Opportunisme et ordonnancement en optimisation sans dérivées

Loïc Anthony Sarrazin-Mc Cann

École Polytechnique de Montréal

3 mai 2018

Plan de la présentation

1. Introduction
2. Recherche directe
3. Opportunisme et ordonnancement
4. Tests numériques
5. Conclusion

Optimisation sans dérivées

Problème d'optimisation :

$$\begin{cases} \min\limits_{x \in \mathbb{R}^n} & f(x) \\ \text{s.à.} & c_j(x) \leq 0 \quad \forall j \in \{1, \ldots, m\} \\ & l_i \leq x_i \leq u_i \quad \forall i \in \{1, \ldots, n\} \end{cases}$$

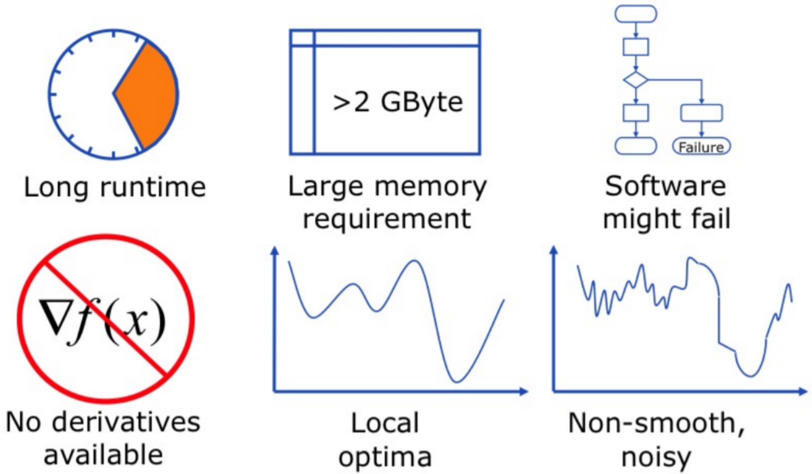
Optimisation sans dérivées

Problème d'optimisation :

$$\begin{cases} \min\limits_{x \in \mathbb{R}^n} & f(x) \\ \text{s.à.} & c_j(x) \leq 0 \quad \forall j \in \{1, \ldots, m\} \\ & l_i \leq x_i \leq u_i \quad \forall i \in \{1, \ldots, n\} \end{cases}$$

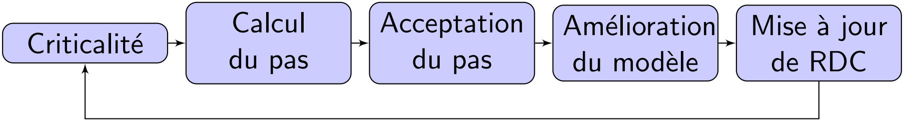
- $f(x)$ et $c_j(x)$ sont des boîtes noires.

Boîte noire


Long runtime
>2 GByte
Large memory requirement
Failure
Software might fail
∇f(x)
No derivatives available
Local optima
Non-smooth, noisy

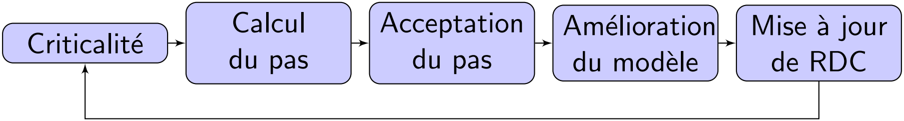
Types d'algorithmes de DFO

Méthodes de région de confiance

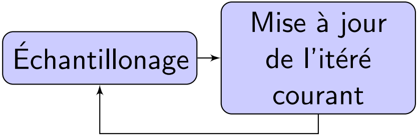


Types d'algorithmes de DFO

Méthodes de région de confiance

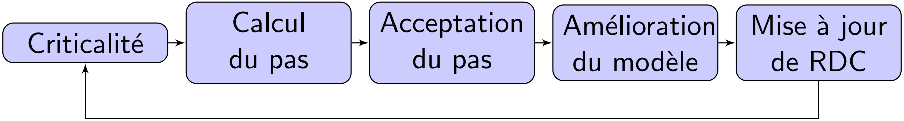


Méthodes de recherche directe

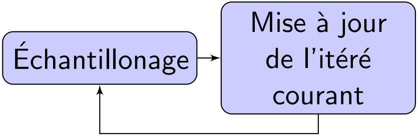


Types d'algorithmes de DFO

Méthodes de région de confiance



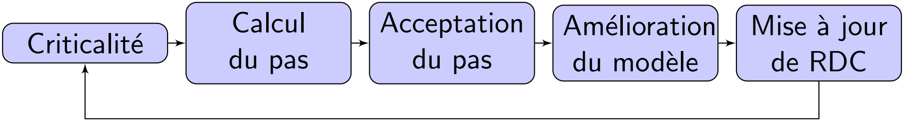
Méthodes de recherche directe



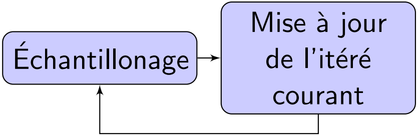
Directionnelles (MADS)

Types d'algorithmes de DFO

Méthodes de région de confiance



Méthodes de recherche directe

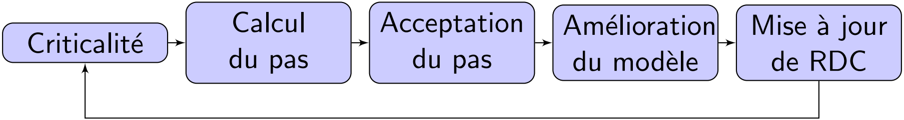


Directionnelles (MADS)

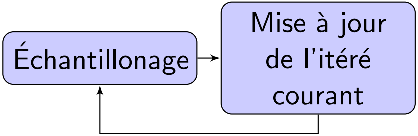
Simpliciales (Nelder-Mead)

Types d'algorithmes de DFO

Méthodes de région de confiance



Méthodes de recherche directe



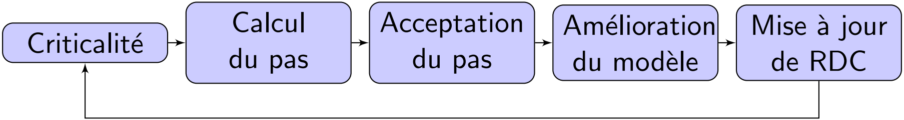
Directionnelles (MADS)

Simpliciales (Nelder-Mead)

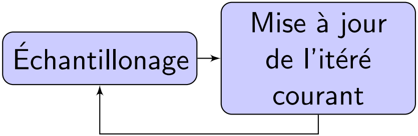
Autres méthodes

Types d'algorithmes de DFO

Méthodes de région de confiance



Méthodes de recherche directe



Directionnelles (MADS)

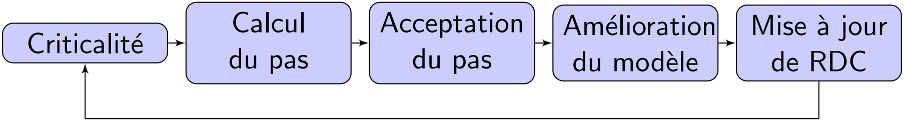
Simpliciales (Nelder-Mead)

Autres méthodes

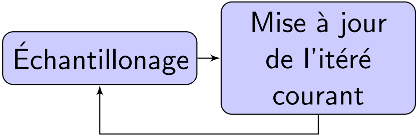
Heuristiques (essaim de particules, recuit simulé)

Types d'algorithmes de DFO

Méthodes de région de confiance



Méthodes de recherche directe



Directionnelles (MADS)

Simpliciales (Nelder-Mead)

Autres méthodes

Heuristiques (essaim de particules, recuit simulé)

Hybrides (filtrage implicite)

Problématique

Notre but : réduire le nombre d'évaluations d'une boîte noire.

Problématique

Notre but : réduire le nombre d'évaluations d'une boîte noire.

Est-il toujours nécessaire d'évaluer tous les points déterminés lors des différentes étapes des méthodes ?

Problématique

Notre but : réduire le nombre d'évaluations d'une boîte noire.

Est-il toujours nécessaire d'évaluer tous les points déterminés lors des différentes étapes des méthodes ?

Si non, on étudiera alors l'impact de **la stratégie opportuniste**.

Problématique

Notre but : réduire le nombre d'évaluations d'une boîte noire.

Est-il toujours nécessaire d'évaluer tous les points déterminés lors des différentes étapes des méthodes ?

Si non, on étudiera alors l'impact de **la stratégie opportuniste**.

Stratégie opportuniste

La stratégie opportuniste désigne l'arrêt prématuré d'une étape d'un l'algorithme si les conditions pour passer à l'étape suivante sont déjà remplies.

Problématique

Notre but : réduire le nombre d'évaluations d'une boîte noire.

Est-il toujours nécessaire d'évaluer tous les points déterminés lors des différentes étapes des méthodes ?

Si non, on étudiera alors l'impact de **la stratégie opportuniste**.

Stratégie opportuniste

La stratégie opportuniste désigne l'arrêt prématuré d'une étape d'un l'algorithme si les conditions pour passer à l'étape suivante sont déjà remplies.

Maintes fois mentionnée et utilisée mais jamais étudiée en soi.

1. Introduction
2. Recherche directe
3. Opportunisme et ordonnancement
4. Tests numériques
5. Conclusion

Identification des méthodes

Question 1.

Pour quelles méthodes est-ce valable ?

Critère : les méthodes doivent posséder une liste de points.

Identification des méthodes

Question 1.

Pour quelles méthodes est-ce valable ?

Critère : les méthodes doivent posséder une liste de points.

Région de confiance

Identification des méthodes

Question 1.

Pour quelles méthodes est-ce valable ?

Critère : les méthodes doivent posséder une liste de points.

Région de confiance ✗

- Une seule évaluation de $f(x)$ pour une itération de l'algorithme

Identification des méthodes

Question 1.

Pour quelles méthodes est-ce valable ?

Critère : les méthodes doivent posséder une liste de points.

Région de confiance ✗

- Une seule évaluation de $f(x)$ pour une itération de l'algorithme

Recherche directe simpliciales

Identification des méthodes

Question 1.

Pour quelles méthodes est-ce valable ?

Critère : les méthodes doivent posséder une liste de points.

Région de confiance ✗

- Une seule évaluation de $f(x)$ pour une itération de l'algorithme

Recherche directe simpliciales ✗

- Déja un arrêt prématuré et un ordre pré-déterminé

Identification des méthodes

Question 1.

Pour quelles méthodes est-ce valable ?

Critère : les méthodes doivent posséder une liste de points.

Région de confiance ✗

- Une seule évaluation de $f(x)$ pour une itération de l'algorithme

Recherche directe simpliciales ✗

- Déja un arrêt prématuré et un ordre pré-déterminé

Recherche directe directionnelles

Identification des méthodes

Question 1.

Pour quelles méthodes est-ce valable ?

Critère : les méthodes doivent posséder une liste de points.

Région de confiance ✗

- Une seule évaluation de $f(x)$ pour une itération de l'algorithme

Recherche directe simpliciales ✗

- Déja un arrêt prématuré et un ordre pré-déterminé

Recherche directe directionnelles ✓

- Convergent vers un optimum indépendamment de l'arrêt prématuré.

Identification des méthodes

Question 1.

Pour quelles méthodes est-ce valable ?

Critère : les méthodes doivent posséder une liste de points.

Région de confiance ✗

- Une seule évaluation de $f(x)$ pour une itération de l'algorithme

Recherche directe simpliciales ✗

- Déja un arrêt prématuré et un ordre pré-déterminé

Recherche directe directionnelles ✓

- Convergent vers un optimum indépendamment de l'arrêt prématuré.

Recherche directe directionnelles hybrides

Identification des méthodes

Question 1.

Pour quelles méthodes est-ce valable ?

Critère : les méthodes doivent posséder une liste de points.

Région de confiance ✗

- Une seule évaluation de $f(x)$ pour une itération de l'algorithme

Recherche directe simpliciales ✗

- Déja un arrêt prématuré et un ordre pré-déterminé

Recherche directe directionnelles ✓

- Convergent vers un optimum indépendamment de l'arrêt prématuré.

Recherche directe directionnelles hybrides ✓

- Convergent mais on peut altérer le bon fonctionnement.

Identification des méthodes

Question 1.

Pour quelles méthodes est-ce valable ?

Critère : les méthodes doivent posséder une liste de points.

Région de confiance ✗

- Une seule évaluation de $f(x)$ pour une itération de l'algorithme

Recherche directe simpliciales ✗

- Déja un arrêt prématuré et un ordre pré-déterminé

Recherche directe directionnelles ✓

- Convergent vers un optimum indépendamment de l'arrêt prématuré.

Recherche directe directionnelles hybrides ✓

- Convergent mais on peut altérer le bon fonctionnement.

Heuristiques

Identification des méthodes

Question 1.

Pour quelles méthodes est-ce valable ?

Critère : les méthodes doivent posséder une liste de points.

Région de confiance ✗

- Une seule évaluation de $f(x)$ pour une itération de l'algorithme

Recherche directe simpliciales ✗

- Déja un arrêt prématuré et un ordre pré-déterminé

Recherche directe directionnelles ✓

- Convergent vers un optimum indépendamment de l'arrêt prématuré.

Recherche directe directionnelles hybrides ✓

- Convergent mais on peut altérer le bon fonctionnement.

Heuristiques **?**

- Dépends de la forme de l'heuristique.

Cadre de travail en recherche directe

Méthodes de recherche directe directionelles :

Cadre de travail en recherche directe

Méthodes de recherche directe directionelles :

- Échantillonne $f(x)$ et $c(x)$ sur un ensemble fini de points.

Cadre de travail en recherche directe

Méthodes de recherche directe directionelles :

- Échantillonne $f(x)$ et $c(x)$ sur un ensemble fini de points.
- Prends une action basée seulement sur ces valeurs.

Cadre de travail en recherche directe

Méthodes de recherche directe directionelles :

- Échantillonne $f(x)$ et $c(x)$ sur un ensemble fini de points.
- Prends une action basée seulement sur ces valeurs.

Algorithme 1 Cadre de travail en recherche directe directionnelles

for $k = 1, 2, \ldots$ **do**

  Étape de recherche : Calcule $f(x)$ à un ensemble de points S^k issu de mécanismes heuristiques.
  Si succès, mise à jour de x^k

  Étape de sonde : Calcule $f(x)$ à un ensemble de points $P^k := \{x^k + \delta^k d : d \in D\}$, où D est un ensemble générateur positif.
  Si succès, mise à jour de x^k

end for

Remarque : on ne s'intéresse qu'aux étapes de sonde pour l'opportunisme.

Recherche par coordonnées (CS)

Algorithme 2 Recherche par coordonnées

for $k = 1, 2, \dots$ **do**

Étape de sonde : Calcule $f(x)$ à un ensemble de points $P^k := \{x^k + \delta^k d : d \in D_\oplus\}$, où $D_\oplus := \{\pm e_1, \pm e_2, \dots, \pm e_n\}$.

Si $\exists$ t tel que $f(t) < f(x^k)$, $t \in P^k$: Succès
mise à jour de $x^{k+1} \leftarrow t$ et $\delta^{k+1} \leftarrow \delta^k$.

Sinon $\nexists$ t tel que $f(t) < f(x^k)$, $t \in P^k$: Échec
mise à jour de $x^{k+1} \leftarrow x^k$ et $\delta^{k+1} \leftarrow \frac{\delta^k}{2}$.

end for

Si les évaluations sont séquentielles $\rightarrow$ On peut arrêter l'algorithme après un succès.

Recherche par coordonnées (CS)

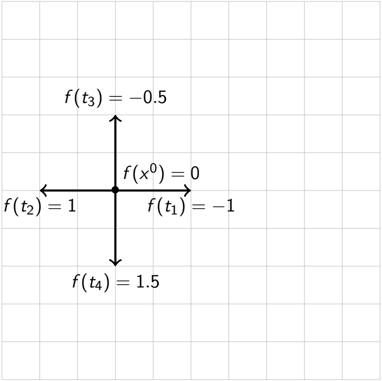


FIGURE – CS

Ensemble des directions

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Mise à jour, succès itération

$k = 0$

$x^1 \leftarrow x^0 + \delta^0 d_4$

$\delta^1 \leftarrow \delta^0$

Recherche par coordonnées (CS)

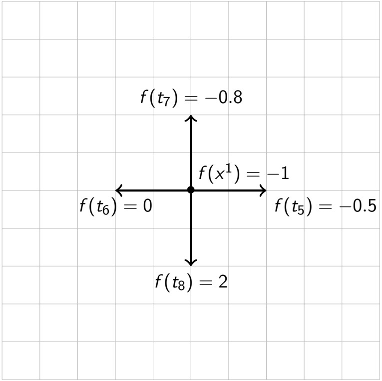


FIGURE – CS

Ensemble des directions

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Mise à jour, échec itération

$k = 1$

$x^2 \leftarrow x^1$

$\delta^2 \leftarrow \frac{\delta^1}{2}$

Recherche par coordonnées (CS)

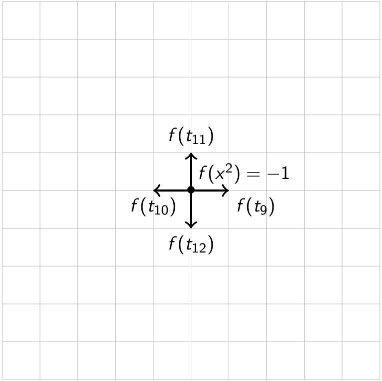


FIGURE – CS

Recherche par motifs généralisée (GPS)

Algorithme 3 Recherche par motifs généralisée

for $k = 1, 2, \ldots$ **do**

avec $\tau \in \{0, 1\}$.

Étape de sonde : Calcule $f(x)$ à un ensemble de points $P^k := \{x^k + \delta^k d : d \in D\}$, où D est un ensemble générateur positif.

Si $\exists$ t tel que $f(t) < f(x^k)$, $t \in P^k$: Succès

mise à jour de $x^{k+1} \leftarrow t$ et $\delta^{k+1} \leftarrow \tau^{-1}\delta^k$.

Sinon $\nexists$ t tel que $f(t) < f(x^k)$, $t \in P^k$: Échec

mise à jour de $x^{k+1} \leftarrow x^k$ et $\delta^{k+1} \leftarrow \tau\delta^k$.

end for

Recherche par motifs généralisée (GPS)

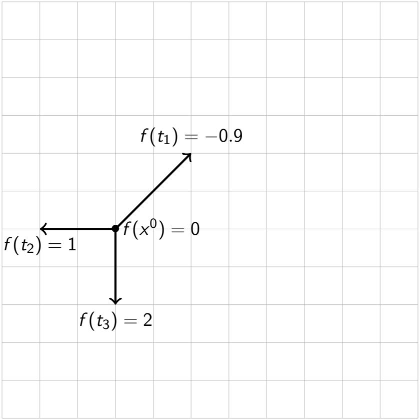


FIGURE – GPS

Paramètres

$\tau = \frac{2}{3}$,

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Mise à jour, succès itération

$k = 0$

$x^1 \leftarrow x^0 + \delta^0 d_3$

$\delta^1 \leftarrow \frac{3}{2}\delta^0$

Recherche par motifs généralisée (GPS)

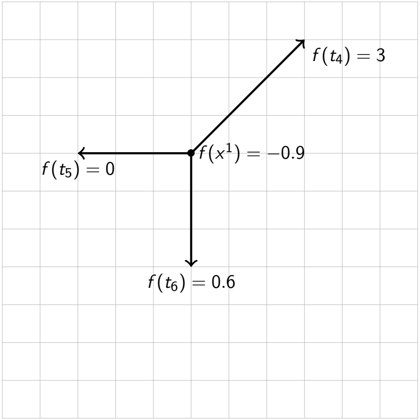


FIGURE – GPS

Paramètres

$\tau = \frac{2}{3}$,

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Mise à jour, échec itération

$k = 1$

$x^2 \leftarrow x^1$

$\delta^2 \leftarrow \frac{2}{3}\delta^1$

Recherche par motifs généralisée (GPS)

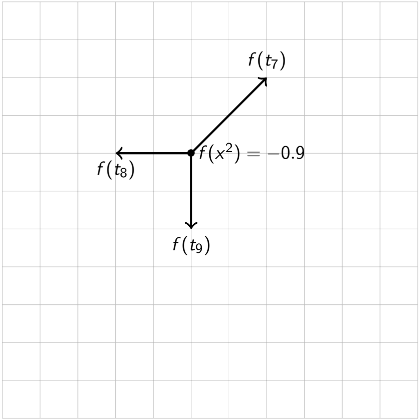


FIGURE – GPS

Recherche par ensemble générateurs (GSS)

Algorithme 4 Recherche par ensemble générateurs

for $k = 1, 2, \dots$ **do**

avec $\tau \in \{0, 1\}$, $\phi > 0$.

Étape de sonde : Calcule $f(x)$ à un ensemble de points $P^k := \{x^k + \delta^k d : d \in D\}$, où D est un ensemble générateur respectant certaines conditions.

Si $\exists$ t tel que $f(t) < f(x^k) - \rho(\delta^k)$, $t \in P^k$: Succès

mise à jour de $x^{k+1} \leftarrow t$ et $\delta^{k+1} \leftarrow \phi\delta^k$.

Sinon $\nexists$ t tel que $f(t) < f(x^k) - \rho(\delta^k)$, $t \in P^k$: Échec

mise à jour de $x^{k+1} \leftarrow x^k$ et $\delta^{k+1} \leftarrow \tau\delta^k$.

end for

L'analyse de converge est basée sur **la condition de décroissance**

Recherche par ensembles générateurs (GSS)

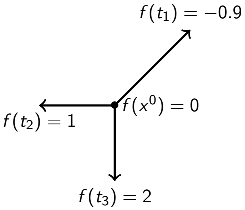


FIGURE – GSS

Paramètres
$\phi = \frac{3}{2}$, $\tau = \frac{1}{2}$,
$$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Mise à jour, succès itération $k = 0$

$f(t_1) < f(x^1) - \rho(\delta^1)$
$x^1 \leftarrow x^0 + \delta^0 d_3$
$\delta^1 \leftarrow \frac{3}{2}\delta^0$

Recherche par ensembles générateurs (GSS)

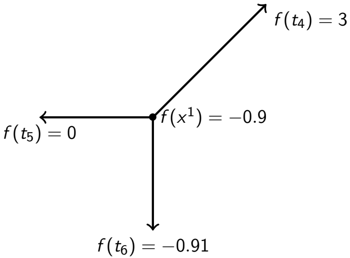


FIGURE – GSS

Paramètres
$\phi = \frac{3}{2}$, $\tau = \frac{1}{2}$,
$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Mise à jour, échec itération $k = 1$

$f(t_6) > f(x^1) - \rho(\delta^1)$
$x^2 \leftarrow x^1$
$\delta^2 \leftarrow \frac{1}{2}\delta^1$

Recherche par ensembles générateurs (GSS)

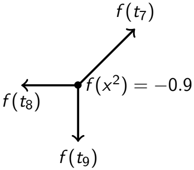


FIGURE – GSS

Recherche par treillis adaptatifs (MADS)

Algorithme 5 Recherche par treillis adaptatifs

for $k = 1, 2, \ldots$ **do**

avec $\tau \in \{0, 1\}$.

Mise à jour : $\delta^k \leftarrow \min(\Delta^k, (\Delta^k)^2)$

Étape de sonde : Calcule $f(x)$ à un ensemble de points $P^k := \{x^k + \delta^k d : d \in D\}$, où $D \subset F^k$, avec F^k le cadre de demi côté Δ^k.

Si $\exists\ t$ tel que $f(t) < f(x^k)$, $t \in P^k$: Succès

mise à jour de $x^{k+1} \leftarrow t$ et $\Delta^{k+1} \leftarrow \tau^{-1}\Delta^k$.

Sinon $\nexists\ t$ tel que $f(t) < f(x^k)$, $t \in P^k$: Échec

mise à jour de $x^{k+1} \leftarrow x^k$ et $\Delta^{k+1} \leftarrow \tau\Delta^k$.

end for

Recherche par motifs généralisée (MADS)

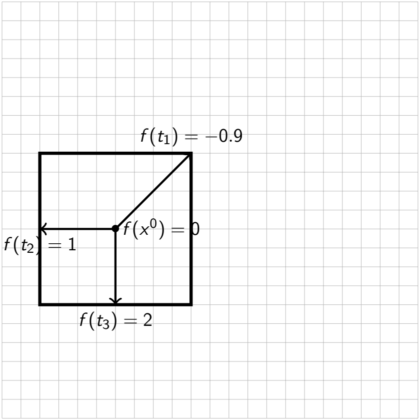


FIGURE – MADS

Paramètres

$\tau = \frac{2}{3}$,

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Mise à jour, succès itération

$k = 0$

$x^1 \leftarrow t_1$

$\Delta^1 \leftarrow \frac{3}{2}\Delta^0$

Recherche par motifs généralisée (MADS)

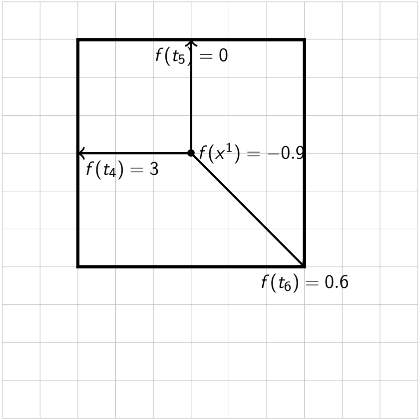


FIGURE – MADS

Paramètres

$\tau = \frac{2}{3}$,

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Mise à jour, échec itération

$k = 1$

$x^2 \leftarrow x^1$

$\Delta^2 \leftarrow \frac{2}{3}\Delta^1$

Recherche par motifs généralisée (MADS)

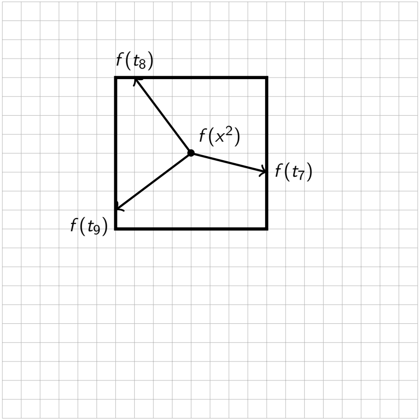


FIGURE – MADS

Filtrage implicite (IMFIL)

Algorithme 6 Filtrage implicite

for $k = 1, 2, \ldots$ **do**

Étape de sonde : Calcule $f(x)$ à un ensemble de points $P^k := \{x^k + \delta^k d : d \in D_\oplus\}$, où $D_\oplus := \{\pm e_1, \pm e_2, \ldots, \pm e_n\}$.

Si $\exists$ t tel que $f(t) < f(x^k)$, $t \in P^k$: Succès

Effectuer une recherche linéaire avec $\nabla_s f(x^k)$.

mise à jour de $x^{k+1} \leftarrow t$ et $\delta^{k+1} \leftarrow \delta^k$.

Sinon $\nexists$ t tel que $f(t) < f(x^k)$, $t \in P^k$: Échec

mise à jour de $x^{k+1} \leftarrow x^k$ et $\delta^{k+1} \leftarrow \frac{\delta^k}{2}$.

end for

Filtrage implicite (IMFIL)

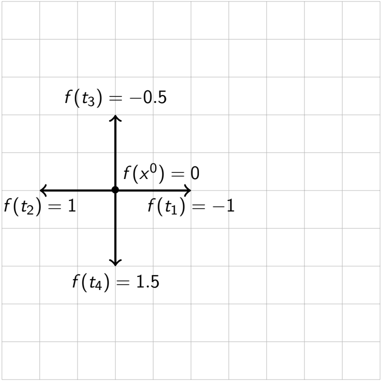


FIGURE – IMFIL

Ensemble des directions

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Calcul de $\nabla_s f(x^0)$

Recherche linéaire $\rightarrow t_5$

Filtrage implicite (IMFIL)

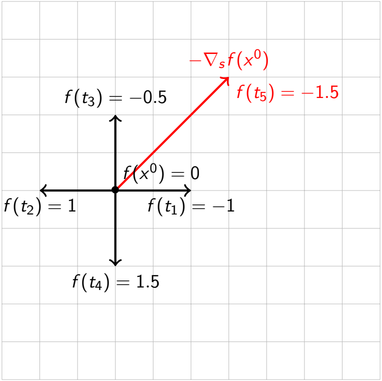


FIGURE – IMFIL

Ensemble des directions

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$-\nabla_s f(x^0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Mise à jour, succès itération

$k = 0$

$x^1 \leftarrow x^0 - \beta^1 \nabla_s f(x^0)$

$\delta^1 \leftarrow \delta^0$

Filtrage implicite (IMFIL)

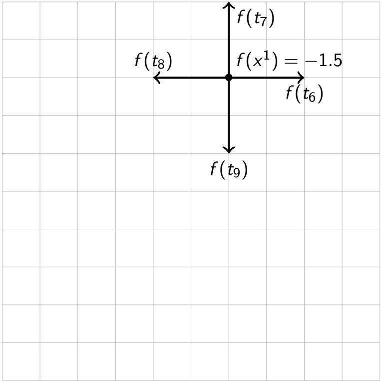


FIGURE – IMFIL

Définitions

Question 2.

Quand doit-on arrêter la sonde ?

Définitions

Question 2.

Quand doit-on arrêter la sonde ?

Définitions

Question 2.

Quand doit-on arrêter la sonde ?

Sonde complète

Désigne l'évaluation de la fonction objectif à tous les points de l'étape de sonde.

Définitions

Question 2.

Quand doit-on arrêter la sonde ?

Sonde complète

Désigne l'évaluation de la fonction objectif à tous les points de l'étape de sonde.

Stratégie opportuniste simple

Désigne l'arrêt prématuré de la sonde à **l'obtention d'un point** satisfaisant le critère de succès.

Exemple de sonde opportuniste

Supposons CS pour résoudre $f : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$, avec $x^k = (2, 2, 2)$, $f(x^k) = 0$.

Sonde non-opportuniste
$P^k :=$

$$t_1 = (1, 2, 2)$$
$$t_2 = (2, 1, 2)$$
$$t_3 = (2, 2, 1)$$
$$t_4 = (2, 2, 3)$$
$$t_5 = (2, 3, 2)$$
$$t_6 = (3, 2, 2)$$

Sonde opportuniste
$P^k :=$

$$t_1 = (1, 2, 2)$$
$$t_2 = (2, 1, 2)$$
$$t_3 = (2, 2, 1)$$
$$t_4 = (2, 2, 3)$$
$$t_5 = (2, 3, 2)$$
$$t_6 = (3, 2, 2)$$

Exemple de sonde opportuniste

Supposons CS pour résoudre $f : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$, avec $x^k = (2, 2, 2)$, $f(x^k) = 0$.

Sonde non-opportuniste

$P^k :=$

$$t_1 = (1, 2, 2), \ \ f(t_1) = 2 ✗$$
$$t_2 = (2, 1, 2)$$
$$t_3 = (2, 2, 1)$$
$$t_4 = (2, 2, 3)$$
$$t_5 = (2, 3, 2)$$
$$t_6 = (3, 2, 2)$$

Sonde opportuniste

$P^k :=$

$$t_1 = (1, 2, 2)$$
$$t_2 = (2, 1, 2)$$
$$t_3 = (2, 2, 1)$$
$$t_4 = (2, 2, 3)$$
$$t_5 = (2, 3, 2)$$
$$t_6 = (3, 2, 2)$$

Exemple de sonde opportuniste

Supposons CS pour résoudre $f : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$, avec $x^k = (2,2,2)$, $f(x^k) = 0$.

Sonde non-opportuniste
$P^k :=$

$$t_1 = (1,2,2),\ f(t_1) = 2 ✗$$
$$t_2 = (2,1,2),\ f(t_2) = 1 ✗$$
$$t_3 = (2,2,1)$$
$$t_4 = (2,2,3)$$
$$t_5 = (2,3,2)$$
$$t_6 = (3,2,2)$$

Sonde opportuniste
$P^k :=$

$$t_1 = (1,2,2)$$
$$t_2 = (2,1,2)$$
$$t_3 = (2,2,1)$$
$$t_4 = (2,2,3)$$
$$t_5 = (2,3,2)$$
$$t_6 = (3,2,2)$$

Exemple de sonde opportuniste

Supposons CS pour résoudre $f : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$, avec $x^k = (2,2,2)$, $f(x^k) = 0$.

Sonde non-opportuniste

$P^k :=$

$$t_1 = (1,2,2),\ \ f(t_1) = 2✗$$
$$t_2 = (2,1,2),\ \ f(t_2) = 1✗$$
$$t_3 = (2,2,1),\ \ f(t_3) = -1✓$$
$$t_4 = (2,2,3)$$
$$t_5 = (2,3,2)$$
$$t_6 = (3,2,2)$$

Sonde opportuniste

$P^k :=$

$$t_1 = (1,2,2)$$
$$t_2 = (2,1,2)$$
$$t_3 = (2,2,1)$$
$$t_4 = (2,2,3)$$
$$t_5 = (2,3,2)$$
$$t_6 = (3,2,2)$$

Exemple de sonde opportuniste

Supposons CS pour résoudre $f : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$, avec $x^k = (2,2,2)$, $f(x^k) = 0$.

Sonde non-opportuniste

$P^k :=$

$$t_1 = (1,2,2),\ f(t_1) = 2 ✗$$
$$t_2 = (2,1,2),\ f(t_2) = 1 ✗$$
$$t_3 = (2,2,1),\ f(t_3) = -1 ✓$$
$$t_4 = (2,2,3),\ f(t_4) = 5 ✗$$
$$t_5 = (2,3,2)$$
$$t_6 = (3,2,2)$$

Sonde opportuniste

$P^k :=$

$$t_1 = (1,2,2)$$
$$t_2 = (2,1,2)$$
$$t_3 = (2,2,1)$$
$$t_4 = (2,2,3)$$
$$t_5 = (2,3,2)$$
$$t_6 = (3,2,2)$$

Exemple de sonde opportuniste

Supposons CS pour résoudre $f : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$, avec $x^k = (2,2,2)$, $f(x^k) = 0$.

Sonde non-opportuniste

$P^k :=$

$$t_1 = (1,2,2),\ \ f(t_1) = 2 \text{✗}$$
$$t_2 = (2,1,2),\ \ f(t_2) = 1 \text{✗}$$
$$t_3 = (2,2,1),\ \ f(t_3) = -1 \checkmark$$
$$t_4 = (2,2,3),\ \ f(t_4) = 5 \text{✗}$$
$$t_5 = (2,3,2),\ \ f(t_5) = -1.5 \checkmark$$
$$t_6 = (3,2,2)$$

Sonde opportuniste

$P^k :=$

$$t_1 = (1,2,2)$$
$$t_2 = (2,1,2)$$
$$t_3 = (2,2,1)$$
$$t_4 = (2,2,3)$$
$$t_5 = (2,3,2)$$
$$t_6 = (3,2,2)$$

Exemple de sonde opportuniste

Supposons CS pour résoudre $f : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$, avec $x^k = (2, 2, 2)$, $f(x^k) = 0$.

Sonde non-opportuniste

$P^k :=$

$$t_1 = (1, 2, 2),\ f(t_1) = 2 ✗$$
$$t_2 = (2, 1, 2),\ f(t_2) = 1 ✗$$
$$t_3 = (2, 2, 1),\ f(t_3) = -1 ✓$$
$$t_4 = (2, 2, 3),\ f(t_4) = 5 ✗$$
$$t_5 = (2, 3, 2),\ f(t_5) = -1.5 ✓$$
$$t_6 = (3, 2, 1),\ f(t_6) = 6 ✗$$

Sonde opportuniste

$P^k :=$

$$t_1 = (1, 2, 2)$$
$$t_2 = (2, 1, 2)$$
$$t_3 = (2, 2, 1)$$
$$t_4 = (2, 2, 3)$$
$$t_5 = (2, 3, 2)$$
$$t_6 = (3, 2, 2)$$

Exemple de sonde opportuniste

Supposons CS pour résoudre $f : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$, avec $x^k = (2, 2, 2)$, $f(x^k) = 0$.

Sonde non-opportuniste

$P^k :=$

$$t_1 = (1, 2, 2),\ f(t_1) = 2 ✗$$
$$t_2 = (2, 1, 2),\ f(t_2) = 1 ✗$$
$$t_3 = (2, 2, 1),\ f(t_3) = -1 ✓$$
$$t_4 = (2, 2, 3),\ f(t_4) = 5 ✗$$
$$t_5 = (2, 3, 2),\ f(t_5) = -1.5 ✓$$
$$t_6 = (3, 2, 1),\ f(t_6) = 6 ✗$$

Sonde opportuniste

$P^k :=$

$$t_1 = (1, 2, 2),\ f(t_1) = 2 ✗$$
$$t_2 = (2, 1, 2)$$
$$t_3 = (2, 2, 1)$$
$$t_4 = (2, 2, 3)$$
$$t_5 = (2, 3, 2)$$
$$t_6 = (3, 2, 2)$$

Exemple de sonde opportuniste

Supposons CS pour résoudre $f : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$, avec $x^k = (2, 2, 2)$, $f(x^k) = 0$.

Sonde non-opportuniste

$P^k :=$

$$t_1 = (1, 2, 2),\ f(t_1) = 2 ✗$$
$$t_2 = (2, 1, 2),\ f(t_2) = 1 ✗$$
$$t_3 = (2, 2, 1),\ f(t_3) = -1 ✓$$
$$t_4 = (2, 2, 3),\ f(t_4) = 5 ✗$$
$$t_5 = (2, 3, 2),\ f(t_5) = -1.5 ✓$$
$$t_6 = (3, 2, 1),\ f(t_6) = 6 ✗$$

Sonde opportuniste

$P^k :=$

$$t_1 = (1, 2, 2),\ f(t_1) = 2 ✗$$
$$t_2 = (2, 1, 2),\ f(t_2) = 1 ✗$$
$$t_3 = (2, 2, 1)$$
$$t_4 = (2, 2, 3)$$
$$t_5 = (2, 3, 2)$$
$$t_6 = (3, 2, 2)$$

Exemple de sonde opportuniste

Supposons CS pour résoudre $f : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$, avec $x^k = (2,2,2)$, $f(x^k) = 0$.

Sonde non-opportuniste

$P^k :=$

$$t_1 = (1,2,2),\ \ f(t_1) = 2 ✗$$
$$t_2 = (2,1,2),\ \ f(t_2) = 1 ✗$$
$$t_3 = (2,2,1),\ \ f(t_3) = -1 ✓$$
$$t_4 = (2,2,3),\ \ f(t_4) = 5 ✗$$
$$t_5 = (2,3,2),\ \ f(t_5) = -1.5 ✓$$
$$t_6 = (3,2,1),\ \ f(t_6) = 6 ✗$$

Sonde opportuniste

$P^k :=$

$$t_1 = (1,2,2),\ \ f(t_1) = 2 ✗$$
$$t_2 = (2,1,2),\ \ f(t_2) = 1 ✗$$
$$t_3 = (2,2,1),\ \ f(t_3) = -1 ✓$$
$$\cancel{t_4 = (2,2,3)}$$
$$\cancel{t_5 = (2,3,2)}$$
$$\cancel{t_6 = (3,2,1)}$$

Différentes stratégies opportunistes

Stratégie opportuniste au $p^{\text{ème}}$ succès

Arrêt de la sonde après **l'obtention de p points** satisfaisant le critère de succès.

Différentes stratégies opportunistes

Stratégie opportuniste au $p^{\text{ème}}$ succès

Arrêt de la sonde après **l'obtention de p points** satisfaisant le critère de succès.

Stratégie opportuniste avec au minimum q évaluations

Arrêt de la sonde **après q évaluations** si un point satisfaisant le critère de succès est évalué.

Définitions

Question 3.

Comment doit-on ordonner les points de P^k ?

Définitions

Question 3.

Comment doit-on ordonner les points de P^k ?

Stratégie d'ordonnancement

Stratégie guidant la permutation des points de l'ensemble P^k.

Stratégies d'ordonnancement

1. **Lexicographique**

Stratégies d'ordonnancement

1. **Lexicographique**

   Ordonnés comme dans un dictionnaire.

Stratégies d'ordonnancement

1. **Lexicographique**

   Ordonnés comme dans un dictionnaire.

2. **Aléatoire**

Stratégies d'ordonnancement

1. **Lexicographique**

   Ordonnés comme dans un dictionnaire.
2. **Aléatoire**
3. **Direction du dernier succès**

Stratégies d'ordonnancement

1. **Lexicographique**

   Ordonnés comme dans un dictionnaire.
2. **Aléatoire**
3. **Direction du dernier succès**

   Ordonnés selon l'angle avec la direction du dernier succès.

Stratégies d'ordonnancement

1. **Lexicographique**

   Ordonnés comme dans un dictionnaire.
2. **Aléatoire**
3. **Direction du dernier succès**

   Ordonnés selon l'angle avec la direction du dernier succès.
4. **Guidé par modèle quadratique**

Stratégies d'ordonnancement

1. **Lexicographique**

   Ordonnés comme dans un dictionnaire.

2. **Aléatoire**

3. **Direction du dernier succès**

   Ordonnés selon l'angle avec la direction du dernier succès.

4. **Guidé par modèle quadratique**

   $A \prec B$ si $\tilde{f}(A) < \tilde{f}(B)$

Stratégies d'ordonnancement

1. **Lexicographique**

   Ordonnés comme dans un dictionnaire.

2. **Aléatoire**

3. **Direction du dernier succès**

   Ordonnés selon l'angle avec la direction du dernier succès.

4. **Guidé par modèle quadratique**

   $A \prec B$ si $\tilde{f}(A) < \tilde{f}(B)$

   $\tilde{f}$ une fonction substitut quadratique de f.

Stratégies de comparaison

Déterminer la meilleure amélioration possible avec l'ordonnancement :

Stratégies de comparaison

Déterminer la meilleure amélioration possible avec l'ordonnancement :

5. **Omnisciente**

Stratégies de comparaison

Déterminer la meilleure amélioration possible avec l'ordonnancement :

5. **Omnisciente**

   $A \prec B$ si $f(A) < f(B)$

Stratégies de comparaison

Déterminer la meilleure amélioration possible avec l'ordonnancement :

5. **Omnisciente**

   $A \prec B$ si $f(A) < f(B)$

Déterminer le pire ordonnancement possible :

Stratégies de comparaison

Déterminer la meilleure amélioration possible avec l'ordonnancement :

5. **Omnisciente**

   $A \prec B$ si $f(A) < f(B)$

Déterminer le pire ordonnancement possible :

6. **Inverse-Omnisciente**

Stratégies de comparaison

Déterminer la meilleure amélioration possible avec l'ordonnancement :

5. **Omnisciente**

   $A \prec B$ si $f(A) < f(B)$

Déterminer le pire ordonnancement possible :

6. **Inverse-Omnisciente**

   $A \prec B$ si $f(A) > f(B)$

Stratégies de comparaison

Déterminer la meilleure amélioration possible avec l'ordonnancement :

5. **Omnisciente**

   $A \prec B$ si $f(A) < f(B)$

Déterminer le pire ordonnancement possible :

6. **Inverse-Omnisciente**

   $A \prec B$ si $f(A) > f(B)$

Impossible à appliquer en pratique

Problèmes tests

1. 212 instances de problèmes issus de [J.J. Moré and S.M. Wild 2009]

Problèmes tests

1. 212 instances de problèmes issus de [J.J. Moré and S.M. Wild 2009]
2. 18 problèmes contraints issus de [Audet, Tribes, 2017]

Problèmes tests

1. 212 instances de problèmes issus de [J.J. Moré and S.M. Wild 2009]
2. 18 problèmes contraints issus de [Audet, Tribes, 2017]
   x^0 irréalisable

Problèmes tests

1. 212 instances de problèmes issus de [J.J. Moré and S.M. Wild 2009]
2. 18 problèmes contraints issus de [Audet, Tribes, 2017]
   x^0 irréalisable
3. 1 Boîte noire, STYRENE, issue de [Audet, Béchard, Le Digabel 2008]

Problèmes tests

1. 212 instances de problèmes issus de [J.J. Moré and S.M. Wild 2009]
2. 18 problèmes contraints issus de [Audet, Tribes, 2017]
   x^0 irréalisable
3. 1 Boîte noire, STYRENE, issue de [Audet, Béchard, Le Digabel 2008]
   $f : R^8 \mapsto R$, $c : R^8 \mapsto R^{11}$, 4 contraintes binaire, 7 contraintes relaxables

Problèmes tests

1. 212 instances de problèmes issus de [J.J. Moré and S.M. Wild 2009]
2. 18 problèmes contraints issus de [Audet, Tribes, 2017]
   x^0 irréalisable
3. 1 Boîte noire, STYRENE, issue de [Audet, Béchard, Le Digabel 2008]
   $f : R^8 \mapsto R$, $c : R^8 \mapsto R^{11}$, 4 contraintes binaire, 7 contraintes relaxables

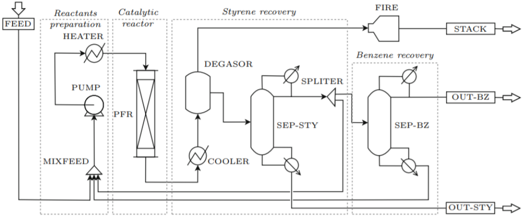


FIGURE – Organigramme de la production de Styrène, issu de [Audet, Béchard, Le Digabel 2008]

Comparaison des stratégies opportunistes

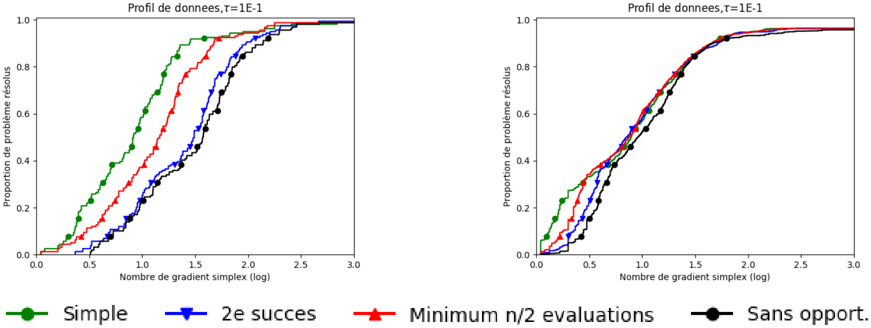


FIGURE – À gauche : CS sur Moré-Wild, à droite MADS sur Moré-Wild

Comparaison des stratégies opportunistes

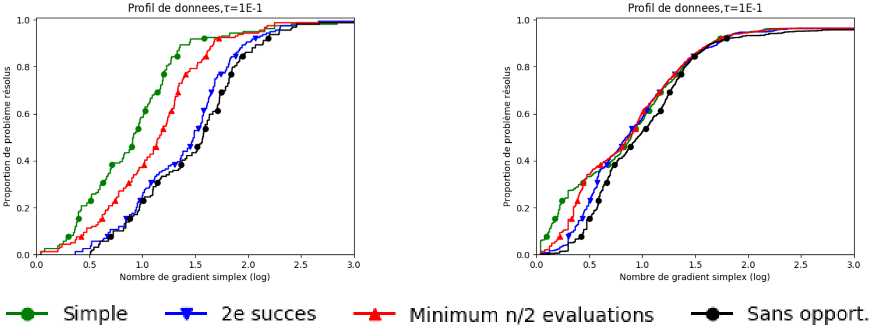


FIGURE – À gauche : CS sur Moré-Wild, à droite MADS sur Moré-Wild

1. Ordonnancement simple plus efficace.

Comparaison des stratégies opportunistes

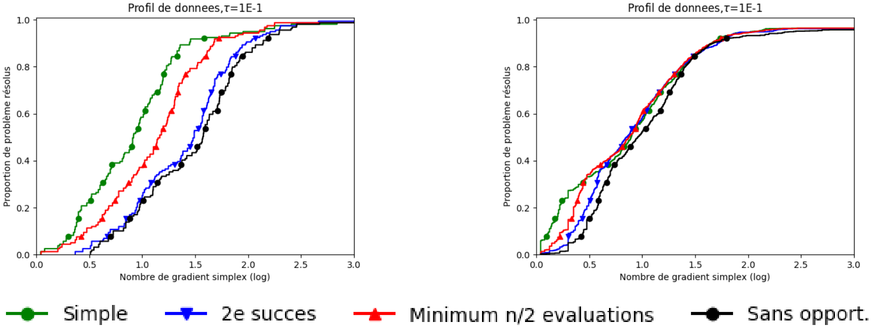


FIGURE – À gauche : CS sur Moré-Wild, à droite MADS sur Moré-Wild

1. Ordonnancement simple plus efficace.
2. Autres stratégies → Sonde complète.

Comparaison des stratégies opportunistes

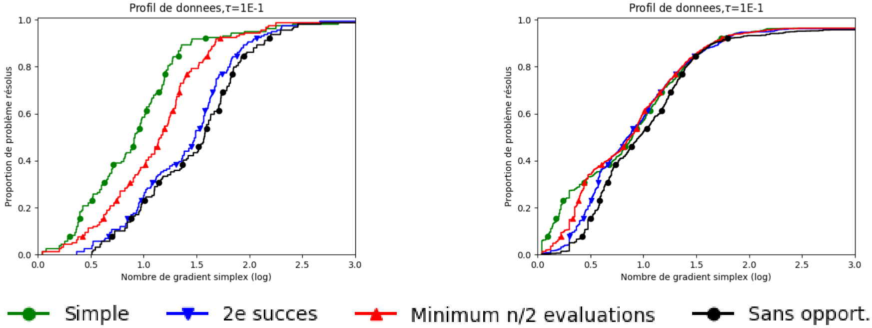


FIGURE – À gauche : CS sur Moré-Wild, à droite MADS sur Moré-Wild

1. Ordonnancement simple plus efficace.
2. Autres stratégies → Sonde complète.
3. Impact moins important sur MADS.

Comparaison des stratégies d'ordonnancement

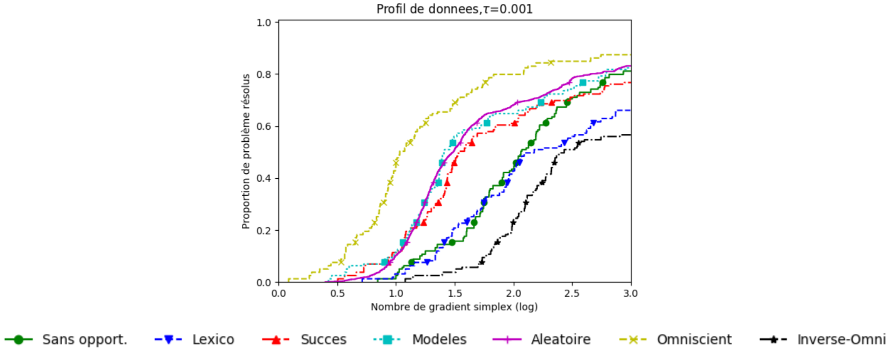


FIGURE – CS sur Moré-Wild

Comparaison des stratégies d'ordonnancement

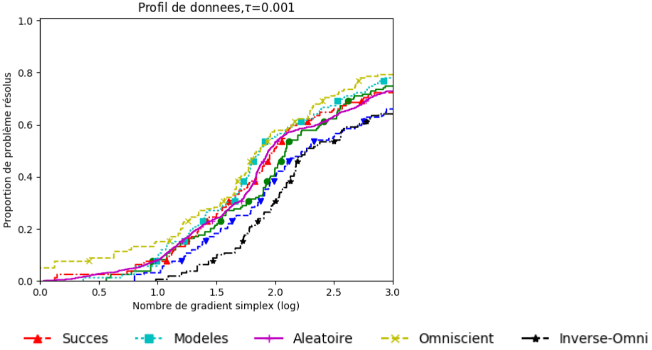


FIGURE – GPS sur Moré-Wild

Comparaison des stratégies d'ordonnancement

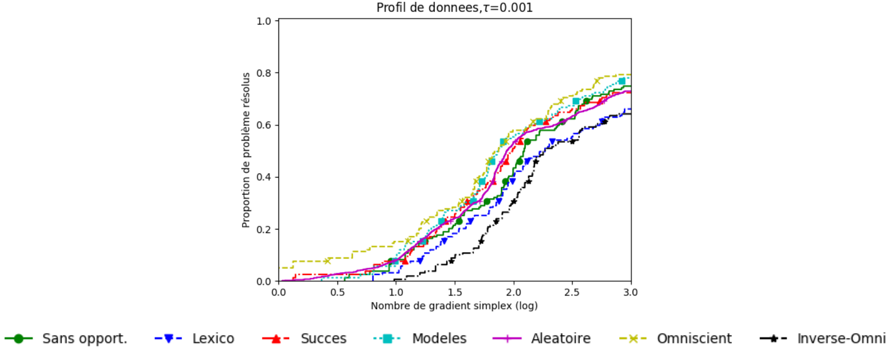


FIGURE – GPS sur Moré-Wild

1. Stratégie omnisciente moins dominante.

Comparaison des stratégies d'ordonnancement

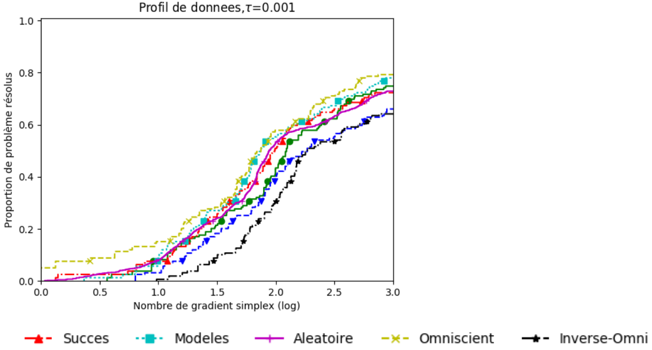


FIGURE – GPS sur Moré-Wild

1. Stratégie omnisciente moins dominante.
2. Stratégie modèles performante.

Comparaison des stratégies d'ordonnancement

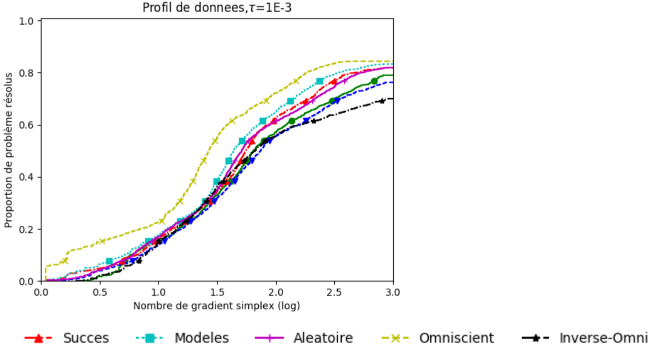


FIGURE – MADS sur Moré-Wild

Comparaison des stratégies d'ordonnancement

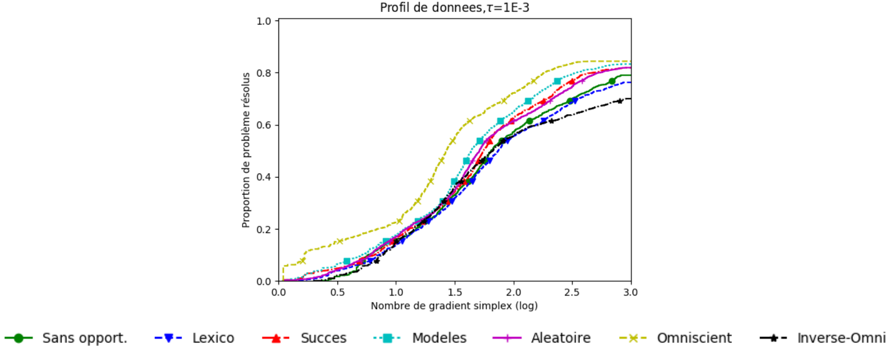


FIGURE – MADS sur Moré-Wild

1. Impact moins important sur MADS.

Comparaison des stratégies d'ordonnancement

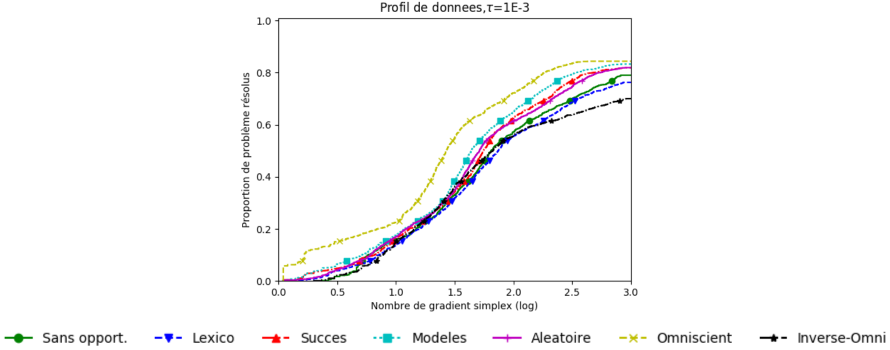


FIGURE – MADS sur Moré-Wild

1. Impact moins important sur MADS.
2. Classement différent sur CS et MADS.

Comparaison des stratégies d'ordonnancement

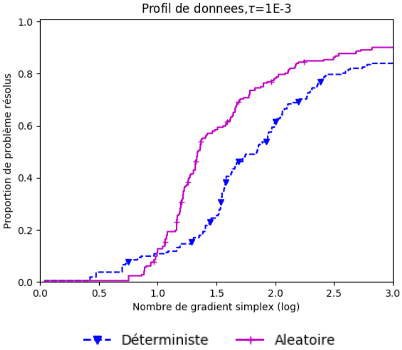


FIGURE – GSS sur Moré-Wild

Comparaison des stratégies d'ordonnancement

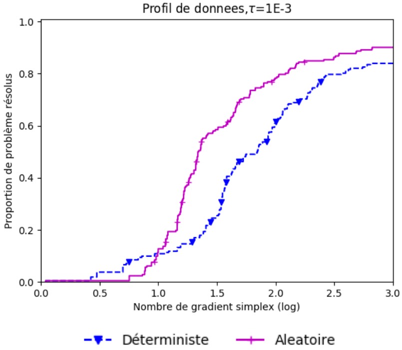


FIGURE – GSS sur Moré-Wild

1. Stratégie aléatoire domine la stratégie lexicographique.

Comparaison des stratégies d'ordonnancement

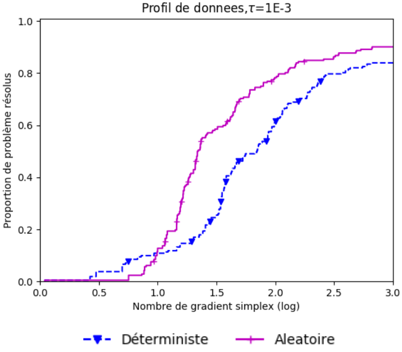


FIGURE – GSS sur Moré-Wild

1. Stratégie aléatoire domine la stratégie lexicographique.
2. Aucune autre stratégie disponible avec HOPSPACK.

Comparaison des stratégies d'ordonnancement

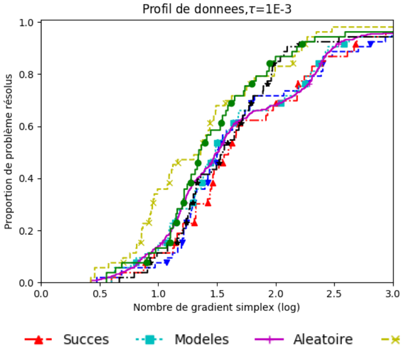


FIGURE – IMFIL sur Moré-Wild

Comparaison des stratégies d'ordonnancement

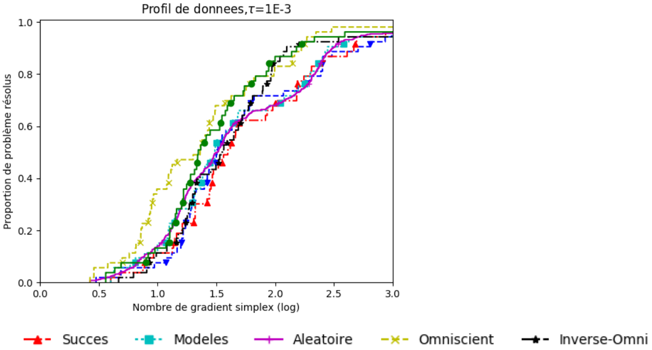


FIGURE – IMFIL sur Moré-Wild

1. Opportunisme peut être profitable avec un ordonnancement omniscient.

Comparaison des stratégies d'ordonnancement

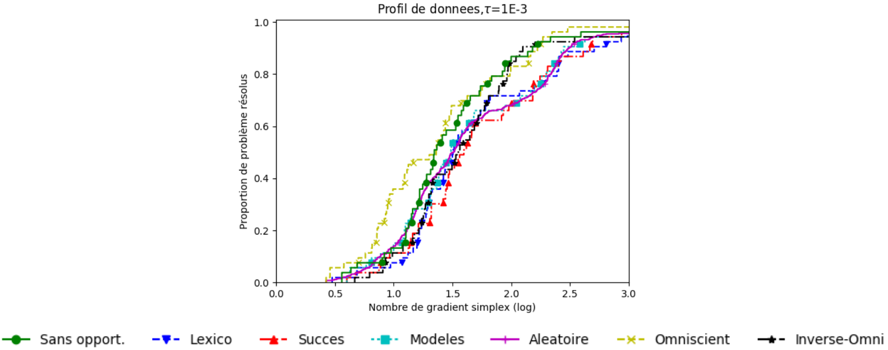


FIGURE – IMFIL sur Moré-Wild

1. Opportunisme peut être profitable avec un ordonnancement omniscient.
2. Avec les stratégies d'ordonnancement praticables, l'opportunisme est nuisible.

Comparaison des stratégies d'ordonnancement

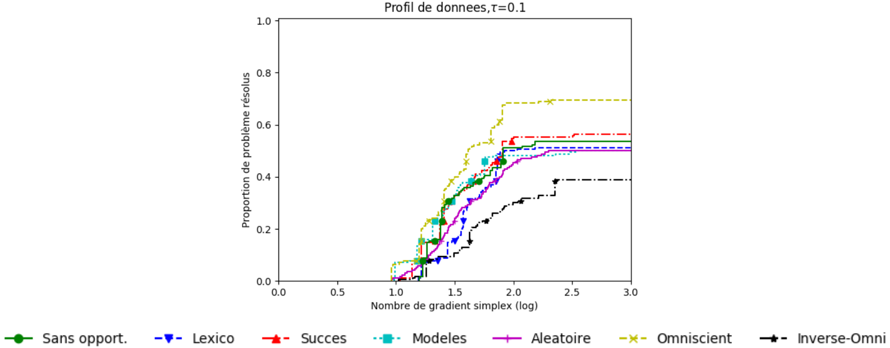


FIGURE – Problèmes contraints avec MADS

Comparaison des stratégies d'ordonnancement

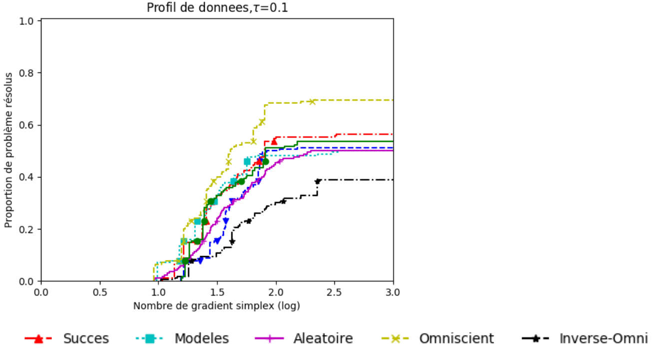


FIGURE – Problèmes contraints avec MADS

1. Courbe de la stratégie omnisciente élevée.

Comparaison des stratégies d'ordonnancement

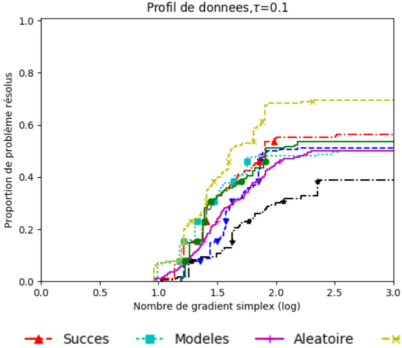


FIGURE – Problèmes contraints avec MADS

1. Courbe de la stratégie omnisciente élevée.
2. Stratégie réelles peu performantes.

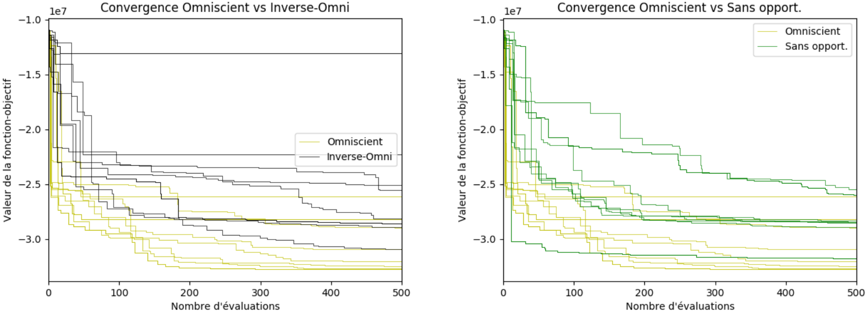


FIGURE – Comparaison omnisciente, inverse-omnisciente et sonde complète

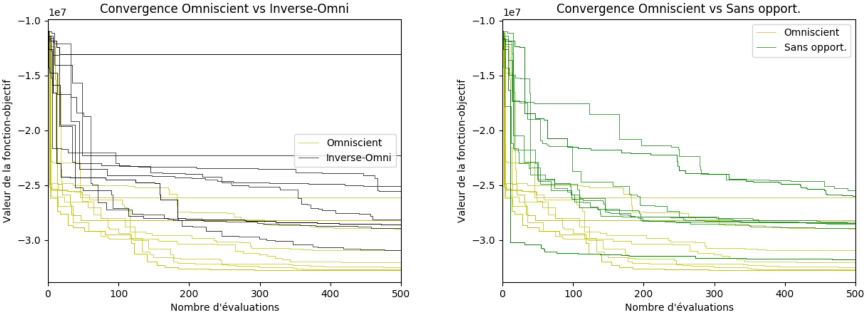


FIGURE – Comparaison omnisciente, inverse-omnisciente et sonde complète

1. Stratégie omnisciente montre un impact de l'opportunisme sur STYRENE.

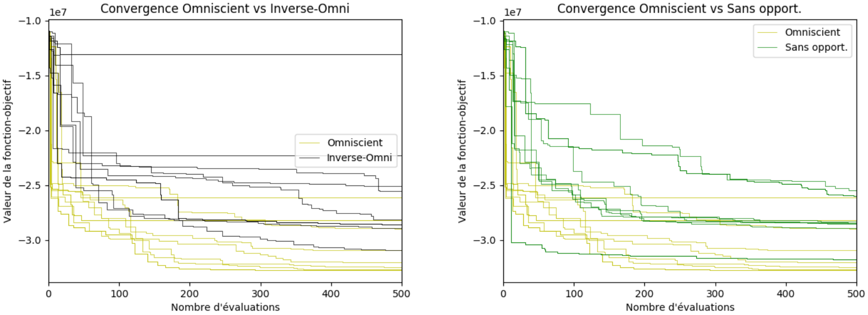


FIGURE – Comparaison omnisciente, inverse-omnisciente et sonde complète

1. Stratégie omnisciente montre un impact de l'opportunisme sur STYRENE.
2. Sonde complète ressemble d'avantage à inverse-omnisciente.

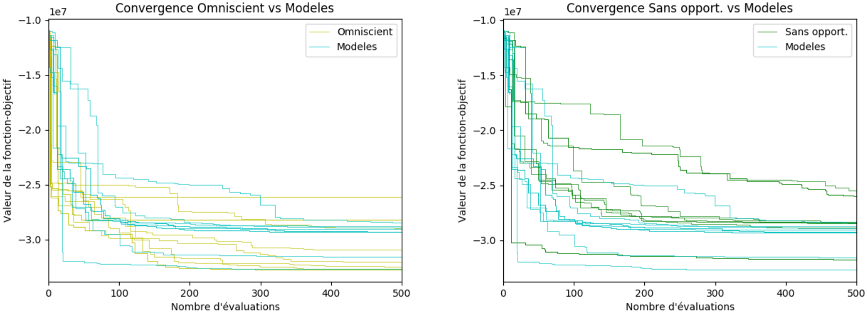
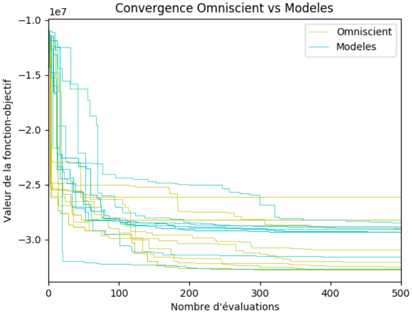


FIGURE – Comparaison omnisciente, sonde complète et avec modèles



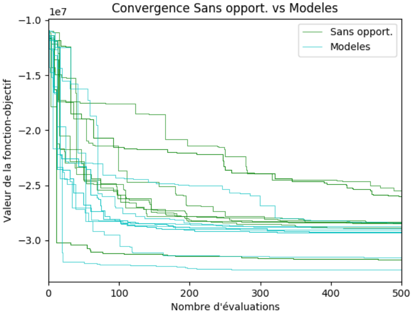


FIGURE – Comparaison omnisciente, sonde complète et avec modèles

1. La stratégie avec modèles accélère la convergence si comparée à la sonde complète.

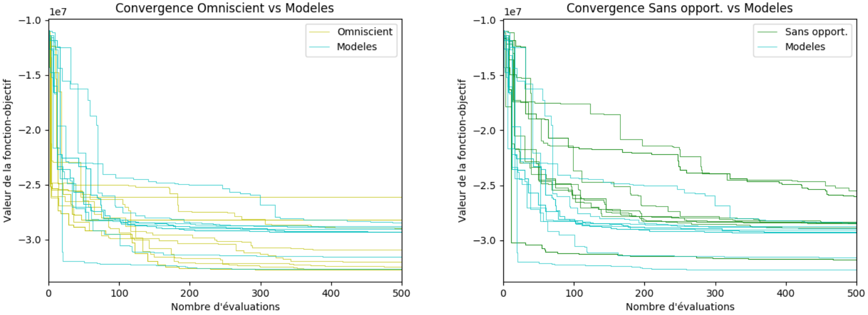


FIGURE – Comparaison omnisciente, sonde complète et avec modèles

1. La stratégie avec modèles accélère la convergence si comparée à la sonde complète.
2. La stratégie avec modèles converge vers un moins bon optimum que la stratégie omnisciente.

Conclusion : Les grandes lignes

- L'opportunisme est bénéfique aux méthodes de recherche directe directionnelles.

Conclusion : Les grandes lignes

- L'opportunisme est bénéfique aux méthodes de recherche directe directionnelles.
- L'opportunisme peut aussi être nuisible avec le mauvais ordonnancement.

Conclusion : Les grandes lignes

- L'opportunisme est bénéfique aux méthodes de recherche directe directionnelles.
- L'opportunisme peut aussi être nuisible avec le mauvais ordonnancement.
- Plus la sonde est raffinée, moins son impact est important

Conclusion : Les grandes lignes

- L'opportunisme est bénéfique aux méthodes de recherche directe directionnelles.
- L'opportunisme peut aussi être nuisible avec le mauvais ordonnancement.
- Plus la sonde est raffinée, moins son impact est important
- Stratégies autres que opportunisme simple $\rightarrow$ Sonde complète

Conclusion : Les grandes lignes

- L'opportunisme est bénéfique aux méthodes de recherche directe directionnelles.
- L'opportunisme peut aussi être nuisible avec le mauvais ordonnancement.
- Plus la sonde est raffinée, moins son impact est important
- Stratégies autres que opportunisme simple $\rightarrow$ Sonde complète
- Classements des stratégies : Modèles, Aléatoires, Direction du dernier succès, sonde complète et lexicographique

Conclusion : Les grandes lignes

- L'opportunisme est bénéfique aux méthodes de recherche directe directionnelles.
- L'opportunisme peut aussi être nuisible avec le mauvais ordonnancement.
- Plus la sonde est raffinée, moins son impact est important
- Stratégies autres que opportunisme simple $\rightarrow$ Sonde complète
- Classements des stratégies : Modèles, Aléatoires, Direction du dernier succès, sonde complète et lexicographique
- Pour IMFIL, l'opportunisme est inutile ou nuisible

Conclusion : Suite ?

Il y a place à l'amélioration dans l'ordonnancement.

Conclusion : Suite ?

Il y a place à l'amélioration dans l'ordonnancement.

- Ordonnancer avec d'autre types de modèles que quadratiques

Conclusion : Suite ?

Il y a place à l'amélioration dans l'ordonnancement.

- Ordonnancer avec d'autre types de modèles que quadratiques
- Identifier d'autres stratégies d'ordonnancement (Distance à la solution d'un modèle, Distance à la cache).

Conclusion : Suite ?

Il y a place à l'amélioration dans l'ordonnancement.

- Ordonnancer avec d'autre types de modèles que quadratiques
- Identifier d'autres stratégies d'ordonnancement (Distance à la solution d'un modèle, Distance à la cache).
- Identifier des stratégies avec la barrière progressive.

Conclusion : Suite ?

Il y a place à l'amélioration dans l'ordonnancement.

- Ordonnancer avec d'autre types de modèles que quadratiques
- Identifier d'autres stratégies d'ordonnancement (Distance à la solution d'un modèle, Distance à la cache).
- Identifier des stratégies avec la barrière progressive.
- Critère d'opportunisme : décroissance minimale

Conclusion : Suite ?

Il y a place à l'amélioration dans l'ordonnancement.

- Ordonnancer avec d'autre types de modèles que quadratiques
- Identifier d'autres stratégies d'ordonnancement (Distance à la solution d'un modèle, Distance à la cache).
- Identifier des stratégies avec la barrière progressive.
- Critère d'opportunisme : décroissance minimale
- Opportunisme et parallélisme ?

Réferences

J.J. Moré and S.M. Wild (2009)
Benchmarking Derivative-Free Optimization Algorithms
SIAM Journal on Optimization 20(1). 172–191

C. Audet and C. Tribes (2017)
Mesh-based Nelder-Mead algorithm for inequality constrained optimization
Les Cahiers du Gerad G-2017-90.

C. Audet and V. Béchard and S. Le Digabel (2008)
Nonsmooth optimization through Mesh Adaptive Direct Search and Variable Neighborhood Search
Journal of Global Optimization 41-2.

S. Le Digabel (2009)
Algorithm 909 : NOMAD : Nonlinear Optimization with the MADS algorithm
ACM Transactions on Mathematical Software 37-4.