Logiciel de calcul formel

Loïc Demange
loic.demange@etud.univ-paris8.fr

26 mars 2021

UNIVERSITÉ PARIS 8 VINCENNES-SAINT-DENIS

TP précédent

Objectif du TP :

- Résoudre le système $\begin{cases} 2x - 5z + y = 6 + w \\ 5 + z - y = 0 \\ x + 3(x + y) = z \\ 1 + 2x - y = w - 3x \end{cases}$.
- Résoudre le système $\begin{cases} x + 2y + 3z = 7 \\ 4x + 5y + 6z = 16 \\ 7x + 8y + 9z = 24 \end{cases}$. Constater.
- Résoudre le système $\begin{cases} x + 2y + 3z = 7 \\ 4x + 5y + 6z = 16 \\ 7x + 8y + 9z = 25 \end{cases}$. Constater.

TP précédent

Résoudre le système

$$\begin{cases} 2x - 5z + y = 6 + w \\ 5 + z - y = 0 \\ x + 3(x+y) = z \\ 1 + 2x - y = w - 3x \end{cases} = \begin{cases} -w + 2x + y - 5z = 6 \\ -y + z = -5 \\ 4x + 3y - z = 0 \\ -w + 5x - y = -1 \end{cases}.$$

Sous forme de matrice, $\left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 2 & 1 & -5 & 6 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -5 \\ 0 & 4 & 3 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 & 0 & -1 \end{array}\right)$.

```
A = matrix([[-1,2,1,-5,6],
            [0,0,-1,1,-5],
            [0,4,3,-1,0],[-1,5,-1,0,-1]])
print(A.rref())
```

TP précédent

Résoudre le système $\begin{cases} x+2y+3z=7 \\ 4x+5y+6z=16 \\ 7x+8y+9z=24 \end{cases}.$

Sous forme de matrice, $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 16 \\ 7 & 8 & 9 & 24 \end{array}\right).$

```
A = matrix([[1,2,3,7],[4,5,6,16],[7,8,9,24]])
print(A.rref())
```

Remarque On constate par la dernière ligne de la matrice qu'il n'y a pas de solutions à ce système.

TP précédent

Résoudre le système $\begin{cases} x + 2y + 3z = 7 \\ 4x + 5y + 6z = 16 \\ 7x + 8y + 9z = 25 \end{cases}$.

Sous forme de matrice, $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 16 \\ 7 & 8 & 9 & 25 \end{array}\right)$.

```
A = matrix([[1,2,3,7],[4,5,6,16],[7,8,9,25]])
print(A.rref())
```

Remarque On constate par la dernière ligne de la matrice qu'il y a une infinité de solutions.

Domaine

Jusqu'à maintenant, on n'a pas spécifié dans quels domaines nous manipulions nos objets algébriques.

Par défaut, Sage manipule dans $\mathbb{C}$, il suffit d'exécuter le code suivant pour s'en convaincre.

```
var('x')
print(solve([x^2 == -1], x))
```

Domaine

Pour les variables symboliques, on peut préciser dans quels domaines elles se situent.
Par exemple, si on souhaite manipuler dans $\mathbb{R}$.

```
var('x', domain=RR)
print(solve([x^2 == -1], x))
```

On constate ici qu'aucune solution n'existe.

Voici les domaines possibles pour **var** :

- $\mathbb{C}$ (**CC**)
- $\mathbb{R}$ (**RR**)
- $\mathbb{Z}$ (**ZZ**)

Domaine

Toutefois, même si **var** se contente de ceux-ci, il n'existe pas uniquement ces domaines.
Par exemple, on peut très bien manipuler dans $\mathbb{Q}$ (**QQ**), dans des groupes, anneaux, ou encore des corps de manière générale.

Domaine

Dans les vecteurs et matrices, le premier argument permet de spécifier le domaine dans lequel on se situe. Cet argument peut être ignoré, d'où le fait qu'on ne l'ait pas encore vu.

Si on souhaite définir un vecteur de valeurs contenues dans $\mathbb{Q}$, alors

```
v = vector(QQ, [1,2,3])
```

De la même façon, pour les matrices

```
v = matrix(QQ, [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]])
```

On peut constater que ça fonctionne en y introduisant un nombre non inclus dans le domaine.