

Gražus paveikslėlis

Štai gražus paveikslėlis, parodantis lygybę

$$(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 + 6x^5 + 5x^6 + 4x^7 + 3x^8 + 2x^9 + x^{10}$$

	1	x	x ²	x ³	x ⁴	x ⁵
1	1	x	x ²	x ³	x ⁴	x ⁵
x	x	x ²	x ³	x ⁴	x ⁵	x ⁶
x ²	x ²	x ³	x ⁴	x ⁵	x ⁶	x ⁷
x ³	x ³	x ⁴	x ⁵	x ⁶	x ⁷	x ⁸
x ⁴	x ⁴	x ⁵	x ⁶	x ⁷	x ⁸	x ⁹
x ⁵	x ⁵	x ⁶	x ⁷	x ⁸	x ⁹	x ¹⁰

Klaidų taisymas

Pirmą kartą atlikus dauginimus pasimatė daug klaidų, kurias po to daviau ištaisyti (pilka spalva atitinka mokinio variantą, o žalia - kaip teisingai turėtų būti).

- $(-b) \times (-b) = (-b)^2 = b^2$
- $b \times (-ab) = -a(b)^2 = -ab^2$
- $a \times b^2 = a(b)^2 = ab^2$
- $a^2 \times (-b) = (a^2)(-b) = -a^2b$
- $ab \times (-b) = a(-b^2) = -ab^2$
- $a \times ab = a^2b$
- $-1 \times x^3 = -1(x^3) = -x^3$
- $-1 \times x^2 = -1(x^2) = -x^2$
- $-1 \times x = -1x = -x$
- $2x \times x^2 = 2x(x^2) = 2x^3$
- $-2x \times (-2x) = (-2x)^2 = 4x^2$
- $2 \times (-2x) = -4x$
- $a \times (-ab) = (-a^2)b = -a^2b$
- $a \times (-ca) = (-c(a^2)) = -a^2c$
- $b \times (-ca) = (-cab) = -abc$
- $c \times b^2 = (c(b^2)) = b^2c$
- $c \times (-bc) = (-b(c^2)) = -bc^2$
- $c \times (-ca) = ((-c^2)a) = -ac^2$
- $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2}\sqrt{3} = \sqrt{6}$ (pagal 8 klasės programą)

Patikslinimai

Atsižvelgiant į padarytas klaidas, įvardysiu dauginimo atlikimo taisykles, kuriomis remiantis turėtų išnykti klaidos

Vienanaris - reiškiny, kurį sudaro tik dauginamieji, iš kurių kiekvienas yra skaičius, kintamasis arba kintamojo laipsnis.

- Kai dauginame keletą vienanarių, turėtume gauti taip pat vienanarį. Tai yra, tokį reiškinių, kuriame aiškiai matosi skaitinė ir raidinė dalys. Keletas pavyzdžių:

$$2x \times (-3y) = -6xy$$

$$(-x) \times (-x) = (-1) \times x \times (-1) \times x = (-1) \times (-1) \times x \times x = x^2$$

Pirmoje lygybėje skaitinė dalis yra -6 , o raidinė xy . Antroje lygybėje skaitinė dalis nerašoma, tačiau lygi 1, o raidinė dalis yra x^2 . Jei skaitinė dalis būtų -1 , ji taip pat būtų nerašoma.

- Nei skaitinėje, nei raidinėje dalyje tarp dauginamųjų nereikia skliaustų: $-3x \times y^2 = \cancel{3x(y^2)} - 3xy^2$
- Rezultate neturi likti tų pačių kintamųjų: $ab \times ab = \cancel{abab} a^2b^2$
- Norint, kad aiškiau matytųsi panašieji nariai, patartina raidines dalis rašyti alfabetiškai:

$$matematika = \cancel{m^2a^3t^2eik} a^3eikm^2t^2$$

Pratimai

$$1. (x - 2)(x + 2) = \begin{array}{c|c|c} & x & -2 \\ \hline x & & \\ \hline 2 & & \\ \hline \end{array} =$$

=

$$2. (x + 2)(x + 2) = \begin{array}{c|c|c} & x & 2 \\ \hline x & & \\ \hline 2 & & \\ \hline \end{array} =$$

=

$$3. (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = \begin{array}{c|c|c} & x & -\sqrt{3} \\ \hline x & & \\ \hline \sqrt{3} & & \\ \hline \end{array} =$$

$$4. (x - 3)(x + 3) = \begin{array}{c|c|c} & x & -3 \\ \hline x & & \\ \hline 3 & & \\ \hline \end{array} =$$

$$5. (a - b)(a - b) = \begin{array}{c|c|c} & a & -b \\ \hline a & & \\ \hline -b & & \\ \hline \end{array} =$$

$$6. (a + b)(a - b) = \begin{array}{c|c|c} & a & b \\ \hline a & & \\ \hline -b & & \\ \hline \end{array} =$$

$$7. (a + b)(a + b) = \begin{array}{c|c|c} & a & b \\ \hline a & & \\ \hline b & & \\ \hline \end{array} =$$

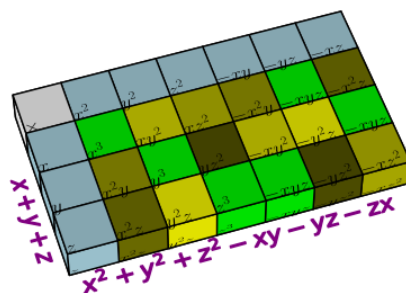
$$8. (a + b)(a^2 - ab + b^2) = \begin{array}{c|c|c} & a & b \\ \hline a^2 & & \\ \hline -ab & & \\ \hline b^2 & & \\ \hline \end{array} =$$

$$9. (a - b)(a^2 + ab + b^2) = \begin{array}{c|c|c} & a & -b \\ \hline a^2 & & \\ \hline ab & & \\ \hline b^2 & & \\ \hline \end{array} =$$

$$10. (x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1) = \begin{array}{c|c|c} & x & -1 \\ \hline x^3 & & \\ \hline x^2 & & \\ \hline x & & \\ \hline 1 & & \\ \hline \end{array} = x^4 - 1$$

Sprendimo pavyzdys prisiminimui

Why $(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$?
Simplify monochromatic pairs of yellow cubes!



$$11. (x^2 - 2x + 2)(x^2 + 2x + 2) = \begin{array}{c|c|c|c} & x^2 & -2x & 2 \\ \hline x^2 & & & \\ \hline 2x & & & \\ \hline 2 & & & \end{array} =$$

$$12. (a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)(a + b + c) = \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} & a^2 & b^2 & c^2 & -ab & -bc & -ca \\ \hline a & & & & & & \\ \hline b & & & & & & \\ \hline c & & & & & & \end{array} =$$

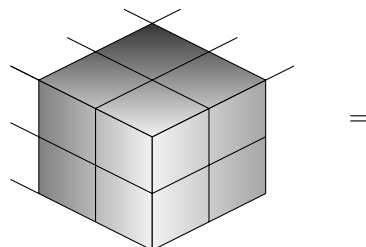
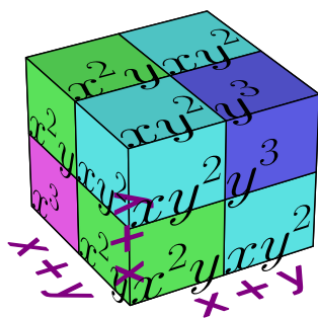
$$13. (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = \begin{array}{c|c|c} & \sqrt{3} & \sqrt{2} \\ \hline \sqrt{3} & & \\ \hline -\sqrt{2} & & \end{array} = \quad = 1$$

Papildomos subtilybės

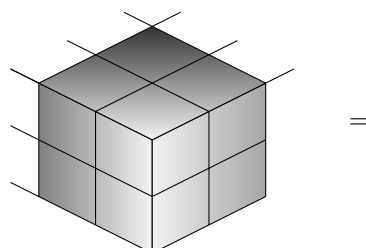
Veiksmus taip pat galima atlikti ir trimatėje erdvėje. Kairėje pusėje pademonstruotas projekte **numpyviz** pavyzdyje nr. 9 yra siūlomas toks skaičiaus $a + b$ kėlimo kvadratu būdas. Ar įstengtumėte atlikti du pratimus dešinėje pusėje?

$$1. (a - b)(a + b)(a^2 + b^2) =$$

Why $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$?



$$2. (a - b)(a - b)(a - b) =$$



Penkiamatėje erdvėje

Veiksmams su daugiau nei 3 dimensijomis įmanomi, bet tai - tikras išbandymas vaizduotei. Štai kaip atrodytų $(x + y)^5$ skaičiavimas penkiamatėje erdvėje remiantis aukščiau pavaizduotu $(x + y)^3$ rezultatu:

Why $(x + y)^5 = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$?

Multiply each $2 \times 2 \times 2$ subcube by x^2, xy, xy, y^2

Then reduce monochromatic terms

BACKSIDE CAMERA

