

# Algorithmique et optimisation

Loïc Demange

loic.demange@etud.univ-paris8.fr

19 novembre 2020



- Qu'est-ce qu'un graphe ?

# Graphe

- Qu'est-ce qu'un graphe ?

## Graphe

Un graphe est un couple  $G = (V, E)$  avec  $V$  un ensemble de sommets (ou points) et  $E$  un ensemble d'arêtes (ou d'arcs) défini par des couples de points  $(x, y)$ .

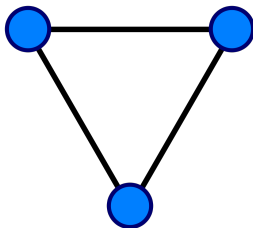


Figure: Graphe (wikipédia)

# Problème du plus court chemin

- Qu'est-ce que le problème du plus court chemin ?

# Problème du plus court chemin

- Qu'est-ce que le problème du plus court chemin ?

Le problème de plus court chemin est le problème algorithmique qui repose sur le fait de trouver le chemin le plus court entre deux points, c'est-à-dire le chemin pour lequel la somme des poids est minimale.

**Remarque** Si les poids des arcs sont quelconques, il s'agit en général d'un problème NP-complet, très difficile à résoudre.

# Algorithme de Dijkstra

L'algorithme de Dijkstra (1959) est un algorithme permettant de trouver le plus court chemin entre 2 points en  $\mathcal{O}((a + n) \log_2(n))$ ,  $a$  étant le nombre d'arcs et  $n$  le nombre de sommets.

Pour cela, les arêtes doivent être pondérées positivement.

# Algorithme de Dijkstra

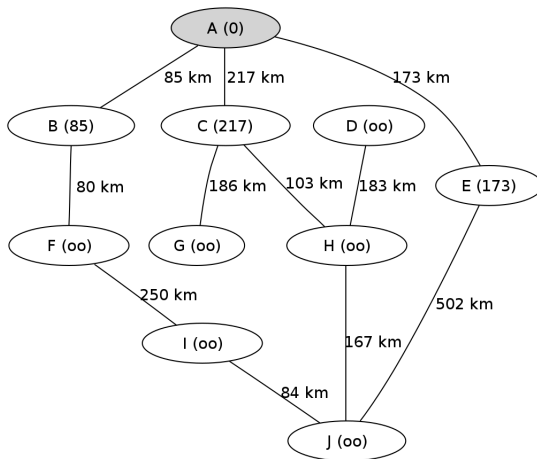


Figure: Dijkstra (wikipédia)

# Algorithme de Dijkstra

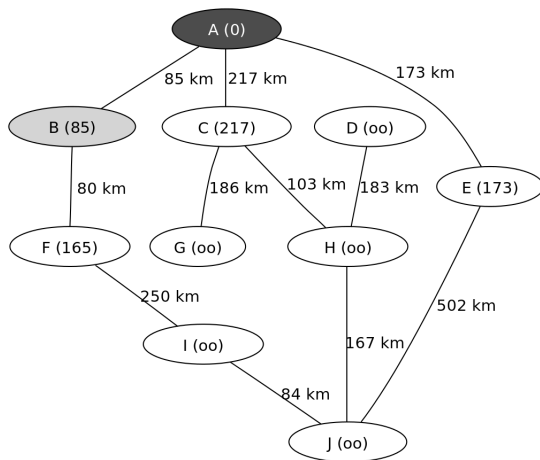


Figure: Dijkstra (wikipédia)



# Algorithme de Dijkstra

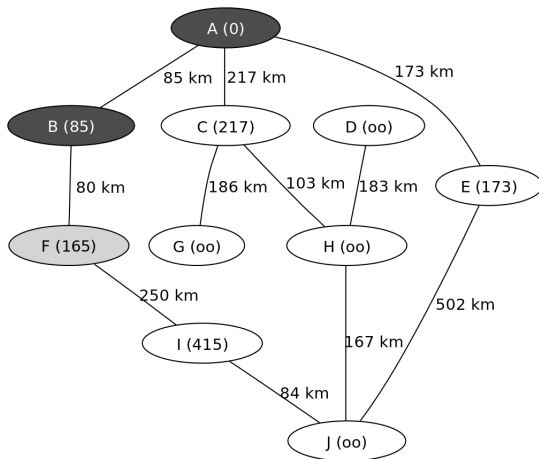


Figure: Dijkstra (wikipédia)

# Algorithme de Dijkstra

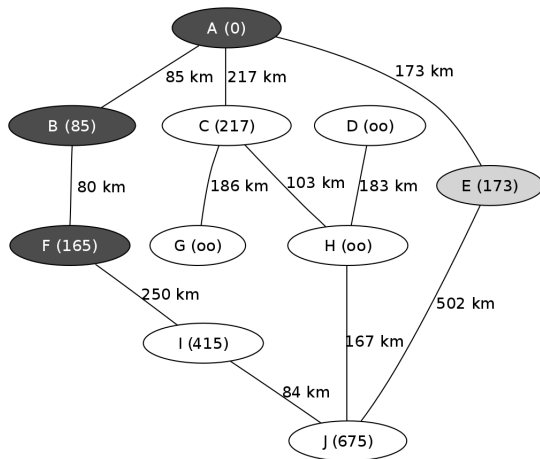


Figure: Dijkstra (wikipédia)

# Algorithme de Dijkstra

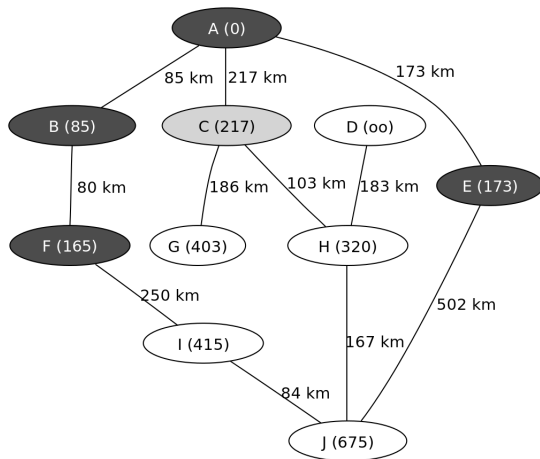


Figure: Dijkstra (wikipédia)

# Algorithme de Dijkstra

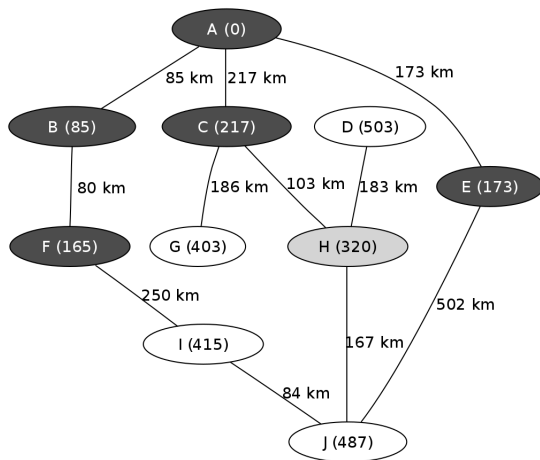


Figure: Dijkstra (wikipédia)

# Algorithme de Dijkstra

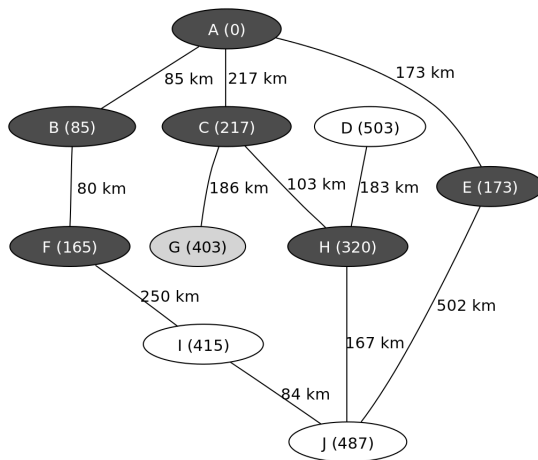


Figure: Dijkstra (wikipédia)

# Algorithme de Dijkstra

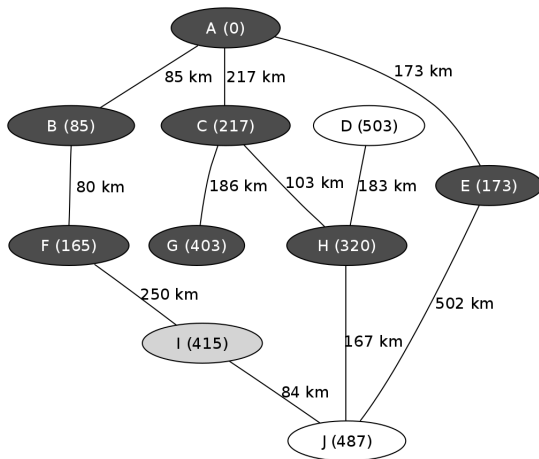


Figure: Dijkstra (wikipédia)

# Algorithme de Dijkstra

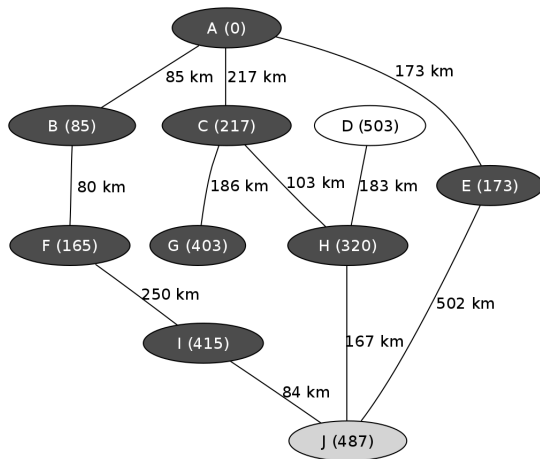


Figure: Dijkstra (wikipédia)

# Algorithme de Dijkstra

Algorithme de Dijkstra

	à A	à B	à C	à D	à E	à F	à G	à H	à I	à J
étape initiale	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
A(0)		<u>85</u>	217	$\infty$	173	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
B(85 <sub>A</sub> )		-	217	$\infty$	173	<u>165</u>	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
F(165 <sub>B</sub> )		-	217	$\infty$	<u>173</u>	-	$\infty$	$\infty$	415	$\infty$
E(173 <sub>A</sub> )		-	<u>217</u>	$\infty$	-	-	$\infty$	$\infty$	415	675
C(217 <sub>A</sub> )		-	-	$\infty$	-	-	403	<u>320</u>	415	675
H(320 <sub>C</sub> )		-	-	503	-	-	<u>403</u>	-	415	<del>675</del> 487
G(403 <sub>C</sub> )		-	-	503	-	-	-	-	<u>415</u>	487
I(415 <sub>F</sub> )		-	-	503	-	-	-	-	-	<u>487</u>
J(487 <sub>H</sub> )		-	-	<u>503</u>	-	-	-	-	-	-
D(503 <sub>H</sub> )		-	-	-	-	-	-	-	-	-

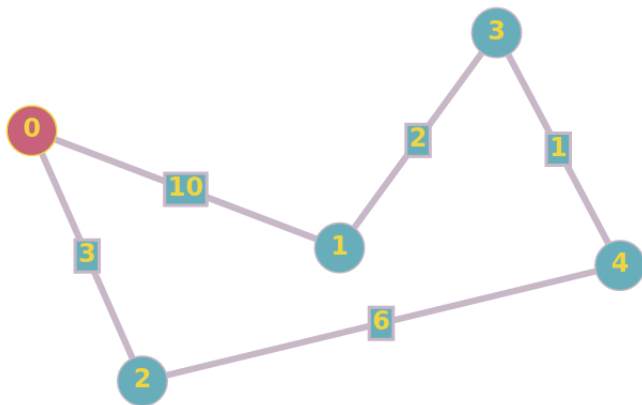
Figure: Dijkstra (wikipédia)



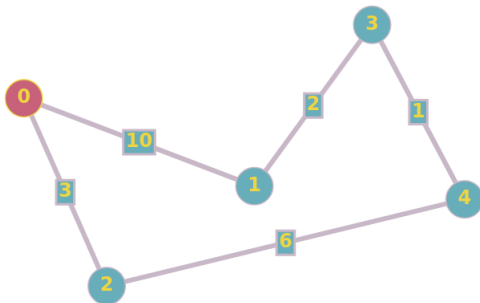
# Algorithme de Dijkstra

Exercice :

- Trouver tous les chemins minimaux de ce graphe en utilisant l'algorithme de Dijkstra (en partant de 0)

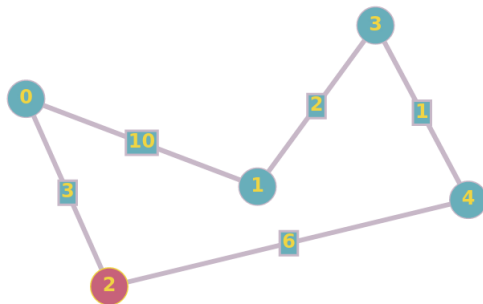


# Algorithme de Dijkstra



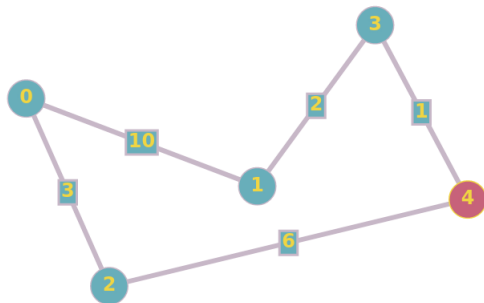
	0	1	2	3	4
0 (0)		10	<u>3</u>	$\infty$	$\infty$

# Algorithme de Dijkstra



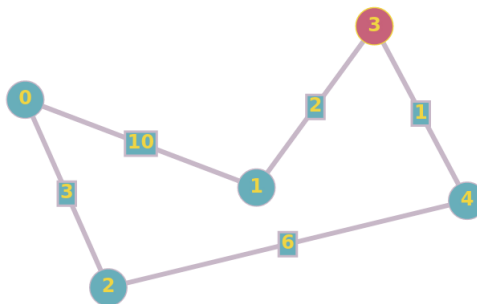
	0	1	2	3	4
0 (0)		10	<u>3</u>	$\infty$	$\infty$
2 (3)		10	-	$\infty$	<u>9</u>

# Algorithme de Dijkstra



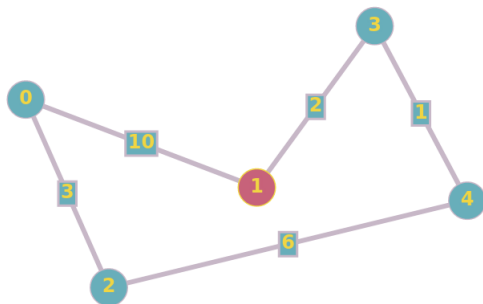
	0	1	2	3	4
0 (0)		10	<u>3</u>	$\infty$	$\infty$
2 (3)		10	-	$\infty$	<u>9</u>
4 (9)		10	-	<u>10</u>	-

# Algorithme de Dijkstra



	0	1	2	3	4
0 (0)		10	<u>3</u>	$\infty$	$\infty$
2 (3)		10	-	$\infty$	<u>9</u>
4 (9)		10	-	<u>10</u>	-
3 (10)		<u>10</u>	-	-	-

# Algorithme de Dijkstra



	0	1	2	3	4
0 (0)		10	<u>3</u>	$\infty$	$\infty$
2 (3)		10	-	$\infty$	<u>9</u>
4 (9)		10	-	<u>10</u>	-
3 (10)		<u>10</u>	-	-	-
1 (10)		-	-	-	-