1 Dvinarių sandauga ⇒ trinaris

1.1 Visa ko pradžia - stačiakampio sudėliojimas

Įsivaizduokime dvi atkarpas. Tegu viena jų yra sudaryta iš ruožų a ir b, o kita iš ruožų c ir d. Tuomet kyla klausimas: kam lygus stačiakampio, kurio gretimos kraštinės yra tokios atkarpos, plotas? Sprendimą galima pailiustruoti:

	a	b
c	ac	bc
d	ad	bd

Stačiakampio plotas lygus $(a+b)(c+d)$, nes žinome, kad jis randamas dauginant kraštinių ilgius. Iš kitos pusės, jis yra lygus į langelius įrašytų plotų sumai. Vadinasi $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$. Tai yra vienas paprasčiausių ir aiškiausių būdų atlikti dvinarių daugybai.

1.2 Kaip sudauginti du dvinarius

Panašiai galime atlikti daugybą $(2x+3)(x-5)$:

	$2x$	3
x	$2x^2$	$3x$
-5	$-10x$	-15

1.3 Kaip sudauginti du dviženklius skaičius

Nors mokyklose dviženklius skaičius dauginame stulpeliu, tačiau galime sugalvoti, kaip juos dauginti ir naudojant lenteles. Kaip pavyzdį imkime veiksmą 46×23:

$$46 \times 23 = (40+6) \times (20+3) = \dots$$

	40	6
20	800	120
3	120	18

Užpildžius lentelę jau galime pratęsti lygybę:

$$46 \times 23 = (40+6) \times (20+3) = 800 + 120 + 120 + 18$$

1.4 Greitosios daugybos formulių paaiškinimas

Jos yra mokomos aštuntoje klasėje. Kaip sako pavadinimas, jų prasmė yra daugyba, kurią galima atlikti greičiau, ir paprasčiau. Kada ją galime atlikti? Imkime 4 skaičius a, b, c ir d. Jei tarp jų yra du vienodi, o kiti du vienodi arba skiriasi tik ženklais, daugybą galime pagreitinti. Parodysiu tris pagrindinius tokius greitosios daugybos atvejus:

	a	b
a	a^2	ab
$-b$	$-ab$	$-b^2$

$$(a+b) \times (a-b) = a^2 - b^2$$

	a	b
a	a^2	ab
b	ab	b^2

$$(a+b) \times (a+b) = a^2 + 2ab + b^2$$

	a	$-b$
a	a^2	$-ab$
$-b$	$-ab$	b^2

$$(a-b) \times (a-b) = a^2 - 2ab + b^2$$

Šios daugybos atliekamos greičiau, nes žinome, kad žaliai pažymėti panašieji nariai gali būti sutraukti arba suprastinti. Po kiekviena daugyba matome ją atitinkančią formulę.

1.5 Greitosios daugybos formulių pritaikymas su daugianariais

Anksčiau sakėme, kad jei tarp keturių skaičių galime rasti dvi poras panašių skaičių (t.y. vienodų arba besiskiriančių tik ženklais), tai verta taikyti greitosios daugybos formules. Remdamiesi turėtomis 3 taisyklėmis galime pateikti 3 pavyzdžius (vietoj a paimsime $3x$, o vietoj b paimsime 2).

	$3x$	2
$3x$	$9x^2$	$6x$
-2	$-6x$	-4

$$(3x+2)(3x-2) = 9x^2 - 4$$

	$3x$	2
$3x$	$9x^2$	$6x$
2	$6x$	4

$$(3x+2)(3x+2) = 9x^2 + 12x + 4$$

	$3x$	-2
$3x$	$9x^2$	$-6x$
-2	$-6x$	4

$$(3x-2)(3x-2) = 9x^2 - 12x + 4$$

1.6 Greitosios daugybos formulių pritaikymas su dviženklių skaičių daugyba

Analogiškai galime samprotauti ir kuomet dauginame du dviženklius skaičius:

	40	3
40	1600	120
-3	-120	-9

$43 \times 37 = 1600 - 9 = 1591$

	40	3
40	1600	120
3	120	9

$43 \times 43 = 1600 + 240 + 9 = 1849$

	40	-3
40	1600	-120
-3	-120	9

$37 \times 37 = 1600 - 240 + 9 = 1369$

Atkreipkite dėmesį, kad čia visi skirtingomis spalvomis žymimi nariai yra panašieji (panašiais nariais laikomi vienanariai, turintys tą pačią raidinę dalį, o čia raidinių dalių nėra). Skirtingos spalvos čia galėtų atititikti skirtingus skyrius (vienetus, dešimtis, šimtus).

1.7 Kokias dar žinome greitesnes daugybas?

Dar praleidome vieną paprastesnį, bet ne mažiau svarbų dauginimo būdą. Jis turėtų būti daug labiau žinomas. Pateiksiu keletą pavyzdžių, kaip jis veikia.

	40	3
40	1600	120

$40 \times 43 = 40 \times (40 + 3) =$
$1600 + 120 = 1720$

	$4x$	-3
5	$20x$	-15

$5 \times (4x - 3) = 20x - 15$

	$4x$	-3
$2x$	$8x^2$	$-6x$

$2x \times (4x - 3) = 8x^2 - 6x$

2 Pusiaukelė

Apžvelgėme pagrindines mokyklines dauginimo taisykles. Svarbiausia bus prisiminti, kad reikia mokėti tiek greitosios daugybos formules, tiek iškėlimą prieš skliaustus. Kodėl tai tik pusiaukelė? Jei sandaugą siejame su plotu, tai daugybą galėtume sieti su ploto susmulkinimu į mažesnius plotus, kurie kartais susijungia (jei atitinka panašius narius). Tačiau ardyti yra daug lengviau, nei sudėlioti (kaip dėlionę). Likusioje dalyje reikės išmokti dėliojimą. Palyginimui:

- Dabar rašėme: $(2x - 3)(2x + 3) = 4x^2 - 9$
- Po to reikės pastebėti, kad: $4x^2 - 9 = (2x - 3)(2x + 3)$

3 Dėliojimas

3.1 Dėliojimo prasidėjimas

Dar geresniam įsivaizdavimui, ką laikome dėliojimu, siūlome pažiūrėti į reiškinį: $x^2 + 2x - 3$. Ar galėtumėte pasakyti, kokius narius reiktų sudauginti, kad sudėlioję anksčiau rodytus stačiakampius, gautume šį stačiakampį? Atsakymą rasite kitame puslapyje. O kol kas, prieš pradėdami mokytis, kaip tokią užduotį spręstų pagal vadovėlį, siūlome pamėginti sprendimą atrasti remiantis nagrinėdami panašų pavyzdį:

	x	-4
x	x^2	$-4x$
3	$3x$	-12

$(x - 4)(x + 3) = x^2 - 1x + 12$

	x	-4
x		
3		

$(x - 4)(x + 3) = x^2 - 1x + 12$

Šiame pavyzdyje kvadratinis trinaris $x^2 - 1x - 12$ užrašytas ne taip, kaip įprasta. Įprastai reikėtų rašyti $x^2 - x - 12$. Dešinėje lentelėje į stačiakampius rašomi vienanariai buvo uždengti ir liko tik skaičiai x, -4, x, 3. Ar galite atsakyti į šiuos klausimus:

- Kaip buvo gautas narys x^2?
- Kaip buvo gautas narys $-1x$?
- Kaip buvo gautas narys -12?
- Ką reiktų atlikti norint gauti koeficientą -1 naudojant vien skaičius?
- Ką reiktų atlikti norint gauti koeficientą -12 naudojant vien skaičius?

3.2 Pilno kvadratinio reiškinio skaidymai

Štai čia pateiksime ankstesnio skyrelio uždavinio sprendimą. Jį skaitydami būtinai panagrinėkite ir svarbiausias jo mintis, parašytas dešinėje.

	x	-1
x	x^2	$-x$
3	$3x$	-3

$$x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x+3)$$

- Kaip pačiam sugalvoti, kad skaičiai yra būtent -1 ir 3?
- Jei ankstesnio skyrelio klausimus išsinagrinėti pavyko sėkmingai, tai turėtų pasimatyti mintis, kad reikėjo tik surasti skaičius, kurių suma yra 2, o sandauga -3.
- Įsiminus, kaip skaičiai -1 ir 3 atsiranda ir pasipraktikavę su kitais kvadratiniais reiškiniais, išmoksime juos skaidyti daug greičiau, nei tai daro dauguma moksleivių.

Pasipraktikuokime su kitu reiškiniu: $x^2 - 8x + 15$. Pagrindinis darbas, norint šį reiškinį išskaidyti, yra sugalvoti du skaičius, kurių sandauga 15, o suma -8.

Jei sugalvoti yra sunkoka, visada siūloma pradėti nuo nagrinėjimo, kokių sveikųjų skaičių sandauga yra 15.