notion de script modulaire

- On rassemble les fonctions de même nature dans un script.
- Par exemple, on peut avoir un script `racine.py` qui contient les fonctions `racine_carree` et `racine_cubique`.
- On pourrait avoir un autre script nommé `chaine_caracteres.py` qui contient des fonctions de manipulation de chaînes de caractères.

Utilisation d'un script

- On emploie le mot clé `import` pour utiliser une bibliothèque de fonctions.
- Par exemple, si on a un script `racine.py`, on utilise :

```
import racine  
  
print(racine_carree(4))
```

- Autre exemple avec `math.cos` :

```
from math import cos  
  
print(cos(0))
```

La fonction principale

- Lorsque l'on exécute un script en ligne de commande, l'interpréteur assigne la chaîne de caractère "`__main__`" à la variable globale `__name__`.
- Cela permet de distinguer le cas où un script est importé avec `import`, du cas où un script est exécuté indépendamment :

```
def main():
    # On peut par exemple tester le bon fonctionnement de racine_carree et
    # racine_cubique ici.
    # L'instruction pass veut simplement dire que la fonction ne fait rien
    # pour le moment. C'est souvent employé en cours de développement pour
    # définir l'ensemble des fonctions à implémenter.
    pass

if __name__ == "__main__":
    # Exécuté uniquement si le script est lancé en ligne de commande
    main()
```

Nombre variable d'arguments

Fonction print

```
arg1 = "La fonction print"  
arg2 = "peut prendre"  
arg3 = "N"  
arg4 = "arguments"  
print(arg1, arg2, arg3, arg4)
```



La fonction print peut prendre N arguments.

Fonction max

```
max_pair = max(1, 5)
max_serie = max(4, 8, 0, -1, 4, 5)
print(f"{max_pair}\n{max_serie}")
```



```
5
8
```

Intérêt

- La capacité à passer une liste variable d'arguments offre de la **fléxibilité** pour l'appelant.
- La sémantique au niveau de l'appelant est claire.
- Il vous est possible de définir vos propres fonctions à nombre variable d'arguments positionnels.

Syntaxe

On utilise l'opérateur * de déballage (*unpacking operator* en anglais).

```
def moyenne(*arguments):
    """Renvoie la moyenne des arguments.

    arguments - doit comporter au moins une valeur et toutes les valeurs sont numériques.
    Retourne la moyenne de ces arguments.
    """
    total = 0
    for argument in arguments:
        total += argument

    return total / len(arguments)

resultat = moyenne(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)
print(resultat)
```



Autre exemple

```
def log(message, *valeurs):
    """Affiche dans la sortie standard le message et la liste des valeurs.

    message - chaîne de caractères à afficher.
    valeurs - liste d'arguments variable de valeurs à afficher.
    """
    if not valeurs:
        print(message)
    else:
        valeurs_str = str(valeurs[0])
        for valeur in valeurs[1:]:
            valeurs_str += ", " + str(valeur)
    print(f"{message} : {valeurs_str}")

log("Bonjour")
log("Mes valeurs", 7, 42, 3.14)
```



Bonjour
Mes valeurs : 7, 42, 3.14

Arguments positionnels et nommés

- Il est possible d'appeler une fonction avec les arguments dans l'ordre de leur déclaration. Il s'agit d'arguments positionnels.
- Il est également possible d'appeler une fonction en spécifiant les noms des arguments et leurs valeurs. Il s'agit d'arguments nommés.

```
def debit(diff_poids, diff_temps, periode=1, unites_par_kg=1):
    return ((diff_poids * unites_par_kg) / diff_temps) * periode
```

- Les 2 premiers arguments sont positionnels, et les 2 derniers sont nommés.
- Il est possible de définir des fonctions avec un nombre variable d'arguments nommés.

Nombre variable d'arguments nommés

```
def affiche_parametres(**kwargs):
    """Affiche simplement les paramètres d'entrée."""
    for cle, valeur in kwargs.items():
        print(f"{cle} : {valeur}")

affiche_parametres(a=1, b=3, c=5)
affiche_parametres(prenom="Louise", nom="Clark")
```



```
a : 1
b : 3
c : 5
prenom : Louise
nom : Clark
```

Retour de plusieurs résultats

Intérêt

- Nous avons vu que le passage d'arguments se fait par valeur en Python.
- Il est donc nécessaire de retourner les résultats, et il peut y en avoir plusieurs.
- Nous avons vu des exemples avec les vecteurs lors du TP précédent.

Un autre exemple de retour de plusieurs résultats

```
def echange(premier, second):  
    return second, premier  
  
un = 1  
deux = 2  
un, deux = echange(un, deux)  
print(f"{un}, {deux}")
```



2, 1

l'intérêt d'un sous-ensemble de résultats

- Il peut arriver que certains résultats ne soient pas pertinents dans notre contexte d'appel.
- Une convention en Python consiste à utiliser `_` (underscore) pour une variable dont la valeur ne nous intéresse pas.

```
def quelques_elements():
    return 1, 2, 3

un, _, trois = quelques_elements()
print(f"un : {un} ; trois : {trois}")
```



```
un : 1 ; trois : 3
```

Opérateur de déballage pour retours de fonction

Vous pouvez utiliser l'unpacking operator lorsqu'une fonction retourne un grand nombre de résultats.

```
def longue_liste():
    return 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

un, *entre, neuf = longue_liste()
print(f"un : {un} ; neuf : {neuf} ; nombre d'autres : {len(entre)}")
```



un : 1 ; neuf : 9 ; nombre d'autres : 7

Autre exemple

```
def longue_liste():
    return 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

un, deux, *autres = longue_liste()
print(f"un : {un} ; deux : {deux} ; nombre d'autres : {len(autres)}")
```

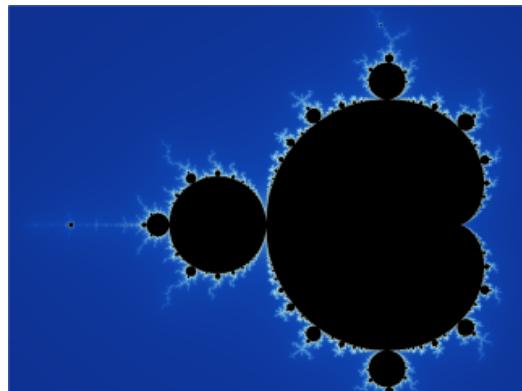
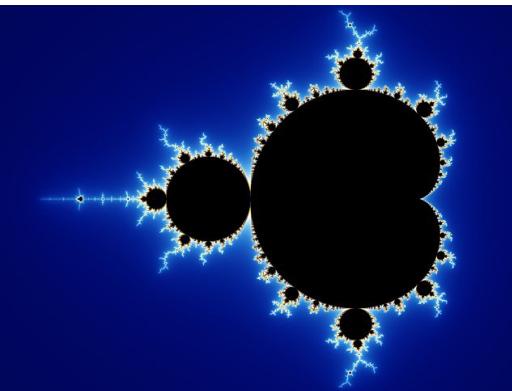


```
un : 1 ; deux : 2 ; nombre d'autres : 7
```

Un mot sur la récursivité

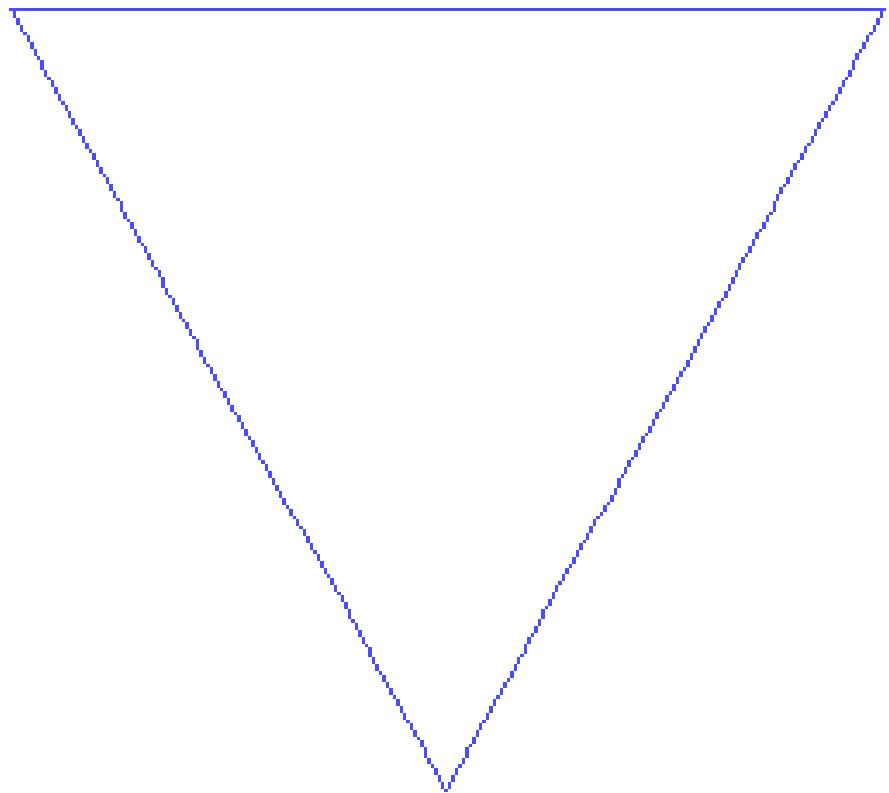
Fractal

- Un fractal est un motif géométrique dont la forme se répète indéfiniment à différentes échelles.
- L'exemple ci-contre est la séquence de Mandelbrot.



Fractal et récursivité

- Un fractal est récursif dans le sens où il se répète lui-même.
- Le flocon de Von Koch ci-contre part d'un triangle et lui applique plusieurs fois la même fonction.
- On dit que cette fonction est appliquée de manière récursive.



Accronymes récursifs

- Ces acronymes sont récursifs :
 - **G**NU is **N**ot **U**nix
 - **W**INE **I**s **N**ot an **E**mulator
 - **C**URL **U**RL **R**equest **L**ibrary
 - **P**HP **HP**reprocessor
 - **G**RPC **Remote **P**rocedure **C**all**
 - **Y**AML **A**in't **M**arkup **L**anguage
- On les dit récursifs car ils se répètent indéfiniment.

Définition : fonction récursive

- Une fonction est **récursive** si elle s'appelle elle-même.
- La récursion peut être **directe** si la fonction s'appelle elle-même directement.
- La récursion peut être **indirecte** si la fonction appelle une séquence de fonctions qui fini par appeler la fonction initiale.
- Une fonction doit avoir une **condition de fin**. Sinon, son exécution prendrait un temps infini.

Suites mathématiques

- En mathématiques, on peut définir la plupart des suites arithmético-géométriques de la manière suivante :

$$\forall \{a, b, b_0, c, N\} \in \mathbb{N}^5, \begin{cases} f(0) = b_0 \\ f(N) = af(N-1)^c + b \end{cases}$$

- Il s'agit d'une **définition récursive** car l'évaluation de la fonction au rang N dépend des valeurs des rangs inférieurs.

En Python

- En reprenant la définition de la suite mathématiques :

```
def f(N, a=1, b=0, c=1, b0=0):
    """Calcule la Nième valeur de la suite arithmético-géométrique f.

    f est définie telle que f(0) = b0, et f(N) = a . f(N-1)^c + b sinon.
    N - nombre entier strictement positif.
    a - nombre entier utilisé comme multiplicateur géométrique.
    b - nombre entier utilisé comme raison arithmétique.
    c - nombre entier comme puissance.
    b0 - nombre entier constituant le début de la suite.
    Retourne la Nième valeur de la suite.
    """
    if N == 0:
        return b0
    else:
        return a * (f(N - 1, a, b, c, b0) ** c) + b
```

Simplification de l'exemple précédent

- Pour $a = 2$, $b = 1$, $b_0 = 0$, $c = 1$:

```
def f(N):
    """Calcule la Nième valeur de la suite arithmético-géométrique f.

    f est définie telle que f(0) = 0, et f(N) = 2 . f(N-1) + 1 sinon.
    Retourne la Nième valeur de la suite.
    """
    if N == 0:
        return 0
    else:
        return 2 * f(N - 1) + 1

resultat = f(3)
print(resultat)
```



Instrumentation de l'exemple précédent

```
def f(N):
    if N == 0:
        print("f(0) = 0")
        return 0
    else:
        precedent = f(N - 1)
        actuel = 2 * precedent + 1
        print(f"f({N}) = {actuel}")
    return actuel

resultat = f(3)
```



```
f(0) = 0
f(1) = 1
f(2) = 3
f(3) = 7
```

Limites de la pile

```
def f(N):
    if N == 0:
        return 0
    else:
        precedent = f(N - 1)
        actuel = 2 * precedent + 1
        return actuel

resultat = f(1000000)
```



RecursionError: maximum recursion depth exceeded
Fatal Python error: _Py_CheckRecursiveCall: Cannot recover from stack overflow.

Notes concernant la récursivité

- Certains problèmes ont une définition naturellement récursive.
- Ces problèmes sont plus faciles à résoudre en utilisant la récursivité.
- Parfois, les solutions itératives équivalentes sont très difficiles à trouver.
- Les solutions itératives sont presque toujours meilleures car :
 - Elles n'engendrent pas de *stack overflow*.
 - Elles nécessitent souvent moins de mémoire car le contexte d'appel n'a pas à être sauvegardé.

Fonctions d'ordre supérieur

Fonctions en tant qu'objets

Intérêt

- Un **code propre** est écrit en fonction d'algorithmes et de structures de données.
- Lorsque l'on écrit des bibliothèques de fonctions, on souhaite que les fonctions fournies puissent être utilisées dans une grande variété de contexte.
- Les **fonctions d'ordre supérieur** sont un outil puissant pour **réutiliser** des algorithmes et à les **généraliser**.

Definition

- Une **fonction d'ordre supérieur** est une fonction qui fait au moins l'une des 2 choses suivantes :
 - Prend une fonction comme argument.
 - Renvoie une fonction comme résultat.

Tout est objet

- En Python, tout est objet.
- En particulier, une fonction est un objet.

```
def foo():
    pass

foo_type = type(foo)
print(f"{foo_type}")
```



```
<class 'function'>
```

Attribution d'une fonction à une variable

```
def f():
    return 1

def g():
    return 2

fonction = f    # la variable "fonction" est liée à f
a = fonction() # f est appelée

fonction = g    # la variable "fonction" est liée à g
b = fonction() # g est appelée

print(f'a = {a} ; b = {b}')
```



a = 1 ; b = 2

Généralisation de la dichotomie

```
def dichotomie(x, f, debut=0, fin=1000, epsilon=0.001):
    """Calcule la racine r telle que f(r) - x = 0 par dichotomie.
```

Généralisation de l'algorithme de dichotomie sur un interval [debut ; fin] avec une fonction d'évaluation f pour le calcul d'une racine r. La racine r doit être dans l'intervalle de recherche, sinon la condition de fin de l'algorithme n'est pas garantie.

x - nombre flottant dont on recherche la racine $|f(r) - x| < \text{epsilon}$.

f - fonction d'évaluation prenant et renvoyant un flottant. Cette fonction doit être dérivable sur l'intervalle [debut ; fin].

debut - début de l'intervalle de recherche de r.

fin - fin de l'intervalle de recherche de r.

epsilon - erreur acceptable qui doit être strictement supérieur à 0.

Renvoie la racine r telle que $|f(r) - x| < \text{epsilon}$.

"""

```
r = (debut + fin) / 2
while abs(f(r) - x) >= epsilon:
    if f(r) < x:
        debut = r
    else:
        fin = r
    r = (debut + fin) / 2
return r
```

Recherche dans un interval avec dichotomie d'ordre supérieur

```
def affine(x):
    """Renvoie la valeur en entrée."""
    return x

resultat = dichotomie(50, affine)
print(resultat)
```



49.999237060546875

Racine carrée avec dichotomie d'ordre supérieur

```
def racine_carree(x, epsilon=0.001):
    """Renvoie la racine carrée de x."""

    def carre(x):
        return x ** 2

    debut = 0
    fin = max(1, x)

    return dichotomie(x, carre, debut, fin, epsilon)

resultat = racine_carree(25)
print(resultat)
```



4.9999237060546875

Générateur de fonction (1/2)

- Le principe d'un générateur de fonction : on retourne une nouvelle fonction en capturant les entrées.
- Exemple : série mathématiques paramétrable.

Générateur de fonction (2/2)

```
def suite(a=1, b=0, c=1, b0=0):
    """Renvoie la suite f telle que f(0) = b0, et f(N) = a . f(N-1)^c + b.

    a - nombre entier utilisé comme multiplicateur géométrique.
    b - nombre entier utilisé comme raison arithmétique.
    c - nombre entier comme puissance.
    b0 - nombre entier constituant le début de la suite.
    Retourne une fonction prenant un paramètre entier N et renvoyant f(N).
    """

    def f(N):
        return b0 if N == 0 else a * (f(N - 1) ** c) + b

    return f

suite_arithmetique = suite(b=2)
print(f"f(0) = {suite_arithmetique(0)}")
print(f"f(1) = {suite_arithmetique(1)}")
print(f"f(2) = {suite_arithmetique(2)}")
```



f(0) = 0
f(1) = 2
f(2) = 4

Fonctions lambda



CHAMBRE DE COMMERCE
ET D'INDUSTRIE

1^{er} ACCÉLÉRATEUR DES ENTREPRISES



Origine

- Le **calcul lambda**, noté λ -calcul is un système mathématiques formel pour exprimer des calculs quelconques à partir des concepts de **fonction** et d'application.
- Il est inventé dans les année 1930 par Alonzo Church.
- Ce système est **Turing-complet**.
- Dans ce système, tout est fonction.

Fonctions lambda dans les langages impératifs

- Une fonction lambda :
 - n'a pas de nom - elle est **anonyme**.
 - est courte.
- Les fonctions lambda sont utilisés dans la **programmation d'ordre supérieur**.
- Ces fonctions offrent une syntaxe plus légère pour les fonctions internes.

Fonction lambda en Python

- Le mot clé `lambda` est suivi d'une liste de paramètres puis d'une expression.
- Cette expression est la valeur de retour de la fonction lambda.
- Exemple :

```
lambda x : x ** 2
```

Racine carrée avec dichotomie et lambda

```
def racine_carree(x, epsilon=0.001):
    """Renvoie la racine carrée de x."""
    return dichotomie(
        lambda x : x ** 2,
        debut=0,
        fin=max(1, x),
        epsilon=epsilon)

resultat = racine_carree(25)
print(resultat)
```



4.9999237060546875

Générateur de suite avec lambda

```
def suite(a=1, b=0, b0=0):
    """Renvoie la suite f telle que f(0) = b0, et f(N) = a . f(N-1) + b.

    a - nombre entier utilisé comme multiplicateur géométrique.
    b - nombre entier utilisé comme raison arithmétique.
    b0 - nombre entier constituant le début de la suite.
    Retourne une fonction prenant un paramètre entier N et renvoyant f(N).
    """
    if a == 1:
        # Calcul du terme général dans le cas d'une suite arithmétique
        return lambda N : b0 + N * b
    else:
        # Calcul du terme général dans le cas général
        r = b / (1 - a)
        return lambda N : (a ** N) * (b0 - r) + r

ma_suite = suite(a=2, b=1)
print(f"f(1) = {ma_suite(1)}")
print(f"f(2) = {ma_suite(2)}")
print(f"f(3) = {ma_suite(3)}")
```



```
f(1) = 1.0
f(2) = 3.0
f(3) = 7.0
```

TP : Fonctions d'ordre supérieur



CHAMBRE DE COMMERCE
ET D'INDUSTRIE

1^{er} ACCÉLÉRATEUR DES ENTREPRISES





TP : Fonctions d'ordre supérieur

Lien vers le sujet de TP.

Programmation impérative

vs

Programmation fonctionnelle

Notions de pureté et d'immutabilité



CHAMBRE DE COMMERCE
ET D'INDUSTRIE

1^{er} ACCÉLÉRATEUR DES ENTREPRISES



Contraintes des langages fonctionnels

- Dans un langage fonctionnel :
 - Les variables sont **immutables**. Elles ne peuvent pas changer de valeur.
 - Les fonctions sont **pures** :
 - Les sorties ne dépendent que des entrées.
 - Il n'y a donc pas d'accès possible à une variable globale.
 - Il n'y a pas d'effet de bord : lecture depuis un fichier, entrée console, etc.
- Python n'est pas un langage fonctionnel : on peut changer les valeurs des variables et accéder à des variables globales.
- Il est possible d'écrire du code fonctionnel avec Python en appliquant les principes ci-dessus.

Quelques langages fonctionnels notables

- Haskell
- Scala
- F#
- Erlang

Programmation impérative

- Etat **global** et **effets de bords** parfois difficiles à maîtriser.
- Pour comprendre une fonction : il faut potentiellement comprendre l'état global du programme.
- Un code non maîtrisé peut devenir un "plat de spaghetti".



Solution fonctionnelle

- La programmation fonctionnelle tente de remédier à ces problèmes en ayant une **approche plus proche des mathématiques**.

Pourquoi tout le monde ne fait pas du fonctionnel ?

- **Performances :**
 - Les langages fonctionnels sont interprétés et comportent tous un garbage collector.
 - Un langage fonctionnel ne peut pas être aussi performant que C++ ou Rust.
 - Un langage fonctionnel peut être aussi performant que Python.
- **Complexité :**
 - Les contraintes supplémentaires et le rattachement à la théorie des catégories peuvent sembler plus complexes à appréhender.
 - Les langages impératifs (ou multi-paradigmes) comme Python sont plus anciens et ont une plus grande communauté d'utilisateurs.
- **Bibliothèques :** Il existe moins de bibliothèques disponibles avec les langages fonctionnels.

Les langages impératifs sont-ils condamnés à produire du mauvais code ?

- Non.
- Le langage de programmation C est impératif et il est très facile à utiliser de manière incorrecte.
- L'interpréteur **CPython** est implémenté dans le langage de programmation C.

Kernel Linux

- Le **kernel Linux** est implémenté dans le langage de programmation C.
- Le kernel Linux fait **plusieurs millions de ligne de code**.
- Le kernel Linux est très propre et suit un **standard de programmation** très strict.
- La qualité du code est dépendante de l'**équipe de développeurs** plus que du langage.

Un mot sur les méthodes

Avec l'exemple du type str



CHAMBRE DE COMMERCE
ET D'INDUSTRIE

1^{er} ACCÉLÉRATEUR DES ENTREPRISES



Langage Orienté-Objet

- Python est un langage de programmation **multi-paradigmes**.
- Python est un langage impératif et également **orienté objet**.
- La programmation orientée objet ne sera *pas* étudiée dans ce cours.
- En revanche, vous utilisez des objets qui sont fournis avec le langage.

Méthodes sur str (1/2)

```
chaine = "bonjour, monde"  
  
majuscules = chaine.upper()  
print(majuscules)  
  
capitales = chaine.capitalize()  
print(capitales)  
  
index_o = chaine.find("j")  
print(index_j)
```



```
BONJOUR, MONDE  
Bonjour, monde  
3
```

Méthodes sur `str` (2/2)

- Les chaînes de caractères sont représentées par le type `str`.
- On a utilisé une syntaxe particulière pour appeler les fonctions `upper`, `capitalize` et `find` qui sont rattachées au type `str`.
- Ces fonctions rattachées à un type spécifiques s'appellent des **méthodes**.
- Chaque type peut définir son propre jeu de méthodes qui lui sont propres.

Devoir à la Maison 02



CHAMBRE DE COMMERCE
ET D'INDUSTRIE

1^{er} ACCÉLÉRATEUR DES ENTREPRISES



DM : Retours sur les fonctions et le débogage

[**Lien vers le sujet de DM.**](#)