Algorithmique et structures de données

Loïc Demange
loic.demange@etud.univ-paris8.fr

10 décembre 2021

UNIVERSITÉ PARIS 8 VINCENNES-SAINT-DENIS

Arbres

Les arbres sont une structure de données sous forme d'un graphe orienté sans cycle possédant une unique racine.
Chaque élément est appelé noeud, ses successeurs sont appelés des fils, et on appelle feuille un élément n'ayant pas de fils.

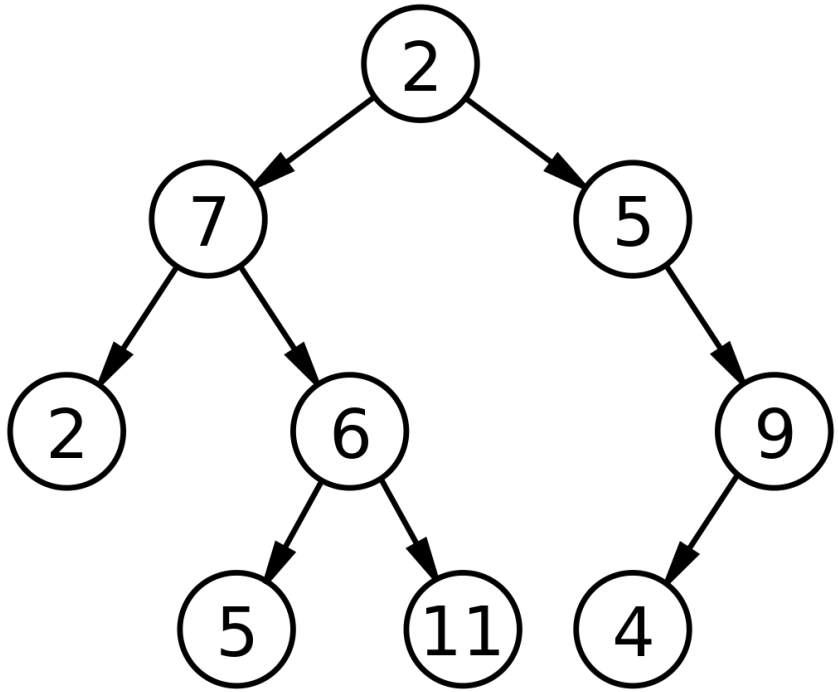

Figure: Arbre binaire (wikipédia)

Arbres

Il existe différents types d'arbres, mais nous allons nous concentrer sur l'arbre binaire, où chaque noeud ne peut avoir que deux fils maximum.

- Comment est défini un noeud dans un arbre binaire ?

Arbres

Il existe différents types d'arbres, mais nous allons nous concentrer sur l'arbre binaire, où chaque noeud ne peut avoir que deux fils maximum.

- Comment est défini un noeud dans un arbre binaire ?

Un noeud est défini par une valeur, un lien vers le successeur droite et un lien vers le successeur gauche.

Arbres

- Comment stocke-t-on un arbre ?

Arbres

- Comment stocke-t-on un arbre ?

On garde le premier élément de l'arbre (la racine), et on peut itérativement parcourir l'arbre avec les liens vers les successeurs.

Arbres

De la même façon que pour les listes chaînées, on peut définir une struture en C pour les noeuds.

```
typedef struct noeud {
    int valeur;
    struct noeud * succ_droit;
    struct noeud * succ_gauche;
} noeud_t;
```

Arbres

L'arbre binaire de recherche (ou ABR) est un arbre binaire où les valeurs sont agencées de façon à être efficace dans la recherche de valeurs. Conceptuellement, un noeud a pour successeur gauche une valeur inférieure à la sienne et pour successeur droit une valeur supérieure à la sienne.

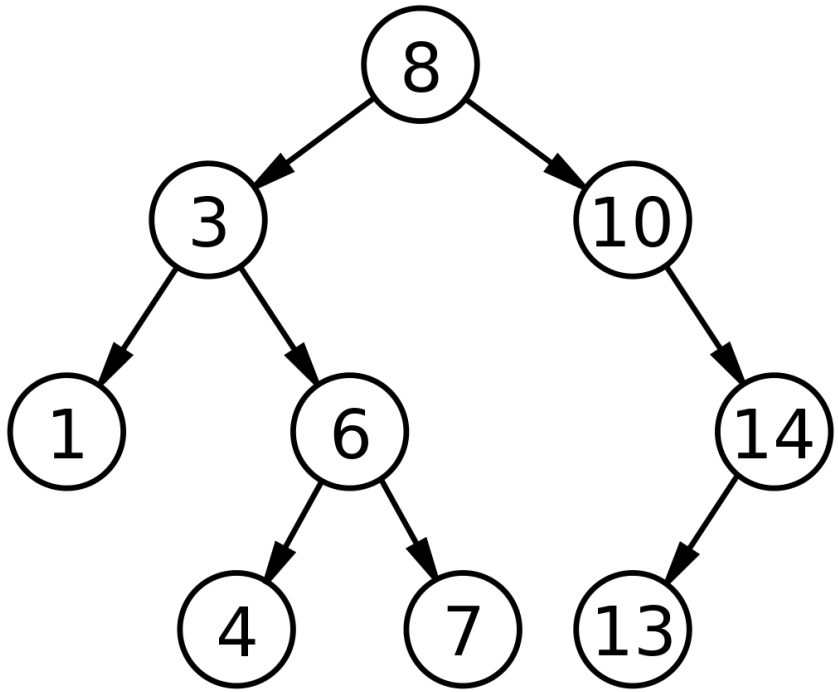

Figure: Arbre binaire de recherche (wikipédia)

Arbres

- Comment cherche-t-on un élément dans un arbre binaire de recherche ?

Arbres

- Comment cherche-t-on un élément dans un arbre binaire de recherche ?

On peut utiliser la dichotomie : si l'élément qu'on cherche est plus grand que la valeur du noeud, on part du côté du successeur droite ; sinon on part du côté du successeur gauche.

Arbres

- Quelle est la complexité temporelle de la recherche dans un arbre binaire de recherche ?

Arbres

- Quelle est la complexité temporelle de la recherche dans un arbre binaire de recherche ?

Si l'arbre est équilibré, on est en moyenne en $\mathcal{O}(\log_2(n))$, n étant le nombre de noeuds de l'arbre.
Dans le cas contraire, l'arbre ressemble à une liste chaînée, le pire cas serait donc en $\mathcal{O}(n)$ (on parcourt tous les noeuds pour trouver la valeur).

Remarque Ici on ne va pas parler de la manière d'équilibrer un arbre. Il existe toutefois divers algorithmes pour cela, dont certains à base de rotation.

Arbres

- Comment insere-t-on un élément dans un arbre binaire de recherche?

Arbres

- Comment insere-t-on un élément dans un arbre binaire de recherche?

On recherche une feuille de l'arbre. Une fois trouvée, si la valeur du noeud est inférieure à la valeur de la feuille, on le met en successeur gauche ; sinon on le met en successeur droit.

Arbres

- Quelle est la complexité temporelle de l'insertion dans un arbre binaire de recherche ?

Arbres

- Quelle est la complexité temporelle de l'insertion dans un arbre binaire de recherche ?

De la même façon que la recherche, la complexité est en moyenne en $\mathcal{O}(\log_2(n))$, sauf si l'arbre est déséquilibré. Auquel cas la complexité est au pire en $\mathcal{O}(n)$.

Arbres

- Comment supprime-t-on un élément dans un arbre binaire de recherche ?

Arbres

- Comment supprime-t-on un élément dans un arbre binaire de recherche ?

Si on supprime une feuille, il suffit de faire pointer le lien du prédécesseur vers aucun noeud.
Si on supprime un noeud avec un seul fils, il suffit de faire pointer le prédécesseur vers le fils du noeud actuel.
Si on supprime un noeud avec deux fils, on échange la valeur du noeud actuel avec la valeur la plus importante de la sous-arborescence gauche. Une fois fait, on n'a plus qu'à supprimer le noeud à sa nouvelle position, où il ne sera qu'une feuille ou un noeud avec un seul fils gauche.

Remarque En C, ne pas oublier de désallouer les noeuds qu'on souhaite supprimer s'ils ont été alloués dynamiquement.

Arbres

- Quelle est la complexité temporelle de la suppression dans un arbre binaire de recherche ?

Arbres

- Quelle est la complexité temporelle de la suppression dans un arbre binaire de recherche ?

De la même façon que la recherche, la complexité est en moyenne en $\mathcal{O}(\log_2(n))$, sauf si l'arbre est déséquilibré. Auquel cas la complexité est au pire en $\mathcal{O}(n)$.

Remarque Utiliser la fonction de suppression va potentiellement déséquilibrer l'arbre.