

1. Skaičių 10 išskaidykite į du teigiamuosius dėmenis taip, kad jų sandauga būtų didžiausia.
2. Skaičių 3 išskaidykite į du teigiamuosius dėmenis taip, kad jų kubų suma būtų mažiausia.
3. Išskaidykite skaičių 18 trijų teigiamų duomenų suma taip, kad vienas dėmuo būtų du kartus didesnis už kitą, o visų trijų dėmenų sandauga būtų didžiausia.
4. Skaičių 96 išskaidykite į tris teigiamuosius dėmenis taip, kad dviejų iš jų santykis būtų 1:3, o visų trijų dėmenų sandauga būtų didžiausia.
5. Skaičių 30 išreikškite dviejų teigiamų dėmenų suma taip, kad jų kvadratų suma būtų mažiausia
6. Iš skritulio formos plokštelės, kurios spindulys 10 cm, reikia išpjauti statųjį trikampį. Kokie turi būti trikampio statiniai, kad jo plotas būtų didžiausias?
7. Šalia gamyklos sienos yra stačiakampis žemės sklypas, kurį reikia aptverti 80 m ilgio vielos tinklu. Kokie turi būti stačiakampio matmenys, kad jo plotas būtų didžiausias?
8. Į apskritimą įbrėžtas mažiausio perimetro stačiakampis. Jo plotas lygus 16 cm^2 . Apskaičiuokite apskritimo spindulį.
9. Reikia tvora aptverti 294 m^2 ploto stačiakampio formos žemės sklypą ir dar ta pačia tvora jį padalyti į dvi lygias dalis. Kokio ilgio ir pločio turėtų būti žemės sklypas, kad tvorai būtų sunaudota mažiausiai medžiagos?
10. Raskite didžiausią plotą stačiakampio, įbrėžto į statųjį trikampį, kurio statiniai 4 cm ir 5 cm, jei viena stačiakampio viršūnė priklauso įžambinei, kita – stačiajam trikampio kampui, o likusios dvi – statiniuose.

11. Į trikampį MNK , kurio pagrindo kraštinės MN ilgis 20 cm, o aukštinės KB ilgis 14 cm, įbrėžtas stačiakampis $APRE$. Šio stačiakampio dvi viršūnės yra trikampio pagrindo kraštinėje, o kitos dvi – kitose trikampio kraštinėse.

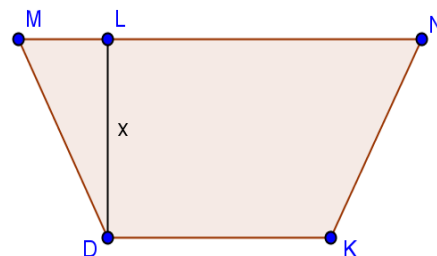
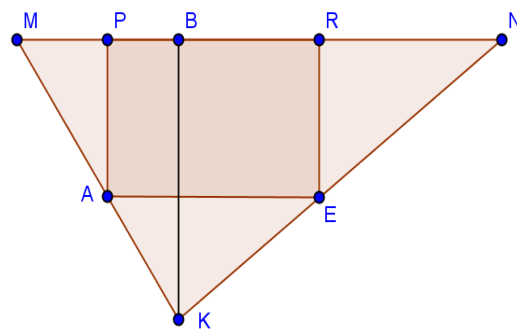
a) Sakysime, AP ilgis x cm. Įrodykite, kad stačiakampio $APRE$ plotas yra $S = \frac{10}{7}(14x - x^2)$.

b) Kokio didžiausio ploto stačiakampį galima įbrėžti į trikampį MNK ?

12. Lygiašonės trapecijos $MNKD$ šoninė kraštinė lygi jos trumpesniam pagrindui. t. y. $MD=DK=KN=20$ cm.

a) Sakysime, aukštinė DL ilgis x cm. Įrodykite, kad trapecijos $MNKD$ plotas yra $S = 20x + \sqrt{400x^2 - x^4}$

b) Koks gali būti didžiausias šios trapecijos plotas?



13. Trapecijos šoninės kraštinės ir trumpesnysis pagrindas lygūs 10 cm. Raskite didesnįjį trapecijos pagrindą, kai jos plotas didžiausias.

14. Iš visų į pusskritulį įbrėžtų stačiakampių (viena stačiakampio kraštinė yra pusskritulio skersmenyje) raskite tą, kurio plotas yra didžiausias. Pusskritulio spindulys 10 cm.

15. Iš visų į pusskritulį įbrėžtų trapecijų (vienas trapecijos pagrindas yra pusskritulio skersmuo) raskite tą, kurios plotas yra didžiausias. Pusskritulio spindulys 10 cm. Atsakyme pateikite trapecijos plotą.

16. Reikia pagaminti uždara dėžę, kurios dugnas kvadratas, o dėžės tūris lygus 8 dm^3 . Kokie turi būti dėžės matmenys, kad dėžei pagaminti būtų sunaudota mažiausiai medžiagos.

17. Stačiakampio gretasienio pagrindo perimetras 8 m, o aukštinė 3 m. Raskite pagrindo kraštinių ilgius, kai stačiakampio gretasienio tūris didžiausias.

18. Reikia pagaminti kūgio formos piltuvėlį, kurio sudaromoji lygi 15 cm. Apskaičiuokite didžiausio tūrio piltuvėlio aukštį.

19. Raskite didžiausią galimą taisyklingos keturkampės piramidės tūrį, kai piramidės šoninė briauna lygi $6\sqrt{3}$.

20. Uždaros stačiakampio gretasienio formos dėžės pagrindas – kvadratas, dėžės tūris 256 dm^3 . Medžiagos, iš kurios padarytas dėžės dangtis ir dugnas, 1 dm^3 yra 4 kartus brangesnis už sienoms sunaudotas medžiagos 1 dm^3 .

a) Parodykite, kad tokiai dėžei pagaminti reikalingos medžiagos kaina $K(x)$ nusakoma formule:

$K(x) = 8k \left(\frac{128}{x} + x^2 \right)$, čia k – sienos medžiagos 1 dm^2 kaina litais, x – pagrindo kraštinės ilgis decimetrais.

b) Kokie turi būti šios dėžės matmenys, kad išlaidos medžiagoms būtų mažiausios?

21. Iš kartono lapo $30 \text{ cm} \times 14 \text{ cm}$ iškirpus kampuose lygius kvadratus, padaryta dėžutė be dangtelio. Kokio dydžio kvadratus reikia iškirpti, kad dėžutės talpa būtų didžiausia?

22. Lango, kurio apatinė dalis stačiakampis, o viršutinė – pusskritulis, perimetras lygus 8 m. Koks turi būti pusskritulio spindulys, kad lango plotas būtų didžiausias?

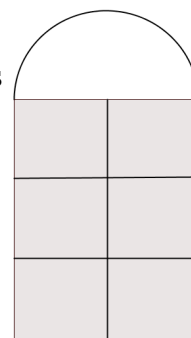
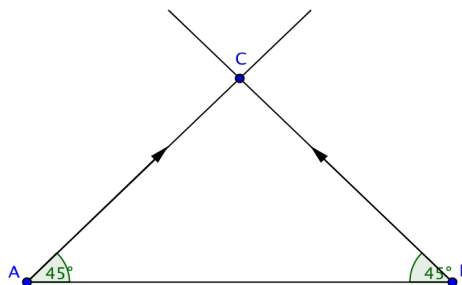
23. Iš taškų A ir B, tuo pat metu link taško C išvažiavo dviratininkai 20 km/h greičiu (iš A) ir 10 km/h (iš B). Po kurio laiko atstumas tarp jų bus mažiausias, jei $AC = 80 \text{ km}$ ir $BC = 60 \text{ km}$.

a) Pažymėkite $s(t)$ atstumą tarp kūnų, t – laikas valandomis. Parodykite, kad

$$s(t) = 10\sqrt{5t^2 - 44t + 100}$$

b) Po kiek laiko atstumas tarp kūnų bus mažiausias?

c) Raskite mažiausią atstumą tarp kūnų. Atsakymą pateikite kilometro dešimtųjų dalių tikslumu



24. Reikia pagaminti $8\pi \text{ dm}^3$ tūrio atvira ritinio formos indą.

a) Sakysime, kad ritinio aukštinės ilgis $x \text{ dm}$. Įrodykite, kad ritinio paviršiaus plotas yra Koks

$$S(x) = \pi \left(\frac{8}{x} + 4\sqrt{2x} \right)$$

b) Koks gali būti mažiausias šio ritinio paviršiaus plotas?

25. Materialusis taškas juda pagal dėsnį, išreikštą formule $S(t) = \frac{4t+3}{t+4}$. Raskite to taško greitį po 4 s nuo judėjimo pradžios.

26. Taškas juda pagal dėsnį $s(t) = 6t - t^2$, čia s – kelias metrais, t – laikas sekundėmis. Kuriuo laiko momentu taško greitis bus lygus nuliui?

27. Taškas juda pagal dėsnį $s(t) = 5t^3 + 2t + 9$, čia s – kelias metrais, t – laikas sekundėmis. Apskaičiuokite taško pagreitį po 2 s.

28. Kūnas juda pagal dėsnį $s(t)=0,5t^4-5t^3+12t^2-1$, čia s – kelias metrais, t – laikas sekundėmis. Kuriuo laiko momentu jo pagreitis bus lygus 0?

29. Su kuriomis a reikšmėmis funkcija $f(x)=x^3-2x^2+ax$ didėja visoje skaičių tiesėje?

30. Kokia turi būti a reikšmė, kad lygties $\frac{x^2}{a}+3x+1-a=0$ sprendinių sandauga būtų didžiausia?

31. Kokia turi būti a reikšmė, kad lygties $x^2-(a+1)x+a-3=0$ diskriminantas būtų mažiausias?

32.

33. Kokia turi būti a reikšmė, kad funkcijos $h(x)=x^3-3x+a$ didžiausia reikšmė intervale $[-2; 0]$ būtų lygi 5?

Atsakymai:

1. 5 ir 5 2. 1,5 ir 1,5 3. 4; 6; 8 4. 16; 48; 32 5. 15 ir 15 6. $10\sqrt{2}$ cm ir $10\sqrt{2}$ cm

7. 20 cm ir 40 cm 8. $2\sqrt{2}$ cm 9. 14 m ir 21 m 10. 5 cm² 11. b) 70 cm² 12. $300\sqrt{3}$ cm²

13. 20 cm 14. $5\sqrt{2}$ cm ir $10\sqrt{2}$ cm 15. $75\sqrt{3}$ cm² 16. 2 dm, 2 dm ir 2 dm

17. 2 cm ir 2 cm 18. $5\sqrt{3}$ cm 19. 288 20. 6 dm, 6 dm ir 3 dm 21. 3 cm × 3 cm

22. r = 2 cm 23. b) po 4 val. 24 min c) 17,9 km 24. 12π dm² 25. $\frac{13}{64}$ m/s 26. po 3 s.

27. $60\frac{m}{s^2}$ 28. 1 s; 4 s 29. $a > 1\frac{1}{3}$ 30. $a = 0,5$ 31. 1 32. 33. $a = 3$