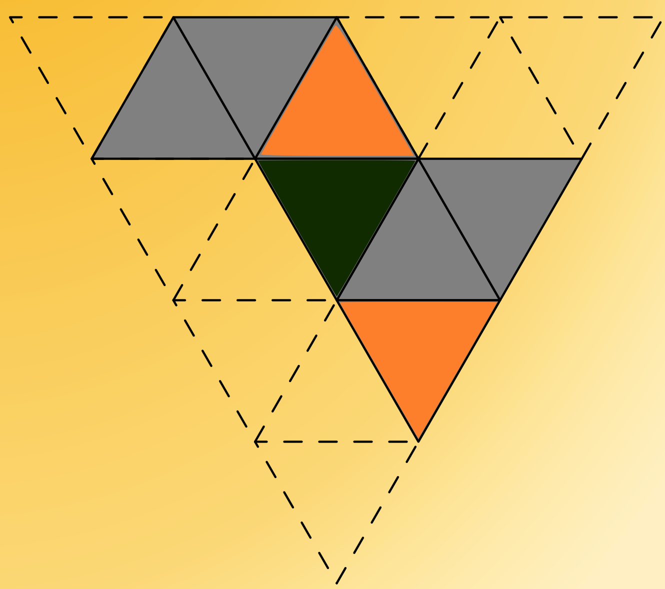
Kengūra

B I Č I U L I S



Užduotys ir sprendimai

2016

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VU MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
VU MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS INSTITUTAS
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA

KENGŪRA 2016. BIČIULIS

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autoriai ir sudarytojai
Ugnė Šiurienė ir Jonas Šiurys

Redaktorius
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavimas
Jonas Šiurys

Viršelio autorė
Ugnė Šiurienė

Turinys

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra tik kelios dešimtys (tiesa, labai nekasdieniškų) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „Jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadynėje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 49000 Lietuvos 1–12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2016 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

75 lemtingos darbo minutės kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos teigdamos, kad galvą laužyti prasminga, kad ir matematikos užduotis besprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai.

Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Nuo 2016 m. rugsėjo lietuviškoji *Kengūra* glaudžiasi po Lietuvos matematikos draugijos sparnu. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek matematiniuose, tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei niekada nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2016 metų kovo 17 dieną keliavo ir gausiai sprendė 5–6 klasių (*Bičiulio* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Organizatoriai

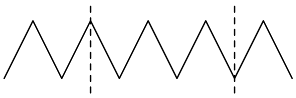
2016 m. *Bičiulio* užduočių sąlygos

Klausimai po 3 taškus

1. $2 + 0 + 1 + 6 + 2 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 6 =$
A) 11 **B)** 0 **C)** 21 **D)** 9 **E)** 18

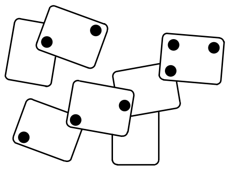
2. Mikas supjaustė picą į keturias lygias dalis. Kiekvieną iš šių dalių jis padalijo į tris lygius gabalėlius. Kokią visos picos dalį sudaro vienas gabalėlis?
A) Trečdalį **B)** Ketvirtadalį **C)** Septintadalį **D)** Aštuntadalį **E)** Dvyliktadalį

3. Viela, kurios ilgis 10 cm, sulankstyta kaip parodyta paveikslėlyje. Viela perkirpta dviejose pažymėtose vietose. Kokie gautų vielos atkarpų ilgiai?



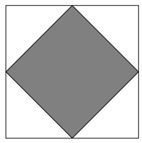
A) 2 cm, 3 cm, 5 cm **B)** 2 cm, 2 cm, 6 cm **C)** 1 cm, 4 cm, 5 cm
D) 1 cm, 3 cm, 6 cm **E)** 3 cm, 3 cm, 4 cm

4. Lina ant šaldytuvo aštuoniais stipriais magnetukais • pritvirtino keletą atvirukų. Kiek daugiausiai magnetukų ji gali nuimti, kad nė vienas atvirukas nenukristų ant grindų?



A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

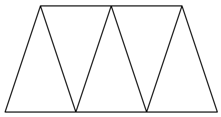
5. Kotryna nubraižė kvadratą, kurio kraštinės ilgis yra 10 cm. Sujungusi kvadrato kraštinių vidurio taškus, ji gavo mažesnį kvadratą. Koks mažesniojo kvadrato plotas?



10 cm

A) 10 cm^2 **B)** 20 cm^2 **C)** 25 cm^2 **D)** 40 cm^2 **E)** 50 cm^2

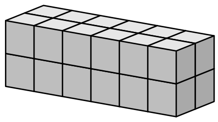
6. Trapecija padalyta į 5 lygius lygiašonius trikampius, kaip pavaizduota brėžinyje. Kiekvieno iš šių trikampių perimetras yra 40 cm, o trapecijos perimetras lygus 80 cm. Koks yra ilgesniojo trapecijos pagrindo ilgis?



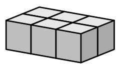
A) 15 cm **B)** 20 cm **C)** 30 cm **D)** 40 cm **E)** 45 cm

7. Šimtakojis turi 25 poras batų. Jis nori kiekvieną iš savo 100 kojų apauti vienu batu. Kiek dar batų jam reikia nusipirkti?
A) 15 **B)** 20 **C)** 35 **D)** 50 **E)** 75

8. Jonas ir Paulius turi po tiek pat kubelių ir iš jų visų sustatė po stačiakampį bloką. Pirmame paveikslėlyje pavaizduotas Jono blokas, o antrame paveikslėlyje – pirmasis Pauliaus bloko sluoksnis. Kelių sluoksnių bloką sustatė Paulius?



1 pav.



2 pav.

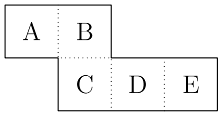
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

9. Į tuščius lentelės 2×2 langelius Tomas nori įrašyti tokius du natūraliuosius skaičius, kad visų lentelėje esančių skaičių sandauga būtų lygi 90. Keliais būdais Tomas gali užpildyti lentelę?

	5
2	

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 5 **E)** 9

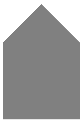
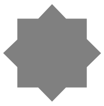
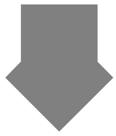
10. Lenkiant per taškines linijas, iš pavaizduotos išklotinės sulankstoma atvira dėžutė. Dėžutė pastatoma ant stalo atvira siena į viršų. Kuri siena atsiduria dėžutės apačioje?



A) A **B)** B **C)** C **D)** D **E)** E

Klausimai po 4 taškus

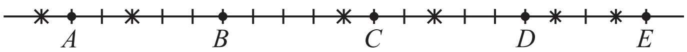
11. Kurios iš žemiau esančių figūrų negalima gauti suklijavus du vienodus popierinius kvadratus?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

12. Rima, Klementina ir Ieva dirba vaikų darželyje. Kiekvieną savaitės dieną nuo pirmadienio iki penktadienio dirba dvi iš jų. Rima dirba 3 dienas per savaitę, Klementina dirba 4 dienas per savaitę. Kiek dienų per savaitę dirba Ieva?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

13. Penkios voverės A, B, C, D ir E tupi vienoje tiesėje, kurioje yra 6 riešutai (pažymėti kryžiukais).



Voverės pradeda bėgti link artimiausio riešuto tą pačią akimirką ir bėga vienodu greičiu. Kai tik kuri nors voverė pačiumpa riešutą, ji pradeda bėgti prie kito artimiausio riešuto. Kuri voverė pačiups du riešutus?

A) A **B)** B **C)** C **D)** D **E)** E

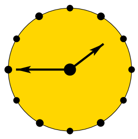
14. Klasėje yra 30 mokinių. Mokiniai sėdi poromis. Kiekvienas berniukas sėdi su mergaite, ir lygiai pusė mergaičių sėdi su berniukais. Kiek berniukų mokosi klasėje?

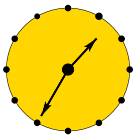
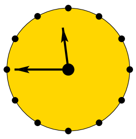
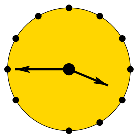
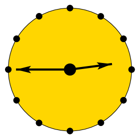
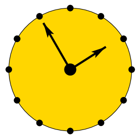
A) 25 **B)** 20 **C)** 15 **D)** 10 **E)** 5

15. Popieriaus juostelėje užrašytas skaičius 2581953764. Gražvydas sugalvojo taip dviejose vietose perkirpti juostelę, kad trijų gautų skaičių suma būtų mažiausia. Kam lygi ta suma?

A) 2675 **B)** 2975 **C)** 2978 **D)** 4217 **E)** 4298

16. Dovilė priešais veidrodį šukuojasi plaukus. Veidrodyje ji pamato laikrodžio atspindį (žr. pav.). Ką ji būtų pamačiusi, jei į laikrodžio atspindį veidrodyje būtų pažiūrėjusi prieš 10 minučių?



A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

17. Kiekviena močiutės katė kasdien gauna po skardinę kačių maisto. Močiutė savo keturioms katėms nupirko tiek kačių maisto, kad jo užtektų lygiai 12 dienų. Grįždama ji pamatė dvi benames kates ir parsivedė jas namo. Jei močiutė kasdien kiekvienai katei duos po skardinę kačių maisto, kelioms dienoms jo užteks?

A) 8 **B)** 7 **C)** 6 **D)** 5 **E)** 4

18. Kiekviena žodžio BENJAMIN raidė atitinka vieną iš skaitmenų 1, 2, 3, 4, 5, 6 arba 7. Skirtingos raidės atitinka skirtingus skaitmenis, tos pačios raidės – tuos pačius skaitmenis. Skaičius BENJAMIN yra nelyginis ir dalus iš trijų. Kokį skaitmenį reiškia raidė N?

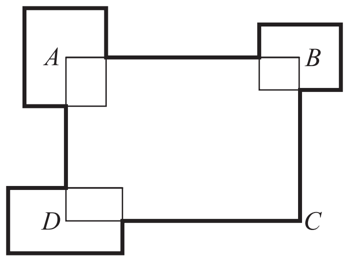
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 5 **E)** 7

(Benjamin – oficialus *Bičiulio* grupės pavadinimas.)

19. Matas, Morkus ir Lukas yra trynukai, o jų brolis Jonas yra 3 metais jaunesnis. Kuris iš žemiau išrašytų skaičių galėtų būti visų keturių brolių amžių suma?

A) 53 **B)** 54 **C)** 56 **D)** 59 **E)** 60

20. Stačiakampio $ABCD$ perimetras lygus 30 cm. Trijų mažesnių stačiakampių centrai sutampa su viršūnėmis A, B ir D (žr. pav.), o jų perimetrų suma yra 20 cm. Koks yra paryškintos linijos ilgis?



A) 50 cm **B)** 45 cm **C)** 40 cm **D)** 35 cm

E) Neįmanoma nustatyti

Klausimai po 5 taškus

21. Nobelio premijos laureatas Česlovas Milošas gimė XX amžiuje. Jo gimimo metų skaičiaus visų skaitmenų sandauga yra 9. Kuris teiginys neteisingas?

A) Jo gimimo metų skaitmenų suma yra 12 **B)** Jo gimimo metai yra nelyginis skaičius

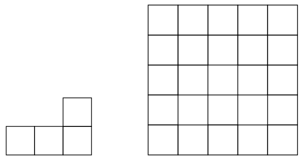
C) Jo gimimo metai dalijasi iš 3 **D)** Jo gimimo metai yra pirminis skaičius

E) Šiais metais minime 105-ąsias jo gimimo metines

22. Rytis surašė visus skaičius, pasižyminčius tokia savybe: pirmasis skaitmuo yra 1, kiekvienas kitas skaitmuo yra ne mažesnis už prieš jį esantį, o visų skaitmenų suma yra lygi 5. Kiek skaičių užrašė Rytis?

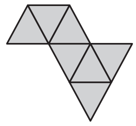
A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8

23. Kiek daugiausiai figūrų, pavaizduotų 1 pav., galima iškirpti iš kvadrato 5×5 (žr. 2 pav.)?
A) 2 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

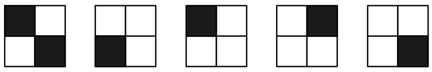

1 pav. 2 pav.

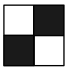
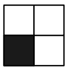
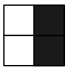
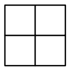
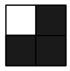
24. Petras atidarė blyninę. Jo draugas Jurgis davė Petrui keletą kvadratinių stalų ir kėdžių. Jei Petras prie kiekvieno stalo pastatytų po 4 kėdes, jam trūktų 6 kėdžių. Jei jis visus stalus sustumtų po du ir prie kiekvieno dvigubo stalo pastatytų po 6 kėdes, jam liktų 4 kėdės. Kiek stalų Petras gavo iš Jurgio?
A) 8 **B)** 10 **C)** 12 **D)** 14 **E)** 16

25. Rusnė nori sudėti didesnį trikampį iš mažų vienodų trikampių plytelių. Ji jau padėjo kelias plyteles taip, kaip parodyta paveikslėlyje. Kiek mažiausiai plytelių jai užtenka trikampiui užbaigti?
A) 5 **B)** 9 **C)** 12 **D)** 15 **E)** 18

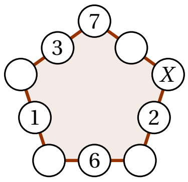


26. Kubas sudėtas iš 8 vienodo dydžio baltų ir juodų kubelių. Penkios kubo sienos pavaizduotos paveikslėlyje. Kaip atrodo šeštoji kubo siena?



A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

27. Sigutė įrašė po skaičių į 5 iš 10 skrituliukų kaip pavaizduota paveikslėlyje. Ji nori įrašyti skaičius į likusius 5 skrituliukus taip, kad kiekvienos penkiakampio kraštinės skaičių suma būtų ta pati. Kokį skaičių ji turi įrašyti į skrituliuką, pažymėtą raide X?
A) 7 **B)** 8 **C)** 11 **D)** 13 **E)** 15



28. Simboliai △, □ ir ○ atitinka 3 skirtingus skaitmenis. Sudėję triženklio skaičiaus ○□○ skaitmenis, gausime dviženklį skaičių □△. Sudėję dviženklio skaičiaus □△ skaitmenis, gausime vienženklį skaičių □. Kokį skaitmenį reiškia ○?
A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 8 **E)** 9

29. Senelis Vytautas nuo savo sodo medžių nuskynė 132 obuolius ir 204 kriaušes. Visus šiuos vaisius jis nori išdalyti vaikams, kiekvienam vaikui duodamas po tiek pat obuolių ir po tiek pat kriaušių. Kiek daugiausia vaikų senelis gali apdalyti vaisiais?
A) 4 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 6 **E)** 17

30. Dviejų triženklių skaičių visi 6 skaitmenys yra skirtingi. Antrojo skaičiaus pirmasis skaitmuo yra dvigubai didesnis už pirmojo skaičiaus paskutinį skaitmenį. Kokia gali būti mažiausia šių dviejų skaičių suma?
A) 552 **B)** 546 **C)** 301 **D)** 535 **E)** 537

Bičiulio užduočių sprendimai

1. (D) 9

! Sudėję pirmus keturis dėmenis gauname 9. Paskutinis dėmuo yra lygus 0, nes jo antras dauginamasis lygus 0. Taigi teisingas atsakymas yra **D**.

2. (E) Dvyliktadalį

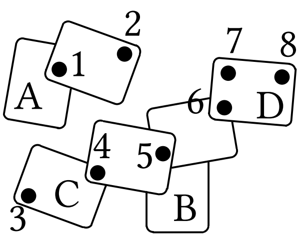
! Suskaičiuokime, į kiek dalių Mikas supjaustė picą. Pirmiausia jis supjaustė picą į 4 dalis, o tada kiekvieną iš tų dalių padalijo į 3 gabalėlius. Iš viso susidarė $4 \cdot 3 = 12$ gabalėlių. Vadinasi, vienas gabalėlis sudaro 1 dvyliktadalį visos picos. Teisingas atsakymas yra **E**.

3. (A) 2 cm, 3 cm, 5 cm

! Matome, kad sulankstytoji viela turėjo 10 lygių atkarpų. Vadinasi, vienos atkarpos ilgis lygus 1 cm. Pirmoji dalis sudaryta iš 3 atkarpų, antroji – iš 5, o trečioji – iš 2, taigi dalių ilgiai yra 3 cm, 5 cm ir 2 cm. Teisingas atsakymas yra **A**.

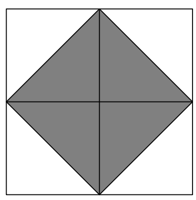
4. (C) 4

! Kai kuriuos atvirukus pažymėkime raidėmis A, B, C ir D, o visus magnetukus skaičiais nuo 1 iki 8, kaip parodyta paveikslėlyje. Lina tikrai negali nuimti nei pirmo, nei 5-to magnetukų, nes tada nukristų atvirukas A arba atvirukas B. Pirmas magnetukas laiko du atvirukus, o 5-tas – tris. Dar lieka du atvirukai C ir D, kurių niekaip neprispausi vienu magnetuku, vadinasi, ant šaldytuvo turi likti mažiausiai keturi magnetukai. Nuėmus 2-ą, 4-ą, 7-ą ir 8-ą magnetukus, nė vienas atvirukas nenukrenta. Taigi Lina daugiausiai gali nuimti keturis magnetukus.



5. (E) 50cm^2

! Padalykime didįjį kvadratą į 4 lygius kvadratėlius, kaip parodyta paveikslėlyje. Kiekvieno kvadratėlio pusė ploto yra užtušuota, vadinasi, ir didžiojo kvadrato pusė ploto yra užtušuota. Didžiojo kvadrato plotas yra $10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$. Tuomet Kotrynos nubraižyto mažesniojo kvadrato plotas yra $100 \text{ cm}^2 : 2 = 50 \text{ cm}^2$.



!! Mažesniojo kvadrato viršūnės yra didesniojo kvadrato kraštinių vidurio taškai, todėl nesunku suskaičiuoti mažesniojo kvadrato kraštinės ilgį pagal Pitagoro teoremą: $\sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$ cm. Taigi mažesniojo kvadrato plotas yra $(5\sqrt{2})^2 = 50 \text{ cm}^2$.

6. (C) 30 cm

! Pažymėkime lygiašonio trikampio šoninės kraštinės ilgį x, o pagrindą y. Tuomet trikampio perimetras lygus $2x + y = 40$, o trapecijos perimetras lygus $2x + 5y = 80$. Iš šių lygybių matome, kad $4y = 40$, t. y. $y = 10$. Vadinasi, trapecijos pagrindas lygus 30 cm.

7. (D) 50

! Šimtakojis turi $25 \cdot 2 = 50$ batų. Vadinasi, jam dar reikia nusipirkti $100 - 50 = 50$ batų.

8. (C) 4

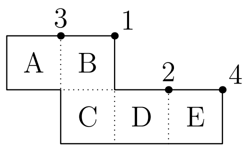
! Jono blokas yra sudarytas iš $2 \cdot 2 \cdot 6 = 24$ kubelių. Paulius turi tiek pat kubelių, o pirmasis jo bloko sluoksnis sudarytas iš 6 kubelių, todėl jis sustatė $24 : 6 = 4$ sluoksnių bloką.

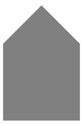
9. (C) 3

! Lentelėje jau yra antras ir trečias skaičiai, o jų sandauga lygi $2 \cdot 5 = 10$. Tomo įrašomų pirmo ir ketvirto skaičių sandauga turi būti lygi $90 : 10 = 9$. Tokią sandaugą galima sudaryti trimis būdais: $1 \cdot 9$, $3 \cdot 3$ ir $9 \cdot 1$. Taigi ir lentelę galima užpildyti trimis būdais. Teisingas atsakymas yra **C**.

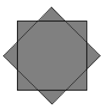
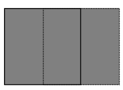
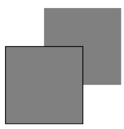
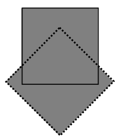
10. (B) B

! Įsivaizduokime, kaip lankstoma dėžutė. Perlenkus per taškinę liniją, esančia tarp sienų B ir C, o po to perlenkus per liniją tarp sienų C ir D, taškas 1 sutaps su tašku 2. Tada perlenkus per liniją, esančia tarp sienų D ir E, taškas 3 sutaps su 4. Taigi sienai B sienos A, C, D ir E yra gretimos (turi bendrą kraštinę). Bet dėžutėje tik apatinė siena turi keturias gretimas (kitos turi po tris gretimas sienas). Vadinasi, siena B yra dėžutės apačioje.



11. (A) 

! Peržvelgę atsakymus pastebime, kurias figūras galime gauti suklijavę du vienodus kvadratus:

B)  **C)**  **D)**  **E)** 

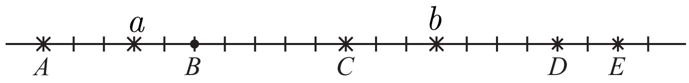
Palyginę **A** atsakymo figūrą su **E** atsakymo figūra, matome, kad **A** atsakymo figūros negalime gauti, nes **A** figūros „stogelio“ kraštinės yra trumpesnės už „pagrindo“ kraštinę.

12. C 3

! Rimos, Klementinos ir Ievos bendras darbo dienų skaičius yra $2 \cdot 5 = 10$ (kiekvieną dieną dirba dvi iš jų). Rima dirba 3 dienas, Klementina dirba 4 dienas, todėl Ieva dirba $10 - 3 - 4 = 3$ dienas.

13. C C

! Paveikslėlyje parodytos voverių buvimo vietos tuo metu, kai voverė A pačiumpa jai artimiausią riešutą.



Matome, kad tuo pat metu po riešutą pačiups voverės C, D ir E. Lieka 2 nepačiupti riešutai, pažymėti a ir b. Riešutą a paims voverė B, bet tai bus tik pirmasis jos riešutas. O riešutą b pačiups voverė C, ir tai bus jos antrasis riešutas. Taigi pirmoji du riešutus pačiups voverė C.

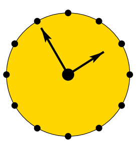
14. D 10

! Tik pusė mergaičių sėdi su berniukais, todėl mergaičių yra dvigubai daugiau, nei berniukų. Pažymėkime berniukų skaičių x. Tada klasėje yra $2x$ mergaičių. Išsprendę lygtį $x + 2x = 30$ randame berniukų skaičių $x = 10$.

15. B 2975

? Duotas skaičius turi 10 skaitmenų, todėl kad ir kaip Gražvydas karpytų juostelę, bent vienas gautas skaičius turės bent 4 skaitmenis. Nesunku pastebėti, kad mažiausias keturženklis skaičius, kurį jis gali iškirpti iš juostelės, yra 1953. Prie šio skaičiaus pridėjęs abu atkirptus skaičius, Gražvydas gaus $258 + 1953 + 765 = 2975$. Renkamės atsakymą **C**.

! Tarkime, kad Gražvydui pavyko sukarpyti juostelę taip, kad gautų trijų skaičių suma yra mažesnė už 2975. Didžiausias jo atkirptas skaičius turi būti keturženklis. Gražvydas galėjo iškirpti tik 2 keturženklius skaičius mažesnius už 2975: 1953 ir 2581. Iškirpęs 1953, jis gauna sumą 2975. Atkirpus 2581, Gražvydui lieka juostelė 953764. Kad ir kaip ją perkirptų, gautų skaičių suma viršys $2975 - 2581 = 349$. Taigi Gražvydas negali gauti sumos, mažesnės už 2975.

16. E 

! Šiame uždavinyje svarbiausia suvokti, kad veidrodžio atspindyje kairė susikeičia su dešine. Laikrodžio atspindyje minutinė rodyklė rodo į kairę, vadinasi, tikrame laikrodyje ji rodo į dešinę, t. y. minutinė rodyklė yra ties skaičiumi 3. Prieš 10 minučių ji buvo ties skaičiumi 1. Taigi prieš 10 minučių Dovilė būtų pamačiusi atsakyme **E** parodytą laikrodžio atspindį.

17. (A) 8

! Močiutė iš viso nupirko $12 \cdot 4 = 48$ skardines kačių maisto. Šešioms katėms maisto užteks $48 : 6 = 8$ dienoms.

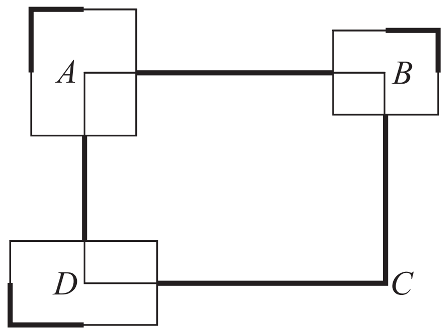
18. (D) 5

! Žodžio BENJAMI visos raidės yra skirtingos, taigi atitinkamų skaitmenų suma lygi $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$. Raidę N turi atitikti toks skaitmuo, kad 28+N dalytųsi iš 3, t. y. N atitinka 2 arba 5. Dvejetas negali atitikti raidės N, nes skaičius BENJAMIN yra nelyginis. Vadinasi, raidę N atitinka skaitmuo 5.

19. (A) 53

! Trynukų amžių pažymėkime x. Tada Jono amžius yra $x - 3$, o visų keturių brolių amžių suma yra $4x - 3$. Kitaip sakant, prie amžių sumos pridėjus 3, rezultatas turi dalytis iš 4. Vienintelis toks skaičius atsakymuose yra 53.

20. (C) 40 cm



! Jeigu stačiakampio $ABCD$ viršūnėse A, B ir D nukirptume „kampukus“ ir perkeltume juos į mažesniųjų stačiakampių viršūnes (kaip parodyta paveikslėlyje), paryškintų atkarpų ilgių suma išliktų tokia pati, kaip stačiakampio $ABCD$ perimetras – 30 cm. Iki visos paryškintos linijos, nurodytos uždavinio sąlygoje, beliktų kiekviename mažesniajame stačiakampyje pridėti po dar du „kampukus“. Jų ilgių suma yra lygi pusei stačiakampio perimetro, o visų „kampukų“, kuriuos pridėsime, ilgių suma bus pusė mažesniųjų stačiakampių perimetrų sumos – $20 : 2 = 10$ cm. Sudėję gauname $30 + 10 = 40$ cm. Renkamės atsakymą **C**.

!! Galima samprotauti kitaip. Sąlygos paveikslėlyje matome didįjį stačiakampį, tris vidutinius ir tris mažiausius stačiakampius. Visų paveikslėlio atkarpų ilgių suma yra $30 + 20 = 50$ cm. Paryškintą laužtę gausime iš visų atkarpų išmetę mažųjų stačiakampių kraštines. Bet mažųjų stačiakampių kraštinės, taigi ir perimetrai, dukart trumpesnės už vidutiniųjų. Vadinasi, jų perimetrų suma yra $\frac{1}{2} \cdot 20 = 10$ cm, o paryškintos laužtės ilgis lygus $50 - 10 = 40$ cm.

21. (D) Jo gimimo metai yra pirminis skaičius.

! Klausimas „Kuris teiginys neteisingas?“ netiesiogiai pasako, kad vienas teiginys yra neteisingas, o kiti keturi teisingi. Pastebėkime, kad jei pirminis skaičius p yra didesnis už 3, tai p nesidalija iš 3 ir jo skaitmenų suma negali būti lygi 12. Vadinasi, jei teiginys **D** būtų teisingas, tai būtų neteisingi teiginiai **A** ir **C**. Taigi teiginys **D** yra neteisingas.

!! Galime patikrinti visus atsakymus. Česlovas Milošas gimė XX amžiuje, todėl antras jo gimimo metų skaitmuo yra 9. Kadangi visų jo gimimo metų skaitmenų sandauga yra 9, tai pirmas, trečias ir ketvirtas skaitmenys lygūs 1. Išsiaiškinome, kad Česlovas Milošas gimė 1911 metais. Patikrinkime visus teiginius:

A) Skaitmenų suma $1 + 9 + 1 + 1 = 12$, taigi teiginys **A** teisingas.

B) 1911 yra nelyginis skaičius, taigi teiginys **B** teisingas.

C) Kadangi skaičiaus 1911 skaitmenų suma lygi 12, tai skaičius dalijasi iš 3, taigi teiginys **C** teisingas.

D) Skaičius 1911 dalijasi iš 3, todėl teiginys **D** neteisingas.

E) $2016 - 1911 = 105$, taigi teiginys **E** teisingas.

Vadinasi, reikia rinktis atsakymą **D**.

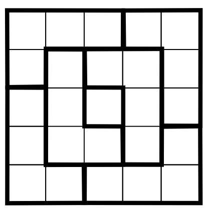
22. (B) 5

! Paskutinis skaičiaus skaitmuo turi būti mažesnis už 5, nes kitaip skaitmenų suma būtų didesnė už 5. Paskutinį skaitmenį, lygų 4, turi tik vienas skaičius – 14. Jei paskutinis skaitmuo yra 3, tai viduriniams skaitmenims lieka $5 - 3 - 1 = 1$. Vadinasi, skaičius triženklis ir lygus 113. Kai paskutinis skaitmuo lygus 2, tai viduriniai skaitmenys gali būti tik 1 ir 2. Bet jų suma lygi $5 - 1 - 2 = 3$, vadinasi, tai skaitmuo 2 arba skaitmenys 1 ir 1, – 122 ir 1112. Paskutinį skaitmenį, lygų 1, turi tik vienas skaičius – 11111. Taigi Rytis užrašė 5 skaičius.

23. (D) 6

? Pirmame paveikslėlyje parodyta figūra sudaryta iš 4 kvadratėlių. Antrame paveikslėlyje pavaizduotas kvadratas sudarytas iš 25 kvadratėlių. Taigi iš kvadrato galima iškirpti ne daugiau kaip 6 figūras. Renkamės atsakymą **D**

! Paveikslėlyje parodytas vienas iš būdų kaip iš kvadrato iškirpti 6 figūras.

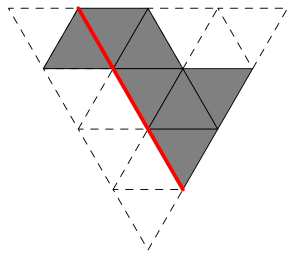


24. (B) 10

! Tarkime, kad Jurgis davė x stalų. Jei Petras prie stalo statytų po 4 kėdes, tai jam reikėtų $4x$ kėdžių, bet jis turi tik $4x - 6$ kėdes. Sustūmus stalus po 2, viena vieta prie kiekvieno stalo dingsta (jos vietą užima pristumtas stalas). Taigi jei Petras statytų prie stalo po 3 kėdes, tai jam liktų 4. Vadinasi, jis turi $3x + 4$ kėdes. Sulyginę gauname lygtį $4x - 6 = 3x + 4$. Išsprendę randame $x = 10$.

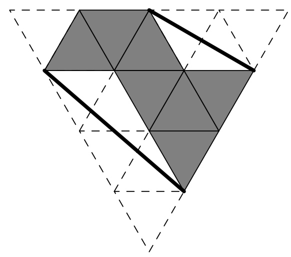
25. (B) 9

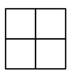
? Tarkime, kad trikampės plytelės kraštinės ilgis yra 1. Rusnės dėlionė sudėta iš 7 plytelių. Trikampis, kurio kraštinės ilgis lygus 2, būtų sudėtas iš 4 plytelių, taigi iš Rusnės plytelių turime dėlioti didesnį trikampį. Trikampis, kurio kraštinės ilgis lygus 3, būtų sudėtas iš 9 plytelių, tačiau tokio trikampio sudėlioti nepavyksta. Užtat pavyksta sudėlioti trikampį, kurio kraštinės ilgis yra 4 (žr. paveikslėlį). Suskaičiuojame, kad jam reikia pridėti 9 plyteles, todėl renkamės atsakymą **B**.



! Įsitikinkime, kad tikrai neįmanoma sudėti trikampio, kurio kraštinės ilgis lygus 3. Kai kurios iš Rusnės sudėliotų plytelių sudaro atkarpą, kurios ilgis 3 (paveikslėlyje pažymėta raudona linija). Pastebime, kad ši atkarpa negali būti trikampio kraštinė, nes abiejose jos pusėse yra padėta bent po vieną plytelę. Vadinasi, raudonoji atkarpa bus didžiojo trikampio viduje, lygiagreti vienai iš jo kraštinių. Taigi ši atkarpa bus tikrai trumpesnė už trikampio kraštinę, todėl neįmanoma iš Rusnės dėlionės sudėti trikampio, kurio kraštinės ilgis lygus 3.

!! Kad ir kokį sudėtume trikampį, jis dengs išvestas papildomas linijas, taigi ir gautą penkiakampį. Penkiakampio plotas yra $7+\frac{1}{2}4+\frac{1}{2}2 = 10$ trikampių (nes prisidėjo po pusę keturkampių). Vadinasi, penkiakampį dengiančio trikampio kraštinė didesnė už 3. (Matematikoje tas penkiakampis vadinamas pradinės figūros *iškiliuoju apvalkalu*.)



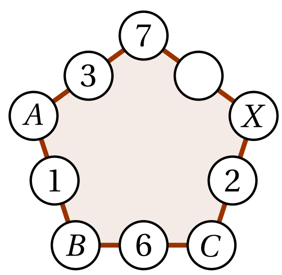
26. (D) 

! Kube kiekvieno kubelio matosi 3 sienos. Vadinasi, bendras baltų kubelių sienų skaičius dalijasi iš 3. Pavaizduotose penkiose kubo sienose yra 14 baltų kubelių sienų. Likusioje, šeštoje, sienoje turi būti arba 1 arba 4 baltos sienos. Bet jokie du juodi kubeliai nėra greta, nes bent vienoje iš penkių pavaizduotų sienų jie būtų greta. Taigi vienintelis atsakymas, tenkinantis šiuos reikalavimus, yra **D**.

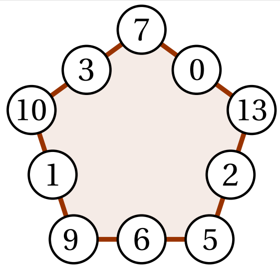
Kubą su pavaizduotomis sienomis tikrai galima sudėti: apatinį sluoksnį sudėkime iš 4 baltų kubelių, o viršutinį – iš 2 juodų ir 2 baltų taip, kad vienspalviai kubeliai neturėtų bendros sienos.

27. (D) 13

? Pažymėkime tris tuščius skrituliukus raidėmis A, B ir C (žr. pav.). Tada $A+3+7 = A+1+B$. Išsprendę lygtį gauname, kad $B = 9$. Sudarome lygtį kitoms dviems kraštinėms: $9+6+C = C+2+X$. Iš čia gauname, kad $X = 13$.



! Nesunku įsitikinti, kad į likusius skrituliukus galima įrašyti tokius skaičius, kad kiekvienos penkiakampio kraštinės skaičių suma būtų ta pati (žr. pav).



28. E 9

! Kadangi $\square + \triangle = \square$, tai $\triangle = 0$. Triženklio skaičiaus skaitmenų suma ne didesnė už 27, todėl $\square\triangle = 10$ arba $\square\triangle = 20$. Skaičiaus $\bigcirc\square\bigcirc$ skaitmenų suma yra lyginis skaičius, todėl $\square = 2$. Išsprendę lygtį $\bigcirc + 2 + \bigcirc = 20$, gauname, kad $\bigcirc = 9$.

29. C 12

! Tam, kad kiekvienas vaikas gautų po tiek pat obuolių ir po tiek pat kriaušių, reikia, kad 132 ir 204 dalytųsi iš vaikų skaičiaus. $132 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$, o $204 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 17$. Didžiausias skaičius, iš kurio dalijasi ir 132, ir 204, yra 12.

30. E 537

! Duotus triženklius skaičius užrašykime taip: $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$ ir $2 \cdot c \cdot 100 + d \cdot 10 + e$. Jų suma lygi $(a+2c) \cdot 100 + (b+d) \cdot 10 + c + e$. Ši suma bus mažiausia, kai šimtų skaitmenų suma $a + 2c$ bus mažiausia. Jei $c = 1$, tai $2c = 2$, ir mažiausias galimas a yra lygus 3, o $a + 2c = 5$. Jei $c = 2$, tai $2c = 4$, tai mažiausias galimas a yra 1 ir vėl $a + 2c = 5$. Kai $c > 2$, tai $a + 2c > 6$, todėl šių atvejų galime nebenagrinėti.

Dabar žiūrėkime, kuriuo atveju dešimčių skaitmenų suma $b + d$ bus mažiausia. Kai $c = 1$, $2c = 2$ ir $a = 3$, mažiausi galimi dešimčių skaitmenys gali būti 4 ir 0, o $4 + 0 = 4$. Kai $c = 2$, $2c = 4$ ir $a = 1$, mažiausi galimi dešimčių skaitmenys gali būti 3 ir 0, o $3 + 0 = 3 < 4$. Tuomet mažiausias galimas e yra 5 ir visa suma $(a+2c) \cdot 100 + (b+d) \cdot 10 + c + e = 5 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 2 + 5 = 537$.

Atsakymai

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	D
2	E
3	A
4	C
5	E
6	C
7	D
8	C
9	C
10	B
11	A
12	C
13	C
14	D
15	B
16	E
17	A
18	D
19	A
20	C
21	D
22	B
23	D
24	B
25	B
26	D
27	D
28	E
29	C
30	E