Kengura 2013

Tarptautinio matematikos konkurso užduotys ir sprendimai

Bičiulis

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS

KENGŪRA 2013

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius ir sudarytojas
Paulius Šarka

Redaktorius
Juozas Mačys

Maketavimas
Paulius Šarka

Turinys

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra ne ką daugiau kaip 30, o jaunesnių klasių mokiniams dar mažiau (tiesa, labai nekasdienių) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: *jie neturi kur dėtis, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus.* Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi kur dėtis šitokioje *pramogų gadynėje*.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia, nors ir įveikiami, bet kartu ir labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali *užsikabinti* pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 53000 Lietuvos mokinių, dalyvavusių konkurse 2013 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

75 lemtingos darbo minutės kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos įrodydamos, kad galvą laužyti prasmingai, kad ir matematikos užduotis besprendžiant, galima patiriant žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik konkurso dalyvių – 1–12 klasių *kengūriukų* – atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip kinta milijonų sprendėjų požiūris į tai, kokia gi būna (šmaikšti) užduotis ir iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali *sukristi* jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai.

Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Matematikos ir informatikos institutas bei Vilniaus universitetas, o nenutylint žmonių pirmiausiai reikėtų paminėti – čia būtent tas atvejis, kai nutylėti būtų nepadoru – Lietuvos matematikos olimpiadų patriarchą Juozą Juvencijų Mačį bei ŠMM vyriausiąją matematikos specialistę Marytę Skakauskienę.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek *kengūriniuose* (matematiškai sportiniuose), tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis pagrindinėmis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2013metų kovo 21 dieną keliavo ir gausiai sprendė 5–6 klasių (*Bičiulio* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintieji pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse–žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Romualdas Kašuba ir Aivaras Novikas

Bičiulis, 5 klasė, 50 geriausiųjų

Ernestas Ramanauskas,	Progimnazija „Magis“,	Vilniaus m.,	150,00
Juozapas Ivanauskas,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	133,75
Tadas Virbickas,	Jeruzalės vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	132,50
Jonas Gajdosihas,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	131,25
Benas Ranauskas,	Šilutės Martyno Jankaus pagrindinė mokykla,	Šilutės r.,	127,50
Matas Remeika,	„Vilnies“ pagrindinė mokykla,	Vilniaus m.,	126,25
Robert Kovalevski,	Bezdonių Julijaus Slovackio vidurinė mokykla,	Vilniaus r.,	126,25
Dominykas Marma,	Jėzuitų gimnazija,	Kauno m.,	125,00
Joris Gagilas,	Žvėryno gimnazija,	Vilniaus m.,	125,00
Ernestas Liekis,	Progimnazija „Magis“,	Vilniaus m.,	123,75
Emilija Palivonaitė,	Mikalojaus Daukšos vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	122,50
Agnė Gudauskaitė,	Marijampolės marijonų gimnazija,	Marijampolės sav.,	121,25
Arnas Vyšniauskas,	Žemynos progimnazija,	Vilniaus m.,	121,25
Gabrielė Jonauskaitė,	Simono Stanevičiaus vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	121,25
Mantas Liagas,	Skriaudžių pagrindinė mokykla,	Prienų r.,	119,75
Vincas Turskis,	KTU Vaižganto progimnazija,	Kauno m.,	118,75
Juozapas Rokas Čypas,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	118,50
Aneta Jaglinska,	Simono Konarskio vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	117,50
Tadas Laiškonis,	„Ąžuolo“ pagrindinė mokykla,	Panevėžio m.,	116,25
Dominika Uvarova,	Bezdonių Julijaus Slovackio vidurinė mokykla,	Vilniaus r.,	115,00
Tadas Šopis,	Vaškų vidurinė mokykla,	Pasvalio r.,	115,00
Juozas Murinas,	Panevėžio Rožyno pagrindinė mokykla,	Panevėžio m.,	112,50
Martynas Aušrota,	Kazlų Rūdos pagrindinė mokykla,	Kazlų Rūdos sav.,	112,50
Simonas Druskis,	Emilijos Pliaterytės progimnazija,	Vilniaus m.,	112,25
Andrius Pečiulis,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	111,25
Ingrida Pliaterytė,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	111,25
Joris Benjaminas Rimkevičius,	Seredžiaus S. Šimkaus pagrindinė mokykla,	Jurbarko r.,	111,25
Lukrecija Parnarauskaitė,	Širvintų „Atžalyno“ progimnazija,	Širvintų r.,	111,25
Benas Simanavičius,	„Vilties“ pagrindinė mokykla,	Panevėžio m.,	111,00
Viktorija Kuldoš,	Šalčininkų Lietuvos tūkstantmečio gimnazija,	Šalčininkų r.,	110,00
Redas Ališauskas,	Ukmergės „Šilo“ pagrindinė mokykla,	Ukmergės r.,	109,75
Marius Davidavičius,	Jėzuitų gimnazija,	Kauno m.,	108,75
Matas Zinkevičius,	Žvėryno gimnazija,	Vilniaus m.,	108,75
Kotryna Jankauskaitė,	Marijampolės „Ryto“ pagrindinė mokykla,	Marijampolės sav.,	108,50
Rapolas Lisonka,	Jonavos Justino Vareikio pagrindinė mokykla,	Jonavos r.,	108,50
Donata Snieškaitė,	„Vilties“ pagrindinė mokykla,	Panevėžio m.,	107,50
Simonas Burkovskis,	Šv. Kristoforo progimnazija,	Vilniaus m.,	107,50
Matas Urbonas,	Žvėryno gimnazija,	Vilniaus m.,	106,25
Vitalij Fokin,	„Pajūrio“ pagrindinė mokykla,	Klaipėdos m.,	106,25
Adomas Sidaravičius,	KTU Vaižganto progimnazija,	Kauno m.,	105,00
Daniil Strelan,	Sofijos Kovalevskajos vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	105,00
Andrėja Juškaitė,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	104,50
Simas Kontrimas,	Mažeikių Senamiesčio pagrindinė mokykla,	Mažeikių r.,	104,50
Martynas Strazdas,	Žvėryno gimnazija,	Vilniaus m.,	103,75
Petras Lapukas,	Petro Vileišio progimnazija,	Vilniaus m.,	103,75
Tomas Lugauskas,	Daugų Vlado Mirono gimnazija,	Alytaus r.,	103,75
Meda Grondskytė,	Juozo Grušo meno vidurinė mokykla,	Kauno m.,	103,25
Beatričė Malinauskaitė,	Kazimiero Paltaroko gimnazija,	Panevėžio m.,	102,50
Rokas Urbonas,	Jėzuitų gimnazija,	Kauno m.,	102,50
Rokas Božaitis,	Eržvilko gimnazija,	Jurbarko r.,	102,50

Bičiulis, 6 klasė, 50 geriausiųjų

Ainas Beinakaraitis,	Marijampolės marijonų gimnazija,	Marijampolės sav.,	150,00
Tomas Ervinas Trusovas,	Šolomo Aleichemo gimnazija,	Vilniaus m.,	146,25
Julija Paliulionytė,	Martyno Mažvydo progimnazija,	Vilniaus m.,	145,00
Tomas Šveikauskis,	„Ryto“ vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	143,75
Ugnė Alaburdaitė,	Prienų „Revuonos“ vidurinė mokykla,	Prienų r.,	138,75
Dovydas Kaunietis,	Pilėnų vidurinė mokykla,	Kauno m.,	137,50
Mindaugas Parnarauskas,	Petro Vileišio progimnazija,	Vilniaus m.,	131,25
Augustas Mačijauskas,	„Ąžuolo“ katalikiškoji vidurinė mokykla,	Kauno m.,	130,00
Medardas Meškuotis,	Ukmergės Dukstynos pagrindinė mokykla,	Ukmergės r.,	130,00
Aidas Jonynas,	Akademijos Ugnės Karvelis gimnazija,	Kauno r.,	126,25
Audrius Mardosas,	Zarasų Pauliaus Širvio progimnazija,	Zarasų r.,	123,75
Justė Zdobaitė,	Vilniaus „Ąžuolyno“ progimnazija,	Vilniaus m.,	123,75
Milda Navickaitė,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	123,75
Ričardas Navickas,	„Romuvos“ progimnazija,	Šiaulių m.,	123,75
Domantas Stanionis,	Jono Basanavičiaus gimnazija,	Kauno m.,	122,50
Nojus Pakėnas,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	122,50
Ignas Jakštas,	Jėzuitų gimnazija,	Kauno m.,	121,25
Katažyna Jankovska,	Bezdonių Julijaus Slovackio vidurinė mokykla,	Vilniaus r.,	121,25
Ignas Valatka,	Gedminų pagrindinė mokykla,	Klaipėdos m.,	118,75
Vilius Jaskelevičius,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	118,75
Luknė Kraujelytė,	Molėtų pagrindinė mokykla,	Molėtų r.,	118,50
Andrius Zmejevskis,	Trakų Vytauto Didžiojo gimnazija,	Trakų r.,	117,50
Gabrielius Baltrūnas,	Rokiškio Juozo Tūbelio progimnazija,	Rokiškio r.,	117,50
Gediminas Lelešius,	Kaišiadorių Vaclovo Giržado progimnazija,	Kaišiadorių r.,	117,50
Kipras Stulginskas,	Tuskulėnų vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	117,50
Mantas Auruškėvičius,	Jono Basanavičiaus progimnazija,	Vilniaus m.,	117,50
Andrius Pukšta,	Šv. Kristoforo progimnazija,	Vilniaus m.,	117,25
Lukas Dundulis,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	117,25
Airidas Kutra,	Kėdainių „Aušros“ mokykla,	Kėdainių r.,	116,25
Greta Gataveckaitė,	„Volungės“ pagrindinė mokykla,	Alytaus m.,	116,25
Ugnius Kleiba,	Eduardo Balsio menų gimnazija,	Klaipėdos m.,	116,25
Gabija Lesauskaitė,	Klaipėdos licėjus,	Klaipėdos m.,	116,00
Marius Jasiūnas,	Jurbarko Naujamiesčio vidurinė mokykla,	Jurbarko r.,	115,75
Goda Globytė,	Raseinių Šaltinio pagrindinė mokykla,	Raseinių r.,	115,00
Julijus Rancevas,	Vilniaus tarptautinė Meridiano mokykla,	Vilniaus m.,	115,00
Kasparas Jankevičius,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	115,00
Naglis Pilkionis,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	115,00
Tautvydas Jasiūnas,	Kamajų Antano Strazdo gimnazija,	Rokiškio r.,	115,00
Tomas Genčauskis,	Gegužių progimnazija,	Šiaulių m.,	115,00
Justinas Skurkis,	„Žiburio“ vidurinė mokykla,	Kauno m.,	114,75
Damian Michalczonok,	Juzefo Ignacijaus Kraševskio vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	113,75
Domas Sakavičius,	Dainavos pagrindinė mokykla,	Alytaus m.,	113,75
Ignas Kiudulas,	Jono Basanavičiaus progimnazija,	Vilniaus m.,	113,75
Laura Pučkoriūtė,	Mažvydo progimnazija,	Klaipėdos m.,	113,75
Simonas Babilius,	Vilniaus Antakalnio progimnazija,	Vilniaus m.,	113,75
Titas Jukšta,	Salduvės progimnazija,	Šiaulių m.,	113,75
Darius Staugas,	Grigiškių „Šviesos“ gimnazija,	Vilniaus m.,	112,50
Deividas Vicinskis,	„Ateities“ vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	112,50
Edvinas Juozapaitis,	Naujosios Akmenės „Saulėtekio“ progimnazija,	Akmenės r.,	112,50
Gustė Paškevičiutė,	„Ąžuolo“ katalikiškoji vidurinė mokykla,	Kauno m.,	112,50
Nedas Našlėnas,	Kėdainių „Ryto“ pagrindinė mokykla,	Kėdainių r.,	112,50
Urtė Širmulytė,	Raudondvario gimnazija,	Kauno r.,	112,50

Tarptautinis matematikos konkursas
KENGŪRA

Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą.*
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės (gimnazijos klasės - G1, ... , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*.

Pavyzdys: **Pavardė** P A V A R D E N I S

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys: ☒

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras

Mokyklos pavadinimas

Kalba

Lietuvių ☐
Lenkų ☐
Rusų ☐
Anglų ☐

Klasė	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9(G1)**	**10(G2)**	**11(G3)**	**12(G4)**
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

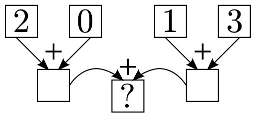
	A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐	☐
11	☐	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐	☐
13	☐	☐	☐	☐	☐
14	☐	☐	☐	☐	☐
15	☐	☐	☐	☐	☐
16	☐	☐	☐	☐	☐
17	☐	☐	☐	☐	☐
18	☐	☐	☐	☐	☐
19	☐	☐	☐	☐	☐
20	☐	☐	☐	☐	☐
21	☐	☐	☐	☐	☐
22	☐	☐	☐	☐	☐
23	☐	☐	☐	☐	☐
24	☐	☐	☐	☐	☐
25	☐	☐	☐	☐	☐
26	☐	☐	☐	☐	☐
27	☐	☐	☐	☐	☐
28	☐	☐	☐	☐	☐
29	☐	☐	☐	☐	☐
30	☐	☐	☐	☐	☐

PASTABOS

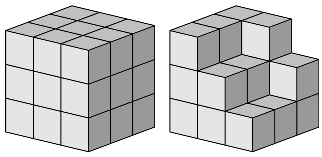
1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o klaidingas atsakymas vertinamas minus 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

2013 m. konkurso užduočių sąlygos

Klausimai po 3 taškus

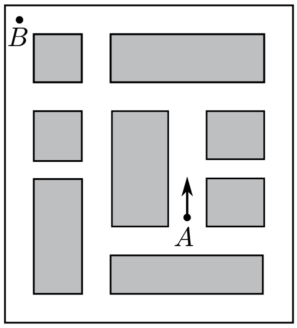


1. Į sumavimo mašiną (žr. pav.) įdedame skaičius 2, 0, 1, 3. Kokį rezultatą gausime klaustuku pažymėtame kvadratėlyje?
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6



2. Natalija nori sudėti kairiajame paveikslėlyje pavaizduotą kubą. Deja, jai pritrūko mažųjų kubelių, ir pavyko sudėti tik kubo dalį, pavaizduotą dešiniajame paveikslėlyje. Kiek kubelių trūksta Natalijai, kad pabaigtų dėti kubą?
A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

3. Vaikai išėjo pasivaikščioti. Kol Martynas padaro 9 žingsnius, Dovydas padaro 8, o Paulius– 7. Martynas per minutę padaro 90 žingsnių. Kiek žingsnių padarys visi vaikai kartu per 10 minučių truksiantį pasivaikščiojimą?
A) 240 **B)** 2013 **C)** 2400 **D)** 2700 **E)** 900



4. Tomas mokosi vairuoti. Jis jau sugeba pasukti į dešinę, bet dar nemoka pasukti į kairę. Kiek mažiausiai posūkių jis turės padaryti, norėdamas iš taško A patekti į tašką B, pradėjęs važiuoti nurodyta kryptimi (žr. pav.)?
A) 3 **B)** 4 **C)** 6 **D)** 8 **E)** 10

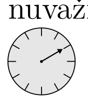
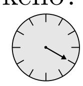
5. Artūro, Ramūno ir Pauliaus amžių suma yra 31 metai. Kokia bus jų amžių suma po trejų metų?
A) 32 **B)** 34 **C)** 35 **D)** 37 **E)** 40

6. Kokius vienodus skaitmenis reikia įrašyti į visus tris reiškinio $\square\square \cdot \square = 176$ langelius, kad daugybos veiksmas būtų atliktas teisingai?
A) 6 **B)** 4 **C)** 7 **D)** 9 **E)** 8

7. Autobusai iš stotelės išvažiuoja kas 15 minučių. Pirmas autobusas iš stotelės išvažiavo 11:05. Kada išvažiuos ketvirtas?
A) 11:40 **B)** 11:50 **C)** 11:55 **D)** 12:00 **E)** 12:05

8. Vieną popietę Onutė praleido važiuodama dviračiu. Ji važiavo pastoviu greičiu, o jai pradedant ir baigiant pasivažinėjimą rankinio laikrodžio rodyklės buvo pavaizduotose padėtyse:

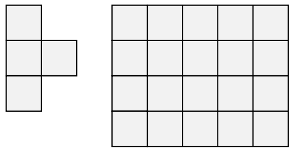
Kokioje padėtyje buvo laikrodžio minutinė rodyklė, kai Onutė buvo nuvažiavusi trečdalį kelio?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

9. Skaičius 36 dalijasi iš savo paskutiniojo skaitmens (lygaus 6), o skaičius 38 iš savo paskutiniojo skaitmens (lygaus 8) nesidalija. Kiek yra skaičių, didesnių už 20 ir mažesnių už 30, kurie dalijasi iš savo paskutiniojo skaitmens?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

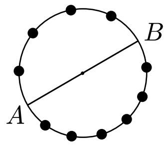
10. Evita turi daug tokių detalių, kaip pavaizduota paveikslėlyje. Ji bando kiek įmanoma daugiau jų sudėti į stačiakampį 4×5. Detalės negali dengti viena kitos. Kiek daugiausia detalių Evita gali sudėti į stačiakampį?



A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

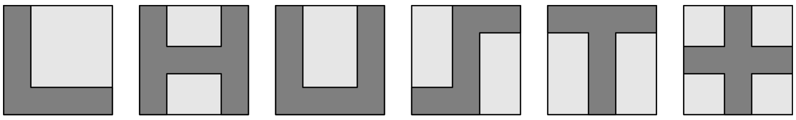
Klausimai po 4 taškus

11. Apskritime pažymėta 10 taškų (žr. pav.). Kiek galima nubrėžti atkarpų, jungiančių du pažymėtus taškus ir nekertančių skersmens AB?



A) 10 **B)** 20 **C)** 21 **D)** 25 **E)** 15

12. Marytė ant kvadratinių popieriaus lapų nupiešė šešias pavaizduotas figūras. Kelių iš nupieštų figūrų perimetras yra toks pat, kaip ir kvadratinio lapo, ant kurio figūros buvo piešiamos?

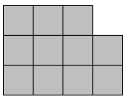
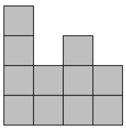
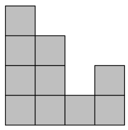
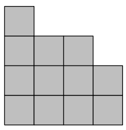


A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

13. Jonas iš kubelių sudėjo statinį. Paveikslėlyje greta pavaizduotas statinio vaizdas iš viršaus. Ant kiekvieno viršutinio kubelio užrašytasis skaičius nurodo, kelių kubelių aukščio yra atitinkamas bokštas. Kokį vaizdą matys Jonas, žiūrėdamas į statinį?

4	2	3	2
3	3	1	2
2	1	3	1
1	2	1	2

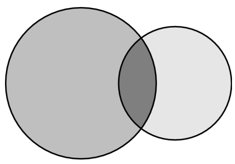
Jonas

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

14. Žvejys Matas apžiūrinėja laimikį. Jei jis būtų pagavęs tris kartus daugiau žuvų, tai turėtų dvylika žuvų daugiau nei turi. Kiek žuvų pagavo Matas?

A) 7 **B)** 6 **C)** 5 **D)** 4 **E)** 3

15. Nubrėžęs du apskritimus, Mikas gavo figūrą, susidedančią iš trijų dalių (žr. pav.). Iš kiek daugiausia dalių susidedančią figūrą gali gauti Mikas, nubrėžęs du kvadratus?

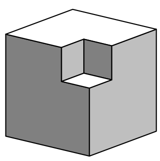


A) 3 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 8 **E)** 9

16. Rinkimuose dalyvavo penki kandidatai ir balsavo 36 žmonės. Visi penki kandidatai gavo po skirtingą balsų skaičių. Laimėtojas gavo 12 balsų, o paskutinėje vietoje likęs gavo 4 balsus. Kiek balsų galėjo gauti antrą vietą užėmęs kandidatas?

A) Tik 8 **B)** 8 arba 9 **C)** Tik 9 **D)** 9 arba 10 **E)** Tik 10

17. Medinio kubo briaunos ilgis lygus 3. Iš kubo kampo išpjovėme vieną kubelį, kurio kraštinės ilgis yra 1 (žr. paveikslėlį). Gauta detalė turi 9 sienas. Kiek sienų turėtų detalė, jei po tokį patį kubelį išpjautume iš kiekvieno kubo kampo?



A) 16 **B)** 20 **C)** 24 **D)** 30 **E)** 36

18. Keliais būdais skaičių 50 galima užrašyti kaip dviejų dviženklių skaičių skirtumą?
A) 40 **B)** 30 **C)** 50 **D)** 60 **E)** 10

19. Ledo ritulio turnyro finale buvo gausu įvarčių. Per pirmąjį kėlinį iš viso buvo įmušti net 6 įvarčiai, ir jam pasibaigus pirmavo svečių komanda. Per antrąjį kėlinį namų komanda įmušė tris įvarčius ir išplėšė pergalę. Kiek iš viso įvarčių įmušė namų komanda?
A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

20. Į lentelės 4×4 langelius skaičiai surašyti taip, kad gretimuose (turinčiuose bendrą kraštinę) langeliuose esančių skaičių skirtumas lygus 1. Lentelės viršutiniame kairiajame langelyje yra įrašytas skaičius 3 (žr. pav.). Taip pat žinoma, kad kažkuriame kitame lentelės langelyje yra įrašytas skaičius 9. Kiek iš viso skirtingų skaičių yra lentelėje?

3			

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8

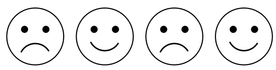
Klausimai po 5 taškus

21. Adas, Benas ir Domas visuomet meluoja. Kiekvienas iš jų turi arba raudoną, arba žalią akmenėlį. Adas sako: „Mano akmenėlis tokios pat spalvos kaip ir Beno“. Benas sako: „Mano akmenėlis tokios pat spalvos kaip ir Domo“. Domas sako: „Lygiai du iš mūsų turi po raudoną akmenėlį“. Kuris iš žemiau išvardytų teiginių yra teisingas?
A) Ado akmenėlis žalias **B)** Beno akmenėlis žalias **C)** Domo akmenėlis raudonas
D) Ado ir Domo akmenėliai skirtingų spalvų **E)** Teiginiai **A**–**D** klaidingi

22. Konkurse „Mis Katė 2013“ dalyvavo 66 katės. Po pirmojo etapo 21 katė iškrito, nes nesugebėjo pagauti pelės. Iš likusių kačių 27 buvo dryžuotos ir 32 turėjo vieną juodą ausį. Visos dryžuotos katės viena juoda ausimi galiausiai pateko į finalą. Koks mažiausias įmanomas finalo dalyvių skaičius?
A) 5 **B)** 7 **C)** 13 **D)** 14 **E)** 27

23. Ūla nusipirko šokolado plytelę ir grįžusi namo dalį jos suvalgė. Į svečius užsukusi Alė suvalgė ketvirtadalį likusios dalies. Kartu jos suvalgė pusę šokolado plytelės. Kokią dalį visos šokolado plytelės suvalgė Alė?
A) $\frac{1}{2}$ **B)** $\frac{1}{5}$ **C)** $\frac{1}{6}$ **D)** $\frac{1}{8}$ **E)** $\frac{1}{12}$

24. Paveikslėlyje pavaizduoti keturi mygtukai – du linksmi ir du liūdni. Paspaudus mygtuką, jo nuotaika pasikeičia į priešingą (t.y. liūdnas mygtukas tampa linksmu ir atvirkščiai). Be to, į priešingą pasikeičia ir greta jo esančių mygtukų nuotaika. Kelių mažiausiai reikia paspaudimų, kad visi mygtukai taptų linksmi?

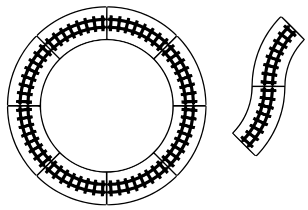


A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

25. 40 berniukų ir 28 mergaitės stovi ratu, susikibę už rankų. Lygiai 18 berniukų yra savo dešinę ranką padavę mergaitei. Keli berniukai yra padavę mergaitei savo kairę ranką?
A) 18 **B)** 9 **C)** 28 **D)** 14 **E)** 20

26. Kiek yra triženklių skaičių, iš kurių atėmę 297 gausime triženklį skaičių iš tų pačių skaitmenų kaip pradinis, tik surašytų atvirkščia tvarka?
A) 6 **B)** 7 **C)** 10 **D)** 60 **E)** 70

27. Jurgis ir Jonas rado savo seną žaislinį geležinkelį. Jurgis iš karto sudėjo apskritimo formos kelią iš 8 geležinkelio dalių (žr. kairįjį paveikslėlį). Jonas nori sudėti kitokį kelią ir pradeda nuo sujungtų dviejų dalių (žr. dešinįjį paveikslėlį). Jis nori sudėti uždarą kelią ir panaudoti kuo mažiau dalių. Kelių dalių iš viso jam prireiks?

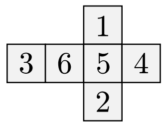


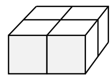
A) 11 **B)** 12 **C)** 14 **D)** 15 **E)** 16

28. Saloje gyveno 2013 gyventojų. Kai kurie iš jų buvo tiesuoliai, o likę buvo melagiai. Tiesuoliai visuomet sakydavo tiesą, o melagiai visuomet meluodavo. Kiekvieną dieną vienas iš jų pasakydavo: „Po mano išvykimo tiesuolių ir melagių saloje liks po lygiai“, o tada išvykdavo. Po 2013 dienų saloje nebeliko nė vieno gyventojo. Kiek iš pradžių saloje gyveno melagių?
A) 0 **B)** 1006 **C)** 1007 **D)** 2013 **E)** Neįmanoma nustatyti

29. Sakoma, kad su skaičių trejetu atlikta operacija „SUMOS“, jei kiekvienas iš trijų skaičių pakeičiamas kitų dviejų suma (pavyzdžiui, skaičius $3, 4, 6$ operacija „SUMOS“ paverčia skaičiais $10, 9, 7$, o šiuos savo ruožtu $-$ skaičiais $16, 17, 19$). Pradėkime nuo skaičių trejeto $20, 1, 3$ ir operaciją „SUMOS“ atlikime 2013 kartų iš eilės. Koks bus didžiausias skirtumas tarp dviejų gauto trejeto skaičių?
A) 1 **B)** 2 **C)** 17 **D)** 19 **E)** 2013

30. Kubelio sienos sunumeruotos taip, kaip pavaizduota jo išklotinėje. Iš 4 tokių vienodų kubelių Alisa suklijuoja stačiakampę plytelę, taip pat pavaizduotą paveikslėlyje. Ji vieną prie kitos klijuoja tik tas kubelių sienas, ant kurių užrašytas toks pat skaičius. Kokia didžiausia gali būti plytelės paviršiuje esančių skaičių suma?





A) 66 **B)** 68 **C)** 72 **D)** 74 **E)** 76

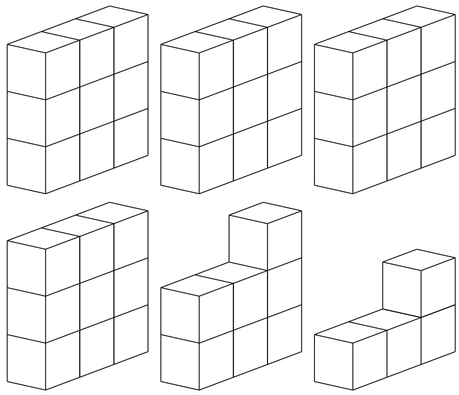
Sprendimai

1. Ⓔ 6

! Norint rasti, kokį rezultatą gausime kvadratėlyje, pažymėtame klaustuku, reikia prie pirmų dviejų skaičių sumos pridėti paskutinių dviejų skaičių sumą. Tai yra tas pats, kas susumuoti visus skaičius: $2 + 0 + 1 + 3 = 6$.

2. Ⓒ 7

! Norint išspręsti šį uždavinį, pakanka tiesiog suskaičiuoti, kelių kubelių trūksta. Tam, kad būtų lengviau skaičiuoti, galima duotus kubus įsivaizduoti taip, kaip pavaizduota paveikslėlyje: kairysis kubas susideda iš trijų sluoksnių po devynis kubelius, o Natalijos kubo dalis susideda iš vieno devynių kubelių sluoksnio, vieno 7 kubelių sluoksnio ir vieno 4 kubelių sluoksnio. Aišku, kad tuomet trūksta $0 + 2 + 5 = 7$ kubelių.

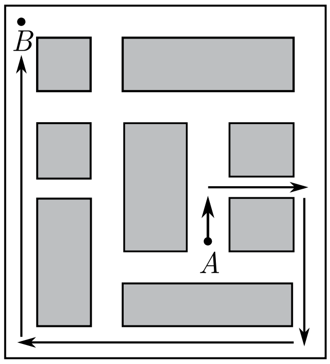


3. Ⓒ 2400

! Pirmiausia raskime, kiek žingsnių vaikai padarys per minutę. Žinome, kad Martynas per minutę padaro 90 žingsnių. Kiekvieniems 9 jo žingsniams tenka 8 Dovydo žingsniai, vadinasi, Dovydas per minutę padarys 80 žingsnių. Lygiai taip pat kiekvieniems 9 Martyno žingsniams tenka 7 Pauliaus žingsniai, tad Paulius per minutę padarys 70 žingsnių. Gavome, kad per minutę visi kartu jie padarys $70+80+90 = 240$ žingsnių, tad per 10 minučių padarys 10 kartų daugiau – 2400.

4. Ⓑ 4

! Pastebėkime, kad Tomas turės padaryti bent vieną posūkį, nes važiuodamas tiesiai į B nepateks. Padaręs pirmą posūkį į dešinę (nesvarbu kurioje sankryžoje) jis bus žemiau nei B, tad jam teks atlikti dar bent tris posūkius, kad pradėtų važiuoti į viršų. Kita vertus, keturių posūkių tikrai pakanka (žr. paveikslėlį).



5. Ⓔ 40

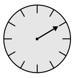
! Po trejų metų ir Artūras, ir Ramūnas, ir Paulius turės trejais metais daugiau. Vadinasi, kartu sudėjus jie turės devyneriais metais daugiau, o jų amžių suma bus lygi $31 + 9 = 40$.

6. (B) 4

! Patikrinę randame, kad tinka skaitmuo 4: $44 \cdot 4 = 176$. Visi kiti netiks, nes su mažesniais skaitmenimis gausime mažesnę sandaugą, o su didesniais – didesnę.

7. (B) 11:50

! Tiesiog suskaičiuokime: jei pirmasis autobusas išvažiavo 11:05, tai antrasis išvažiuos 11:20, trečiasis 11:35, o ketvirtasis 11:50.

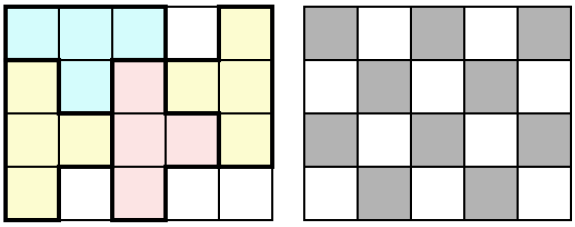
8. (D) 

! Onutė kelyje praleido dvi valandas, nes kelionės pabaigoje laikrodžio minutinė rodyklė buvo ten pat, kur ir pradžioje, o valandinė pasislinko per dvi padalas. Kadangi ji važiavo pastoviu greičiu, tai trečdalį kelio ji bus nuvažiavusi po trečdalio laiko, t.y. 40-ties minučių. Pasukę minutinę rodyklę nuo pradinės padėties per 40 minučių, gauname padėtį, atitinkančią atsakymą *D*.

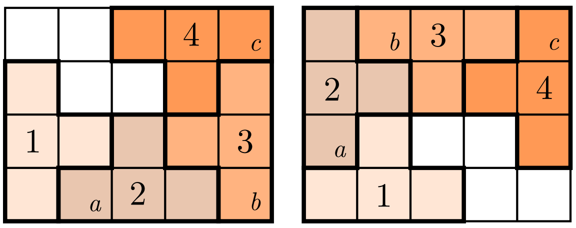
9. (C) 4

! Patikrinkime visus skaičius nuo 21 iki 29: iš savo paskutiniojo skaitmens dalijasi 21, 22, 24 ir 25 – iš viso 4. Skaičiai 23, 26, 27, 28 ir 29 iš savo paskutiniojo skaitmens nesidalija.

10. (C) 4



! Keturias detales sudėti nesudėtinga (žr. kairįjį paveikslėlį). Penkių detalių sudėti nepavyks. Norėdami tuo įsitikinti, nudažykime stačiakampį kaip šachmatų lentą (žr. dešinįjį paveikslėlį). Pastebėkime, kad kiekviena detalė uždengia arba 1 arba 3 baltus langelius, o jų iš viso yra 10. Jei galėtume sudėti į stačiakampį 5 detales, tai jos uždengtų visus langelius, taigi ir visus baltus langelius. Tačiau tai neįmanoma, nes penkių skaičių 1 arba 3 suma yra nelyginė, tad niekada nėra lygi 10.



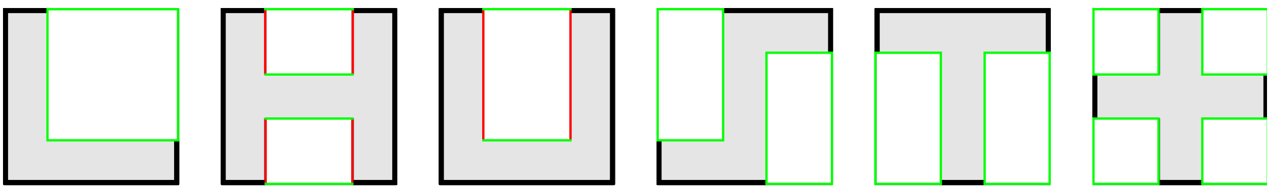
!! Samprotavimas apie langelių nudažymą yra kiek sudėtingas. Jo nesugalvojus, galima tiesiog išbandyti visus dėjimo variantus ir parodyti, kad nei vienu iš jų 5 detalių sudėti nepavyks. Vėlgi, jei 5 detales sudėti būtų galima, tai turėtume uždengti visus lentelės langelius. Pradėkime nuo kairiojo apatinio langelio. Jį uždengti galima dviem būdais, pavaizduotais paveikslėlyje (jį uždengia pirma detalė). Norėdami uždengti langelį a, turime dėti antrąją detalę taip, kaip pavaizduota. Dabar, norėdami uždengti langelį b turime dėti trečiąją detalę, ir norėdami uždengti c – ketvirtąją. Abiem atvejais lieka neuždengiama lentelės dalis.

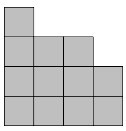
11. C 21

! Apskritimo skersmuo 10 taškų padalija į dvi dalis, vieną iš 4 taškų, kitą iš 6 taškų. Jei atkarpa jungsime du taškus iš skirtingų dalių, tai ji tikrai kirs skersmenį, tad reikia skaičiuoti tik atkarpas, jungiančias pirmos dalies taškus su pirmos dalies taškais, ir antros su antrais – visos jos tiks. Suskaičiuoti, keliomis atkarpomis galima sujungti 4 taškus, nesunku: pirmąjį tašką galima sujungti su trimis likusiais, antrą su dviem (sujungimą su pirmu jau suskaičiavome), o trečią su vienu. Iš viso $3 + 2 + 1 = 6$. Taip pat ir su 6 taškais: pirmą galime sujungti su 5 likusiais, antrą su 4, trečią su 3, ketvirtą su 2 ir penktą su 1. Iš viso $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$. Iš viso gavome $6 + 15 = 21$ atkarpą.

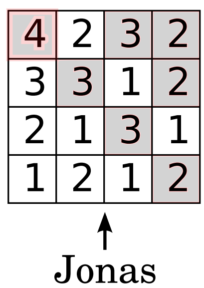
12. C 4

? Nupieštų figūrų ir kvadratinių popieriaus lapų perimetrus palyginsime jų neskaičiuodami. Vietoje to, kiekvieną figūros atkarpą pabandysime suporuoti su stačiakampio atkarpomis. Jei ir figūra ir stačiakampis turės po tiek pat vieno ilgio atkarpų, tai jų perimetrai bus lygūs. Paveikslėlyje apačioje pavaizduotos figūros su pažymėtomis atkarpomis. Juoda spalva pažymėtos atkarpos, kurios yra bendros ir figūrai ir kvadratui, žalia spalva pažymėtos suporuotos atkarpos, o raudona tos, kurioms poros nėra. Pavyzdžiui, pirmoji figūra (primenanti raidę L) turi keturias bendras atkarpas su popieriaus lapu ir dvi atkarpas, kurioms galime rasti po porą – vadinasi, šiuo atveju perimetrai lygūs. Antroji figūra (primenanti raidę H) turi 6 bendras atkarpas, dvi suporuotas ir keturias ne. Šiuo atveju figūra turi keturiomis atkarpomis daugiau nei popieriaus lapas, vadinasi, jos perimetras didesnis. Panagrinėję likusias figūras, nesunkiai įsitikinsite, kad ir trečiosios figūros (panašios į raidę U) perimetras didesnis, o likusių trijų lygūs.



13. E 

! Žiūrėdamas iš priekio, Jonas matys keturis bokštus. Kiekvienas bokštas bus tokio aukščio, koks yra aukščiausias bokštas tame stulpelyje. Aukščiausi stulpelių bokštai (trečiame ir ketvirtame stulpelyje tokių yra daugiau nei vienas) pažymėti paveikslėlyje. Iš kairės į dešinę jų aukščiai yra 4, 3, 3 ir 2, tad Jonas matys tokį vaizdą, koks pavaizduotas atsakyme E.

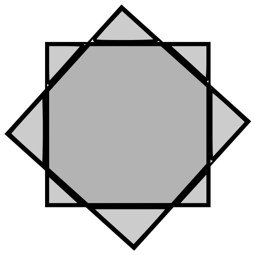


14. Ⓑ 6

! Skaičiuokime taip: 12 žuvų yra skirtumas tarp trigubo žuvų skaičiaus ir viengubo žuvų skaičiaus. Šis skirtumas yra lygus dvigubam žuvų skaičiui, vadinasi, Matas pagavo $12 : 2 = 6$ žuvis.

15. Ⓔ 9

? Nubrėžę du kvadratus galime gauti figūrą, susidedančią iš 9 dalių (žr. paveikslėlį). Tai yra pats didžiausias atsakymas iš duotųjų, vadinasi, jis yra teisingas.



16. Ⓑ 8 arba 9

! Pirmasis ir paskutinysis kandidatai kartu sudėjus gavo 16 balsų, tad likę trys kartu sudėjus gavo 20. Pastebėkime, kad ketvirtasis gavo bent 5 balsus (nes turi jų turėti daugiau nei paskutinysis), o trečiasis gavo bent 6 balsus, tad antrasis negali būti gavęs 10 ar daugiau balsų ($5+6+10 > 20$). Iš kitos pusės, jei antrasis bus gavęs tik 7 balsus, tai antro trečio ir ketvirto suma bus per maža $5+6+7 < 20$. Gavome, kad antrasis gali būti gavęs 8 arba 9 balsus, lieka įsitikinti, kad abu atvejai tikrai galimi. Iš ties, 8 balsus jis gali būti gavęs atveju 12, 8, 7, 5, 4, o 9 atveju 12, 9, 6, 5, 4.

17. Ⓓ 30

! Prieš išpjaunant pirmąjį kubelį, kubas turėjo 6 sienas. Išpjaudami vieną kubelį sienų skaičių padidiname trimis. Kadangi išpjaunami kubeliai nesikirs (jų kraštinės ilgis 1cm, kai viso kubo 3cm), tai kiekvienas iš jų pridės po 3. Kampų kubas turi 8, vadinasi, išpjovę visus kubelius gausime $6 + 8 \cdot 3 = 30$ sienų.

18. Ⓐ 40

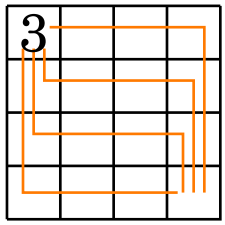
! Ieškomų porų bus tiek, kiek yra dviženklių skaičių, prie kurių pridėję 50 gausime taip pat dviženklį skaičių. Pats mažiausias toks skaičius bus 10 (nes visi mažesni jau bus vienženkliai), o pats didžiausias 49 (nes prie didesnio pridėję 50 jau gausime triženklį). Lieka tik rasti, kiek jų bus iš viso: $49 - 10 + 1 = 40$.

19. Ⓒ 5

! Po pirmojo kėlinio pirmavo svečių komanda ir buvo įmušti 6 įvarčiai, tad rezultatas galėjo būti 0 : 6, 1 : 5 arba 2 : 4 jų naudai. Per antrąjį kėlinį namų komanda įmušė tris įvarčius, tad rezultatas tapo 3 : 6, 4 : 5 arba 5 : 4. Tik paskutiniuoju atveju laimi namų komanda, vadinasi, tik jis tenkina sąlygą, ir namų komanda iš viso įmušė 5 įvarčius.

20. (D) 7

! Sujunkime du kampinius langelius (kairįjį viršutinį ir dešinį apatinį) keturiais skirtingais takais (žiūrėkite paveikslėlį). Per kiekvieną lentelės langelį eina bent vienas takas. Kiekvieno tako pradžioje yra skaičius 3 ir kiekvieno tako ilgis yra 7. Keliaujant taku per gretimus langelius skaičiai gali didėti tik per 1, tad skaičius 9 gali būti įrašytas tik pačiame paskutiniame, t.y. dešiniajame apatiniame, langelyje. Tuomet visi kiti tako skaičiai yra 4, 5, 6, 7, 8 ir gauname, jog iš viso lentelėje bus 7 skirtingi skaičiai: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.



21. (A) Ado akmenėlis žalias

! Kadangi visi trys jie sako netiesą, tai Adas ir Benas bei Benas ir Domas turi skirtingus akmenėlius, o taip gali būti tik tuomet, kai Adas ir Domas turi vienokios spalvos akmenėlį, o Benas – kitokios. Jei Adas ir Domas turėtų po raudoną akmenėlį, tai Domas būtų sakęs teisybę, o taip būti negali. Vadinasi, Adas ir Domas turi po žalią akmenėlį, o Benas turi raudoną. Iš duotų teiginių teisingas A.

22. (D) 14

! Žinome, kad po pirmo etapo konkurse liko dalyvauti $66 - 21 = 45$ katės, iš kurių 27 dryžuotos ir 32 turi juodą ausį. Jei sudėsime $27 + 32$, tai gausime 59 – daugiau nei 45. Šis skirtumas atsiranda todėl, kad dryžuotas kates su juoda ausimi įskaičiavome du kartus – jos pateko ir tarp 27 dryžuotų, ir tarp 32 juodaausių. Kiekviena tokia dryžuota juodaausė katė skirtumą padidina vienetu, tad tokių kačių iš viso yra $59 - 45 = 14$.

23. (C) $\frac{1}{6}$

? Pažiūrėkime, kas vyksta Alei valgant: ji suvalgė ketvirtadalį likusios dalies, tad liko trys ketvirtadaliai likusios dalies, arba triskart daugiau nei ji suvalgė. Tas triskart daugiau, nei ji suvalgė, yra pusė pradinio šokolado, vadinasi, visas šokoladas bus 6 kartus daugiau – Alė suvalgė šeštadalį.

24. (B) 3

! Vieną po kito paspaudus antrą, trečią ir ketvirtą mygtukus, visi mygtukai tampa linksmi, vadinasi, trijų paspaudimų užtenka. Įsitikinkime, jog dviejų paspaudimų negana.

Atkreipkime dėmesį į ketvirtąjį (linksmą) mygtuką. Jei pirmuoju spaudimu paspaustume 3 ar 4 mygtuką, jis taptų liūdnas, tad ir antruoju spaudimu tektų spausti 3 arba 4 mygtuką. Jei, kita vertus, pirmuoju spaudimu nespaustume nei 3, nei 4 mygtuko, tai jų negalėtume spausti ir antruoju spaudimu, kad jo nenuliūdintume. Vadinasi, jei norėtume dviem spaudimais padaryti visus mygtukus linksmus, turėtume arba abu kartus rinktis iš 1 ir 2 mygtukų, arba iš 3 ir 4.

Bet abu šie atvejai netinka! Jei abu kartus spausime 1 arba 2 mygtukus, tai pirmasis (liūdnas) mygtukas po pirmo spaudimo taps linksmas, o po antro vėl bus liūdnas. Jei abu kartus spausime 3 arba 4 mygtukus, tai lygiai taip pat pralinksmės ir vėl nuliūs trečiasis mygtukas.

25. (A) 18

! Jei du berniukai yra susikibę rankomis, tai vienas yra padavęs kairę ranką, o kitas dešinę. Vadinasi, berniukų, kurie savo dešinę ranką yra padavę berniukui, yra tiek pat, kiek berniukų, kurie savo kairę ranką yra padavę berniukui. Bet tuomet berniukų, kurie savo kairiąją yra padavę mergaitei, yra tiek pat, kiek berniukų, kurie savo dešiniąją yra padavę mergaitei, t.y. 18.

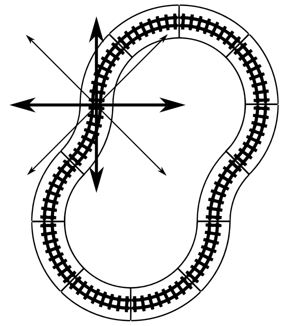
26. (D) 60

! Užsirašykime ieškomą triženklį skaičių kaip abc, tuomet sąlyga, kurią jis turi tenkinti, atrodys taip: $abc = cba + 297$, arba

$$\begin{array}{r} cba \\ +297 \\ \hline abc \end{array}$$

Tam, kad ši lygybė būtų teisinga, sumuodami $b+9$ turime gauti b (ir vieną mintyje), vadinasi, jau sumuodami $a+7$ turėjome gauti bent 10. Kadangi a negali būti lygus 3 (nes tokiu atveju c gautųsi lygus 0 ir cba būtų ne triženklis skaičius), tai a gali būti 4, 5, 6, 7, 8 arba 9. Kiekvienai iš šių šešių reikšmių gauname tik vieną c reikšmę, $c = a - 3$. Skaitmenį b galime pasirinkti bet kokį (iš dešimties galimų skaitmenų), tad iš viso gauname $6 \cdot 10 = 60$ skaičių.

27. (B) 12



? Paveikslėlyje pavaizduotas kelias, susidedantis iš 12 dalių. Jei įsitikintume, kad iš 11 dalių tokio kelio sudėti nepavyks, gautume, kad 12 yra teisingas atsakymas, nes mažesnių už jį be 11 nėra. Pradėkime nuo tokio pastebėjimo: kiekviena kelio detalė keičia įsivaizduojamo traukinio važiavimo kryptį. Jei pradėsime nuo Jono dviejų sujungtų detalių vidurio (žr. paveikslėlį), tai traukinys važiuos tiesiai į viršų, o pervažiavęs detalę pasisuks kiek į dešinę. Įsižiūrėję pamatysime, kad iš viso bus 8 kryptys, kuriomis ties detalių sujungimais gali važiuoti traukinys. Keturias iš jų – į viršų, į apačią, į kairę ir į dešinę – vadinkime pagrindinėmis, o likusias įžambinėmis. Dabar samprotaukime taip: kiekviena kelio detalė traukinio kryptį keičia iš pagrindinės į įžambinę arba atvirkščiai. Jei pradedame važiuoti pagrindine kryptimi, tai ir baigti turėsime pagrindine. Vadinasi, detalių turi būti lyginis skaičius, tad 11 netinka.

! Nors atsakymą jau išsiaiškinome, įsitikinkime, kad iš ties trumpesnio nei 12 dalių kelio Jonui sudėti nepavyks. Pirma atmeskime aiškiai per mažus variantus – bet kokiam uždaram keliui reikia bent 8 dalių, nes tam, kad traukinys važiuodamas apsisuktų, jis turi bent 8 kartus pakeisti kryptį. Iš 8 dalių susideda tik Jurgio kelias, tad Jonui dalių reikės dar daugiau. Variantai 9 ir 11 netinka, nes, kaip jau matėme, uždaro kelio dalių skaičius turi būti lyginis. Lieka vienintelis rimtas kandidatas – 10 dalių kelias. Pabandykime ją sudėti.

Tam, kad traukinys apsisuktų, bent 8 iš 10 dalių turės būti vienodos (t.y. sukti į tą patį šoną). Jei likusios abi dalys suks į priešingą pusę, tai traukinio starto ir finišo kryptys nesutaps – pakeitęs 8 kartus kryptį į vieną pusę ir 2 į kitą (nesvarbu kokia tvarka) jis galų gale stovės lyg kryptį būtų pakeitęs 6 kartus į vieną pusę – blogai. Vadinasi, likusios dvi dalys turi būti skirtingų krypčių ir iš viso turime turėti 9 dalis, kurios suka į vieną pusę ir vieną dalį, kuri suka į kitą pusę. Pravažiavęs tokį kelią traukinys tikrai finišuos tokia pačia kryptimi, kaip ir startuos, bet ar gali toks kelias būti uždaras?

Deja, ne – iš šių dalių kelio sudėti iš viso neįmanoma. Jei bandysime 9 vienodas ir 1 kitokią dalis sujungti, tai kažkurios 8 iš vienodų dalių eis viena po kitos ir susijungs į Jurgio apskritimą. Prie jo likusių dviejų dalių prijungti niekaip nepavyks.

28. B 1006

! Pradėkime nuo galo. Paskutinis išvykęs žmogus buvo teisus, sakydamas, kad po jo išvykimo riterių ir melagių liks po lygiai, vadinasi, jis buvo riteris. Priešpaskutinis, kita vertus, buvo neteisus, tą teigdamas, vadinasi, jis buvo melagis. Trečias nuo galo vėl buvo teisus, vadinasi, jis buvo riteris, ketvirtas vėl buvo neteisus, vadinasi, jis buvo melagis. Taip tęsdami samprotavimą gauname, kad riteriai ir melagiai išvykdavo pakaitomis, ir paskutinysis išvyko riteris. Kadangi iš viso pradžioje buvo 2013 gyventojų, tai ir pirmasis išvyko riteris, o melagių buvo $(2013 - 1)/2 = 1006$.

29. D 19

! Pažiūrėkime, kaip operacija „SUMOS“ pakeičia skaičių trejeto skirtumus. Tegu $\{a, b, c\}$ – bet koks skaičių trejetas. Atlikę operaciją „SUMOS“ vieną kartą, gausime trejetą $\{b+c, a+c, a+b\}$. Skirtumai tarp jo skaičių bus lygūs $b+c-a-c = b-a$, $b+c-a-b = c-a$ ir $a+c-a-b = c-b$, tokie pat kaip ir pradinio trejeto. Vadinasi, kad ir kiek kartų operaciją „SUMOS“ atliktume, skirtumai tarp skaičių liks tie patys, ir didžiausias iš jų bus lygus $20 - 1 = 19$.

30. B 68

! Kiekvieno kubelio bet kurios dvi greta esančios (t.y. ne priešingos) sienos bus suklijuotos su kitų kubelių sienomis, todėl sumuojant nebus įtrauktos į paviršiuje esančių skaičių sumą. Norint gauti didžiausią sumą, reikia, kad būtų neįtraukti kuo mažesni du skaičiai. Patys mažiausi ant kubelių užrašyti du skaičiai yra 1 ir 2, tačiau jie sulanksčius kubelį bus priešais vienas kitą. Antroje vietoje pagal mažumą yra skaičiai 1 ir 3, ir jie kaip tik yra greta vienas kito. Vadinasi, didžiausią sumą gausime, kai kiekvieno kubelio bus suklijuoti skaičiai 1 ir 3, o išorėje liks 6, 5, 4 ir 2. Taip suklijuoti nesunku – kubelius guldome ratu: pirmą kubelį guldome taip, kad skaičiai 1, 3 žiūrėtų į rato vidų, antrą kubelį (tai apverstas pirmas) guldome skaičiais 3, 1, trečią 1, 3, ketvirtą 3, 1. Susumavę išorės skaičius gauname $(6 + 5 + 4 + 2) \cdot 4 = 68$.

Atsakymai

Uždavinio Nr.	Atsakymas
1	E
2	C
3	C
4	B
5	E
6	B
7	B
8	D
9	C
10	C
11	C
12	C
13	E
14	B
15	E
16	B
17	D
18	A
19	C
20	D
21	A
22	D
23	C
24	B
25	A
26	D
27	B
28	B
29	D
30	B