

## Naujas darbo pamokose modelis

Kaip žinia, mokyklinis matematikos kursas yra orientuotas tik į mokinių gebėjimą atlikti kuo daugiau procedūrų. Šios procedūros su kiekvienu matematikos vadovėlių perleidimu yra vis iš naujo perstruktūrizuojamos, tačiau mokinio akimis šie mokyklinio kurso pakeitimai tebūtų tik nežymūs pakitimai iš vieno milžiniško dydžio tarpusavyje nesusijusių taisyklių rinkinio į kitą. Toks procedūrinio mąstymo ugdymas moksleivius atveda į aklavietę, kuomet medžiagos yra per daug, o būdų jai suvokti ir įsiminti moksleiviai nežino. Produktyvūs matematikos įsiminimo būdai reikalauja pažangesnio kalbos ir vaizduotės išnaudojimo. Jus galime laikyti tiesiog gebėjimu mąstyti matematiškai. Gabesnieji moksleiviai bei mokytojai gebėdami mąstyti matematiškai matematikos pamokų turinį ne tik išmoksta, bet ir supranta. Tačiau keblumų kyla, kai reikia tai, ką supranta, paaiškinti silpniesiems. Mano požiūriu matematinių procedūrų paaiškinimas reikalauja mąstymo procesų išmanymo, detalaus plano, kodėl viena ar kita taisyklė daliai moksleivių gali būti nesuprantama, ir būti toks, kad reiktų įdėti kuo mažiau pastangų norint jį prisiminti būsimose pamokose.

Čia pateiksiu aiškinimo planą, kuriame atspindi, kaip galima nagrinėti uždavinius, kad šis nagrinėjimas neapsiribotų greit atmintyje išblėstančia žingsnių seka, o būtų suteikiantis matematinio mąstymo (t.y. vaizduotės ir kalbos išnaudojimo), būtino, kad žingsnių seka taptų atmintyje neišblėstanti.

Viena iš didesnių problemų bandant aiškintis ne atliekamų aritmetinių ir algebrinių veiksmų procedūras, o jų prasmę, yra ta, jog moksleiviams toks aiškinimosi būdas yra pakankamai nauja medžiaga, atspindinti nemažą kiekį galvoje nespėjusių struktūrizuoti idėjų. Dėl šios priežasties moksleiviams yra sunku atrinkti, kurios iš idėjų yra įsimintinos, o kurios yra išsamprotaujamos savo pastangomis ir padedančios įsiminti kitas idėjas. Tai nulemia didelės dalies svarbios informacijos, kurios reikės kitokiai arba panašiai medžiagai suprasti, išblėsimą atmintyje. Atkreipkime dėmesį, jog minėtų idėjų aptarimas užtrunka. Pakartotinai aptariant medžiagą su moksleiviais patiriami dideli laiko nuostoliai, tad gali nesigauti suspėti kartu su mokylinės programos tempu. Siekiant sumažinti šiuos nuostolius siūlau procedūrų paaiškinimą užsirašyti tam tikra lentelės forma, prie kurios sprendžiant vis sunkesnius uždavinius būtų galima iš naujo sugrįžti, tačiau dėl to nepatirti didelių laiko nuostolių. Reikalavimas: tai, ką užsirašė moksleiviui turi būti prieinama kiekvieną pamoką. Štai, kaip atrodo lentelė:

Procedūra (tai, ką reikės atlikti)	Sąvoka (kas tai yra?)
Procedūros atlikimas (kaip gauti rezultatą?)	Perkeltinė prasmė (su kuo siejame skaičius/simbolius?)
Vaizdinys (kaip panaudoti perkeltinę prasmę?)	Paaiškinimas (ką atlikome vaizdinyje?)

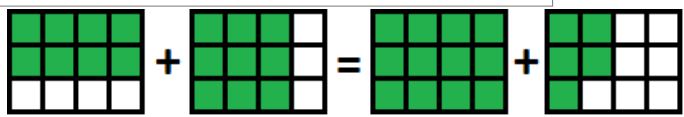
Lentelės pildymo idėjos tokios:

1. Užsirašome, kokią procedūrą reikės taikyti sprendžiant uždavinį, koks būtų jos atlikimas mokykloje ir įvardijame rinkinį, kurį apskaičiavome. Taip lavėja ne tik procedūrų atlikimo įgūdžiai, bet ir kalba, reikalinga mąstyti matematiškai.
2. Aš pasiūlau paaiškinimą, kokią prasmę galime suteikti uždavinuke naudojamiems skaičiams ir veiksams. Ši prasmė yra pagrindinė informacija, kurią reikia atgaminti sprendžiant panašius ar sunkesnius uždavinius.
3. Kartu su moksleiviu sugalvojame, kokia iliustracija tikėtų pavaizduoti šią prasmę. Vaizdinys - tai antras dalykas (be kalbos), būtinas mąstyti matematiškai.
4. Išsiaiškiname, kaip remiantis iliustracija būtų galime paaiškinti sprendimą, kurį atliktume mokykloje.
5. Pildydami lentelėse išsprendžiame dar kelis panašaus pobūdžio uždavinukus, kritiškai įvertiname, kaip jų idėjos siejasi su ankstesniais lentelėse spęstais uždaviniais, įveikiame sunkias vietas.
6. Toks suformuotas kritinis vertinimas ir sunkių vietų išsiaiškinimas gali būti vadinamas žinių užtvirtinimu savo patirti. Jis reikalingas ir tam, kad mąstymas sprendžiant uždavinį taptų pakankamai matematišku, ir tam, kad sprendimo procedūra būtų atmintyje neišblėstanti.

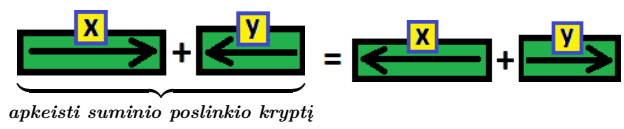
Procedūra (tai, ką reikės atlikti)	Sąvoka (kas tai yra?)
Procedūros atlikimas (kaip gauti rezultatą?)	Perkeltinė prasmė (su kuo siejame skaičius/simbolius?)
Vaizdinys (kaip panaudoti perkeltinę prasmę?)	Paaškinimas (ką atlikome vaizdinyje?)

Procedūra (tai, ką reikės atlikti)	Sąvoka (kas tai yra?)
Procedūros atlikimas (kaip gauti rezultatą?)	Perkeltinė prasmė (su kuo siejame skaičius/simbolius?)
Vaizdinys (kaip panaudoti perkeltinę prasmę?)	Paaškinimas (ką atlikome vaizdinyje?)

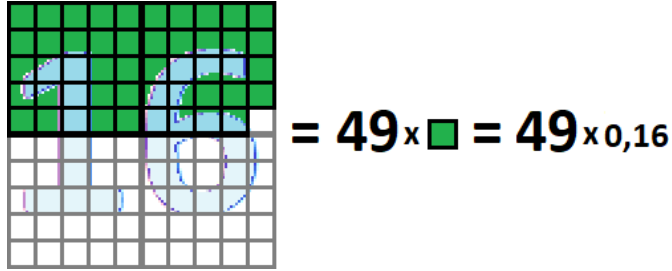
$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$$

<p>Procedūra (tai, ką reikės atlikti)</p> <p>Dviejų trupmenų sudėtis</p>	<p>Sąvoka (kas tai yra?)</p> <p>Dviejų trečiųjų ir trijų ketvirtųjų suma</p>
<p>Procedūros atlikimas (kaip gauti rezultatą?)</p> $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{8+9}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$	<p>Perkeltinė prasmė (su kuo siejame skaičius/simbolius?)</p> <p>Stačiakampio dalys</p>
<p>Vaizdinys (kaip panaudoti perkeltinę prasmę?)</p> 	<p>Paaškinimas (ką atlikome vaizdinyje?)</p> <p>Sudėję 2 trečiąsias stačiakampio su 3 ketvirtosiomis stačiakampio gauname vieną pilną stačiakampį ir 5 dvylikąsias stačiakampio</p>

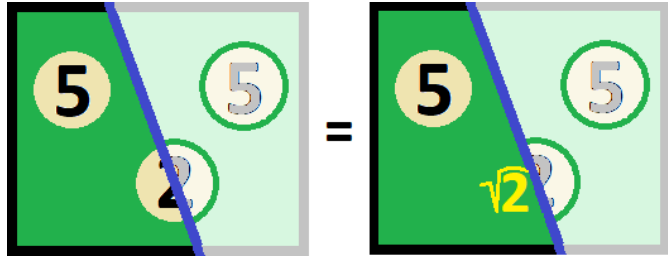
$$-(x - y)$$

<p>Procedūra (tai, ką reikės atlikti)</p> <p>Atskliaudimas turint prieš skliaustus minusą</p>	<p>Sąvoka (kas tai yra?)</p> <p>Skaičius, neigiamas <math>x</math> ir <math>y</math> skirtumui</p>
<p>Procedūros atlikimas (kaip gauti rezultatą?)</p> $-(x - y) = -x + y$	<p>Perkeltinė prasmė (su kuo siejame skaičius/simbolius?)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Minusą siejame su poslinkio krypties keitimu;</li> <li>2) Kintamąjį siejame su poslinkiu pirmyn;</li> <li>3) <b>Pastaba:</b> pliuso ir minuso ženklai, rašomi prie kintamųjų, taip pat žymi, kad poslinkiai atliekami vienas po kito</li> </ol>
<p>Vaizdinys (kaip panaudoti perkeltinę prasmę?)</p> 	<p>Paaškinimas (ką atlikome vaizdinyje?)</p> <p>Apkeitę poslinkio, gauto sudėjus poslinkius <math>x</math> pirmyn ir <math>y</math> atgal, kryptį, gauname tą patį, ką ir sudėję atitinkamus priešingų krypčių poslinkius</p>

## 49% skaičiaus 16

<div>Procedūra (tai, ką reikės atlikti)</div> <div>Procentinės dalies radimas</div>	<div>Sąvoka (kas tai yra?)</div> <div>49% skaičiaus 16</div>
<div>Procedūros atlikimas (kaip gauti rezultatą?)</div> <div>49% skaičiaus 16 = <math>49 \times 0,16 = 7,84</math></div>	<div>Perkeltinė prasmė (su kuo siejame skaičius/simbolius?)</div> <div>Procentas atitinka šimtąją dalį Skaičius atitinka didelio kvadrato plotą</div>
<div>Vaizdinys (kaip panaudoti perkeltinę prasmę?)</div> <div>  </div>	<div>Paiškinimas (ką atlikome vaizdinyje?)</div> <div>Norėdami rasti 49% kvadrato, kurio plotas 16, iš pradžių randame, koks yra kvadrato šimtadalio plotas, o po to randame, koks yra 49 šimtadalių plotas</div>

## $\sqrt{50}$

<div>Procedūra (tai, ką reikės atlikti)</div> <div>Šaknies traukimas iš sudėtinio skaičiaus</div>	<div>Sąvoka (kas tai yra?)</div> <div>Šaknis iš 50</div>
<div>Procedūros atlikimas (kaip gauti rezultatą?)</div> <div><math>\sqrt{50} = \sqrt{5 \times 5 \times 2} = 5\sqrt{2}</math></div>	<div>Perkeltinė prasmė (su kuo siejame skaičius/simbolius?)</div> <div>Šaknis iš duoto skaičiaus yra apibrėžiama kaip toks teigiamas skaičius, kurio kvadratas lygus duotam skaičiui; Skaičių siejame su pirminių daugiklių, įeinančių į jo skaidinį dauginamaisiais, rinkiniu (jį apjungia daugybos veiksmas); Šaknies traukimą siejame su šio rinkinio skėlimu į dvi lygias dalis</div>
<div>Vaizdinys (kaip panaudoti perkeltinę prasmę?)</div> <div>  </div>	<div>Paiškinimas (ką atlikome vaizdinyje?)</div> <div>Norėdami rasti <math>\sqrt{50}</math>, skaičių 50 įsivaizduojame kaip daugiklių, esančių sandaugoje <math>5 \times 5 \times 2</math> rinkinį, o šaknį iš 50 kaip šio rinkinio pusę. Skeldami penketų porą pusiau, gauname vieną penketą. Vieno dvejeto perskelti į pusę daikto negalime, nes negalime suvokti sandaugos, kurioje būtų pusė daugiklio. Todėl dvejeto skėlimo proceso, neturinčio suvokiamo rezultato, nevykdome, o vietoj to paliekame skaičių <math>\sqrt{2}</math>, kuris atitinka ieškotą daugiklį, nes tenkina <math>\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2</math></div>

$$7 \times 4$$

<p>Procedūra (tai, ką reikės atlikti)</p> <p>Dviejų (natūraliųjų) skaičių daugyba</p>	<p>Sąvoka (kas tai yra?)</p> <p>Skaičių 4 ir 7 sandauga</p>
<p>Procedūros atlikimas (kaip gauti rezultatą?)</p> <p><math>4 \times 7 = 28</math></p> <p> <math>\left\{ \begin{array}{l} \text{Pagal daugybos lentelę, jei tai vienženkliai skaičiai;} \\ \text{Dauginant stulpeliu, kitais atvejais.} \end{array} \right.</math> </p>	<p>Perkeltinė prasmė (su kuo siejame skaičius/simbolius?)</p> <p>           1) Pirmasis daugiklis - eilučių kiekis;            2) Antrasis daugiklis - kvadratėlių kiekis eilutėje;            3) Sandauga - kiek kvadratėlių iš viso?         </p>
<p>Vaizdinys (kaip panaudoti perkeltinę prasmę?)</p> <p> <math>4 \times \begin{array}{ c c c c c c c c } \hline \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare \\ \hline \end{array} = \begin{array}{ c c c c c c c c } \hline \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare \\ \hline \end{array} + \begin{array}{ c c c c c c c c } \hline \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare \\ \hline \end{array} + \begin{array}{ c c c c c c c c } \hline \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare \\ \hline \end{array} = \begin{array}{ c c c c c c c c } \hline \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare &amp; \blacksquare \\ \hline \end{array}</math> </p>	<p>Paaškinimas (ką atlikome vaizdinyje?)</p> <p>Daugyba <math>4 \times 7</math> atitinka, kiek mažų kvadratėlių yra stačiakampyje <math>4 \times 7</math>. Šį kiekį galime rasti sudėdami 4 kvadratėlių eilutes po 7 kvadratėlius</p>

$$(x - y)(x + y) = ?$$

<p>Procedūra (tai, ką reikės atlikti)</p> <p>dviejų skaičių skirtumo ir sumos daugyba</p>	<p>Sąvoka (kas tai yra?)</p> <p>Skaičių <math>x</math> ir <math>y</math> skirtumo ir sumos sandauga</p>
<p>Procedūros atlikimas (kaip gauti rezultatą?)</p> <p><math>(x - y)(x + y) = x^2 - y^2</math></p> <p>(tai yra kvadratų skirtumo formulė)</p>	<p>Perkeltinė prasmė (su kuo siejame skaičius/simbolius?)</p> <p>           1) Dėmenys, įeinantys į pirmą daugiklį atitinka tai, kas sudaro stačiakampio ilgį;            2) Dėmenys, įeinantys į antrą daugiklį atitinka tai, kas sudaro stačiakampio plotį            3) Sandauga atitinka stačiakampio plotą         </p>
<p>Vaizdinys (kaip panaudoti perkeltinę prasmę?)</p>	<p>Paaškinimas (ką atlikome vaizdinyje?)</p> <p>Norėdami suskaičiuoti viso stačiakampio plotą sudedame jo atskirų dalių ploto atitikmenis.</p>