

Planification du cours d'électricité et magnétisme

Loïc Séguin-Charbonneau

24 août 2021

v. 2.0

1 Charge électrique

1.1 Propriétés de la charge électrique

Objectif

Tremblay §1.1 à 1.6
Lafrance §1.1 et 1.2

1. L'étudiant saura qu'il existe deux types de charges électriques et comprendra quelles expériences permettent de le démontrer.
2. L'étudiant connaîtra les principes de conservation de la charge et saura l'appliquer pour résoudre des problèmes simples.
3. L'étudiant connaîtra le principe de quantification de la charge et pourra l'appliquer pour résoudre des problèmes simples.
4. L'étudiant comprendra la polarisation induite dans les isolants.

Matériel

1. Tige de plastique
2. Tige de verre
3. Tige métallique
4. Laine
5. Fourrure

10 minutes

Démonstration de l'existence de deux types de charges

1. Si on approche les deux tiges de plastique, rien ne se produit.
2. Si on frotte les deux tiges de plastique avec de la laine, elles se repoussent. Comme les deux tiges ont subi le même traitement, elles ont la même **charge**. Donc, **les charges identiques se repoussent**.
3. On répète avec les tiges de verre qu'on frotte avec la fourrure.
4. On frotte une tige de plastique et une tige de verre, elles s'attirent. Il semble donc que la charge de la tige de verre soit différente de celle de plastique et que **les charges opposées s'attirent**.

1 Charge électrique

5. Si on approche la laine qui a chargé le plastique de la tige de verre, elles se repoussent. Par conséquent la tige de plastique a transféré ses charges à la laine qui acquiert donc une charge identique à celle de la tige de verre.
6. Si on approche un objet métallique non chargé de la tige de plastique chargée, on constate une attraction. Le métal se charge par **induction** et l'extrémité proche de la tige de plastique acquiert une charge opposée à celle du plastique.

Propriétés de la charge électrique

Il existe deux types de charges électriques

- la charge **positive** (celle du verre) ;
- la charge **négative** (celle du plastique).

Les objets possédant une charge électrique exercent une force les uns sur les autres :

- deux objets avec le même type de charge se repoussent ;
- deux objets avec des charges opposées s'attirent.

On notera souvent les charges électriques par des q : q , Q , q_1 , q_2 ,

L'unité SI pour la charge est le **coulomb** (C). La **charge élémentaire** est la charge du proton et vaut

$$e = 1,602\,176\,634 \times 10^{-19} \text{ C}.$$

L'électron a une charge de $-e$.

Au centre d'un atome se trouve un noyau dense contenant des protons chargés positivement et des neutrons sans charge électrique. Un nuage d'électrons chargés négativement entoure le noyau.

Lorsqu'on charge par frottement, ce sont les électrons qui sont arrachés d'un matériau et transféré à l'autre. Les protons sont « cachés » au centre des atomes.

Un objet **neutre** a autant de protons que d'électrons. La plupart des objets dans l'univers sont neutres.

Question

Un téléphone d'une marque connue a une batterie d'une capacité de 6556 C. Combien d'électrons peuvent être déplacés par cette batterie ?

5 minutes

Valeur exacte décidée le 16 novembre 2018, en application à partir du 20 mai 2019

5 minutes

1.1 Propriétés de la charge électrique

Il suffit de diviser la charge totale que peut déplacer la batterie par la charge d'un seul électron

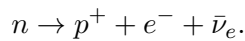
$$\frac{6556 \text{ C}}{1,602 \times 10^{-19} \text{ C}} = 4,092 \times 10^{22} = 67,95 \text{ mmol}$$

Principe de conservation de la charge

La charge électrique totale dans un système fermé est toujours la même.

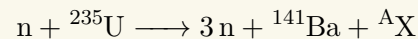
10 minutes

Par exemple, la charge est conservée lors de la désintégration d'un neutron libre (temps de demi-vie d'environ 10,3 minutes) :



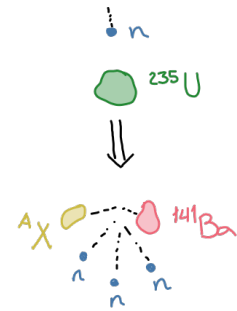
Question

Dans un réacteur nucléaire typique, un neutron lent entre en collision avec un noyau d'uranium ce qui provoque la fission du noyau en deux noyaux plus petits :



Quel est le noyau X ?

5 minutes



On détermine la charge au départ : le neutron a une charge nulle, l'uranium a 92 protons. La charge initiale est donc $92e$. Après la fission, on a trois neutrons qui ne contribuent pas à la charge, un noyau de baryum qui a 56 protons et un noyau mystère avec Z protons. La charge finale est donc $(Z + 56)e$. Par le principe de conservation de la charge, la charge initiale et la charge finale doivent être égales d'où

$$\begin{aligned} 92e &= (Z + 56)e \\ Z &= 36 \end{aligned}$$

Le noyau X est donc du krypton, Kr. Si on ajoute le principe de conservation du nombre de masse, on peut aussi déduire que la masse du krypton doit être de 92 : ${}^A\text{X} = {}^{92}\text{Kr}$.

1 Charge électrique

10 minutes

Question

Indiquez si chacune des réactions suivantes est possible.

1. $\text{H}^+ + \text{OH}^- \longrightarrow \text{H}_2\text{O}$
2. $\pi^+ + p^+ \longrightarrow \Sigma^0 + K^+$
3. ${}^4_2\text{He}^{2+} + {}^{14}_7\text{N} \longrightarrow {}^{17}_8\text{O} + p^+$

5 minutes

Quantification de la charge

La charge électrique ne peut prendre que des valeurs qui correspondent à des multiples entiers de la charge élémentaire.

Par exemple, on peut avoir des charges de e , 10^8e , $-45e$, etc. On ne peut pas avoir une charge de $0.1e$, $-\frac{1}{2}e$ ou $3,51 \times 10^{-4}e$.

10 minutes

Question

Est-ce qu'un objet peut avoir les charges suivantes ?

1. $q_0 = 0,452 \times 10^{-19} \text{ C}$
2. $q_1 = -2,050\,56 \times 10^{-17} \text{ C}$
3. $q_2 = 3,748\,68 \times 10^{-18} \text{ C}$
4. $q_3 = 4,00 \text{ C}$

La charge q_0 est inférieure à la charge élémentaire, donc impossible. La charge q_1 est 128 fois la charge d'un électron, donc c'est possible. q_2 est $23.4e$, donc impossible. Finalement, la charge q_3 est tellement grande, qu'à moins qu'on puisse faire une mesure précise jusqu'à la 19e décimale, on peut, à toute fin pratique, considérer que cette charge est possible.



1.2 Isolants et conducteurs

Lorsqu'on frotte une tige de verre ou de plastique, des électrons sont arrachés à un des matériaux et transférés sur l'autre. L'énergie pour arracher les électrons est fournie par la personne qui frotte. Nous avons vu qu'un objet métallique est attiré par une tige de plastique chargée. Dans un métal, des électrons sont libres de se déplacer (environ un électron par atome) ce qui leur permet de se réorganiser dans le matériau lorsqu'ils ressentent une force électrique externe. La tige métallique n'a pas été frottée mais elle attire néanmoins la tige de plastique chargée.

On dit qu'on a **induit** une redistribution de la charge dans un métal en approchant un objet chargé. Aucune charge n'est transférée entre les deux objets.

10 minutes

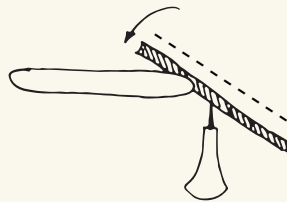
Tremblay §1.7 et 1.8

Lafrance §1.3

Question

On induit une séparation de charge dans une tige métallique en approchant une tige de plastique chargée. Comment sont disposées les charges dans la tige métallique ?

5 minutes



- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

Un **conducteur** est un matériau dans lequel les charges peuvent se déplacer rapidement. Un **isolant** est un matériau dans lequel les charges ont beaucoup de difficulté à se déplacer.

La différence entre les deux types est le **temps de relaxation**, c'est-à-dire le temps que des charges mettent à se déplacer jusqu'à leur position d'équilibre.

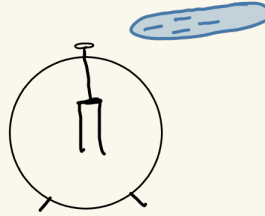
Exemple : cuivre 1×10^{-12} s, verre 2 s, polystyrène 1×10^{10} s.

1 Charge électrique

5 minutes
Électroscope

Question

Que se passe-t-il si on touche la partie du haut avec une tige chargée négativement puis qu'on la retire ?



Une partie des électrons excédentaires sur la tige seront transférés à l'électroscope lors du contact. Par conséquent, l'électroscope aura une charge nette négative. Les deux feuillets de l'électroscope, avec des charges de même signe, se repousseront. Puisque les électrons n'ont nulle part où aller, ils demeureront sur l'électroscope et les feuillets demeureront écartés.

3 minutes

Objets conducteurs identiques en contact

Si deux objets conducteurs identiques sont mis en contact, les charges qu'ils portaient seront très rapidement réparties également entre les deux objets.

10 minutes

Question

Deux fourchettes métalliques identiques ont des charges Q et $-6Q$, respectivement. Les deux fourchettes sont mises en contact puis sont séparées. Quelles sont les charges sur chacune des fourchettes ?

La charge totale dans le système avant le contact est $Q + -6Q = -5Q$.

Par le principe de conservation de la charge, la charge totale après le contact sera aussi de $-5Q$.

Puisque les deux fourchettes sont des conducteurs, les charges (électrons) pourront se déplacer d'une à l'autre.

Puisque les fourchettes sont identiques la charge sur chacune d'elle après le contact doit être la même.

Par conséquent, elles ont chacun la moitié de la charge totale,

soit $-2,5Q$.

Polarisation dans les isolants

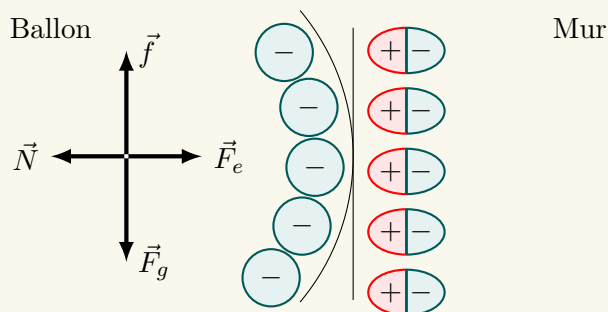
Comment un ballon qu'on frotte sur ses cheveux peut-il tenir au mur si le ballon et le mur sont des isolants ?

10 minutes

Ballon

Le ballon est chargé par frottement et acquiert une charge négative. Le mur est neutre et isolant, donc les électrons ne sont pas libres de se déplacer. Par contre, les atomes à proximité du ballon vont se réorganiser très légèrement : le nuage d'électron s'éloignera du ballon alors que le noyau s'en rapprochera. Les atomes seront **polarisés**. Puisque le ballon est plus près des charges positives que des charges négatives, il y a une attraction nette entre le ballon et le mur.

Le coefficient de frottement entre le mur et le ballon est 0,6, et la masse du ballon est de 2,9 g. Quel est le module de la force électrique entre le ballon et le mur ?



On suppose que le ballon est à l'équilibre, donc $F_e = N$ et $f = F_g$. Par conséquent, $f = mg$. Si on suppose que le frottement est le frottement statique maximum, autrement dit le ballon est sur le point de tomber, alors on a que $f = \mu_s N = \mu_s F_e$. Donc

$$F_e = \frac{mg}{\mu_s} = 47,37 \text{ mN}$$

On peut aussi voir le même phénomène en attirant des morceaux de papier avec un bout de plastique chargé. Le bout de plastique chargé induit une polarisation dans le papier et le papier est attiré par le plastique.

1 Charge électrique

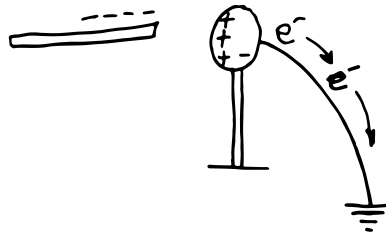
Vidéo

Le vidéo `polarisation-isolant-attraction.mov` montre un morceau de *spaghetti* frotté sur des cheveux (donc chargé négativement) qui attire des morceaux de pitas secs.

5 minutes

Charge par induction

Nous avons parlé de charge par frottement. Il est également possible de charger un conducteur par induction.



On approche une tige chargée négativement du conducteur, sans lui toucher. La présence de la tige chargée créera une séparation de charge dans le conducteur par induction. On relie le côté du conducteur le plus éloigné de la tige à la *terre*. C'est ce qu'on appelle une **mise à la terre**. Le surplus d'électrons qui s'étaient déplacés de ce côté parce qu'ils étaient repoussés par les électrons de la tige pourront aller à la terre. On déconnecte ensuite la mise à la terre, puis, on éloigne la tige chargée. Il reste une charge nette positive sur le conducteur.



1.3 Loi de Coulomb

Objectif

Tremblay §1.9

Lafrance §1.4

1. L'étudiant comprendra la loi de Coulomb et comment cette loi capture toutes les observations faites précédemment au sujet des charges.
2. L'étudiant pourra faire des calculs de forces électrostatiques.
3. L'étudiant comprendra le principe de superposition.

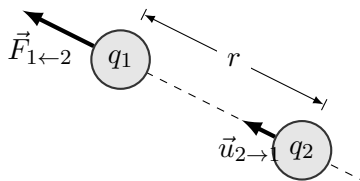
Observations clés

10 minutes

- charges opposées s'attirent
- charges de même signe se repoussent
- plus la charge est grande, plus la force est grande
- plus les charges sont éloignées, plus la force est petite

La loi de Coulomb capture tous ces éléments.

Considérons deux charges q_1 et q_2 séparées d'une distance r .



On doit avoir

$$\begin{aligned} F_{1\leftarrow 2} &\propto |q_1|, \\ F_{1\leftarrow 2} &\propto |q_2|, \\ F_{1\leftarrow 2} &\propto \frac{1}{r^\gamma}. \end{aligned}$$

Autrement dit,

$$F_{1\leftarrow 2} = \frac{k |q_1 q_2|}{r^\gamma}.$$

où k est une constante de proportionnalité. L'exposant peut être trouvé expérimentalement. C'est ce qu'à fait Charles Augustin de Coulomb. L'exposant est 2, soit le même que celui qui apparaît dans la loi de la gravitation newtonienne.

Pour spécifier l'orientation, nous utilisons un vecteur unitaire $\vec{u}_{2\rightarrow 1}$ qui pointe de la charge q_2 vers la charge q_1 . Si les deux charges sont de même signe, la force est répulsive et la force sur q_1 est dans la même direction que $\vec{u}_{2\rightarrow 1}$. On note que $q_1 q_2$ est positif. Donc

1 Charge électrique

Loi de Coulomb

$$\vec{F}_{1 \leftarrow 2} = \frac{kq_1q_2}{r^2} \vec{u}_{2 \rightarrow 1}$$

On peut facilement trouver les unités de k par analyse dimensionnelle. La valeur est déterminée expérimentalement :

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

La constante de proportionnalité k est reliée à une constante fondamentale de l'Univers qu'on appelle la **constante électrique** ou la **permittivité du vide** ϵ_0 .

$$\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

Principe de superposition

Si plusieurs charges q_1, q_2, \dots, q_N et agissent sur une charge Q , alors la force nette sur Q est la somme des forces exercées par chacune des charges

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N$$

Vous vous tenez à 2 m de votre ami. Combien d'électrons devez vous lui transférer pour que la force électrique entre vous deux ait la même grandeur que votre poids ?

Votre poids a une grandeur mg . Si vous transférez n électrons à votre ami, votre charge devient ne et la charge de votre ami devient $-ne$. Par conséquent la grandeur de la force électrique est

$$F_e = \frac{kn^2e^2}{r^2}$$

On veut

$$\begin{aligned}\frac{kn^2e^2}{r^2} &= mg \\ n &= \sqrt{\frac{mgr^2}{ke^2}} \\ &= \sqrt{\frac{mg}{k}} \frac{r}{e}\end{aligned}$$

Supposons que votre masse est $m = 60 \text{ kg}$. Alors

$$\begin{aligned}n &= \sqrt{\frac{60 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{8,99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2}} \frac{2 \text{ m}}{1,602 \times 10^{-19} \text{ C}} \\ &= 3,193 \times 10^{15}\end{aligned}$$

C'est l'équivalent d'une charge de $0,5115 \text{ mC}$.

Question

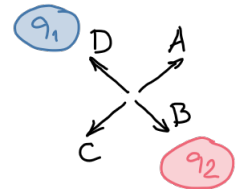
On considère une charge négative q_1 et une charge positive q_2 .

Dans quelle direction est la force de q_1 sur q_2 , $\vec{F}_{2 \leftarrow 1}$?

Dans quelle direction est la force de q_2 sur q_1 , $\vec{F}_{1 \leftarrow 2}$?

Dans quelle direction est le vecteur $\vec{u}_{1 \rightarrow 2}$?

Dans quelle direction est le vecteur $\vec{u}_{2 \rightarrow 1}$?

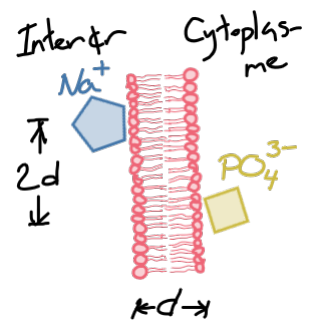


Exemple

Un ion Na^+ et un ion PO_4^{3-} se trouvent de part et d'autre d'une membrane cellulaire. L'épaisseur de la membrane est de 5 nm et les deux ions sont décalés de 10 nm l'un par rapport à l'autre le long de la membrane. Quelle est la force exercée par le sodium sur le phosphate ?

On peut placer l'origine du système de coordonnées de telle sorte que la position du sodium soit $\vec{r}_{\text{Na}} = 0\vec{i} + 2d\vec{j}$ et la position du phosphate soit $\vec{r}_{\text{PO}} = d\vec{i} + 0\vec{j}$. Par la loi de Coulomb

$$\vec{F}_{\text{PO}} = \frac{kq_{\text{Na}}q_{\text{PO}}}{r^2} \vec{u}_{\text{Na} \rightarrow \text{PO}}$$



1 Charge électrique

On sait que $q_{\text{Na}} = e$ et $q_{\text{PO}} = -3e$, donc

$$\vec{F}_{\text{PO}} = \frac{-3ke^2}{r^2} \vec{u}_{\text{Na} \rightarrow \text{PO}}$$

Le vecteur unitaire est

$$\begin{aligned} \vec{u}_{\text{Na} \rightarrow \text{PO}} &= \frac{\vec{r}_{\text{PO}} - \vec{r}_{\text{Na}}}{|\vec{r}_{\text{PO}} - \vec{r}_{\text{Na}}|} \\ &= \frac{d\vec{i} - 2d\vec{j}}{r} \end{aligned}$$

Donc

$$\vec{F}_{\text{PO}} = \frac{-3kde^2}{r^3} (\vec{i} - 2\vec{j})$$

On peut trouver r simplement à l'aide du théorème de Pythagore

$$r = \sqrt{(2d)^2 + d^2} = \sqrt{5}d$$

Donc

$$\vec{F}_{\text{PO}} = \frac{-3ke^2}{5^{3/2}d^2} (\vec{i} - 2\vec{j})$$

Il ne reste qu'à calculer la valeur numérique

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{PO}} &= \frac{-3 \cdot 8,99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 (1,602 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{5^{3/2}(5 \times 10^{-9} \text{ m})^2} (\vec{i} - 2\vec{j}) \\ &= -2,476 \times 10^{-12} \text{ N} (\vec{i} - 2\vec{j}) \end{aligned}$$

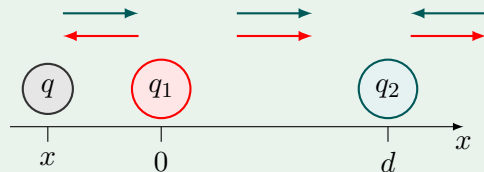
C'est une force toute petite, mais on parle de l'interaction entre deux atomes, donc on ne s'attend à rien d'énorme. De plus, puisque les deux ions ont des charges opposées, on s'attend à ce que la force soit attractive et c'est bien ce que le calcul donne.

Exercice

Deux charges immobiles $q = 4,00 \text{ nC}$ et $Q = -6,00 \text{ nC}$ sont situées à 5 cm l'une de l'autre. Où doit-on positionner une troisième charge de telle sorte qu'elle soit à l'équilibre ?

20 minutes

D'abord, on fait un schéma de la situation. Imaginons que la charge qu'on ajoute est positive. La direction de la force exercée par q_1 et q_2 dans différentes régions est indiquée sur la figure.



À gauche de q_1 , les deux forces sont opposées et la plus grande charge en valeur absolue est plus éloignée. Il est possible que les deux forces s'annulent.

Entre q_1 et q_2 , les deux forces sont dans la même direction : elles ne peuvent pas s'annuler.

À droite de q_2 , les deux forces sont opposées et la plus grande charge en valeur absolue est plus proche. Il est impossible que les deux forces s'annulent.

On conclut donc que la position recherchée est pour une valeur x négative. La distance entre la nouvelle charge q et q_1 est donc $|x|$ alors que la distance entre q et q_2 est de $d - x$. On peut calculer le module de la force exercée par q_1 et q_2 sur q ainsi que les composantes.

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{k |q_1 q|}{x^2} & F_{1x} &= -\frac{k q_1 q}{x^2} \\ F_2 &= \frac{k |q_2 q|}{(d - x)^2} & F_{2x} &= -\frac{k q_2 q}{(d - x)^2} \end{aligned}$$

La force nette sur q est nulle car on veut que cette particule soit à l'équilibre. Par le principe de superposition, la force nette

1 Charge électrique

sur q est

$$\begin{aligned}F_x &= F_{1x} + F_{2x} \\ &= 0 \\ F_{1x} &= -F_{2x} \\ -\frac{kq_1q}{x^2} &= \frac{kq_2q}{(d-x)^2} \\ -\frac{q_1}{x^2} &= \frac{q_2}{(d-x)^2} \\ x^2q_2 + q_1(d-x)^2 &= 0 \\ x^2q_2 + q_1d^2 - 2q_1dx + q_1x^2 &= 0 \\ (q_1 + q_2)x^2 - 2q_1dx + q_1d^2 &= 0 \\ x &= \frac{2q_1d \pm \sqrt{4q_1^2d^2 - 4(q_1 + q_2)q_1d^2}}{2(q_1 + q_2)}\end{aligned}$$

Les deux réponses possibles sont $x = -22,25$ cm et $x = 2,247$ cm. On sait que la particule doit être à gauche de q_1 , donc la bonne solution est $x = -22,25$ cm.



1.4 Révision

- Deux types de charges (positive et négative).
- Charges de même signe se repoussent, de signe opposé s'attirent.
- Charge est conservée.
- Charge est quantifiée.
- Dans un conducteur, charges peuvent se déplacer, pas dans un isolant.
- Loi de Coulomb.
- Principe de superposition des forces.
- Trois façons de charger un objet :
 - Par frottement (fonctionne bien avec isolants)
 - Par contact (fonctionne bien avec les conducteurs)
 - Par induction (fonctionne avec les conducteurs seulement)