KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VU MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS INSTITUTAS

KENGŪRA 2012

BIČIULIS,
KADETAS

V–VIII
KLASĖS

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autoriai-sudarytojai
ROMUALDAS KAŠUBA
PAULIUS DRUNGILAS

TEV
VILNIUS 2012

UDK 51(079.1)
Ke–108

Autoriai-sudarytojai: *Romualdas Kašuba*, *Paulius Drungilas*

Redaktorius *Arūnas Ūsaitis*
Programinė įranga: *Rolandas Jakštys*
Kompiuterinė grafika: *Edita Tatarinavičiūtė*
Teksto kompiuterinis rinkimas ir maketavimas: *Aldona Žalienė*
Konsultantas *Elmundas Žalys*

Leidyklos TEV interneto svetainė http://www.tev.lt

ISBN 978–609–433–193–0

TURINYS

PRATARMĖ

Paprastai žiūrint, „Kengūros“ konkursas tėra ne ką daugiau kaip 30, o jaunesnių klasių mokiniams dar mažiau (tiesa, labai nekasdienių) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į „Kengūros“ kalnelius? Kuo tie „Kengūros“ kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „jie nelabai turi kur dėtis, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad ištisi milijonai taip jau ir neturi kur dėtis šitokioje „pramogų gadynėje“.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet kartu ir labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali „užsikabinti“ pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne — tai sužinojo) apie 60 000 Lietuvos mokinių, dalyvavusių konkurse 2012 metais. Juk konkursas — it žavus tornadas (o tokių irgi būna) — negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas — žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

75 lemtingos darbo minutės kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos įrodydamos, kad galvą laužyti prasmingai, kad ir matematikos užduotis besprendžiant, galima patiriant žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik konkurso dalyvių — 1–12 klasių „kengūriukų“ — atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi — priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį — bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi „Kengūros“ konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes „Kengūros“ uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą — peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip kinta milijonų sprendėjų požiūris į tai, kokia gi būna (šmaikšti) užduotis ir iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali „sukristi“ jos sprendimas — štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš „Kengūros“ gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė „Kengūrai“ ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie „Kengūros“ konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavęs pas mus įsikūrė Nemuno žemėje.

Tarp tų sumaniai į Lietuvą „Kengūros“ konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Matematikos ir informatikos institutas bei Vilniaus universitetas, o nenutylint žmonių pirmiausiai reikėtų paminėti — čia būtent tas atvejis, kai nutylėti būtų nepadoru — Lietuvos matematikos olimpiadų patriarchą Juozą Juvencijų Mačį bei ŠMM vyriausiąją matematikos specialistę Marytę Skakauskienę.

O šiaip, „Kengūrai“ nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir „Kengūros“ ratas sukasi kiaurus metus — net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek „kengūriniuose“ (matematiškai sportiniuose), tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje „Kengūra“ kalba keturiomis pagrindinėmis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas — juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku — bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2012 metų kovo 15 dieną keliavo ir gausiai sprendė V–VI klasių („Bičiulio“ amžiaus grupė) ir VII–VIII klasių („Kadeto“ amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintieji pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų „kengūriniai“ sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su „Kengūra“ — išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Romualdas Kašuba ir Aivaras Novikas

Bičiulis, 5 klasė, 50 geriausiųjų

Ugnė Alaburdaitė, Prienų „Revuonos“ vidurinė mokykla, Prienų r., 145,00
Tomas Ervinas Trusovas, Šolomo Aleichemo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 140,00
Ignas Jakštas, Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 135,00
Tomas Šveikauskis, „Ryto“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 132,50
Lukas Dundulis, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 126,75
Mindaugas Zabotka, Emilijos Pliaterytės progimnazija, Vilniaus m., 126,25
Katažyna Jankovska, Bezdonių Julijaus Slovackio vidurinė mokykla, Vilniaus r., 125,00
Dominykas Petkevičius, Raudondvario gimnazija, Kauno r., 122,00
Evelina Grigorovič, Bezdonių Julijaus Slovackio vidurinė mokykla, Vilniaus r., 120,00
Gabija Šegždaitė, Grinkiškio Jono Poderio vidurinė mokykla, Radviliškio r., 120,00
Gediminas Žiemys, Jono Basanavičiaus progimnazija, Vilniaus m., 120,00
Tautvydas Jasiūnas, Kamajų Antano Strazdo gimnazija, Rokiškio r., 120,00
Matas Damidavičius, Utenos Aukštakalnio progimnazija, Utenos r., 119,75
Toma Butėnaitė, Vaškų vidurinės mokyklos Grūžių pagrindinio ugdymo skyrius, Pasvalio r., 119,75
Justė Zdobaitė, „Ąžuolyno“ progimnazija, Vilniaus m., 118,75
Mindaugas Parnarauskas, Petro Vileišio progimnazija, Vilniaus m., 118,75
Monika Jokubauskaitė, Telšių „Germanto“ pagrindinė mokykla, Telšių r., 118,50
Julijus Rancevas, VšĮ Vilniaus tarptautinė Meridiano mokykla, „VIMS“, Vilniaus m., 117,50
Greta Žemgulytė, VšĮ „Saulės“ privati gimnazija (5–12 klasės), Vilniaus m., 117,00
Arsėnijus Siniovas, Vasilijaus Kačialovo gimnazija, Vilniaus m., 116,00
Adomas Binkauskas, Šv. Kristoforo progimnazija, Vilniaus m., 115,75
Adam Beresnev, Antano Vienuolio pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 115,00
Airidas Kutra, Kėdainių „Aušros“ vidurinė mokykla, Kėdainių r., 115,00
Rokas Liutvinas, Gargždų „Minijos“ vidurinė mokykla, Klaipėdos r., 114,50
Tadas Simonavičius, Rietavo Lauryno Ivinskio gimnazija, Rietavo sav., 114,50
Aušrine Karolina Kairytė, Ramygalos gimnazija, Panevėžio r., 113,75
Benita Avdejenkovaitė, „Gabijos“ gimnazija, Vilniaus m., 113,75
Marius Klumbys, Judrėnų Stepono Dariaus pagrindinė mokykla, Klaipėdos r., 113,75
Gediminas Lelešius, Kaišiadorių Vaclovo Giržado progimnazija, Kaišiadorių r., 113,25
Andrius Gražys, VšĮ Kazimiero Paltaroko gimnazija, Panevėžio m., 112,50
Gabrielė Matulaitytė, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 112,50
Ignas Budreika, Gedminų pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 112,50
Maksimas Irician, Tado Ivanausko vidurinė mokykla, Kauno m., 112,50
Ričardas Navickas, „Romuvos“ progimnazija, Šiaulių m., 112,50
Rima Miknaitė, Dzūkijos pagrindinė mokykla, Alytaus m., 112,50
Augustas Mačijauskas, VšĮ „Ąžuolo“ katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 112,25
Julija Paliulionytė, Martyno Mažvydo progimnazija, Vilniaus m., 111,75
Domas Sakavičius, Dainavos pagrindinė mokykla, Alytaus m., 111,25
Artūras Pilybas, „Smeltės“ progimnazija, Klaipėdos m., 111,00
Andrius Mašonis, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 110,50
Emilija Pelakauskaitė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 110,25
Mantas Pupkevičius, Krakių Mikalojaus Katkaus gimnazija, Kėdainių r., 110,00
Tadas Štreimikis, Emilijos Pliaterytės progimnazija, Vilniaus m., 110,00
Tauras Gaulia, Raudondvario gimnazija, Kauno r., 110,00
Audrius Mardosas, Zarasų Pauliaus Širvio progimnazija, Zarasų r., 109,50
Ainas Beinakaraitis, Marijampolės marijonų gimnazija, Marijampolės sav., 108,75
Eglė Pundzevičiūtė, „Varpo“ gimnazija, Kauno m., 108,75
Modesta Bogušytė, Druskininkų „Saulės“ pagrindinė mokykla, Druskininkų sav., 108,75
Rokas Cirtautas, Gargždų „Minijos“ vidurinė mokykla, Klaipėdos r., 108,75
Sandra Macijauskaitė, Kamajų Antano Strazdo gimnazija, Rokiškio r., 108,75
Bogdan Jačnik, Čekoniškių vidurinė mokykla, Vilniaus r., 35,00
Edwin Brazis, Čekoniškių vidurinė mokykla, Vilniaus r., 35,00
Oskar Czatkovki, Čekoniškių vidurinė mokykla, Vilniaus r., 35,00

Bičiulis, 6 klasė, 50 geriausiųjų

Jonas Gruzdys, VšĮ Kauno Julijanavos katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 140,00
Linas Pocius, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 140,00
Justas Janickas, Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 138,75
Milda Janeikaitė, Viečiūnų pagrindinė mokykla, Druskininkų sav., 138,75
Gabrielė Ramanauskaitė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 136,25
Pijus Bradulskis, Kauno Jono Žemaičio-Vytauto pagrindinė mokykla, Kauno m., 136,25
Jonas Naujokas, Jovaro progimnazija, Šiaulių m., 135,00
Lukas Education Ališauskas, Ariogalos gimnazija, Raseinių r., 135,00
Tomas Dundulis, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 133,00
Dominyka Razanovaitė, Meškuičių gimnazija, Šiaulių r., 131,25
Ieva Elija Jucevičiūtė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 130,00
Jokūbas Butkus, VšĮ Kazimiero Paltaroko gimnazija, Panevėžio m., 130,00
Karolina Juknaitė, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 130,00
Kristupas Zmejauskas, Simono Stanevičiaus vidurinė mokykla, Vilniaus m., 128,75
Brigita Lebedytė, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 127,50
Domas Nasvytis, Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 127,50
Linas Guliokas, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 127,50
Veronika Gvozdovaitė, Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 126,75
Akvilė Valentukonytė, VšĮ Šiuolaikinės mokyklos centras, Vilniaus m., 126,25
Mantas Urbonas, Fabijoniškių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 126,25
Ana Golovkina, Levo Karsavino vidurinė mokykla, Vilniaus m., 126,00
Laurynas Plokštys, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 125,00
Lukas Rakauskas, Ariogalos gimnazija, Raseinių r., 125,00
Šarūnas Juškėnas, Žvėryno gimnazija, Vilniaus m., 124,25
Anton Baranovskij, „Pajūrio“ pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 123,75
Mantas Malažinskas, Milikonių vidurinė mokykla, Kauno m., 123,75
Titas Vizgirda, „Purienų“ vidurinė mokykla, Kauno m., 123,75
Troja Prialgauskaitė, Veršvų vidurinė mokykla, Kauno m., 123,50
Digna Jonikaitė, „Ąžuolyno“ progimnazija, Vilniaus m., 123,25
Adomas Jaras, Simono Daukanto progimnazija, Vilniaus m., 122,50
Joris Žiliukas, Mikalojaus Daukšos vidurinė mokykla, Vilniaus m., 122,50
Kristijonas Šiaulys, Plungės Senamiesčio vidurinė mokykla, Plungės r., 122,50
Laura Lisauskaitė, Žvėryno gimnazija, Vilniaus m., 122,50
Laura Žižytė, Ukmergės „Šilo“ vidurinė mokykla, Ukmergės r., 122,50
Viktorija Nečajeva, „Pajūrio“ pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 122,50
Augustė Balzarytė, Taikos progimnazija, Vilniaus m., 122,00
Kristijonas Samuolis, Marijampolės marijonų gimnazija, Marijampolės sav., 121,00
Rachelė Elzbieta Račiutė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 121,00
Aistis Grigas, VšĮ Vilniaus tarptautinė Meridiano mokykla, „VIMS“, Vilniaus m., 120,75
Eglė Kuliavaitė, Ukmergės Dukstynos pagrindinė mokykla, Ukmergės r., 120,00
Julius Šyvis, „Žemynos“ progimnazija, Vilniaus m., 120,00
Judita Traubaitė, Šv. Kristoforo progimnazija, Vilniaus m., 119,25
Kristijonas Trinkūnas, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 119,25
Mantas Bilaišis, Utenos Aukštakalnio progimnazija, Utenos r., 118,75
Paulius Sasnauskas, Gytarių progimnazija, Šiaulių m., 118,75
Nedas Kuzas, „Gabijos“ gimnazija, Vilniaus m., 118,25
Mykolas Šveistrys, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 117,75
Alina Poluliach, „Pajūrio“ pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 117,50
Laurynas Veščiūnas, Domeikavos gimnazija, Kauno r., 117,50
Martynas Aliulis, VšĮ Šv. Benedikto gimnazija, Alytaus m., 117,50
Karolina Vaičiūtė, Žaliakalnio progimnazija, Kauno m., 91,25
Liepa Gorinaitė, Žaliakalnio progimnazija, Kauno m., 91,25
Nojus Mūras, Žaliakalnio progimnazija, Kauno m., 91,25

Kadetas, 7 klasė, 50 geriausiųjų

Simas Kaminskas, Mikalojaus Daukšos vidurinė mokykla, Vilniaus m., 121,25
Arnoldas Čiplys, Širvintų „Atžalyno“ progimnazija, Širvintų r., 115,00
Faustas Kulbickas, Vievio gimnazija, Elektrėnų sav., 113,75
Ernestas Raudonis, Vėžaičių pagrindinė mokykla, Klaipėdos r., 112,50
Kasparas Ragaišis, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 111,25
Emilija Bogdanovičiūtė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 111,00
Jonas Pukšta, Šv. Kristoforo progimnazija, Vilniaus m., 110,00
Nedas Žilovas, Simono Daukanto vidurinė mokykla, Kauno m., 110,00
Kajus Panevėžys, Vinco Kudirkos progimnazija, Kauno m., 108,75
Matas Liatukas, „Versmės“ progimnazija, Klaipėdos m., 108,75
Paulius Andzelis, Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 108,75
Ignas Masiulionis, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 108,50
Deimante Zobėlaitė, Tauragės Martyno Mažvydo pagrindinė mokykla, Tauragės r., 108,00
Justina Kilikauskaitė, Milikonių vidurinė mokykla, Kauno m., 107,50
Lukrecija Jakelytė, Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 107,25
Eimantas Ramonas, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 107,00
Darius Kurtinaitis, Garliavos vidurinė mokykla, Kauno r., 106,25
Kšištofas Andruškevič, Eišiškių gimnazija, Šalčininkų r., 106,25
Aistė Grušnytė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 106,00
Justas Tamulis, „Žemynos“ progimnazija, Vilniaus m., 106,00
Neringa Umaraitė, Vinco Kudirkos progimnazija, Kauno m., 106,00
Benjaminas Rutkauskas, Pasvalio Lėvens pagrindinė mokykla, Pasvalio r., 105,00
Dovydas Raminas, VšĮ Kretingos pranciškonų gimnazija, Kretingos r., 105,00
Gustas Mockus, „Žemynos“ progimnazija, Vilniaus m., 105,00
Vidas Parnarauskas, Širvintų „Atžalyno“ progimnazija, Širvintų r., 105,00
Eva Duko, Jeruzalės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 104,75
Ieva Grigaliūnaitė, Žvėryno gimnazija, Vilniaus m., 104,75
Gustas Buividavičius, Kybartų „Saulės“ progimnazija, Vilkaviškio r., 103,75
Paulius Poviliauskas, Žygimanto Augusto pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 103,75
Austėja Žukauskaitė, Miroslavo vidurinė mokykla, Alytaus r., 102,50
Ernestas Molis, Eišiškių gimnazija, Šalčininkų r., 102,50
Milda Naujokaitė, Emilijos Pliaterytės progimnazija, Vilniaus m., 102,50
Olgerdas Jesvilas, Eišiškių gimnazija, Šalčininkų r., 102,50
Ričardas Versockas, Martyno Mažvydo pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 102,50
Vitoldas Bubelė, „Saulėtekio“ pagrindinė mokykla, Panevėžio m., 102,50
Dominykas Ruibys, „Vilties“ pagrindinė mokykla, Panevėžio m., 102,25
Orestas Čerka, „Verdenės“ pagrindinė mokykla, Panevėžio m., 102,25
Dominykas Staugaitis, Šakių „Aukuro“ pagrindinė mokykla, Šakių r., 102,00
Danielė Gervytė, Martyno Mažvydo vidurinė mokykla, Kauno m., 101,25
Deividas Kniaževas, Vydūno vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 101,25
Miglė Kazimieraitytė, Voveriškių pagrindinė mokykla, Šiaulių r., 101,25
Austėja Ciulkinytė, Kazio Griniaus pagrindinė mokykla, Kauno m., 101,00
Rūta Šliazkaitė, „Vyturio“ progimnazija, Panevėžio m., 101,00
Aurimas Petrėtis, „Žemynos“ progimnazija, Vilniaus m., 100,00
Džiugas Šimaitis, Petro Vileišio progimnazija, Vilniaus m., 100,00
Jonas Didjurgis, Simono Daukanto vidurinė mokykla, Kauno m., 100,00
Lina Šalčiūtė, Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 100,00
Martinas Raižys, VšĮ „Ąžuolo“ katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 100,00
Matas Deveikis, Kauno Jono Žemaičio-Vytauto pagrindinė mokykla, Kauno m., 100,00
Matas Valiukas, Jokūbavo Aleksandro Stulginskio pagrindinė mokykla, Kretingos r., 100,00
Simona Galnaitytė, Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 100,00

Kadetas, 8 klasė, 50 geriausiųjų

Dovydas Drakšas, VšĮ „Universa Via“ pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 145,00
Andrius Ovsianas, Žvėryno gimnazija, Vilniaus m., 130,00
Gediminas Jacunskas, Raudondvario gimnazija, Kauno r., 128,75
Lukas Naruševičius, 5-oji gimnazija, Panevėžio m., 128,75
Tadas Budrikas, Akademijos Ugnės Karvelis gimnazija, Kauno r., 126,25
Valentas Brasas, Alsėdžių vidurinė mokykla, Plungės r., 126,25
Pijus Stankevičius, Juozo Grušo meno vidurinė mokykla, Kauno m., 125,00
Marta Novikova, „Ąžuolyno“ progimnazija, Vilniaus m., 122,50
Aleksas Legačinskas, „Sandoros“ progimnazija, Šiaulių m., 121,25
Lukas Martišius, Gegužių progimnazija, Šiaulių m., 121,25
Adriana Otilija Vilkaitė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 120,00
Deividas Morkūnas, Fabijoniškių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 119,75
Justina Novikovaitė, „Žemynos“ progimnazija, Vilniaus m., 118,75
Jonas Viršilas, VšĮ „Universa Via“ pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 117,50
Justas Gadliauskas, Raudondvario gimnazija, Kauno r., 117,50
Katažyna Michnevič, Vladislavo Sirokomlės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 117,50
Aistė Kudulytė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 117,00
Matas Nasvytis, Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 116,25
Paulius Jančiauskas, Birštono gimnazija, Birštono m., 116,25
Agnė Mickutė, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 115,50
Gintautas Lasevičius, Kaišiadorių Vaclovo Giržado progimnazija, Kaišiadorių r., 115,00
Paulius Valiūnas, Jono Basanavičiaus progimnazija, Vilniaus m., 115,00
Raminta Juzukonytė, Baisogalos gimnazija, Radviliškio r., 115,00
Lukas Činčikas, „Ąžuolyno“ progimnazija, Vilniaus m., 113,75
Simonas Jatužis, Barboros Radvilaitės pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 113,75
Tomas Volkevičius, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 113,00
Adomas Gudelis, Juozo Miltinio gimnazija, Panevėžio m., 112,50
Mantas Naujokas, Milikonių vidurinė mokykla, Kauno m., 112,50
Vaiva Augustinaitė, Žemaičių Kalvarijos vidurinė mokykla, Plungės r., 112,50
Justė Nevar, Gargždų „Kranto“ vidurinė mokykla, Klaipėdos r., 111,25
Ligitas Radzevičius, „Ąžuolyno“ progimnazija, Vilniaus m., 110,00
Arūnas Valickas, Žygimanto Augusto pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 108,75
Dominykas Kaupas, Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 108,75
Laura Kondratavičiūtė, Ragainės progimnazija, Šiaulių m., 108,75
Regijus Borodinas, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 108,75
Rugilė Ramanauskaitė, Raseinių pagrindinė mokykla, Raseinių r., 108,75
Gintarė Šėmytė, Jeruzalės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 108,50
Domantas Valčeckas, Antano Smetonos gimnazija, Kauno m., 107,50
Margiris Burakauskas, „Sandoros“ progimnazija, Šiaulių m., 107,50
Marius Kurbakovas, Dainavos pagrindinė mokykla, Alytaus m., 107,50
Paulius Bareika, Širvintų „Atžalyno“ progimnazija, Širvintų r., 107,50
Simonas Gervė, VšĮ „Ąžuolo“ katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 107,50
Dainius Varpiotas, Plungės „Babrungo“ pagrindinė mokykla, Plungės r., 107,00
Edvard Surkov, Maksimo Gorkio pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 106,25
Einaras Sipavičius, Kėdainių „Ryto“ vidurinė mokykla, Kėdainių r., 106,25
Gabrielė Pauraitė, Taikos progimnazija, Vilniaus m., 106,25
Karolis Butnorius, Ragainės progimnazija, Šiaulių m., 106,25
Rosita Urnikytė, Žemaičių Kalvarijos vidurinė mokykla, Plungės r., 106,25
Simona Vidrinskaitė, Martyno Mažvydo progimnazija, Vilniaus m., 106,25
Viltė Pranauskaitė, Petro Vileišio progimnazija, Vilniaus m., 106,25
Žygimantas Dainius, VšĮ „Universa Via“ pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 106,25
Daniel Rogoža, Eišiškių gimnazija, Šalčininkų r., 106,25

Tarptautinis matematikos konkursas KENGŪRA

Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą.*
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės (gimnazijos klasės - G1, ... , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*.

Pavyzdys: Pavardė **P A V A R D E N I S**

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys: ☒

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras

Mokyklos pavadinimas

Kalba

Lietuvių	☐
Lenkų	☐
Rusų	☐
Anglų	☐

	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
Klasė	1	2	3	4	5	6	7	8	9(G1)	10(G2)	11(G3)	12(G4)
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	7	☐	☐	☐	☐	☐	13	☐	☐	☐	☐	☐	19	☐	☐	☐	☐	☐	25	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	8	☐	☐	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐	☐	☐	20	☐	☐	☐	☐	☐	26	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	9	☐	☐	☐	☐	☐	15	☐	☐	☐	☐	☐	21	☐	☐	☐	☐	☐	27	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	10	☐	☐	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐	☐	☐	22	☐	☐	☐	☐	☐	28	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	11	☐	☐	☐	☐	☐	17	☐	☐	☐	☐	☐	23	☐	☐	☐	☐	☐	29	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	12	☐	☐	☐	☐	☐	18	☐	☐	☐	☐	☐	24	☐	☐	☐	☐	☐	30	☐	☐	☐	☐	☐

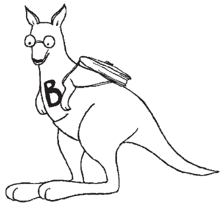
PASTABOS

1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o už klaidingą atsakymą atimama 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

Automatinis apdorojimas, Nacionalinis egzaminų centras, 2009

2012 m. konkurso užduočių sąlygos

BIČIULIS (V ir VI klasės)

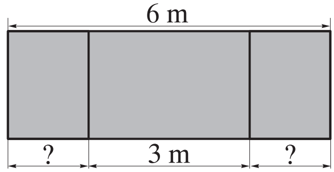


KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

B1. Ant tvoros Vosylius rašo VIVAT KANGAROO. Vienodas raides jis rašo ta pačia, o skirtingas raides — skirtinga spalva. Kiek spalvų jam prireiks?

A) 7 **B**) 8 **C**) 9 **D**) 10 **E**) 13

B2. Pavaizduotos lentos plotis yra 6 m, viduriniosios dalies — 3 m, o abi šoninės dalys yra vienodo pločio. Koks šoninės dalies plotis?



A) 1 m **B**) 1,25 m **C**) 1,5 m **D**) 1,75 m **E**) 2 m

B3. Iš 4 degtukų sudarytame kvadrate Salomėja sutalpina 4 monetas (žr. pav.). Kiek mažiausiai degtukų jai reikės sudaryti kvadratui, į kurį be persidengimų tilptų 16 tokių monetų?

A) 8 **B**) 10 **C**) 12 **D**) 15 **E**) 16

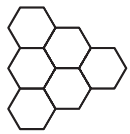
B4. Lėktuvo sėdynių eilės sunumeruotos skaičiais nuo 1 iki 25, praleidžiant 13. Pirmoje eilėje yra 4 sėdynės, o likusiose — po 6. Kiek vietų yra lėktuve?

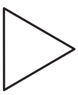
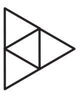
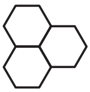
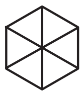
A) 120 **B**) 138 **C**) 142 **D**) 144 **E**) 150

B5. Kai Varšuvoje yra 17:00, tai San Franciske yra 8:00 tos pačios dienos ryto. Trečiadienį 21:00 San Franciske Liucija nuėjo miegoti. Koks laikas tuo metu buvo Varšuvoje?

A) Trečiadienis, 6:00 **B**) Trečiadienis, 18:00 **C**) Ketvirtadienis, 10:00
D) Trečiadienis, 23:00 **E**) Ketvirtadienis, 6:00

B6. Brėžinyje pavaizduota iš taisyklingųjų šešiakampių sudaryta figūra. Jungdami atkarpomis visų gretimų šešiakampių centrus gauname kitą figūrą. Kokią?

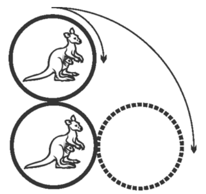


A)  **B**)  **C**)  **D**)  **E**) 

B7. Prie 6 pridedame 3. Gautąją sumą padauginame iš 2 ir pridedame 1. Gautasis skaičius yra:

A) $(6+3\cdot 2)+1$ **B**) $6+3\cdot 2+1$ **C**) $(6+3)\cdot(2+1)$ **D**) $(6+3)\cdot 2+1$ **E**) $6+3\cdot(2+1)$

B8. Viršutinė moneta be slydimo rieda apie kitą tokią pačią monetą iki brėžinyje punktyrine linija parodytos padėties. Kokia tada yra monetose iškaldintų kengūrėlių tarpusavio padėtis?

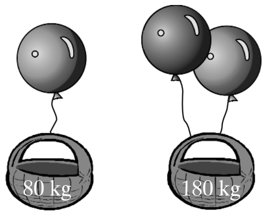


A)  **B**)  **C**)  **D**) 

E) Tai priklauso nuo monetos riedėjimo greičio.

B9. Vienas balionas gali pakelti konteinerį su 80 kg kroviniu, o du tokie patys balionai gali pakelti konteinerį su 180 kg kroviniu. Kiek sveria konteineris?

A) 10 kg **B**) 20 kg **C**) 30 kg **D**) 40 kg **E**) 50 kg

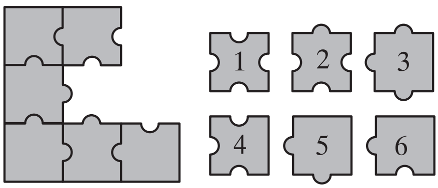


B10. Marytei su Miku močiutė į krepšį įdėjo obuolių ir kriaušių, iš viso 25 vaisius. Beeidama Marytė suvalgė 1 obuolį ir 3 kriaušes, o Mikas — 3 obuolius ir 2 kriaušes. Vaikams parėjus namo, krepšyje buvo po lygiai obuolių ir kriaušių. Kiek kriaušių įdėjo močiutė?

A) 12 **B**) 13 **C**) 16 **D**) 20 **E**) 21

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

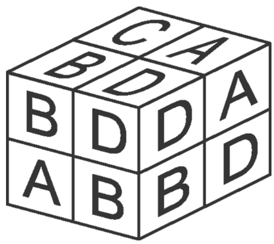
B11. Kuriuos tris brėžinyje sunumeruotus dėlionės fragmentus reikia panaudoti sudedant kvadratą?



A) 1, 3, 4 **B**) 1, 3, 6 **C**) 2, 3, 5 **D**) 2, 3, 6 **E**) 2, 5, 6

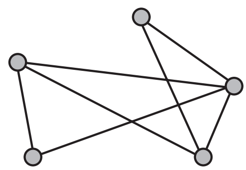
B12. Elzė turi 8 vienodus kubelius. Kiekvienam kubeliui Elzė išrinko po vieną raidę iš A, B, C, D ir užrašė ją ant visų to kubelio sienelių. Iš gautų kubelių Elzė sudėjo kubą (žr. pav.) taip, kad bet kurių dviejų besiliečiančių sienelių raidės skiriasi. Kokia raidė užrašyta ant paveikslėlyje nematomo kubelio?

A) A **B**) B **C**) C **D**) D **E**) E



B13. Stebuklijoje yra 5 miestai. Bet kurius du miestus jungia vienas matomas arba nematomas kelias. Iš viso Stebuklijoje yra 7 matomi keliai, pavaizduoti žemėlapyje (žr. pav.). Kiek nematomų kelių yra Stebuklijoje?

A) 9 **B**) 8 **C**) 7 **D**) 3 **E**) 2

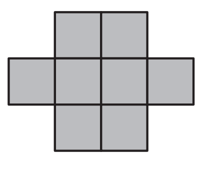


B14. Kiekvienas natūralusis skaičius nudažomas raudonai, mėlynai arba žaliai: 1 nudažomas raudonai, 2 — mėlynai, 3 — žaliai, 4 — raudonai, 5 — mėlynai, 6 — žaliai ir t. t. Renata sudėjo raudoną skaičių su mėlynu. Kokios spalvos skaičių ji galėjo gauti?

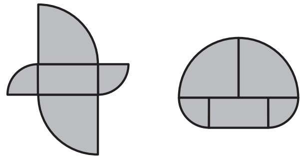
A) Neįmanoma nustatyti **B**) Raudoną arba mėlyną
C) Visada žalią **D**) Visada raudoną **E**) Visada mėlyną

B15. Paveikslėlyje pavaizduotos iš vienodų kvadratėlių sudėtos figūros perimetras yra 42 cm. Koks figūros plotas?

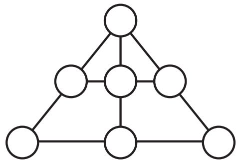
A) 8 cm^2 **B**) 9 cm^2 **C**) 24 cm^2 **D**) 72 cm^2 **E**) 128 cm^2



B16. Abi paveikslėlyje pavaizduotos figūros sudarytos iš tų pačių dalių. Viena dalis yra 5 cm × 10 cm stačiakampis, o kitos dalys yra dviejų skirtingo dydžio skritulių ketvirčiai. Figūrų perimetrų skirtumas lygus:
A) 10 cm **B**) 15 cm **C**) 20 cm **D**) 25 cm **E**) 30 cm



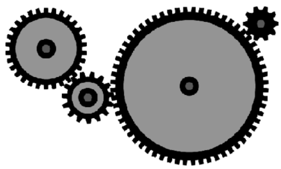
B17. Į paveikslėlyje pavaizduotus skritulius įrašyti skaičiai nuo 1 iki 7 taip, kad visų vienoje tiesėje esančių skaičių suma yra ta pati. Koks skaičius yra viršutiniame skritulyje?
A) 1 **B**) 3 **C**) 4 **D**) 5 **E**) 6



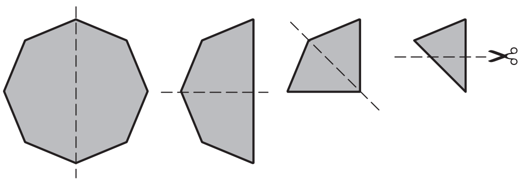
B18. Guminis kamuoliukas krenta nuo 10 metrų aukščio namo stogo. Kiekvieną sykį atsimušęs į žemę, jis pakyla į $\frac{4}{5}$ buvusio aukščio. Kelis kartus jis bus matomas lange, kurio apačia yra 5 metrų, o viršus — 6 metrų aukštyje nuo žemės?

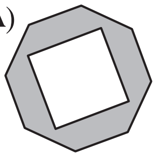
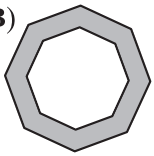
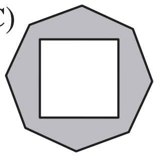
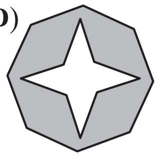
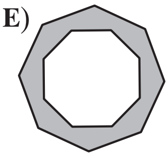
A) 3 **B**) 4 **C**) 5 **D**) 6 **E**) 8

B19. Ant keturių nejudančių ašių sumauti vienas kitą sukantys krumpliaračiai. Pirmasis krumpliaratis turi 30 krumplių, antrasis — 15, trečiasis — 60, o ketvirtasis — 10. Kiek apsisukimų padarys ketvirtasis krumpliaratis pirmajam apsisukus vieną kartą?
A) 3 **B**) 4 **C**) 6 **D**) 8 **E**) 9



B20. Tris kartus perlenkus taisyklingą aštuonkampį popieriaus lapą perpus, gautas trikampis (žr. pav.). Nuo lankstinio nukerpama apatinė dalis, kaip parodyta paveikslėlyje. Kaip popieriaus lapas atrodys jį atlankščius?

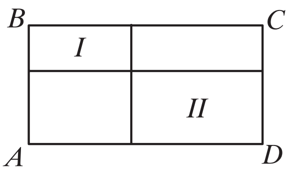


A)

B)

C)

D)

E)


KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

B21. Gėrimas „Sveikata" daromas iš citrinų, apelsinų ir morkų sulčių. Šiame gėrime citrinų ir apelsinų sulčių santykis yra 1 : 2, o apelsinų ir morkų — 3 : 1. Kuris iš žemiau parašytų teiginių yra teisingas?
A) Gėrime „Sveikata" citrinų sulčių daugiau nei apelsinų
B) Gėrime „Sveikata" apelsinų sulčių daugiau nei citrinų ir morkų sulčių kartu
C) Gėrime „Sveikata" citrinų sulčių daugiau nei apelsinų ir morkų sulčių kartu
D) Gėrime „Sveikata" morkų sulčių daugiau nei citrinų ir apelsinų sulčių kartu
E) Citrinų sulčių tame gėrime yra mažiausiai

B22. Stačiakampis $ABCD$ padalytas į 4 stačiakampiukus (žr. pav.). Stačiakampiuko I perimetras yra 20, o II — 30. Stačiakampio $ABCD$ perimetras yra:
A) 10 **B**) 50 **C**) 60 **D**) 80 **E**) 100



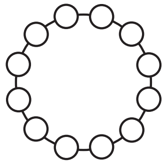
B23. Gimtadienį šventė dvylika 4, 6, 7, 8 ir 9 metų amžiaus vaikų. Yra žinoma, kad tik 4 iš jų buvo 6 metų amžiaus ir kad daugiausiai buvo 8 metų amžiaus vaikų. Koks gimtadienį šventusių vaikų amžiaus vidurkis?

A) 5 **B**) 6 **C**) 7 **D**) 8 **E**) 9

B24. Tango šoka vyras su moterimi. Vakarėlyje buvo ne daugiau kaip 50 dalyvių. Vienu metu $\frac{3}{4}$ vyrų šoko su $\frac{4}{5}$ moterų. Kiek žmonių šoko tuo metu?

A) 20 **B**) 24 **C**) 30 **D**) 32 **E**) 46

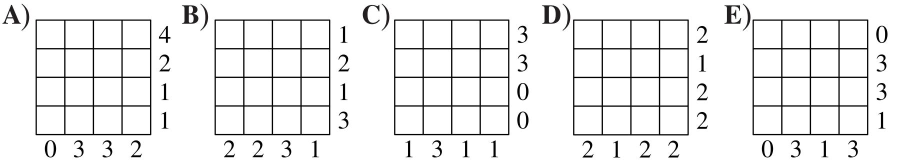
B25. Ratu surašyti visi natūralieji skaičiai nuo 1 iki 12 taip, kad bet kurie du greta esantys skaičiai skiriasi arba vienetu, arba 2 vienetais. Kurie du skaičiai neišvengiamai bus greta?
A) 5 ir 6 **B**) 10 ir 9 **C**) 6 ir 7 **D**) 8 ir 10 **E**) 4 ir 3



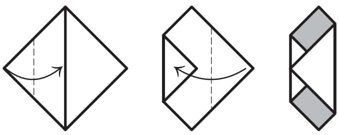
B26. Petras nori padalyti 6×7 stačiakampį į kvadratus su sveikomis kraštinėmis. Kiek mažiausiai kvadratų jis gali gauti taip darydamas?

A) 4 **B**) 5 **C**) 7 **D**) 9 **E**) 42

B27. Kiekvienas 4×4 kvadrato langelis nuspalvintas balta arba juoda spalva. Kiekvienos eilutės juodų langelių skaičius užrašomas tos eilutės dešinėje, o kiekvieno stulpelio — apačioje. Tada visi juodi langeliai nuspalvinami baltai. Kuri iš žemiau parodytų lentelių yra taip gauta?



B28. Kvadrato formos $64\,\text{cm}^2$ ploto popieriaus lapą du kartus perlenkiame paveikslėlyje parodytu būdu.



Kokia yra abiejų patamsintų stačiakampių plotų suma?

A) $10\,\text{cm}^2$ **B**) $14\,\text{cm}^2$ **C**) $15\,\text{cm}^2$ **D**) $16\,\text{cm}^2$ **E**) $24\,\text{cm}^2$

B29. Adomo namo numeris yra triženklis skaičius. Nutrynę šio skaičiaus pirmąjį skaitmenį gauname Romo namo numerį, o nutrynę Romo namo numerio pirmąjį skaitmenį gauname Tomo namo numerį. Sudėję visus tris minėtus namo numerius gauname 912. Koks yra vidurinysis Adomo namo numerio skaitmuo?

A) 3 **B**) 4 **C**) 5 **D**) 6 **E**) 7

B30. Aušra sugalvojo du gretimus natūraliuosius skaičius ir vieną jų pasakė Saulei, o kitą — Ryčiui. Saulė ir Rytis žino, kad jų skaičiai yra gretimi. Tada Saulė pasakė Ryčiui: „Aš nežinau tavo skaičiaus“. Rytis Saulei atsakė: „Aš nežinau tavo skaičiaus“. Tada Saulė pasakė Ryčiui: „Dabar aš žinau tavo skaičių, jis yra skaičiaus 20 daliklis“. Koks Saulės skaičius?

A) 2 **B**) 3 **C**) 4 **D**) 5 **E**) 6

KADETAS (VII ir VIII klasės)

KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

K1. Keturi vienodi šokoladukai kainuoja 6 Lt daugiau už vieną tokį šokoladuką. Kiek kainuoja vienas toks šokoladukas?

A) 1 Lt **B**) 2 Lt **C**) 3 Lt **D**) 4 Lt **E**) 1,5 Lt

K2. $11{,}11 - 1{,}111 =$

A) 9,009 **B**) 9,0909 **C**) 9,99 **D**) 9,999 **E**) 10

K3. Laikrodis padėtas ciferblatu aukštyn taip, kad jo minučių rodyklė rodo tiksliai į rytus. Po kelių minučių ji pirmą kartą rodys tiksliai į šiaurę?

A) Po 45 min **B**) Po 40 min **C**) Po 30 min **D**) Po 20 min **E**) Po 15 min

K4. Marytė karpo žirklėmis 5 kartonines raides. Kiekvieną raidę ji perkerpa vienu tiesiu kirpimu taip, kad raidė subyrėtų į kuo daugiau dalių. Kuri raidė subyra į didžiausią dalių skaičių?

A) O **B**) F **C**) S **D**) H **E**) M

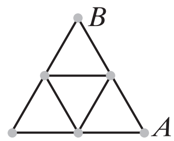
K5. Drakonas turi 5 galvas. Nukirtus bet kurią iš jų, tuoj pat atauga 5 naujos. Vieną po kitos drakonui nukertame 6 galvas. Kiek galvų jis tada turės?

A) 25 **B**) 28 **C**) 29 **D**) 30 **E**) 35

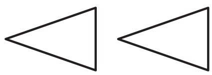
K6. Kuriame iš pateiktų reiškinių skaičių 8 pakeitus bet kokiu kitu teigiamu skaičiumi (visur tuo pačiu), to reiškinio reikšmė nepasikeis?

A) $(8+8):8+8$ **B**) $8\cdot(8+8):8$ **C**) $8+8-8+8$ **D**) $(8+8-8)\cdot 8$ **E**) $(8+8-8):8$

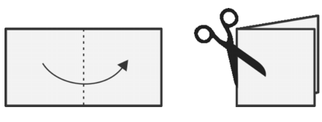
K7. Kiekvieno iš 9 parko takelių ilgis yra 100 metrų (žr. pav.). Onutė eina iš taško A į tašką B, neidama jokiu taku du kartus. Koks yra jos ilgiausio kelio ilgis metrais?
A) 900 **B**) 800 **C**) 700 **D**) 600 **E**) 400

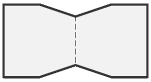
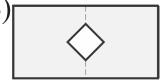
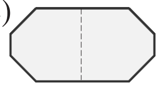
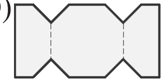
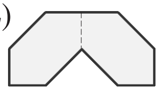


K8. Brėžinyje parodyti du trikampiai. Keliais būdais galima išvesti tiesę per vieną iš kairiojo trikampio viršūnių ir vieną iš dešiniojo trikampio viršūnių taip, kad tiesė su šiais trikampiais daugiau bendrų taškų neturėtų?
A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 4 **E**) Daugiau nei 4

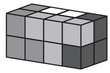


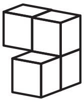
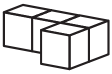
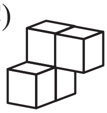
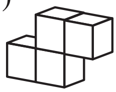
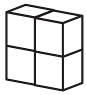
K9. Aivaras popieriaus lapą perlenkė pusiau, kaip parodyta piešinyje. Tada jis padarė du tiesius kirpimus ir atlenkė lapą. Kurios žemiau pavaizduotos figūros jis negali gauti taip darydamas?



A)  **B**)  **C**)  **D**)  **E**) 

K10. Stačiakampis gretasienis sudėtas iš keturių detalių. Kiekviena detalė sudaryta iš keturių vienspalvių kubelių. Kokios formos yra baltoji detalė?



A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

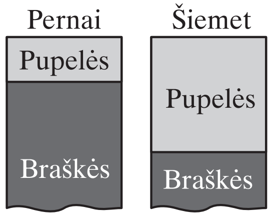
KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

K11. Iš skaitmenų 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ir 8, panaudojusi juos visus, Kamilė sudaro du keturženklius skaičius. Jai reikia, kad šių dviejų skaičių suma būtų galimai mažiausia. Kokia yra ta mažiausioji suma?

A) 2468 **B**) 3333 **C**) 3825 **D**) 4734 **E**) 6918

K12. Ponia Izolda augina pupeles ir braškes. Šiemet ji 3 metrais padidino stačiakampį, kuriame pernai augo pupelės, iki kvadrato (žr. pav.), ir taip 15 m^2 sumažino braškių užimama plotą. Kokiame plote pernai augo pupelės?

A) 5 m^2 **B**) 9 m^2 **C**) 10 m^2 **D**) 15 m^2 **E**) 18 m^2

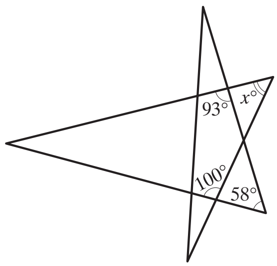


K13. Iš penkių į langelius surašytų skaičių $\boxed{10}\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{130}$ parodyti pirmas skaičius 10 ir paskutinis skaičius 130. Pirmų trijų skaičių suma lygi 100, vidurinių trijų skaičių suma lygi 200, o paskutinių trijų — net 300. Kam lygus vidurinis skaičius?

A) 50 **B**) 60 **C**) 70 **D**) 75 **E**) 100

K14. Koks yra brėžinio kampo x dydis laipsniais?

A) 35° **B**) 42° **C**) 51° **D**) 65° **E**) 109°

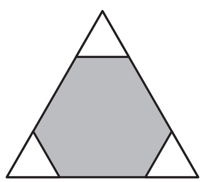


K15. Kiekvienoje iš 4 kortelių vienoje pusėje yra skaičius, o kitoje — teiginys. Tie keturi teiginiai yra tokie: „dalijasi iš 7“, „yra pirminis“, „yra nelyginis“ ir „yra didesnis už 100“, o tie keturi skaičiai yra 2, 5, 7 ir 12. Visose kortelėse įrašyti skaičiai prieštarauja kitoje pusėje esančiam teiginiui. Kuris skaičius yra kitoje kortelės „yra didesnis už 100“ pusėje?

A) 2 **B**) 5 **C**) 7 **D**) 12 **E**) Neįmanoma nustatyti

K16. Nuo trijų didžiojo lygiakraščio trikampio, kurio kraštinės ilgis 6 cm, kampų nukerpame po tokį patį lygiakraštį trikampiuką (kaip parodyta pav.). Visų trijų nukirptų trikampiukų perimetrų suma yra lygi likusio pilkojo šešiakampio perimetrui. Koks yra nukirptųjų trikampiukų kraštinės ilgis?

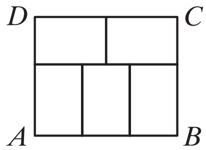
A) 1 cm **B**) 1,2 cm **C**) 1,25 cm **D**) 1,5 cm **E**) 2 cm



K17. Katino Apelsino sūris supjaustytas į daugybę gabaliukų. Pelės visą dieną vogė katino sūrio gabaliukus. Apelsinas pastebėjo, kad kiekviena pelė pavogė skirtingą sūrio gabaliukų skaičių, mažesnį už 10, ir kad jokia pelė nepavogė lygiai dvigubai tiek gabaliukų, kiek pavogė kuri nors kita pelė. Kiek daugiausiai pelių galėjo vogti sūrį?

A) 4 **B**) 5 **C**) 6 **D**) 7 **E**) 8

K18. Stačiakampis $ABCD$ padalytas į penkis vienodus stačiakampius (žr. pav.), kurių kiekvieno perimetras lygus 20 cm. Koks yra stačiakampio $ABCD$ plotas?

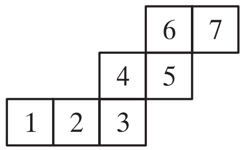


A) 72 cm^2 **B**) 112 cm^2 **C**) 120 cm^2 **D**) 140 cm^2 **E**) 150 cm^2

K19. Stebuklingo plepaus kvadrato kraštinės ilgis pradžioje buvo 8 cm. Jei kvadratas kalba tiesą, tai jo kraštinė sutrumpėja 2 cm, o jei netiesą, tai jo perimetras dvigubėja. Kvadratas kalbėjo keturis kartus, du kartus sakė tiesą ir du kartus — netiesą. Koks galimai didžiausias po to gali būti jo perimetras?

A) 28 cm **B**) 80 cm **C**) 88 cm **D**) 112 cm **E**) 120 cm

K20. Lošimo kauliukas judėjo plokštuma, verčiamas per kurią nors jo briauną. Jo apatinė sienelė paeiliui pabuvojo brėžinyje skaitmenimis 1, 2, 3, 4, 5, 6 ir 7 pažymėtose padėtyse. Kuriuose dviejuose langeliuose pabuvojo ta pati kauliuko sienelė?



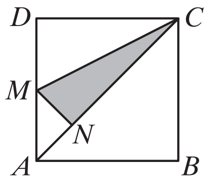
A) 1 ir 7 **B**) 1 ir 6 **C**) 1 ir 5 **D**) 2 ir 7 **E**) 2 ir 6

KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

K21. Eugenijus turi 5 kubelius. Kai jis surikiuoja juos nuo mažiausio iki didžiausio, tai skirtumas tarp gretimų kubelių aukščių visada yra 2 cm, o paties didžiausio kubelio aukštis yra toks pats, kaip iš dviejų mažiausių kubelių sudėto bokštelio aukštis. Koks yra iš visų 5 kubelių sudėto bokštelio aukštis?

A) 6 cm **B**) 14 cm **C**) 22 cm **D**) 44 cm **E**) 50 cm

K22. Brėžinyje pavaizduotas kvadratas $ABCD$, kuriame M yra jo kraštinės AD vidurio taškas, o MN yra statmena AC. Koks yra patamsinto trikampio MNC ir viso kvadrato plotų santykis?



A) 1 : 6 **B**) 1 : 5 **C**) 7 : 36 **D**) 3 : 16 **E**) 7 : 40

K23. Tango šoka vyras su moterimi. Šokių vakarėlyje buvo ne daugiau kaip 50 dalyvių. Vienu metu $\frac{3}{4}$ vyrų šoko tango su $\frac{4}{5}$ moterų. Kiek žmonių šoko tuo metu?

A) 20 **B**) 24 **C**) 30 **D**) 32 **E**) 46

K24. Dovydas nori surašyti ratuku visus 12 skaičių nuo 1 iki 12 taip, kad bet kurių dviejų greta esančių skaičių skirtumas būtų arba 2, arba 3. Kurie du skaičiai bus visada greta tai padarius?

A) 5 ir 8 **B**) 3 ir 5 **C**) 7 ir 9 **D**) 6 ir 8 **E**) 4 ir 6

K25. Esama triženklių skaičių, pasižyminčių savybe: nutrynus pirmą skaitmenį lieka tikslus kvadratas, ir nutrynus paskutinį skaitmenį lieka tikslus kvadratas. Kokia yra visų tokių triženklių skaičių suma?

A) 1013 **B**) 1177 **C**) 1465 **D**) 1993 **E**) 2016

K26. Knygoje yra 30 apsakymų. Kiekvienas apsakymas prasideda naujame puslapyje. Apsakymų užimami puslapių skaičiai yra 1, 2, 3, . . ., 30 puslapių. Pirmas apsakymas prasideda pirmame puslapyje. Koks galimai didžiausias apsakymų skaičius prasideda nelyginiuose puslapiuose?

A) 15 **B**) 18 **C**) 20 **D**) 21 **E**) 23

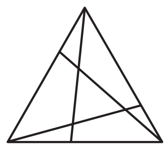
K27. Lygiakraštis trikampis yra sukinėjamas apie savo centrą. Pirmuoju sukimu jis yra pasukamas 3° kampu, antruoju — 9° kampu, trečiuoju — 27° kampu, ir t. t. (n-uoju sukimu trikampis pasukamas $(3^n)^\circ$ kampu). Kelias skirtingas padėtis, įskaitant ir pradinę, užims šis trikampis? (Dvi padėtys laikomos vienodomis, jei trikampis užima tą pačią plokštumos vietą.)

A) 3 **B**) 4 **C**) 5 **D**) 6 **E**) 360

K28. Virvę sulenkiame per pusę, tada dar per pusę ir galiausiai dar kartą per pusę. Taip sulankstytą virvę perkirpę vienu kirpimu, gauname keletą jos dalių. Dviejų tokių dalių ilgiai yra 4 m ir 9 m. Kuris iš nurodytų atsakymų negali reikšti pradinio virvės ilgio?

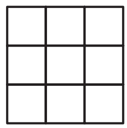
A) 52 m **B**) 68 m **C**) 72 m **D**) 88 m **E**) Visi atvejai **A**–**D** yra galimi

K29. Trikampis, kurio perimetras lygus 19, trimis atkarpomis padalytas į 4 mažesnius trikampius ir 3 keturkampius (žr. pav.). Šių keturkampių perimetrų suma yra 25, o 4 mažesnių trikampių perimetrų suma yra 20. Kokia yra šių trijų atkarpų ilgių suma?



A) 11 **B**) 12 **C**) 13 **D**) 15 **E**) 16

K30. Į kiekvieną 3×3 kvadrato laukelį reikia įrašyti po teigiamą skaičių taip, kad ir kiekvienoje eilutėje, ir kiekviename stulpelyje įrašytų 3 skaičių sandaugos būtų visada lygios 1, o kiekviename 2×2 kvadrate įrašytų visų 4 jo skaičių sandaugos visada būtų lygios 2. Koks skaičius įrašytas centriniame laukelyje?



A) 16 **B**) 8 **C**) 4 **D**) $\frac{1}{4}$ **E**) $\frac{1}{8}$

SPRENDIMAI

BIČIULIS (V ir VI klasės)

B1. Ⓒ 9

! Surašome iš eilės tas pačias raides kaip užraše

VIVAT KANGAROO,

praleisdami pasikartojančias (arba atsargiai susirašydami jas atskirai — kuo ne kontrolė?). Liks 9 raidės

VIAT KANGRO

(V kartojasi 1 kartą, A — 2, O — 1 kartą). Kadangi skirtingų raidžių yra 9, tai Vosyliui prireiks 9 spalvų.
Teisingas atsakymas **C**.

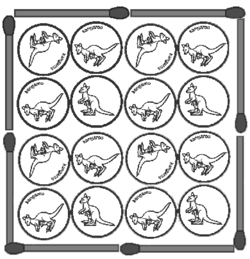
B2. Ⓒ 1,5 m

! Kadangi visos lentos plotis yra 6 m, o viduriniosios dalies — 3 m, tai abiems likusioms kraštinėms dalims „atitenka“ $6 - 3 = 3$ (m) pločio. Yra pasakyta, kad jų abiejų pločiai yra lygūs, todėl kiekvienai iš jų — taip pat ir tai dešiniajai — atskirai išeina po $3 : 2 = 1{,}5$ (m) pločio.
Teisingas atsakymas **C**.

B3. Ⓐ 8

! 4 degtukais „atitveriama“ vietos 4 monetoms. Vadinasi, padėti 16 monetų tos vietos reikės keturis kartus daugiau. Kvadratas, kuriame yra 4 kartus daugiau vietos, turi du kartus ilgesnę kraštinę, ir todėl tokiam kvadratui sudėti kiekvienai kraštinei jau prireiks nebe 1, o 2 degtukų. Todėl visoms 4 kraštinėms sudėti reikės $4 \cdot 2 = 8$ degtukų.
Teisingas atsakymas **A**.

!! Aštuonių degtukų užtenka:

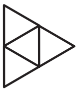


B4. Ⓒ 142

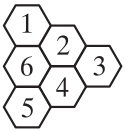
! Kadangi pagal sąlygą vienos iš tų 25 eilių iš viso nėra, tai jų dar lieka 24, o kadangi viena eilė su $6 - 2 = 4$ kėdėmis yra trumpesnė, tai pilnų eilių su 6 sėdynėmis yra 23. Todėl iš viso lėktuve yra $23 \cdot 6 + 4 = 138 + 4 = 142$ vietos. Tą patį gautume ir skaičiuodami „gudriau“, nes $24 \cdot 6 - 2 = 144 - 2 = 142$.
Teisingas atsakymas **C**.

B5. E Ketvirtadienis, 6:00

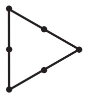
Varšuvos ir San Francisko laikas skiriasi 9 valandomis. (Kai San Franciske 8-ta ryto, tai Varšuvoje — 5-ta valanda po pietų.) Vadinasi, kai San Franciske 9-ta valanda trečiadienio vakaro, tai norint gauti Varšuvos laiką, prie San Francisko laiko reikia pridėti 9 val. Pridėjus tik 3 val., jau būtų pusiaunaktis, taigi pridėjus likusias 6 val., Varšuvoje būtų 6-ta valanda ketvirtadienio ryto.
Teisingas atsakymas **E**.

B6. C 

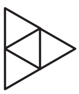
Šešiakampius sunumeruokime:



Jungiame gretimus šešiakampius 1 ir 2; 2 ir 3; 3 ir 4; 4 ir 5; 5 ir 6; 6 ir 1. Gauname trikampį



Sujungę šešiakampius 2 ir 4; 4 ir 6 bei 6 ir 2, gauname figūrą



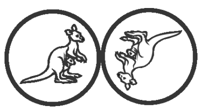
Teisingas atsakymas **C**.

B7. D $(6+3)\cdot 2+1$

Iš eilės aprašyti veiksmai yra tokie:

$$\begin{array}{rl} \text{I} & 6+3=9, \\ \text{II} & (6+3)\cdot 2=18, \\ \text{III} & (6+3)\cdot 2+1=19. \end{array}$$

Patikriname, jog atsakymuose **A**, **B**, **C** ir **E** nurodyti skaičiai nelygūs 19:
A) 13 **B**) 13 **C**) 27 **E**) 15.
Teisingas atsakymas **D**.

B8. A 

Brėžinys rodo, kad viršutinė moneta nurieda apatine ketvirtadalį monetos apvado ilgio. Tada kengūrėlių letenėlės „bus pasisukusios taip, kad rodys viena į kitą“, o tokia yra **A** padėtis.
Teisingas atsakymas **A**.

B9. Ⓑ 20 kg

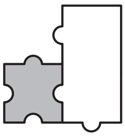
Kadangi dviejų balionų keliamoji galia yra dvigubai didesnė negu vieno baliono keliamoji galia, tai jeigu krepšio svoris būtų K kg, tai būtinai $2(K + 80) = K + 180$. Iš čia $2K + 160 = K + 180$ ir, vadinasi, $K = 20$.
Teisingas atsakymas **B**.

B10. Ⓑ 13

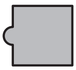
Beeidami namo Marytė su Miku iš viso suvalgė $1 + 3 + 3 + 2 = 9$ vaisius. Kadangi tų vaisių jie turėjo 25, tai jiems dar liko $25 - 9 = 16$ vaisių, iš kurių, kaip pasakyta, pusę sudaro kriaušės. Taigi jie parsinešė $16 : 2 = 8$ kriaušes. Be to, Marytė su Miku eidami namo suvalgė $3 + 2 = 5$ kriaušes. Vadinasi, močiutė jiems įdėjo $8 + 5 = 13$ kriaušių.
Teisingas atsakymas **B**.

B11. Ⓓ 2, 3, 6

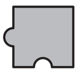
Į patį vidurį netinka 1 figūra (nes neturi nė vieno „iškilumo į išorę“). Dėl tos pačios priežasties netinka ir 4 figūra. Be to, figūra, kuri tiktų į vidurį, turi turėti du „įgaubtumus į vidų“, todėl netinka 3 ir 5 bei 6 figūros. Vadinasi, į vidų tinka tik antroji figūra



Dabar iš krašto antroje eilėje reikia dėti detalę, turinčią vieną lygų šoną ir mažiausiai du iškilumus. Tokios detalės yra 3-čia ir 5-ta. Jei padėtume 5, tada viršuje kampe reikėtų detalės



su vienu iškilumu ir 3 lygiais kraštais, o tėra daugiausiai su 2 lygiais kraštais. Vadinasi, 5-tos negalima dėti. Todėl reikia dėti 3, ir tada viršuje lieka vieta



Tokia yra 6 detalė. Todėl reikia panaudoti 2, 3 ir 6 detales.
Teisingas atsakymas **D**.

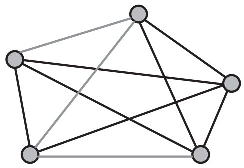
B12. Ⓑ B

Nematomas apatinis kubelis turi 3 kaimynus — tolimiausią viršutinį **C**, dešiniausią apatinį **D** ir dar kairiausią apatinį **A**. Taigi ant nematomo kubelio parašyta raidė **B**.
Teisingas atsakymas **B**.

B13. Ⓓ 3

5 miestams sujungti keliais vieną su kitu reikia 10 kelių. (Tikrai, jei miestus pažymėtume K, L, M, N ir O, tai visi galimi keliai būtų KL, KM, KN, KO, LM, LN, LO, MN, MO ir NO).

Kadangi 7 iš tų 10 kelių yra matomi, todėl dar turi būti $10 - 7 = 3$ nematomi keliai.



Teisingas atsakymas **D**.

B14. Ⓒ Visada žalią

! Pastebime, kad pagal dažymą visi raudonieji skaičiai turi liekaną 1 dalijant iš 3, visi mėlynieji skaičiai turi liekaną 2 dalijant iš 3. Todėl sudėję raudonąjį skaičių su mėlynuoju, gausime skaičių, kurio dalybos iš 3 liekana yra 3, vadinasi, jis dalijasi iš 3. Bet pagal mūsų dažymą iš trijų besidalijantys skaičiai yra žalieji skaičiai.
Teisingas atsakymas **C**.

B15. Ⓓ $72\,\text{cm}^2$

! Matome, kad parodytos figūros apvadas (perimetras) yra sudarytas iš 14 vienodo ilgio atkarpų, nes jos visos yra vienodo dydžio kvadratėlių kraštinės.
Jei 14 vienodo ilgio atkarpų bendras ilgis yra 42 cm, tai viena atkarpa yra

$$42 : 14 = 3\,(\text{cm})$$

ilgio, o tada vieno tokio kvadratėlio plotas yra

$$3 \cdot 3 = 9\,(\text{cm}^2).$$

Iš 8 tokių vienodų kvadratėlių sudėtos figūros plotas yra

$$9 \cdot 8 = 72\,(\text{cm}^2).$$

Teisingas atsakymas **D**.

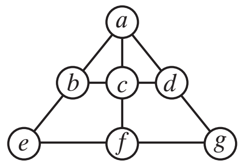
B16. Ⓒ 20 cm

! Pirmosios figūros apvadas (perimetras) susideda iš dviejų didesnio spindulio (lygaus 10 cm, nes tokio ilgio yra ilgesnioji stačiakampio kraštinė) apskritimų ketvirčių ir iš dviejų mažesnio spindulio (lygaus 5 cm, nes tokio ilgio yra trumpesnioji stačiakampio kraštinė) apskritimų ketvirčių, prie kurių dar reikia pridėti 2 tuos ilgesnius spindulius po 10 cm (vieną viršuje ir kitą apačioje) ir 2 trumpesnius spindulius po 5 cm (irgi vieną viršuje ir vieną apačioje). Antrosios (iš pažiūros atrodančios didesnio ploto) figūros perimetras yra sudarytas iš dviejų tokių didesniųjų ir dviejų mažesniųjų apskritimų ketvirčių ir vienos ilgesniosios (10 cm) stačiakampio kraštinės. Taigi figūrų perimetrai skiriasi dviem trumpesniais spinduliais (po 5 cm) ir vienu ilgesniuoju (10 cm) spinduliu. Vadinasi, perimetrų skirtumas lygus $5 + 5 + 10 = 20$ cm.
Teisingas atsakymas **C**.

B17. Ⓒ 4

! Surašykime skaičius. Pagal sąlygą:

$$a+b+e = a+c+f = a+d+g = b+c+d = e+f+g.$$

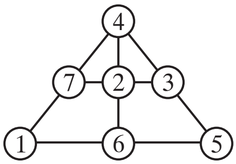


Vadinasi, atmetus a likę skaičiai pasidalija į 3 grupes su vienoda suma ir į 2 grupes su vienoda suma, todėl viršuje yra toks skaičius, be kurio visų likusių skaičių suma dalijasi ir iš 3, ir iš 2, t. y. iš 6.

Bet visų skaičių 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 suma yra

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = (1 + 7) + (2 + 6) + (3 + 5) + 4 = 8 + 8 + 8 + 4 = 28,$$

o galimos visų be vieno skaičiaus sumos yra 27, 26, 25, 24, 23, 22 ir 21. Iš jų tik 24 dalijasi iš 6, vadinasi, viršuje yra $28 - 24 = 4$.
Teisingas atsakymas **C**.
Pastaba. Skaičiai tikrai taip susiskirsto, kai viršuje 4.



B18. D 6

Pirmą kartą lange, kurio apačia yra 5 m, o viršus — 6 m aukštyje, kamuoliukas pasirodo krisdamas iš 10 metrų aukščio. Pirmą kartą atsimušęs į žemę, kamuoliukas pakils į $10 \cdot \frac{4}{5} = 8$ metrų aukštį ir lange pasirodys antrą kartą, kildamas į tą 8 m aukštį, ir trečią kartą — krisdamas iš jo. Atsimušęs antrą kartą į žemę, jis pakils į

$$8 \cdot \frac{4}{5} = 8 \cdot 0{,}8 = 6{,}4\,(\mathrm{m})$$

aukštį ir ketvirtą kartą lange pasirodys, kildamas į tą aukštį, ir penktą kartą — krisdamas iš jo. Atsimušęs trečią kartą, jis pakils į

$$6{,}4 \cdot 0{,}8 = 5{,}12\,(\mathrm{m})$$

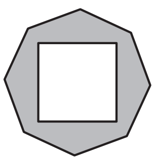
aukštį ir, kadangi tai aukštis tarp 5 ir 6 m, tai lange jis pasirodys jau šeštą kartą. Atsimušęs ketvirtą kartą į žemę, jis tepakils į

$$5{,}12 \cdot 0{,}8 = 4{,}096\,(\mathrm{m})$$

aukštį ir daugiau lange nebepasirodys. Taigi kamuoliukas lange pasirodys šešis kartus.
Teisingas atsakymas **D**.

B19. A 3

Kadangi krumpliaračiai yra sukabinti, ir veiksmas vyksta „dantukas į dantuką“, tai kai pirmasis 30 dantukų turintis krumpliaratis padarys pilną apsisukimą, o tai 30 dantukų, tai paskutinis krumpliaratis, kuris teturi 10 dantukų, turės padaryti $30 : 10 = 3$ (pilnus) apsisukimus.
Teisingas atsakymas **A**.

B20. C 

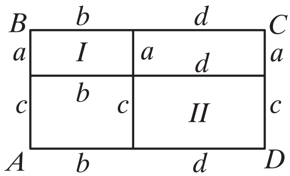
Pagal lankstymo būdą iš apatinės perkirptos dalies išsilanksto kvadratas. Todėl iš karto nebetinka atsakymai **B**, **D** ir **E**. Atveju **A** turime atmesti dėl to, kad iškirptojo kvadrato kraštinė nėra niekur lygiagreti taisyklingo aštuonkampio kontūrui, o **A** atveju yra tokių vietų, kuriose iškirptojo kvadrato kontūras lygiagretus aštuonkampio kontūrui.
Teisingas atsakymas **C**.

B21. B Gėrime „Sveikata“ apelsinų sulčių daugiau nei citrinų ir morkų sulčių kartu

Citrinų ir apelsinų sulčių santykis 1 : 2 lygus 3 : 6, o apelsinų ir morkų sulčių santykis 3 : 1 lygus 6 : 2. Taigi citrinų, apelsinų ir morkų sulčių santykis yra 3 : 6 : 2. Atsakymai **A** ir **C** neteisingi, nes citrinų sulčių yra mažiau nei apelsinų. Atsakymai **D** ir **E** taip pat neteisingi, nes gėrime „Sveikata“ morkų sulčių yra mažiausiai. Atsakymas **B** teisingas, nes apelsinų sulčių yra daugiau nei citrinų ir morkų sulčių kartu ($6 > 3 + 2$).
Teisingas atsakymas **B**.

B22. B 50

Pirmojo stačiakampio gretimų kraštinių ilgius pažymėkime a ir b, o antrojo — c ir d (žr. pav.). Stačiakampio $ABCD$ perimetras yra $2(a + b + c + d)$ ir lygus I stačiakampio perimetro $2(a + b)$ ir II stačiakampio perimetro $2(c + d)$ sumai. Taigi stačiakampio $ABCD$ perimetras yra $20 + 30 = 50$.
Teisingas atsakymas **B**.



B23. C 7

Jeigu iš 12 vaikų 4 vaikai yra šešerių metų, o dažniausias amžius yra aštuoneri, tai aštuonerių metų vaikų turi būti bent 5. Tada jų yra lygiai penki, nes jeigu jų būtų daugiau, tai likusioms trims skirtingoms amžiaus grupėms — ketverių, septynerių ir devynerių metų — liktų tik du vaikai. Vadinasi, aštuonerių metų amžiaus vaikų yra lygiai 5, šešerių — 4, o kitų po 1, ir jų amžiaus vidurkis yra

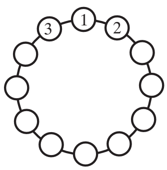
$$\frac{4 + 6 \cdot 4 + 7 + 8 \cdot 5 + 9}{12} = 7.$$

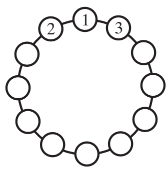
Teisingas atsakymas **C**.

B24. B 24
Žr. Kadeto 23 uždavinio sprendimą.

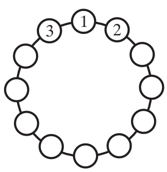
B25. D 8 ir 10

Pirmiausia pastebėkime, jog jeigu taip surašyti galima, tai 1 kaimynai yra tik 2 ir 3, o tas fragmentas tada gali atrodyti

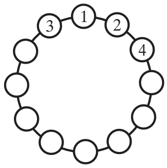


arba atvirkščiai


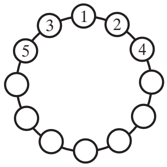
Nemažindami bendrumo, palikime pirmą atvejį



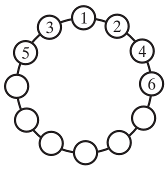
Tada iš kitos pusės 2 kaimynas yra jau tik 4 (nes 3 jau surikiuotas):



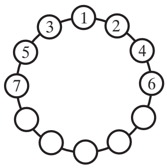
Tačiau tada kitas 3 kaimynas bus tik 5 (nes 4 jau surikiuotas)



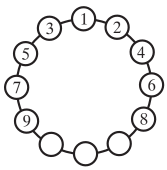
Dabar prie 4 jau tik 6:



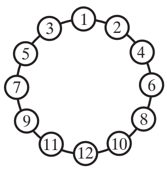
o prie 5 — tik 7



Toliau gauname

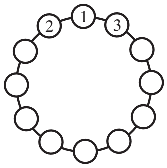


Ir paskutiniuoju žingsniu ratas užsidaro:



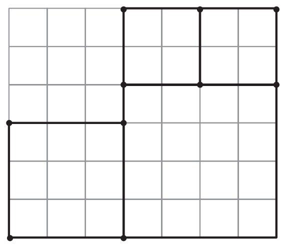
Teisingas atsakymas **D**.

Pastaba. Samprotavimas rodo, kad tokie dėstiniai apskritai tėra tik 2 — pirmasis toks, kokį mes užrašėme, ir jo „veidrodinis atspindys“, kurį irgi automatiškai užrašytume „tęsdami“ fragmentą



B26. B 5

Pirmiausia nurodysime pjaustymą, kai gaunami tik 5 kvadratai. Dabar reikėtų paaiškinti, kad su mažiau kvadratėlų „neišeina“. Liko įrodyti, kad į mažiau kvadratėlių su sveikomis kraštinėmis tas 6×7 stačiakampis nebesukarpomas. Nagrinėkime visus galimus karpinius kvadratėliais pagal didžiausio ilgio kraštinę. Pastebėkime, kad bet kurių dviejų iškerpamųjų kvadratėlių kraštinių ilgių suma negali būti didesnė kaip 7, nes kitaip jie tame stačiakampyje „neprasilenks“.



Nagrinėkime 4 atvejus.

I. Iškerpamo didžiausio kvadrato kraštinė yra 6. Tada likę kvadratėliai tegali būti vienetiniai, ir jų turi būti daug:

$$6 \cdot 7 = 42 = 6^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2.$$

Šiuo atveju pradinis stačiakampis 6×7 supjaustomas į 7 kvadratėlius.

II. Iškerpamojo didžiausio kvadratėlio kraštinė yra 5. Tada kitų mažesnių kvadratėlių kraštinių ilgiai neviršija 2.

$$42 = 5^2 + m^2 + n^2 + \cdots.$$

Vadinasi,

$$17 = m^2 + n^2 + \cdots,$$

čia m, n ... neviršija 2. Tačiau tada 4 kvadratėlių nepakanka, nes jų bendras plotas bus daugiausiai $4 \cdot 4 = 16$.

III. Iškerpamojo didžiausio kvadratėlio kraštinė yra 4. Tada

$$42 = 4^2 + m^2 + n^2 + \cdots,$$

čia $m, n, \ldots$ neviršija 3, arba

$$26 = m^2 + n^2 + \cdots.$$

Vėl 3 dėmenų nepakaks, nes jei jie visi po 3, tai

$$26 \neq 27 = 3^2 + 3^2 + 3^2,$$

o jei yra mažesnių, tai 26 nesurinksime, nes tada surenkame daugiausiai

$$3^2 + 3^2 + 2^2 = 9 + 9 + 4 = 22,$$

o tai per mažai.

IV. Jei didžiausia kraštinė 3 arba mažesnė, tai su 5 tokiais surenkame

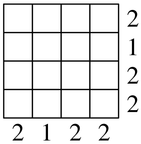
$$3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 = 45 > 42,$$

o jei bent vienas mažesnis, tai tada jau tik daugiausiai

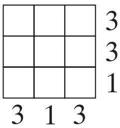
$$3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 + 2^2 = 40 < 42,$$

o tai jau mažai.
Teisingas atsakymas **B**.

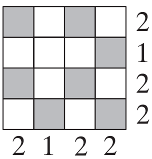
B27. D



Lentelės **A** spalvinimo būdu gauti negalima, nes viršutinės jos eilutės 4 reikštų visus nuspalvintus jos langelius, tada jokiame stulpelyje negali būti nulių, o čia kairiausiame stulpelyje yra.
Lentelėje **B** spalvinimo požiūriu iš viso „nesueina galai“, nes skaičiuojant pagal eilutes buvo nuspalvinti $1 + 2 + 1 + 3 = 7$, o pagal stulpelius $2 + 2 + 3 + 1 = 8$ langeliai.
Lentelė **C** irgi negera, nes antrojo stulpelio 3 liudija, kad visuose langeliuose, išskyrus 1, yra kažkas nuspalvinta, todėl skaičiuojant eilutėmis, nulis galėtų būti daugiausiai vienoje eilutėje, o yra dviejose.
Lentelėje **E** 2 nuliai aukščiausioje eilutėje ir kairiajame stulpelyje reiškia, kad ten nieko nėra, ir mes galime pereiti į žemutinį dešinįjį 3×3 kvadratą.



O čia vėl ne tas — trejetai dviejose viršutinėse eilutėse reiškia, kad jos abi ištisai nuspalvintos, o tada viduriniame stulpelyje bus ne mažiau dviejų nuspalvintų langelių, o ten parašytas 1. Belieka lentelė **D**.
Įsitikinsime, kad ją nuspalvinti tikrai įmanoma. Pavyzdys



Teisingas atsakymas **D**.

B28. D $16\,\mathrm{cm}^2$

Jei pradinio kvadrato plotas $64\,\mathrm{cm}^2$, tai jo kraštinė lygi $8\,\mathrm{cm}$. Lenkiant pirmą kartą, nuo pradinio kvadrato yra atlenkiamas status lygiašonis trikampis, kurio statinis yra lygus pusei pradinio kvadrato kraštinės ilgio. Vadinasi, ilgesnioji patamsinto stačiakampio kraštinė yra lygi irgi pusei to pradinio kvadrato kraštinės, arba $\frac{1}{2} \cdot 8 = 4\,(\mathrm{cm})$.
Antrą kartą atlenkiant iš kitos pusės, yra perlenkiamas pusiau kvadratas, kurio įstrižainė yra lygi $\frac{3}{4}$ pradinio kvadrato įstrižainės. Vadinasi, ir to perlenkiamo pusiau kvadrato kraštinės ilgis yra $\frac{3}{4}$ pradinio kvadrato kraštinės ilgio.

Todėl antroji trumpesnioji viršuje ir apačioje esančio patamsinto stačiakampio kraštinė yra lygi $\frac{1}{4}$ pradinio kvadrato kraštinės ilgio, o tai $\frac{1}{4} \cdot 8 = 2\,(\text{cm})$.
Susidaro 2 stačiakampiukai — vienas viršuje, kitas apačioje, su kraštinėmis 2 cm ir 4 cm, taigi jų bendras plotas yra

$$2 \cdot 2 \cdot 4 = 16\,(\text{cm}^2).$$

Teisingas atsakymas **D**.

B29. Ⓒ 5

! Jei Adomo namo numeris yra ART, Romo — RT, o Tomo — T, tai

$$\begin{array}{r} \text{ART} \\ \text{RT} \\ \text{T} \\ \hline 912 \end{array}$$

Todėl T + T + T vienetų skaitmuo yra 2, vadinasi, T = 4, ir Tomo namo numeris yra 4. Tuomet

$$\begin{array}{r} \text{AR4} \\ \text{R4} \\ 4 \\ \hline 912 \end{array}$$

Todėl AR + R = 90:

$$\begin{array}{r} \text{AR} \\ \text{R} \\ \hline 90 \end{array}$$

Vadinasi, $R = 0$ arba $R = 5$. Tačiau $R \neq 0$, nes 04 nėra Romo namo numeris, todėl $R = 5$ (namų numeriai tada 854, 54 ir 4).
Teisingas atsakymas **C**.

B30. Ⓑ 3

! Pirmasis Saulės pasakymas „Aš nežinau tavo skaičiaus" išduoda, jog jos skaičius nėra 1. Toks pat Ryčio pasakymas reiškia, jog jo skaičius taip pat nėra 1. Jei Saulės skaičius būtų 2, tai tuomet Ryčio skaičius turėtų būti 3. Tačiau Saulės antrasis pasakymas išduoda, jog taip būti negali (skaičius 3 nėra skaičiaus 20 daliklis). Taigi Saulės skaičius yra mažiausiai 3. Pastebėsime, jog situacija, kai Saulės skaičius yra 3, o Ryčio — 4 tenkina uždavinio sąlygą. Iš tikrųjų, kadangi Saulės skaičius yra 3, tai ji žino, kad Ryčio skaičius yra 2 arba 4. Tačiau, jei Ryčio skaičius būtų 2, tai po pirmojo Saulės pasakymo „Aš nežinau tavo skaičiaus" jis žinotų, jog Saulės skaičius nėra 1 (t. y. žinotų, jog Saulės skaičius yra 3) ir negalėtų pasakyti „Aš nežinau tavo skaičiaus". Taigi Saulė žino, jog Ryčio skaičius negali būti 2, t. y. ji žino, kad Ryčio skaičius yra 4 (skaičiaus 20 daliklis).
Teisingas atsakymas **B**.
Pastaba. Jei Saulės skaičius $\geqslant 4$, tai Ryčio pasisakymo neužtenka, kad Saulė antruoju savo pasisakymu galėtų pareikšti, jog žino Ryčio skaičių.

KADETAS (VII ir VIII klasės)

K1. (B) 2 Lt

Jeigu 4 vienodi šokoladukai 6 Lt brangesni už vieną šokoladuką, tai 3 šokoladukai kainuoja 6 Lt, o tada vieno šokoladuko kaina yra 2 Lt.
Teisingas atsakymas **B**.

K2. (D) 9,999

Mintinai lengviausia pirmiau iš 11,11 atimti 1,11 ir tik vėliau dar ir tą trūkstamą 0,001. $(1{,}11 + 0{,}001 = 1{,}111)$. Tada

$$11{,}11 - 1{,}11 = 10{,}000$$

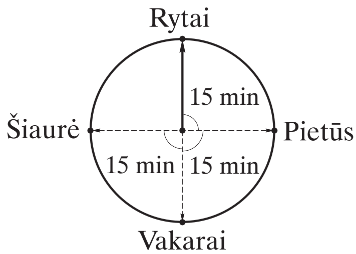
ir

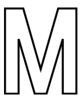
$$10{,}000 - 0{,}001 = 9{,}999.$$

Teisingas atsakymas **D**.

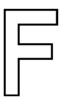
K3. (A) Po 45 min

Po 15 minučių minutinė rodyklė rodys tiksliai į Pietus (žr. pav.). Dar po 15 minučių rodyklė rodys tiksliai į Vakarus. Taigi praėjus 45 minutėms po to, kai minutinė rodyklė rodė tiksliai į Rytus, ji pirmą kartą rodys tiksliai į Šiaurę.
Teisingas atsakymas **A**.

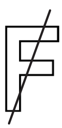


K4. (E) 

Kirpdama tiesiai, Marytė raidę visada padalins į dvi dalis.
Raidę



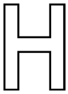
Marytė gali padalinti daugiausiai į 4 dalis (vienoje pusėje lieka viena, o kitoje – daugiausiai trys dalys)

.

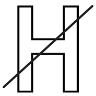
Raidę

vienu kirpimu irgi galima padalinti daugiausiai į 4 dalis (po 2 kiekvienoje pusėje)

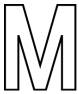
Taip pat ir raidę



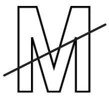
į keturias dalis (po 2 kiekvienoje pusėje).



Gi raidę



galima vienu „kirpiu“ padalinti į 5 dalis — kaip brėžinyje — vienoj pusėj dvi, o kitoje 3 dalys.



Teisingas atsakymas **E**.

K5. C 29

Jei nukirtus vieną drakono galvą vietoj jos jam užauga 5 naujos, tai po kiekvieno kirtimo galvų prieauglis yra 4. Todėl po 6 kirčių galvų prieauglis bus $6 \cdot 4 = 24$, ir drakonas turės

$$5 + 6 \cdot 4 = 5 + 24 = 29 \text{ galvas.}$$

Teisingas atsakymas **C**.

K6. E $(8 + 8 - 8) : 8$

Išraiškoje **E** įrašę 0 vietoj 8 — 8 (taip būtų ir su bet kuriuo kitu skaičiumi a), mes turime padalinti skaičių patį iš savęs, ir tada nesvarbu, su kuriuo skaičiumi mes tai darome. Taigi

$$(8 + 8 - 8) : 8 = 8 : 8 = 1,$$

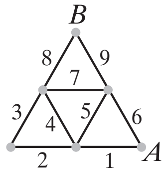
ir lygiai taip pat būtų 8 pakeitus bet kokiu teigiamu skaičiumi a:

$$(a + a - a) : a = a : a = 1.$$

Variantuose **A**, **B**, **C** ir **D** reiškinio reikšmė priklauso nuo skaičiaus a:
A) $(8 + 8) : 8 + 8 = 10$, $(1 + 1) : 1 + 1 = 3$; **B**) $8 \cdot (8 + 8) : 8 = 16$, $1 \cdot (1 + 1) : 1 = 2$;
C) $8 + 8 - 8 + 8 = 16$, $1 + 1 - 1 + 1 = 2$; **D**) $(8 + 8 - 8) \cdot 8 = 64$, $(1 + 1 - 1) \cdot 1 = 1$.
Teisingas atsakymas **E**.

K7. C 700

Sunumeruokime takus (kiekvieno ilgis po 100 m) ir pastebėkime, jog egzistuoja 7 takų, t. y. 700 m ilgio kelias iš A į B.

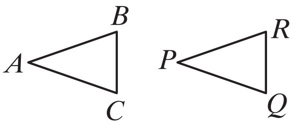


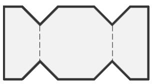
1(574)238

Įrodysime, kad ilgesnio kelio pradedant A ir baigiant B nėra. Iš tikrųjų į A veda 2 takai, kaip ir į tašką B. Vadinasi, jeigu mes išeiname iš A vienu taku, tai kito tako iš A jau nebepanaudosime, nes jį panaudoję iš A nebeišeisime. Lygiai taip mes turime ateiti į B ir panaudoti vieną iš dviejų į jį vedančių takų, o kito tako nebepanaudosime, nes tada išėję nebeturėtume kaip grįžti į B. Taigi vieno kurio tako, vedančio iš A, ir vieno kurio į B mes negalėsime praeiti, todėl toks 7 takų po 100 m ilgio maršrutas yra pats ilgiausias.
Teisingas atsakymas **C**.

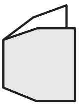
K8. D 4

Sužymėkime trikampių viršūnes raidėmis A, B, C ir P, Q, R. Tuomet bet kuri tiesė, einanti per viršūnę A ir per vieną iš viršūnių P, R arba Q, kirs trikampį ABC dar viename taške. Per viršūnę B eis dvi tiesės BP ir BR, kurios trikampį PRQ kirs lygiai viename taške. Lygiai taip per viršūnę C eis dvi tiesės CP ir CQ, kurios trikampį PRQ kirs lygiai viename taške. (Tiesės BQ ir CR trikampį PRQ kirs dviejuose taškuose.) Taigi yra 4 tiesės, tenkinančios uždavinio sąlygą.
Teisingas atsakymas **D**.

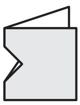


K9. D 

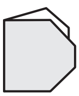
Išlankstinį **A** Aivaras gauti gali, tam jis turėtų du kartus „kirptelėti“ sulenktą stačiakampį taip:



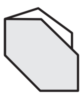
Norėdamas gauti išlankstinį **B**, Aivaras gali lankstinį kirpti taip:



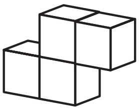
C jis gali gauti kirpdamas taip:



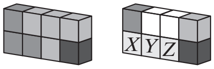
E jis gaus taip:



Pagal „Kengūros“ atsakymų parinkimo būdą (visada teisingas vienintelis iš nurodomų 5-ių), teisingas yra atsakymas **D** — nes jis lieka vienintelis.
Teisingas atsakymas **D**.

K10. D 

Gretasienis sudarytas iš tokių dviejų dalių:



Kubelių X, Y, Z spalvos nematomos. Vienas iš jų turėtų būti juodas, o kiti du balti. Juodajai detalei tegali priklausyti kubelis Z — tik jis suglaustas su kitu juodu kubeliu, todėl kubeliai X ir Y balti. Baltoji detalė pavaizduota atsakyme **D**.
Teisingas atsakymas **D**.

K11. C 3825

Aišku, jog norint gauti pačią mažiausią sumą, tūkstančiais reikia „versti" du pačius mažiausius skaitmenis, t. y. 1 ir 2, o toliau likusius du pačius mažiausius skaitmenis 3 ir 4 reikia „versti šimtais", toliau kitus du likusius pačius mažiausius skaitmenis 5 ir 6 reikia „versti dešimtimis", o jau 7 ir 8 liks vienetais. Todėl pati mažiausia tų dviejų keturženklių skaičių (tokių porų būtų $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$, pvz., $1357 + 2468$) suma bus

$$(1+2)\cdot 1000 + (3+4)\cdot 100 + (5+6)\cdot 10 + 7 + 8 = 3000 + 700 + 110 + 15 = 3825.$$

Teisingas atsakymas **C**.

K12. C $10\,\mathrm{m}^2$

Pailgindama pupelių lysvę 3 metrais ir tuo sumažindama braškių plotą $15\,\mathrm{m}^2$, ponia Izolda „išsidavė", kad jos lysvės plotis yra $15 : 3 = 5\,(\mathrm{m})$. Kadangi pupelių lysvė šiemet yra kvadratas, tai jo kraštinės ilgis yra 5 metrai, vadinasi, prieš padidinant tai buvo 5×2 matmenų stačiakampis, kurio plotas $5 \cdot 2 = 10\,(\mathrm{m}^2)$.
Teisingas atsakymas **C**.

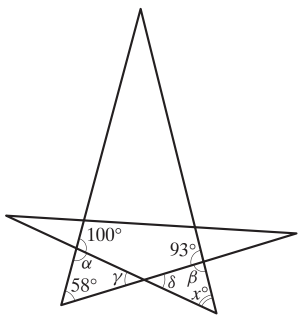
K13. B 60

Pažymėkime antrąjį skaičių A, trečiąjį T, o ketvirtąjį K. Tuomet pagal sąlygą pirmojo, antrojo ir trečiojo skaičių suma yra 100, o antrojo, trečiojo ir ketvirtojo skaičių suma yra 200, todėl ketvirtasis skaičius yra 100 didesnis už pirmąjį, kuris lygus 10, todėl tas ketvirtasis skaičius yra $100+10 = 110$. Kadangi trečiasis su ketvirtuoju ir penktuoju skaičiumi kartu yra 300, tai $T + 110 + 130 = 300$ ir $T = 60$.
Teisingas atsakymas **B**.

K14. C 51°

Pažymėkime kampus, gretutinius kampams 100° ir 93°, raidėmis α ir β, o likusius trečiuosius apatinių trikampių kampus pažymėkime γ ir δ. Tada α kaip gretutinis kampas 100° kampui pats yra $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$, o kampas β yra $180^\circ - 93^\circ = 87^\circ$. Kadangi γ ir δ yra kryžminiai kampai, tai jie yra lygūs, o kadangi jie yra tretieji apačios trikampių kampai, tai

$$180^\circ - 80^\circ - 58^\circ = 42^\circ = \delta = 180^\circ - 87^\circ - x^\circ = 93^\circ - x^\circ.$$



Kadangi $42^\circ = 93^\circ - x^\circ$, tai $x^\circ = 93^\circ - 42^\circ = 51^\circ$.
Teisingas atsakymas **C**.

K15. Ⓒ 7

Kadangi 7 tinka trys iš nurodytųjų teiginių („pirminis“, „nelyginis“ ir „dalijasi iš 7“), tai kitoje tos kortelės pusėje gali būti užrašytas tik teiginys „didesnis už 100“.
Teisingas atsakymas **C**.
Pastaba. Ant keturių kortelių galima taip surašyti skaičius 2, 5, 7 ir 12 bei duotus teiginius, kad jie tenkintų uždavinio sąlygą. Pavyzdžiui,
(7 | didesnis už 100)
(2 | nelyginis)
(5 | dalijasi iš 7)
(12 | pirminis).

K16. Ⓓ 1,5 cm

Nukirstojo trikampiuko kraštinės ilgį centimetrais pažymėkime a. Tuomet šešiakampio kraštinės yra a, $6-2a$, a, $6-2a$, a, $6-2a$, o jo perimetras — $18-3a$. Šešiakampio perimetras turi būti lygus nukirstų trikampiukų perimetrų sumai, todėl

$$18-3a = 3\cdot 3a = 9a.$$

Iš čia randame $a = 1{,}5$.
Teisingas atsakymas **D**.

K17. Ⓒ 6

Lai pelės nutemptų gabaliukų skaičius yra tos pelės numeris, tada uždavinys virsta tokiu gerai žinomu „skaičių teorijos“ uždaviniu. Kiek daugiausiai skaičių iš skaitmenų 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ir 9 galima pasirinkti, kad joks skaičius nebūtų dvigubai didesnis už kurį nors kitą pasirinktą skaičių. Pirmiausia pastebėkime, kad 6 skaitmenis pasirinkti įmanoma, sakykime, taip: 1, 3, 4, 5, 7 ir 9. Įrodysime, kad daugiau pasirinkti negalima. Tikrai, jeigu sudarytume nesikertančias 3 poras $(1, 2)$, $(3, 6)$ ir $(4, 8)$, tai iš kiekvienos iš jų tegalima imti tik po vieną kurį atstovą (mūsų pavyzdyje ir buvo imti mažesnieji tų porų skaitmenys). Todėl daugiausiai galima paimti tik

$$9-3=6$$

skaičius (kaip mūsų pavyzdyje).
Teisingas atsakymas **C**.

K18. Ⓒ $120\,\mathrm{cm}^2$

Trumpesniosios mažojo stačiakampio kraštinės ilgį centimetrais pažymėkime a, o ilgesniosios — b. Mažojo stačiakampio perimetras lygus 20 cm, todėl

$$2(a+b) = 20.$$

Kadangi $2b = 3a$ ($DC = 2b$, $AB = 3a$, $AB = DC$), tai

$$2a+2b = 5a = 20, \quad a = 4, \quad b = 6.$$

Stačiakampio $ABCD$ kraštinės $AD = a+b = 10$, $AB = 3a = 12$, todėl šio stačiakampio plotas yra $10\cdot 12 = 120\,\mathrm{cm}^2$.
Teisingas atsakymas **C**.

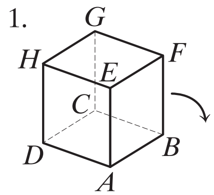
K19. Ⓓ 112 cm

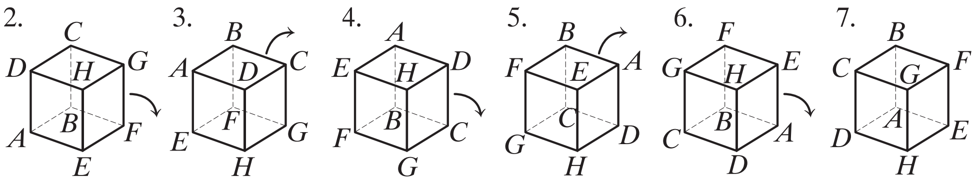
Eksperimentas rodo, kad perimetro didumo požiūriu naudingiausia pirmiausia du kartus sakyti netiesą — netiesos efektas duoda didžiausią perimetro prieauglį, o po to du kartus sukalbėti tiesą.
Po pirmojo netiesos sakymo padvigubėjusios kraštinės ilgis bus 16 cm, po antrojo — jau 32 cm.
Dabar pirmą kartą pasakius tiesą, kraštinės ilgis pasidarys 30, o po antro karto 28 cm, ir kvadrato perimetras bus $28 \cdot 4 = 112$ (cm).
Teisingas atsakymas **D**.

Pastebėkime, kad padvigubinti perimetrą ar padvigubinti kraštinę yra tas pats, todėl galima sakyti, kad tiesos sakymas (T) patrumpina kraštinę 2 cm, o melavimas (M) — ją padvigubina. Yra atliekami 4 veiksmai, iš kurių 2 yra T ir 2 yra M. Kadangi kvadrato kraštinė yra 8, tai su ja vietoje dviejų operacijų TM atlikę dvi operacijas MT „išlošiame“ kraštinės ilgio. Pirmu atveju ji iš a pasidarytų $2(a-2) = 2a-4$, o antruoju $2a-2$, o tai yra daugiau.
Todėl sukeisdami kaimyninius M ir T mes gausime, jog perimetro didinimo požiūriu „pelningiausia“ veiksmų eilė yra MMTT.
Teisingas atsakymas **D**.

K20. Ⓑ 1 ir 6

Kauliuko, esančio padėtyje 1, viršūnes pažymėkime, kaip parodyta paveikslėlyje (pirmą kartą kauliuką versime per briauną AB).
Dabar belieka mintyse įsivaizduoti kauliuko judėjimą. Mes jį pavaizduosime ir užrašysime, kurios sienelės taps apatinėmis. Pirmoji iš jų yra $ABCD$. Pavertus per briauną AB, apatine taps siena $ABFE$, ir t. t.





Vadinasi, apatinėmis bus šios sienelės: 1) $ABCD$; 2) $ABFE$; 3) $EFGH$; 4) $BCGF$; 5) $CDHG$; 6) $ABCD$; 7) $ADHE$. Taigi pirmą sienelę gavome tik padėtyse 1 ir 6.
Teisingas atsakymas **B**.

K21. Ⓔ 50 cm

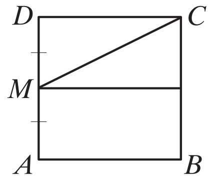
Kadangi kubelių aukštis „paauga“ vis po 2 cm, tai 5 kubelių aukščiai centimetrais yra $a-4$, $a-2$, a, $a+2$ ir $a+4$ (a yra viduriniojo kubelio aukštis centimetrais). Tada visų kubelių aukščių suma yra lygi penkiagubam vidutinio kubelio aukščiui

$$5a = (a-4) + (a-2) + a + (a+2) + (a+4).$$

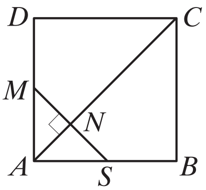
Kadangi pasakyta, jog dviejų mažiausių kubelių bokštelio aukštis yra lygus didžiausio kubelio aukščiui, tai $a-4+a-2 = a+4$, $a-6 = 4$ ir $a = 10$, todėl iš jų visų sudėto bokštelio aukštis yra $5 \cdot 10 = 50$ centimetrų.
Teisingas atsakymas **E**.

K22. D 3 : 16

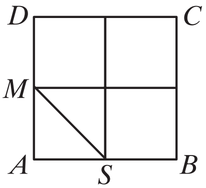
Jei išvesime tiesę per M, statmeną kvadrato kraštinę AD, tai matysime, kad (M yra kraštinės AD vidurio taškas) išvestoji tiesė dalija kvadrato plotą pusiau, o ΔDCM užima pusę to stačiakampio arba ketvirtadalį pradinio kvadrato.
Jei ΔDCM yra ketvirtadalis kvadrato, ΔADC užima pusę kvadrato, tai trikampis MCA irgi užima ketvirtadalį viso kvadrato ploto.



Pratęskime MN, kol ji taške S susikirs su kita kvadrato kraštine AB.



Tada ΔMNA ir ΔNAS yra lygūs, todėl S yra kvadrato kraštinės AB vidurio taškas. ΔMAS užima vieną aštuntadalį pradinio kvadrato ploto (abejojantys gali išvesti statmenis kvadrato kraštinėms per M ir S ir pažiūrėti į brėžinį



Jei ΔMAS užima aštuntąją kvadrato dalį, tai ΔMNA užims vieną šešioliktąją jo dalį. Todėl patamsinto trikampio MCN plotas užims

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$$

pradinio kvadrato dalį. Ieškomas santykis yra 3 : 16.
Teisingas atsakymas **D**.

K23. B 24

Jei V yra atėjusių vyrų, o M — atėjusių moterų skaičius, tai pagal sąlygą

$$\frac{3}{4}V = \frac{4}{5}M \quad \text{arba} \quad 15V = 16M,$$

todėl vyrų skaičius dalijasi iš 16, o moterų iš 15 arba

$$V = 16,\ 32,\ 48, \qquad M = 15,\ 30,\ 45.$$

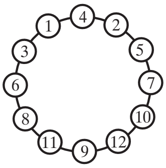
Tačiau pasakyta, kad dalyvių skaičius ne didesnis už 50, todėl

$$V = 16 \quad \text{ir} \quad M = 15,$$

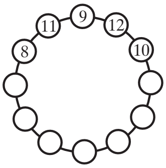
šoko $\frac{3}{4} \cdot 16 = 12$ vyrų ir tiek pat ($\frac{4}{5} \cdot 15$) moterų, arba iš viso 24 žmonės.
Teisingas atsakymas **B**.

K24. D 6 ir 8

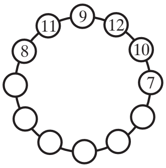
Pavyzdys



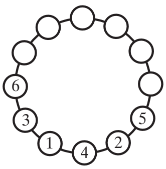
rodo, kad nei (**A**) 5 su 8, nei (**B**) 3 su 5, nei (**C**) 7 su 9, nei net (**E**) 4 su 6 tinkamame surašyme tikrai neprivalo būti kaimynai. Todėl pagal kengūrinę klausimų konstrukciją teisingas yra atsakymas **D** (6 su 8 kaimynai) kaip ir mūsų pavyzdyje. Įrodysime, kad taip yra visada. Tarkime, kad taip surašyti galima. Nagrinėkime bet kokį tokį surašymą. Tuomet 11 kaimynai yra tik 8 ir 9, o 12 — atitinkamai 9 ir 10, todėl nemažinant bendrumo, galima sakyti, kad tokiame dėstinyje turi būti fragmentas



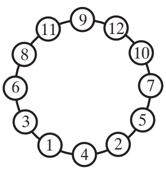
Dabar kitas 10 kaimynas turi būti jau tik 7, ir taip jau turime pusę dėstinio



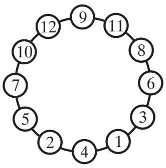
Analogiškai „iš apačios“ pradėdami kalbėti apie vienintelius galimus 1 ir 2 kaimynus gautume kitą pusę dėstinio



Dabar belieka pastebėti, kad jie gali būti sujungti tik taip, kaip dabar yra parašyti, arba gauname, kad



yra vienintelis galimas dėstinys, neskaitant atvirkštinio, kuris būtų buvęs gautas fragmentus 8 11 9 su 9 12 10 jungiant iš kitos pusės ir gaunamas 10 12 9 11 8, arba pilnai rašant:



Teisingas atsakymas **D**.

K25. D 1993

Rūšiuojame pagal pirmą tokių skaičių skaitmenį, pradedant nuo paties mažiausio galimo tokio skaitmens, kuris yra 1, nes pasakyta, kad skaičius yra triženklis. Tada jo antrasis skaitmuo būtinai 16, nes tik tada nubraukus paskutinį gali būti tikslus kvadratas. Jei pirmieji du skaitmenys yra 16, tai tada paskutinis skaitmuo būtinai 4, nes tik taip nubraukus 1 bus tikslus kvadratas 64. Vienetu prasideda vienintelis toks skaičius 164. Skaitmeniu 2 toks skaičius prasidėti negali, nes tada antras skaitmuo būtinai tik 5, o toliau nėra jokio dviženklio tikslaus kvadrato, prasidedančio 5. Skaitmuo 3 duoda skaičių 364, skaitmuo 4 nieko neprideda, nes tada antras skaitmuo 49, ir nėra dviženklio tikslaus kvadrato 9Y. Skaitmuo 5 atkrenta iš karto, nes nėra jokio dviženklio tikslaus kvadrato 5X. Skaitmuo 6 per 64 duoda tinkamą skaičių 649. Skaitmuo 7 atkrenta iš karto — nėra dviženklio tikslaus kvadrato 7Y, taip ir kaip ir skaitmuo 9.
Lieka 8, kuris „per 81“ duoda tinkamą skaičių 816. Taigi yra 4 tokie skaičiai: 164, 364, 649 ir 816, kurių suma yra 1993.
Teisingas atsakymas **D**.

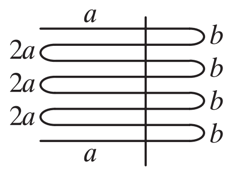
K26. E 23

Pateiksime 30 apsakymų knygoje išdėliojimą, kuriame lygiai 23 apsakymai prasideda nelyginiuose puslapiuose, o tada įrodysime, kad daugiau apsakymų prasidėti nelyginiuose puslapiuose negali.
Apsakymus knygoje išdėstykime taip: iš pradžių knygoje bet kokia tvarka išdėliojame visus lyginį puslapių skaičių (2, 4, 6, ..., 30) turinčius apsakymus, o po jų bet kokia tvarka išdėliojame visus nelyginį puslapių skaičių (1, 3, 5, ..., 29) turinčius apsakymus. Pastebėsime, jog jei lyginį puslapių skaičių turintį apsakymą pradėsime nelyginiame knygos puslapyje, tai sekantis apsakymas vėl prasidės nelyginiame puslapyje. Todėl šiame apsakymų išdėliojime visi lyginio puslapių ilgio apsakymai, kurių iš viso yra $30 : 2 = 15$, prasidės nelyginiuose puslapiuose. Be to, kas antras nelyginio puslapių ilgio apsakymas taip pat prasidės nelyginiuose puslapiuose. Iš viso turime $30 : 2 = 15$ nelyginio puslapių ilgio apsakymų ir pirmasis iš jų (sekantis po paskutinio knygos apsakymo su lyginiu puslapių skaičiumi) prasideda nelyginiame puslapyje. Antrasis nelyginio puslapių ilgio apsakymas prasidės lyginiame puslapyje, trečiasis — nelyginiame ir t. t.. Todėl lygiai 8 nelyginio puslapių ilgio apsakymai prasidės nelyginiuose puslapiuose. Taigi šiame apsakymų išdėliojime lygiai $15+8 = 23$ apsakymai prasidės nelyginiuose puslapiuose.
Dabar įrodysime, jog kiekviename knygos sudaryme iš 3 uždavinio sąlygoje nurodytų apsakymų daugiausiai 23 iš jų prasideda nelyginiuose puslapiuose. Iš tikrųjų, bet kaip knygoje išdėliokime 30 nurodytų apsakymų ir kiekvieną nelyginio puslapių ilgio apsakymą sutrumpinkime iki 1 puslapio, o kiekvieną lyginio puslapių ilgio apsakymą iki 2 puslapių. (Po sutrumpinimo gautus apsakymus knygoje išdėstome ta pačia tvarka.) Toks apsakymų sutrumpinimas nekeičia jų pirmojo puslapio numerio lyginumo — jei apsakymo pirmasis puslapis yra lyginis, tai ir po sutrumpinimo jo pirmasis puslapis bus lyginis, tas pats ir su nelyginiais puslapiais. Po tokio sutrumpinimo knygoje lieka 45 puslapiai — 15 apsakymų po 2 puslapius ir tiek pat po 1 puslapį. Tačiau knygoje su 45 puslapiais nuo 1 iki 45 yra lygiai 23 nelyginiai puslapiai, vadinasi, joje yra ne daugiau kaip 23 apsakymai, prasidedantys nelyginiuose puslapiuose.
Teisingas atsakymas **E**.

K27. Ⓑ 4

Apskaičiuojame kelias pirmąsias padėtis:
1 padėtis — nepasuktoji — arba „pasukta 0° kampu“,
2 padėtis — pasukta $(3^1)^\circ = 3^\circ$ kampu,
3 padėtis — pasukta $(3^1)^\circ + (3^2)^\circ = 12^\circ$ kampu,
4 padėtis — pasukta $(3^1)^\circ + (3^2)^\circ + (3^3)^\circ = 39^\circ$ kampu.
Padėtis $(3^1)^\circ + (3^2)^\circ + (3^3)^\circ + (3^4)^\circ = 120^\circ$ yra tokia pati, kaip ir 1 padėtis, nes lygiakraščio trikampio sukimo apie centrą padėtys kartojasi kas 120°. Toliau sukant trikampį, jo padėtys periodiškai kartosis. Iš tikrųjų, kadangi skaičiai
$3^5 - 3 = 240$, $3^6 - 3^2 = 3(3^5 - 3)$, $3^7 - 3^3 = 3^2(3^5 - 3)$, $3^8 - 3^4 = 3^3(3^5 - 3)$
yra skaičiaus 120 kartotiniai, tai lygiakraštį trikampį sukdami kampais $(3^5)^\circ$, $(3^6)^\circ$, $(3^7)^\circ$ ir $(3^8)^\circ$ gausime tą pačią jo padėtį kaip ir sukdami atitinkamais kampais 3°, $(3^2)^\circ$, $(3^3)^\circ$ ir $(3^4)^\circ$. Kadangi skaičius $3^9 - 3^5 = 3^4(3^5 - 3)$ dalijasi iš skaičiaus 120, tai posūkis $(3^9)^\circ$ kampu lygiakraštį trikampį perveda į tą pačią padėtį kaip ir posūkis $(3^5)^\circ$ kampu, t. y. kaip ir posūkis 3° kampu ir t. t. Taigi yra tik 4 skirtingos trikampio pasukimo padėtys.
Teisingas atsakymas **B**.

K28. Ⓒ 72 m



Perkirpus sulankstytą virvę vienu kirpimu, gautų dalių ilgius pažymėkime a, $2a$ ir b (žr. pav.). Tuomet visas pradinės virvės ilgis yra $8a + 4b$. Sąlygoje duota, kad perkirptos virvės viena dalis yra 4 m ilgio, o kita — 9 m. Taigi galimi tokie atvejai:
1) $a = 4$, $b = 9$. Tuomet pradinės virvės ilgis yra 68 m.
2) $a = 9$, $b = 4$. Tuomet pradinės virvės ilgis yra 88 m.
3) $2a = 4$, $b = 9$. Tuomet pradinės virvės ilgis yra 52 m.
4) $2a = 9$, $b = 4$. Tuomet pradinės virvės ilgis yra 52 m.
Taigi pradinės virvės ilgis negali būti 72 m.
Teisingas atsakymas **C**.

K29. Ⓒ 13

Visų mažesniųjų trikampių ir visų keturkampių perimetrų suma $20 + 25 = 45$ yra lygi pradinio trikampio perimetro ir trijų trikampį dalijančių atkarpų dvigubų ilgių sumai. Iš šios sumos 45 atėmę pradinio trikampio perimetrą 19, gausime dvigubą trijų trikampį dalijančių atkarpų ilgių sumą $45 - 19 = 26$, todėl tų trijų atkarpų ilgių suma yra $26 : 2 = 13$.
Teisingas atsakymas **C**.

K30. Ⓐ 16

a	b	c
d	e	f
g	h	i

Tarkime, jog 3×3 kvadratas taip užpildytas (žr. pav.) teigiamais skaičiais $a, b, c, d, e, f, g, h, i$, kad tenkina uždavinio sąlygą.
Tuomet viršutinio kairiojo 2×2 kvadrato skaičių sandauga lygi 2, t. y. $abde = 2$.
Panašiai, nagrinėdami viršutinį dešinįjį 2×2 kvadratą, gauname lygybę $bcef = 2$. Sudauginę šias lygybes panariui, gauname lygybę $abdebcef = 4$. Pergrupavę dauginamuosius, gauname lygybę $(abc)(def)be = 4$. Tačiau $abc = 1$ ir $def = 1$, todėl $be = 4$. Panašiai, nagrinėdami apatinį kairįjį ir apatinį dešinįjį 2×2 kvadratus, gauname lygybę $eh = 4$. Tuomet $be \cdot eh = 4 \cdot 4 = 16$. Tačiau $beh = 1$ (vidurinio 3×3 kvadrato stulpe skaičių sandauga lygi 1), todėl $e = e \cdot 1 = e \cdot beh = 16$.
Teisingas atsakymas **A**.
Pastaba. Kvadratą 3×3 galima užpildyti teigiamais skaičiais, kad būtų tenkinama uždavinio sąlyga. Pavyzdžiui,

2	1/4	2
1/4	16	1/4
2	1/4	2

ATSAKYMAI

Klausimo Nr.	Grupė	
	B	**K**
1	C	B
2	C	D
3	A	A
4	C	E
5	E	C
6	C	E
7	D	C
8	A	D
9	B	D
10	B	D
11	D	C
12	B	C
13	D	B
14	C	C
15	D	C
16	C	D
17	C	C
18	D	C
19	A	D
20	C	A
21	B	E
22	B	D
23	C	B
24	B	D
25	D	D
26	B	E
27	D	B
28	D	C
29	C	C
30	B	A

KENGŪRA 2012. V – VIII klasės
Tarptautinio matematikos konkurso užduotys ir sprendimai
Romualdas Kašuba, Paulius Drungilas

2012 10 12. 2,5 sp. l.
Leidykla TEV, Akademijos g. 4, LT-08412 Vilnius
Spausdino UAB „Petro ofsetas“
Savanorių pr. 174D, LT-03153 Vilnius