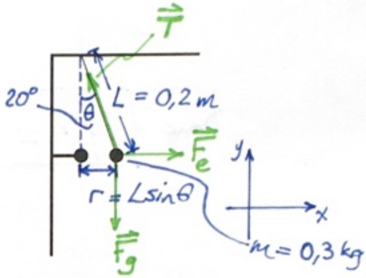
Exemple de problème intégrateur – Charge électrique

Loïc Séguin-Charbonneau

203-NYB-05, Automne 2024

On considère deux balles métalliques identiques de 300 g. Une des balles est initialement neutre et l'autre porte une charge q. Les deux balles sont mises en contact, puis on en place une sur un support fixé au mur et l'autre suspendue à une corde attachée au plafond. On positionne les balles tel qu'illustré ci-contre. La corde a une longueur de 20 cm et forme un angle de 20° avec la verticale lorsque le système est à l'équilibre.

Quelle est la charge q?



Deux balles conductrices identiques donc ont la m̂ charge après contact q'.

Par le principe de conservation de la charge

$$\underbrace{q+0}_{\text{avant contact}} = \underbrace{q'+q'}_{\text{après contact}} \Rightarrow q' = q/2$$

Par la loi de Coulomb, la force entre les charges est

$$F_e = \frac{kq'q'}{r^2} = \frac{kq^2/4}{L^2\sin^2\theta} \quad (1)$$

Note : pas de valeur absolue car $q'q' > 0$ peu importe la valeur de q'.

2e loi de Newton appliquée à la balle suspendue :

$$\sum\vec{F} = \vec{T} + \vec{F}_e + \vec{F}_g = m\cancel{\vec{a}}^{\,=0} \text{ car syst. à l'équilibre statique}$$

$$\text{en } x: \quad -T\sin\theta + F_e = 0 \quad (2)$$

$$\text{en } y: \quad T\cos\theta - mg = 0 \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos\theta} \quad (3)$$

$$(1) \text{ et } (3) \text{ dans } (2): \quad -\frac{mg}{\cos\theta}\sin\theta + \frac{kq^2/4}{L^2\sin^2\theta} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{kq^2/4}{L^2\sin^2\theta} = \frac{mg}{\cos\theta}\sin\theta$$

$$\frac{kq^2}{4} = \frac{mg}{\cos\theta}\sin\theta\, L^2 \sin^2\theta$$

$$|q| = \sqrt{\frac{4}{k}\frac{mg}{\cos\theta}\sin^3\theta\, L^2}$$

$$\sqrt{\frac{1}{N{\cdot}m^2/C^2}\underbrace{(kg\cdot m/s^2)}_{N}\cdot m^2}$$

$$= C$$

$$= 1{,}4935\ \mu C$$

Donc $\boxed{q = \pm\, 1{,}4935\ \mu C}$