Šioje temoje apžvegdamas valstybinio egzamino užduotis <...>, jų vertinimo instrukcijas <...> ir rezultatų analizes <...>, pateiksiu būdą, kaip galima suskirstyti egzamino turinį ir įvertinti jo dalis pagal sunkumą bei pasiskirstymą pagal taškus. Procesas susideda iš kelių etapų, kurių kiekvieną sudėsiu į atskirus komentarus.

EGZAMINO TURINIO SUSKIRSTYMAS

Pagal kiekvieną 2017m. egzamino uždavinį ir jo sprendimo vertinimo instrukciją sudarau apytikslę gebėjimų klasifikaciją, kurią galiu koreguoti tolimesnėje eigoje atsižvelgdamas į gebėjimus, reikalingus egzamino uždaviniams spręsti. Klasifikaciją vėliau tikslinu nagrinėdamas ankstesnių nei 2017 metų egzaminus.

1. Elementariosios matematikos gebėjimai. Tiesinės ir kvadratinės lygtys, nelygybės ir jų sistemos, daugianarių sudėtis ir daugyba, reiškinių prastinimai, elementarūs aritmetiniai veiksmai.
2. Funkcijos. Reikšmės radimas žinant argumentą ir argumento radimas žinant reikšmę, skaičiaus, kintamojo, reiškinio ar funkcijos įstatymas į įvairias išraiškas, funkcijų grafikų interpretavimas, apibrėžimo sritis, veiksmai su intervalais.
3. Trigonometrija. Kampų konvertavimas į radianus ir atvirkščiai. Trigometrinių funkcijų ir joms atvirkštinių reikšmių radimas, kai žinomas jų argumentas. Trigonometrinių tapatybių taikymas, kraštinių sąryšiai stačiajame trikampyje, Sinusų ir Kosinusų teoremos, atvirkštinės trigonometrinės funkcijos, trigonometrinės lygtys ir nelygybės.
4. Išvestinės. Išvestinių savybės, išvestinių skaičiavimas, funkcijų minimumai ir maksimumai, liestinių lygtys, geometrinė išvestinės interpretacija.
5. Tikimybių teorija.
6. Reiškinių sudarymas. Gebėjimas pagal uždavinio sąlygą sudaryti nesudėtingus raidinius arba skaitinius reiškinius, lygtis, nelygybes arba jų sistemas, reikšmių kontroliavimas (stebėjimas, kaip pakinta vienas dydis kintant kitam). Sudarytų reiškinių interpretavimas. Greičio, kelio ir laiko sąryšiai.
7. Vektoriai. Vektorių sudėtis ir atimtis, vektorinė ir skaliarinė sandaugos, kolinearumas, statmenumas, vieno vektoriaus išreiškimas per kitus, vektoriaus modulis.
8. Erdvės geometrija. Erdvinių kūnų tūriai ir paviršiaus plotai, uždaviniai su keliomis plokštumomis.
9. Integralai. Integralo panaudojimas funkcijų ribojamam plotui skaičiuoti, nesudėtingų reiškinių integravimas.
10. Statistika. Imtis, moda, mediana, vidurkis, dispersija, dažnių lentelės.
11. Progresijos. Aritmetinės ir geometrinės progresijos savybių taikymas.
12. Palūkanos ir procentai. Raidinių arba skaitinių reiškinių sudarymas panaudojant procentus, sudėtinės palūkanos.
13. Geometrija. Plokštumos figūrų savybės.
14. Logaritmai. Logaritmų tapatybių taikymas, logaritminės lygtys ir nelygybės.
15. Laipsniai ir šaknys. Laipsnių ir šaknų savybių taikymas.
16. Kombinatorika. Deriniai, kėliniai, gretiniai.

ŽINIŲ SRIČIŲ SUSKIRSTYMAS PAGAL TAŠKŲ PASISKIRSTYMĄ

Uždaviniai, kuriuose vertina tik atsakymus, yra verti 1 taško. Tokiems uždaviniams reikalaujamų žinių klasę priskiriu remdamasis savo žiniomis. Tačiau jei vertinamas uždavinio sprendimas, nustatyti, kokių sričių žinių jam reikia ir kaip pasiskirsto taškai už šias žinias, ne visada paprasta. Mano žinios padeda nustatyti tik susidaryti apytikslį sprendimo vertinimo vaizdą, o norėdamas sužinoti taškų pasiskirstymą už kiekvieną reikalaujamą žinių sritį, turiu atidžiai sekti vertinimo instrukcijas.

Prie kiekvienos 1 taško vertam uždaviniui ar jo sprendimo žingsniui priskirtos reikalaujamų žinių klasės kruopščiai pasižymiu uždavinio numerį. Kadangi egzamino taškų vertė yra apie 60 taškų, tai iš viso turi būti pažymėta apie 60 skirtingų numerių. Žymėjimo pavyzdys: vektorių sričiai priskirtas numeris 23.2-1 reiškia, kad 23 uždavinio 2 dalies pirmam taškui gauti reikia žinių iš vektorių temos. Vieną numerį atitinka lygiai vienas taškas. 2017 metų VBE sąrašas atrodo taip:

1. Elementariosios matematikos gebėjimai (18.2-2, 20-2, 21.2-3, 22.1-2, 22.2-2, 22.3-3, 24.4, 25-2, 25-3, 25-4)
2. Funkcijos (1, 13.2, 13.4, 17, 21.1, 21.2-1, 22.1-1, 22.2-1)
3. Trigonometrija (3, 24.1-1, 24.2-1, 24.2-3, 24.3-2, 24.3-3)
4. Išvestinės (8, 9, 16, 24.3-1)
5. Tikimybių teorija (6, 19.1-1, 19.1-2, 19.2, 19.3)
6. Reiškinių sudarymas (15, 18.1-2, 18.2-1, 21.2-2, 25-1)
7. Vektoriai (23.1-1, 23.1-2, 23.2-1, 23.2-2)
8. Erdvės geometrija (7, 24.1-2, 24.2-2)
9. Integralai (22.3-1, 22.3-2)
10. Statistika (2, 20-1)
11. Progresijos (12)
12. Palūkanos ir procentai (18.1-1)
13. Geometrija (14.1, 14.2)
14. Logaritmai (4, 13.1, 13.3)
15. Laipsniai ir šaknys (10, 11.1, 11.2)
16. Kombinatorika (5)

Šiame sąraše uždavinių kiekius iš kiekvienos srities akivaizdžiai atskleidžia, kokia sritis kiek egzamine svarbi.

Norėčiau atkreipti dėmesį, jog uždavinių dažnumas nėra vienintelis kokios nors srities svarbos kriterijus. Pavyzdžiui elementarūs matematikos gebėjimai yra verti 10 taškų - 2017m. egzamino išlaikymo ribą. Žiūrėdami į uždavinių žymėjimus pastebėtume, kad nors jie ir buvo reikalingi daugumoje sunkesniųjų (18 - 25) uždavinių, pasinaudojimas šiais gebėjimais buvo įmanomas tik prieš tai uždirbus bent vieną tašką. Kitaip tariant, šių gebėjimų realizavimas yra įmanomas tik mokant sudaryti reiškinius, lygtis ar pritaikant kitas žinias. 2016m. VBE užduotyse matome kiek palankesnę situaciją - iš 10 skiriamų taškų jau tampa įmanoma gauti tris taškus už elementarius gebėjimus apsieinant be žinių iš kitų sričių.

Kitas svarbus momentas, kad paėmus giminingas sritis (kombinatoriką, statistiką ir tikimybių teoriją arba geometrija, erdvės geometrija ir vektorius) gautume ne daugiau nei po 15% už egzaminą skiriamų taškų. Geras erdvės geometrijos arba vektorių supratimas yra įmanomas tik esant geram geometrijos supratimui. Lygiai taip pat kombinatorikos, statistikos ir tikimybių teorijos žinios yra susijusios, todėl gerai vieną iš sričių nusimanantys dalyviai turėtų pademonstruoti geras žinias ir giminiškose srityse.

Šios pastabos tik patvirtina, jog matematinės sritys nėra atsietos viena nuo kitos, todėl matematinių žinių vertinimas skirstant jas pagal sritis, nėra tikslus. Didelę įtaką turi sunkiai suskirstomas gebėjimas matematiškai mąstyti, besivystantis visos mokyklos metu.

ŽINIŲ SRIČIŲ SUSKIRSTYMAS PAGAL SUNKUMĄ

Norėdamas tai atlikti, kiekvienai sričiai susumuoju moksleivių gautus taškų vidurkius iš jai priklausančių uždavinių. Duomenis imu iš statistinės VBE rezultatų analizės <..>, atsižvelgdamas į ten pateikiamas už uždavinį ar jo dalį egzamino dalyvių vidutiniškai surinktų taškų dalis.

Pabandykime šiuo būdu nustatyti trigonometrijos sunkumą: įvertinti, kurią dalį taškų dalyviai surinko už 6 trigonometrijos temai priskirtinus uždavinius (3, 24.1-1, 24.2-1, 24.2-3, 24.3-2 ir 24.3-3). Žiūrint į rezultatų suvestines, lengva pasakyti, kad pirmą tašką iš 24.1 ir 24.2 surinko visi dalyviai, nesurinkę 0 taškų. Kiek keblumų iškyla bandant įvertinti trigonometrijos žinias 3 klausime, kur atsakymas yra su pasirenkamu variantu. Teisingą atsakymą nurodė 71,1% dalyvių. Vadinasi, už šį uždavinį dalyviai surinko vidutiniškai 0.711 taško. Tačiau, jei atsižvelgtume į tai, jog ketvirtis dalyvių, nežinojusių, kaip uždavinys sprendžiamas, atspėjo atsakymą, tai jau turėtume, kad vidutiniškai dalyviai surinko tik apie 0.615 taško.

Dar daugiau keblumų iškyla su daugiataškiais uždaviniais, kuriems reikia kelių sričių gebėjimų. Pavyzdžiui sunku įvertinti, kiek vidutiniškai taškų surinktų dalyviai, jei būtų švertintos reikiamos jų žinios uždirbti trečiam taškui iš 24.2 uždavinio dalies. Dalyviai, neuždirbę pirmojo ar antrojo taško, neteko galimybės uždirbti trečiojo taško. Tokiu būdu jie negalėjo atskleisti savo žinių, tad egzamino siūlomas vertinimas taip pat nėra pilnai sąžiningas jų požiūriu ir nelaikytinas patikimu.

Išvados: jei tam tikros srities didesnė dalis uždavinių yra su pasirenkamais variantais, tai egzamino rezultatų analizės statistiniai duomenys rodys, kad ją moka didesnė dalis dalyvių, o jei daug taškų, skiriamų už tą sritį, įeina į antrąsias daugiataškių uždavinio sprendimo dalis, tai duomenys rodys, kad ją moka mažesnė dalis dalyvių. Atsiranda poreikis ieškoti būdų patikslinti statistinių duomenų vertinimo planą.

Tam, kad susidarytume aiškesnį vaizdą, panagrinėkime keletą pavyzdžių iš 2014m VBE:

- 1 taško vertą uždavinį (10 užd.), kur reikia rasti tgα reikšmę, kai $\frac{\sin\alpha-\cos\alpha}{\cos\alpha} = 2$, teisingai atliko $45,1\%$ dalyvių. Jei atsižvelgtume į tai, kad apie ketvirtis dalyvių, nežinodami sprendimo, atsakymą atspėjo, tai gautume, jog tik apie 26.8% dalyvių žinojo sprendimą. Labai panašus procentas dalyvių - 26.7% - sugebėjo ligi galo įrodyti (23.2 užd.) tapatybę $\sin x - \cos 2x = (\sin x + 1)(2\sin x - 1)$. Šie uždaviniai labai panašūs, nes susideda iš elementariosios matematikos gebėjimų (pirmame uždavinyje reikėjo pakeisti $\frac{\sin\alpha-\cos\alpha}{\cos\alpha}$ į $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha}$, o antrame - teisingai atskliausti $(\sin x+1)(2\sin x-1)$ ir trigonometrijos žinių (pirmame uždavinyje reikėjo pasinaudoti lygybe tg$\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, o antrame - $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin\alpha$

- Uždavinį (23.1 užd.), kur reikia apskaičiuoti $\sin x - \cos 2x$ reikšmę, kai $x = \frac{\pi}{2}$, atliko 51% dalyvių. Tuo tarpu (23.2 užd.) tapatybę $\sin x - \cos 2x = (\sin x + 1)(2\sin x - 1)$ įrodė tik 26.8%. Tai parodo, jog dalyvių gebėjimas rasti funkcijų reikšmes matematikos formulių sąraše iš esmės nepriklauso nuo gebėjimo atlikti algebrinius pertvarkymus (jei tiek viena, tiek kita atlikti sugeba apie pusė dalyvių, tai abu kartu atlikti sugebės ketvirtis dalyvių).

- Uždavinį (19 užd.), vertą 2 taškų, kur reikia išspręsti nelygybę $2^{5-x^2} \leq 16$, padarė tik 36% dalyvių. Toks mažas procentas gali būti paaiškintas tuo, kad uždavinys susideda iš 2 dalių: gebėjimo gauti iš pradinės sąlygos nelygybę $5 - x^2 \leq 4$ ir gebėjimo ją spręsti. Pirmą dalį priskirčiau laipsnių savybėms, antrą - elementariajai matematikai. Norint išsiaiškinti, kiek šie gebėjimai vienas kitą nulemia, reikia papildomų tyrimų.

MATEMATINIS MODELIS, pagal kurį nustatomas sričių sunkumas

Šio modelio tikslas yra pasiūlyti būdą įvertinti atskirų sričių sunkumą atsižvelgiant į aplinkybę, kad dalyvių gebėjimų nebuvimas vienoje srityje daug kur nulėmė jų gebėjimų neįvertinimą kitoje srityje. Pradėkime nuo pavyzdžio, kur pateikiu savo siūlomą patikslintą skaičiavimo būdą, skirtą įvertinti, kokia procentinė dalis dalyvių apytiksliai turėjo pakankamas žinias uždirbti trečiam taškui iš 2017metų VBE 24.2 uždavinio:

- Suvestinėje matome, kad 0 taškų už 24.2 dalį gavo 81,6%, 1 tašką - 5,1%, 2 taškus - 1,5%, 3 taškus - 11,8%

- Žinome, kad 3 taškų tikrai verti 11,8% dalyvių. Neaišku, kokia likusių dalyvių procentinė dalis būtų pajėgi uždirbti trečią tašką, jei jie būtų žinoję, kaip gauti pirmus du taškus. Tokių „nuskriaustųjų" dalyvių dalis buvo lygi $81,6\% + 5,1\% = 86,7\%$. Taip jie atsidūrė NEPALANKIAUSIAME SCENARIJUJE: buvo užskaityta, kad reikiamas žinias uždirbti trečiam taškui iš 24.2 uždavinio dalies turėjo tik dalyvių dalis, lygi $0,118+p*0.867$, kur $p = 0$, p žymi dalyvių dalį, galinčią uždirbti trečią tašką su sąlyga, kad neuždirbo pirmojo arba antrojo taško.

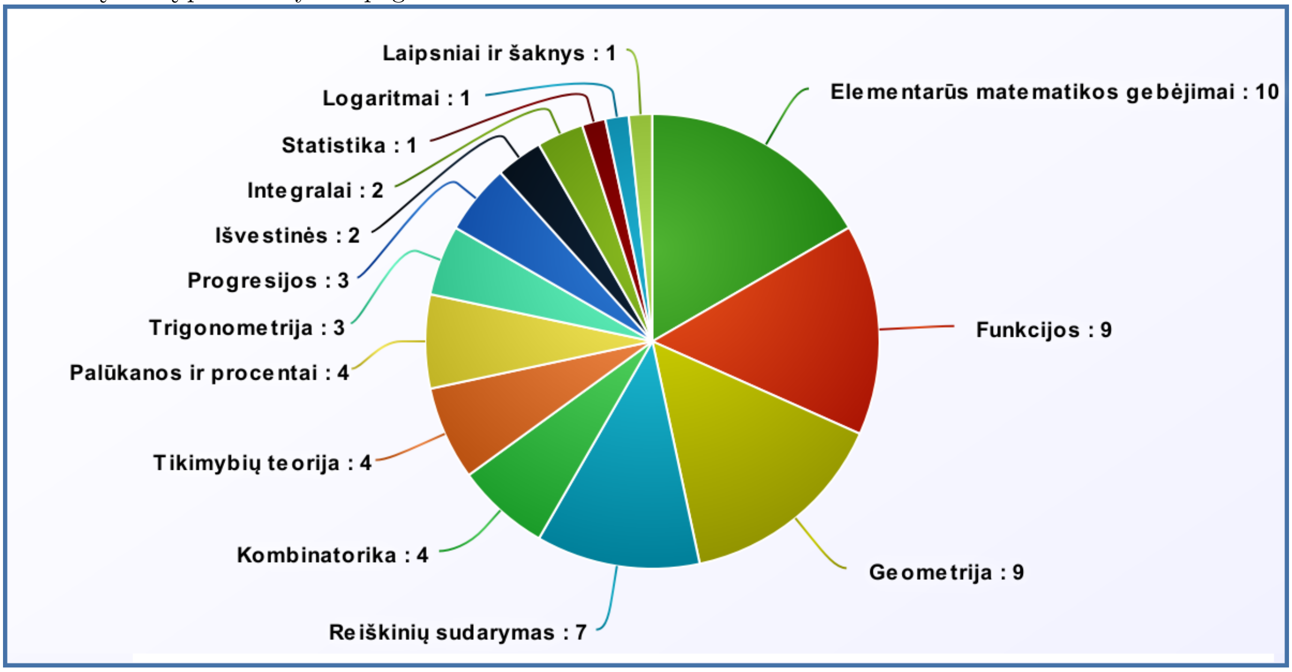
- REALIAME SCENARIJUJE reikėtų nustatyti, kokia dalis p iš tikrųjų yra pajėgūs uždirbti trečią tašką. Tą padaryti tiksliai man yra sunku, nes reikia įvertinti ryšį, kaip dalyviai, besimokantys sritis, už kurią skiria pirmą ar antrą tašką galvoje siejo jas su sritimi, už kurią skiriamas trečiasis. Siūlau reiškinyje $0,118+p*0.867$ naudoti p reikšmę, lygią $0,5$ ir atitinkančią, kurią dalį taškų 2017m egzamine vidutiniškai už bet kurį uždavinį surinko vienas dalyvis. 2016m. egzaminas buvo daug sunkesnis, dalyviai vidutiniškai surinko tik 24 taškus iš 60, todėl reikėtų imti jau tik $p = 24/60 = 0.4$.

- PALANKIAUSIAME SCENARIJUJE turėtume reiškinyje $0,118 + p*0.867$ naudoti p reikšmę, lygią 1. Tai reikštų, jog dalyviai, neuždirbę pirmo ar antro taško, trečiąjį gautų kaip „paguodos tašką". Dalyviai, surinkę 2 taškus, bet negavę trečiojo, taip skaičiuojant vis vien lieka nepriskaičiuoti lygiai taip pat, kaip nepalankiausiame arba realiame scenarijuje. Šis pavyzdys tik demonstracinis, skirtas geriau suprasti mano siūlomam skaičiavimo algoritmui.

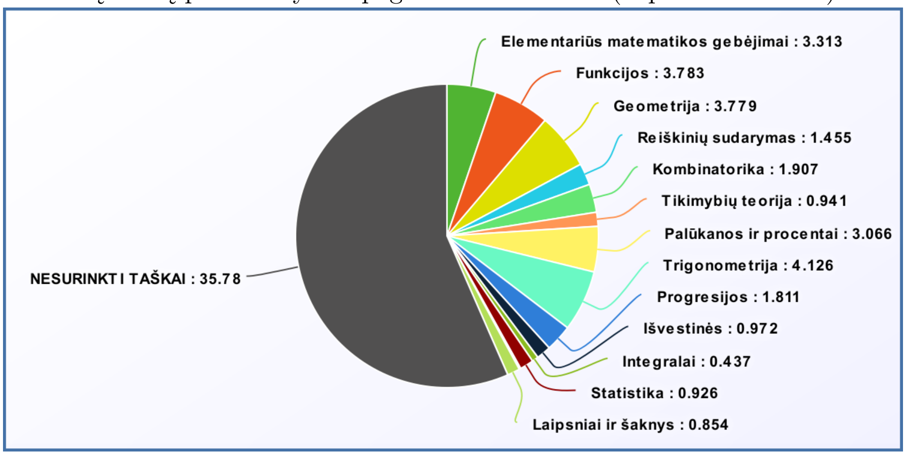
Mano siūlomas perskaičiavimo būdas remiasi REALIU SCENARIJUMI. Metodo trūkumas yra per daug netikslus atsižvelgimas į dalyvių neįvertinimo problemą: visai neįvertintų dalyvių daliai priskiriama ta pati vidutinė reikšmė, nors kiekvienai sričiai ji galėjo ir skirtis nuo apibūdinančios tikrovėje esamus gebėjimus. Šį trūkumą bandysime išspręsti parodydami, kokią įtaką šis netikslumas turi vaizduojant visus tris scenarijus stulpelinėse diagramose. Dar vienas trūkumas: siekiant užsibrėžto tikslo - kuo tiksliau įvertinti atskirų sričių sunkumą, atsiribojama nuo tikrovėje iškylančios situacijos egzamine, kai egzamino dalyviai turi gerą pasirengimą keliose srityse, tačiau dėl įvairių aplinkybių neišsprendžia daugiataškių uždavinių, kuriuose reikia žinias iš tų sričių derinti tarpusavyje. Į faktą, jog per „stambios" (daug taškų vertos) uždavinių dalys trukdo moksleiviams atskleisti gebėjimus, dėmesį atkreipė taip pat ir nepriklausomi 2014 metų VBE apžvelgę specialistai.<...>

STATISTINIAI DUOMENYS

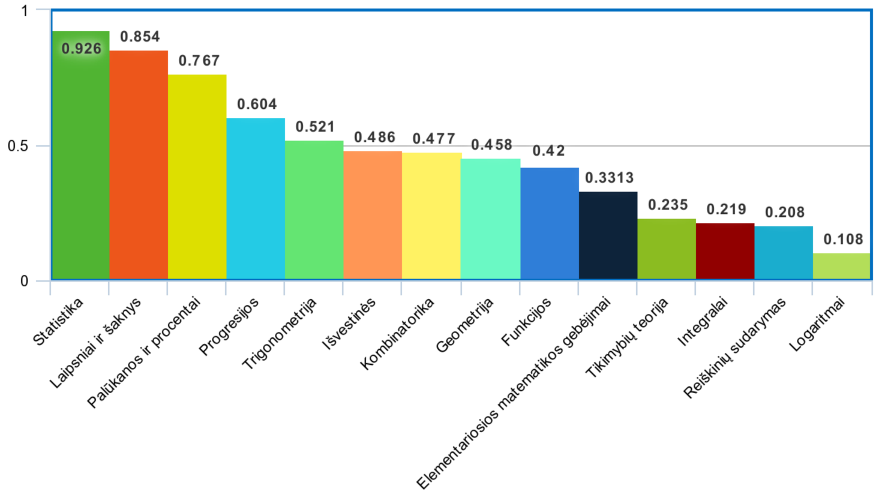
Skiriamų taškų pasiskirstymas pagal sritis 2016m. VBE



Surinktų taškų pasiskirstymas pagal sritis esamame (nepalankiausiame) scenarijuje



Sričių sunkumas



TYRIMO IŠVADOS

Šioje dalyje pateiksiu ne tik savo pastebėjimus apie VBE rezultatų statistiką, bet ir remsiuos kai kuriomis 2014m. matematikos VBE rezultatų analizės nepriklausomų specialistų įžvalgomis.

Mano pastebėjimai

- Nors ir stengiausi matematikos egzamino turinį suskirstyti pagal sritis bei įvertinti jų sunkumą, tačiau šis suskirstymas tik iš dalies leidžia pamatyti sritis, iš kurių moksleiviams įgyti žinių būtiniausia. Kai kurios sritys pagal turinį yra gimininingos, o kai kurios sritys, tokios, kaip elementarūs matematikos gebėjimai arba reiškinių sudarymas yra artimesnės ne turiniui, o matematinio mąstymo gebėjimams, ugdomiems nuo mažumės ir neatsiejamiems nuo bet kurios kitos srities. Geresni moksleivių mokymosi rezultatai būtų pasiekti, jei mokymo turinyje konkrečiau atsispindėtų įvairių sričių žinias siejantys gimininigi ryšiai ir būtų skiriamas didesnis dėmesys tų gebėjimų ugdymui. Tokio ugdymo pavyzdžius šiame forume keliose vietose bandžiau pasiūlyti<...>.
- Matematikos egzamino rezultatai parodo, kad moksleivių matematinis mąstymas yra žemame lygyje. Tai iš dalies laikau prastos kokybės matematikos turinio mokyklose pasekme. Šiame forume jau minėjau, kad matematinio griežtumo (ne tik taisyklių, bet sąvokų bei įrodymų mokymo) turinyje nepakanka. Matematines žinias ateities kartoms pavyks perduoti tik tada, kai šis perdavimas bus suderintas su matematinio mąstymo schemomis, veikiančiomis natūraliu būdu žmogaus galvoje. Būtina atsižvelgti ne tik į matematinio (dedukcinio) samprotavimo elementus, bet ir į loginio mąstymo vystymosi raidą, darbinės ir ilgalaikės atminties ryšį, matematinių sąvokų ir procedūrų supratimą, mąstymo kritiškumą ir kitus kriterijus (apie juos vis parašau forumo temose, kurių pavadinimas prasideda žodžių junginiu „Matematinis mąstymas”).
- Dėkui, kad kiti aktyvūs šio forumo dalyviai taip pat priminė disciplinuotumo stoką. Jiems leidus galėčiau juos pacituoti. Deja, šis faktorius į mano tyrimą negali būti įtrauktas todėl, kad nėra būdų statistiškai įvertinti neigiamų aplinkybių įtaką matematikos egzaminų rezultatams.

Nepriklausomų specialistų atsiliepimai apie VBE 2014 (su kai kuriais papildymais)

Vertinant pagal turinio žinias, sunkiausiai moksleiviams sekasi geometrija ir stochastika.

Sunkumai geometrijoje iš dalies susiję su šiuo matematinio mąstymo trūkumu: sieti vaizduotę su formulėmis bei skaičiavimais. Tai paliudija taip pat ir pastebėtas dėsningumas, jog geometrijos uždaviniai, kuriuose nepateikiamas brėžinys, yra sprendžiami prasčiau. Geriausiai geometrijos mokymo mokyklose problemas atspindi pastebimas ryšys tarp prastų rezultatų pirmuosiuose, lengvesniuose uždaviniuose ir dar prastesnių rezultatų reikalaujančiuose kiek ilgesnio techninio darbo uždaviniuose.

Sunkumai stochastikoje taip pat susiję su panašaus pobūdžio mąstymo trūkumu. Tikimybinių uždavinių sunkumas paaiškinamas tuo, kad juose būtini aukštesnio lygio įgūdžiai siejant žodines sąlygas su jų matematine struktūra: reikia įvardyti visų baigčių aibę ir ja remiantis sudaryti palankių baigčių aibę bei pastebėti tam tikrą tvarką ar dėsningumą visų ar palankių baigčių aibėje, kad būtų nustatytas aibės elementų skaičius. Šio siejimo įgūdžių nepakankamumas, parodo, kad nėra aiškaus plano, koks turėtų būti tinkamas ryšys tarp intuityvaus (euristinio) samprotavimo ir griežtai matematinio (dedukcinio) samprotavimo. Pabrėžiant vien intuityvumą nukenčia matematinis korektiškumas, bet be intuityvaus lygmens ši sritis būtų tiesiog neprieinama mokinio suvokimui.

Toliau pabandysiu apibūdinti gebėjimų trūkumus, į kuriuos specialistai atkreipė dėmesį.

- Interpretavimo gebėjimų stoka. Tiek sunkumai geometrijoje, tiek sunkumai stochastikoje gerai parodo, kokią didelę svarbą matematiniame mąstyme turi interpretavimo gebėjimai. Mokyklinėje matematikoje pasireiškiantis intuityvus kalbėjimas atskiria ją nuo kitokios matematikos, dėl ko vėliau tampa neįmanoma kalbėti apie kitus matematinius dalykus. Domino principu viena negriežtai apibrėžta sąvoka ima blokuoti galimybę apibrėžti ir suprasti kitas (į uždavinius įeinančias) sąvokas. Dėl šių priežasčių moksleiviams iškyla sunkumų taip ir geometrijai giminiškose srityse: su vektoriais ir trigonometrija. Buvo pastebėta, kad moksleiviams taip pat sunku suvoti išvestinės mechaninę prasmę: daugeliui kandidatų nėra aišku, kaip atstumas siejamas su greičiu.
- Gebėjimo įvertinti atsakymo adekvatumą stoka. Viename iš 2014m. VBE uždavinių buvo klausiama, kiek sprendinių turi lygtis $(2x + 5)\sqrt{x + 2} = 0$. Daugybė dalyvių atsakė, kad 2. Nepastebėti, kad viena iš reikšmių netinka, – matematinio reiklumo, kuris reikalingas gerai mokančiam matematiką žmogui, stygius. Šio reiklumo neturinčiajam svarbu tik automatiškai atlikti įprastą matematinį veiksmą (prilyginti nuliui dauginamuosius ir išspręsti gautas lygtis), o atsakymas yra šio veiksmo rezultatas ir nieko daugiau.

Matematinė situacija niekaip nereflektuojama, gautasis rezultatas netikrinamas. Tokio matematinio automatizmo tendencija skurdina mokyklinę matematiką, su šia tendencija reikėtų kovoti, nes mokiniai ima uždavinius prastai spręsti ne dėl jų sunkumo, o dėl kritinio ir abstraktaus mąstymo trūkumo.

- Supratimo paviršutiniškumas. Uždaviniuose, kur reikia rasti tik atsakymus, moksleiviai kliūva ten, kur nepakanka automatiškai atlikti vieną ar kitą veiksmą. Pavyzdžiui sprenžiant nelygybę $2^{5-x^2} \leq 16$. Kad kandidatams tai kelia problemų, gali liudyti gyvo santykio su matematika stoką, pažinimo formalumą, paviršutiniškumą. Mano požiūriu, tai yra per plataus ir per seklaus matematikos mokymo mokyklose pasekmė.<...>

Užduočių, priskirtų įvairioms sritims, rinkiniai

Šios užduotys ar jų variantai, jei nenurodyta kitaip, yra verti 1 taško iš 60. Uždaviniai perdaryti taip, kad jiems išspręsti reikėtų tik vienos srities gebėjimų.

Elementarieji matematiniai gebėjimai

VBE2017

a) Išspręsti lygtį $\frac{600}{n} + 24 = 99$

b) Apskaičiuoti $\frac{5\cdot4+6\cdot5+7\cdot10+8\cdot5+9\cdot1}{4+5+10+5+1}$

c) Išspręsti lygtį $16n^2 + 8n = \frac{11}{3}\left(4n^2 + 4n\right)$

d) Išspręsti lygtį $-0.1x^2 + 22,5 = 0$

e) Apskaičiuoti $-0,1 \cdot 14^2 + 22,5$

f) Apskaičiuoti $2 \cdot \left(-\frac{0.1\cdot15^3}{3} + 22,5 \cdot 15\right)$

g) Apskaičiuoti $72\pi\left(\sin\left(\arcsin\frac{\sqrt{3}}{3}\right) - \sin^3\left(\arcsin\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\right)$

h) Palyginti x, y ir z, kai $\begin{cases} x + z = 2y \\ y + z = 3x \end{cases}$ (2tšk.)

VBE2016

a) Apskaičiuoti $|3 - \sqrt{8}| - |\sqrt{8} - 4|$

b) Išspręsti lygtį $(x-3)(x-7) = 21$

c) Išspręsti nelygybę $x(x-1) \leq 0$

d) Įrodyti lygybę $\frac{4}{2+x}\cdot\frac{1}{2\ln 2} - \frac{1}{1-x}\cdot\frac{1}{\ln 2} = \frac{3}{\ln 2}\cdot\frac{x}{(x+2)(x-1)}$

e) Ar ši lygybė teisinga su bent vienu iš ženklų?
$3(-x)^2+5(-x)^4-\cos(-\pi x) = \pm(3x^2+5x^4-\cos(\pi x))$

f) Išspręsti sistemą $\begin{cases} 2 + x > 0 \\ 1 - x > 0 \end{cases}$

g) Išspręsti nelygybę $\frac{3}{\ln 2}\cdot\frac{x}{(x+2)(x-1)} \geq 0$

h) Išspręsti lygtį $\frac{12-x}{40} + \frac{x}{5} = 0,51$

i) $x : y = 100 : 98$, o $y : z = 100 : 99$. Rasti $100 - z$, kai $x = 100$

VBE2015

a) Išspręsti lygtį $(x+2011)(x+2013)(x+2014) = (x+2013)(x+2014)(x+2015)$

b) Išspręsti lygtį $|x-2| = 5$

c) Išspręsti sistemą $\begin{cases} 2x + 3 > 0 \\ 4x - 5 > 0 \end{cases}$

d) Išspręsti nelygybę $(2x+3)(4x-5) \leq 13$ (3tšk)

e) Palyginti reiškinius $a^3 + b^3 + c^3$ ir $6abc$, kai $a = \frac{5}{12}$, $b = \frac{1}{3}$, $c = 1 - a - b$

f) Rasti teigiamo kintamojo y išraišką, jei $y^2 = x^2 + (10-x)^2 - 2x(10-x)\cdot 60^o$

g) Išspręsti lygtį $\frac{6x-30}{2\sqrt{3x^2-30x+100}} = 0$

h) Išspręsti lygtį $x^2 + 1 = ax + 1$ (a - parametras).

i) Išspręsti lygtį $\frac{a\cdot a^2}{2} - \frac{a^3}{3} = 36$

j) Duota, kad $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{27}$.
Rasti V_1 reikšmę, kai $V = 972\sqrt{2}$

k) Rasti t reikšmę, kai duota, kad galioja
$\begin{cases} at = 25b \\ bt = 36a \end{cases}$ (2tšk)

LOGARITMAI

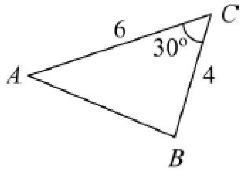
1. (***VBE 2018, 11 užd.***) Kokia funkcijos $f(x) = \frac{x}{e - \ln x}$ apibrėžimo sritis?
2. (***VBE 2018, 15.2 užd.***) Išspręskite nelygybę $\lg(x-1) + \lg x < \lg 20$.
3. (***VBE 2018, 21.3 užd.***). Raskite didžiausią reiškinio $(x+1)\log_2 x$ įgyjamą reikšmę, kai $x \in [2;8]$ (2tšk.)
4. (***VBE2017, 4užd.***) Suprastinkite reiškinį $2\log_3 x + \log_3 y$, kai $x > 0$ ir $y > 0$.
5. (***VBE2017, 13.1užd.***) Išspręskite lygtį $-1 = \log_2 x$
6. (***VBE2017, 13.3užd.***) Raskite nelygybės $\log_2 x \leq 2$ sprendinių intervalą.
7. (***VBE2016, 19.2užd. dalis***) Išskaidykite dauginamaisiais: $\frac{4}{2+x} \cdot \frac{1}{\ln 4} - \frac{1}{1-x} \cdot \frac{1}{\ln 2}$ (1tšk. už skaitinės dalies iškėlimą +1tšk už pilną išskaidymą)
8. (***VBE2015, 20užd.***) Pertvarkykite nelygybę $\log_{0,2}(4x-5) + \log_{0,2}(2x+3) \leq \log_{0,2} 13$, kad joje neliktų logaritmų.(2tšk.)
9. (***VBE2014, 20užd.***) Išspręskite lygtį $e^{x-2} - 2 = 0$
10. (***VBE2013, 8užd.***) Išspręskite nelygybę $\log_{0,01} 100 < \log_{0,01} x$
11. (***VBE2013 bandomasis, 9užd.***) Išspręskite nelygybę $\log_{0,3}(4+x) > \log_{0,3} 6$
12. (***VBE2013 bandomasis, 24užd.***) Su kuria n reikšme teisinga lygybė $\log_2 3 > \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ldots \log_n(n+1) = 4$? (2tšk.)
13. (***VBE2012, 13užd.***) Raskite nelygybės $\log_{0,3} x > \log_{0,3} 2$ visų sprendinių aibę.

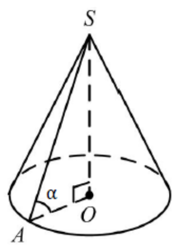
TRIGONOMETRIJA

VBE2018

1. Dviejų gretimų lygiagretainio kraštinių ilgiai yra 4 ir 5, o kampas tarp jų lygus 45°. Kam lygus lygiagretainio plotas?
2. Kam lygi funkcijos $f(x) = \frac{3}{\sin(x)+2}$ reikšmių sritis?

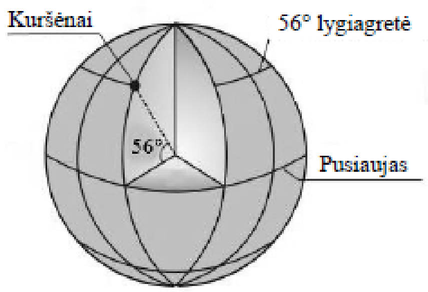
VBE2017





1. Rasti pavaizduoto trikampio plotą
2. Pavaizduotame kūgyje rasti AO, kai $SA = 6$ ir $\alpha = \frac{\pi}{3}$
3. Pavaizduotame kūgyje rasti AO ir SO, kai $SA = 6$
4. Įrodyti, kad $\frac{1}{3}\pi(6\cos\alpha)^2 \cdot 6\sin\alpha = 72\pi(\sin\alpha - \sin^3\alpha)$
5. Išspręsti lygtį $72\pi(\cos\alpha - 3\sin^2\alpha\cos\alpha) = 0$, kai $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ (2tšk.)

VBE2016



1. Trikampio ABC kraštinių ilgiai AB, BC ir AC lygūs atitinkamai $5cm$, $12cm$ ir $13cm$. Apskaičiuokite $\cos\angle ABC$.
2. Ronaldas svajoja motorine skraidykle apskristi pasaulį. Jis kelionę pradėtų Kuršėnuose. Ronaldas skristų taip, kad kiekvienu momentu skraidyklę ir Žemės centrą jungianti atkarpa sudarytų su pusiaujo plokštuma 56° kampą ir būtų lygi 6380km (žr. brėžinį). Kokį atstumą įveiktų Ronaldas skrisdamas aplink pasaulį? Skaičiuodami naudokite apytikslę $\cos 56^o$ reikšmę 0,6 ir apytikslę π reikšmę 3,14. (2tšk + 1tšk už geometriją).

VBE2015

1. Raskite lygties $2\sin x = -1$ sprendinius, priklausančius intervalui $[-180^o; 360^o]$ (3tšk).
2. Vandens lygis d (metrais) uoste laiko momentu t paros laikotarpyje, pradedant nuo vidurnakčio, apskaičiuojamas pagal formulę $d(t) = 10 + 1,8\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right), 0 \geq t \geq 24$.

(a) Apskaičiuokite vandens lygį uoste 9 valandą ryto.

(b) Nustatykite didžiausią galimą d reikšmę.

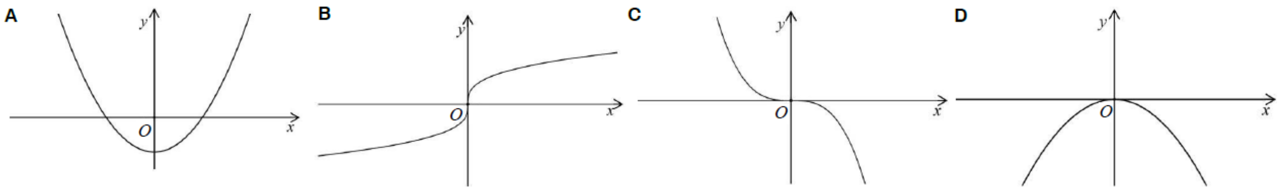
VBE2014

1. Raskite $\mathrm{tg}\alpha$ reikšmę, kai $\frac{\sin\alpha - \cos\alpha}{\cos\alpha} = 2$
2. Apskaičiuokite $\sin x - \cos 2x$ reikšmę, kai $x = \frac{\pi}{2}$
3. Įrodykite tapatybę $\sin x - \cos 2x = (\sin x + 1)(2\sin x - 1)$

IŠVESTINĖS

VBE2017

1. Rasti $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ reikšmę, su kuria reiškinys $72\pi(\sin\alpha - \sin^3\alpha)$ įgys maksmimalią reišmę. *Pastaba: neatliekant trigonometrijos 5 uždavinio, uždavinys neišsprendžiamas*
2. Duota $f(x) = xe^x$. Rasti $f'(x)$
3. Nurodykite vienintelį galimą funkcijos $f(x)$ grafiką, jei žinoma, kad $f'(x) > 0$, kai $x < 0$ ir $f'(x) < 0$, kai $x > 0$



4. Kurios iš pateiktų funkcijų išvestinė lygi $3x^2 + 2x$?

a) $3x + 2$ b) $6x + 2$ c) $x^3 + x^2 + 5$ d) $x^3 + x^2 + x$

VBE2016

1. Duota $f(x) = 3x^2 + 5x^4 - \cos(\pi x)$. Rasti $f'(0)$ (2tšk.)
2. Pateikite nebūtinai sutvarkytą funkcijos $f(x) = 4\log_4(2 + x) + \log_2(1 - x)$ išvestinės išraišką.

VBE2015

1. Lentelėje pateikta informacija apie funkcijos $f(x)$ išvestinės $f'(x)$ reikšmes:

x	$(-\infty; -2)$	-2	$(-2; 1)$	1	$(1; 6)$	6	$(6; +\infty)$
$f'(x)$	$f'(x) > 0$	0	$f'(x) < 0$	0	$f'(x) > 0$	0	$f'(x) < 0$

(a) Užrašykite funkcijos $f(x)$ reikšmių didėjimo intervalą (-us)

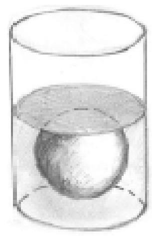
(b) Užrašykite funkcijos $f(x)$ minimumo tašką

2. Duota $f(x) = x^3 - 6x^2$. Rasti $f'(2)$ (1tšk. + 1tšk. už įstatymą)
3. Dviejų atkarpų ilgiai yra x ir y. Šie ilgiai vienas nuo kito priklauso: $y = \sqrt{3x^2 - 30x + 100}$. Nustatyti, su kuria x reikšme ilgis y bus mažiausias (2tšk. + 1tšk. už teisingą sudarytos lygties išsprendimą)

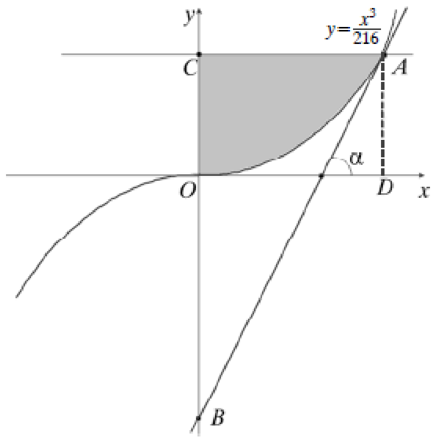
VBE2014

1. Raskite funkcijos $f(x) = \sin(2x + 5)$ išvestinę.
2. Dviejų dviratininkų judėjimas apibūdinamas dėsniais, išreiškiamais formulėmis $s_1(t) = t^2 + 10t$ ir $s_2(t) = 2t^2 + 7t + 2$ (s_1 ir s_2 - kelias kilometrais, t - laikas valandomis). Po kiek laiko dviratininkų greičiai bus lygūs? (1tšk + 1tšk už lygties išsprendimą).

3. Apskaičiuokite funkcijos $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$ kritinių taškų sumą. (1tšk + 1tšk už lygties išsprendimą).
4. Pažymėkime rutuliuko spindulio ilgį x. Remiantis erdvės geometrijos žiniomis galima parodyti, kad jei duoto indo pagrindo spindulys lygus 6 ir vandens paviršius liečia rutuliuką, tai vandens tūris yra $V(x) = 72\pi x - \frac{4}{3}\pi x^3$, kai $0 < x < 6$. Koks turi būti rutuliuko spindulio ilgis x, kad taip įpilto į indą vandens tūris būtų didžiausias? (1tšk + 1tšk už lygties išsprendimą).



5. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $f(x) = \frac{x^3}{216}$, kurio liestinė taške A su Ox ašimi sudaro kampą α. Žinoma, kad $\mathrm{tg}\alpha = 2$. *Pastaba: šis uždavinys yra vienintelis iš liestinių temos 2014-2017m. egzaminuose*
   (a) Raskite taško A koordinates (2tšk.)
   (b) Parodykite, kad liestinės AB lygtis yra $y = 2x - 16$
   (c) Raskite liestinės susikirtimo su Oy ašimi taško B koordinates.



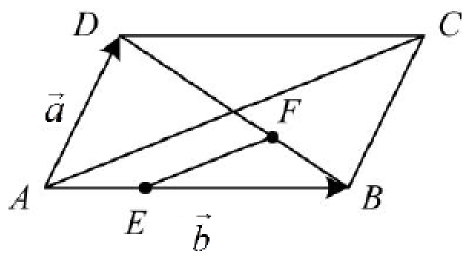
VBE2013

6. Raskite funkcijos $f(x) = (x^{10} + 1)^{10}$ išvestinę.
7. Duota $f(x) = \sqrt{2}x^2 + \sqrt{2}$. Rasti $f'(2)$ (1tšk. + 1tšk. už įstatymą)
8. Raskite x reikšmę, priklausančią intervalui $[0; 3]$, tokią, kad reiškinys $2 \cdot 0,15 + x \cdot 0,2$ įgytų didžiausią reikšmę.
9. Per funkcijos $y = \sin x + a$ grafiko tašką, kurio abscisė $x_0 = \pi$, nubrėžta liestinė. Kokio didumo kampą sudaro ši liestinė su teigiamąja ašies Ox kryptimi?

Pastabos dėl vektorių

Pasitikėjimui vektorių temoje pakelti siūlau:

- Dar kartą žvilgterti į vektorių temą faile „tri.pdf" ir įsitikinti, kad poskyryje „vektorių operacijos" kiekvieną išvardytą veiksmą su vektoriais gali paaiškinti koordinačių pagalba. Darant kiekvieną operaciją su vektoriais $(x_1; y_1; z_1)$ ir $(x_2; y_2; z_2)$ (arba vienu iš jų) turi gebėti paaiškinti, kam lygus šio veiksmo rezulatas (pvz. naujas vektorius, kurio koordinates turi nurodyti). Tikrinant statmenumą ar kolinearumą turi nurodyti, sąlygą (-as), kurias turi tenkinti dydžiai $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$
- Pažiūrėti, ar tikrai žinai, kokią geometrinę prasmę turi kiekvienas iš išvardytų veiksmų.
- Dar kartą žvilgterti į 2009-2015 metų VBE uždavinius ir užsirašyti tuos uždavinius, kurių sprendimo idėjos nėra aiškios. Gali jų sąrašą man persiųsti. Galbūt problemos priežastis - kad ne iki galo supranti kokį nors veiksmą su vektoriais? Taip geriau žinosi, dėl ko yra pavojus, ir dėl ko nėra.
- 2016 metų VBE uždavinių su vektoriais nebuvo, o 2017 metų VBE buvo toks (kiekviena dalis verta 2 taškų):

  Paveiksle pavaizduotas lygiagretainis $ABCD$. Taškas F priklauso įstrižainei BD, taškas E - kraštinei AB. Duota, kad $DF : FB = 2 : 1$ ir $DE : EF = 1 : 2$. Pažymėkime $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$ ir $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$

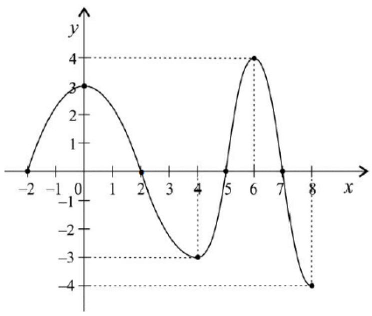
  1. Vektorius $\overrightarrow{BD}$ ir $\overrightarrow{BF}$ išreikškite vektoriais $\vec{a}$ ir $\vec{b}$
  2. Įrodykite, kad $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

FUNKCIJOS

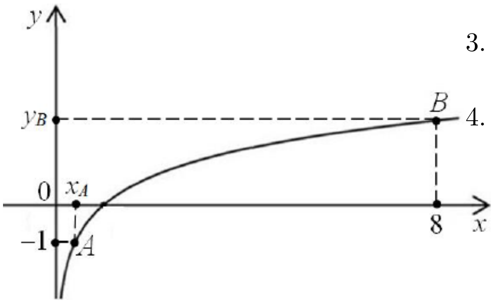
Pastaba: logaritmų savybės yra atskira tema, todėl jų taikyti čia nereikės. Užtenka žinoti tik $\log_a x$ prasmę:

- Algebrinis teiginys: $\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$.
- Žodiškai išreikštas teiginys: $\log_a b$ yra žymimas laipsnis, kuriuo reikia pakelti skaičių a, kad būtų gautas skaičius b.
- Pabandyk suvokti, kokią žodiškai išreikštą prasmę įgyja reiškinys $a^{\log_a b}$

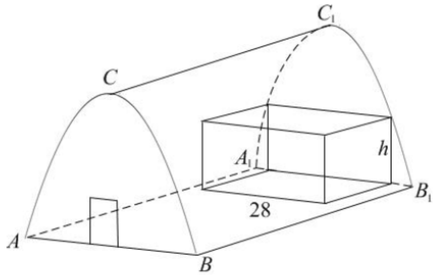
VBE2017



1. Dešinėje pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafikas, kai $x \in [-2; 8]$. Kokia mažiausia funkcijos reikšmė šiame intervale?
2. Apačioje pavaizduotas funkcijos $y = \log_2 x$ grafikas.
   (a) Apskaičiuokite grafiko taško $A(x_A; -1)$ koordinatę x_A.
   (b) Apskaičiuokite grafiko taško $A(8; y_B)$ koordinatę y_B.
   (c) Funkcijos $y = f(x)$ grafikas simetriškas funkcijos $y = \log 2_x$ grafikui ašies Ox atžvilgiu. Raskite $f(4)$ reikšmę.



3. Funkcija $f(x)$ su $x \in \mathbb{R}$ tenkina lygybę $f(3x) = f(x) + 2x$. Apskaičiuokite $f(2)$, jei $f(6) = 4$.
4. Aritmetinės progresijos pirmųjų n narių suma ($n \geq 1$) skaičiuojama pagal formulę $S_n = 4n^2 + 4n$.
   (a) Apskaičiuokite pirmąjį progresijos narį.
   (b) Sudarykite lygtį, kurioje būtų tik vienintelis kintamasis n, jei žinoma, kad $S_{2n} = \frac{11}{3} S_n$
5. Ledo arenos pagrindas ABB_1A_1 yra stačiakampis. Priekinė ir galinės sienos stameno pagrindui, lygio ir lygiagrečios. Jų kraštas yra parabolės $y = -0,1x^2 + 22,5$ formos.

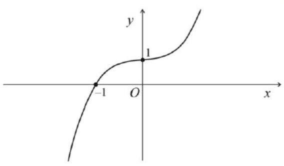


   (a) Apskaičiuokite atkarpos AB ilgį (1tšk + 1tšk už lygties sprendimą)
   (b) Prie arenos galinės sienos įrengta 28 m pločio stačiakampio gretasienio formos pakyla. Dvi pakylos viršūnės priklauso galinės sienos kraštui. Raskite pakylos aukštį h. (1tšk + 1tšk už aritmetinių veiksmų atlikimą)

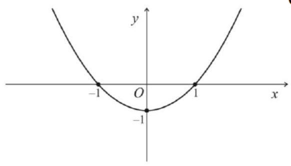
VBE2016

1. Kuris iš pateiktų eskizų yra funkcijos grafiko $y = 5 - \frac{1}{x}$ eskizas?

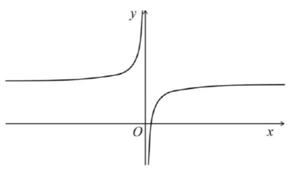
A



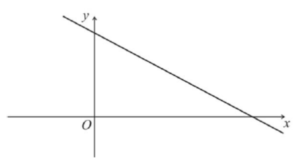
B



C



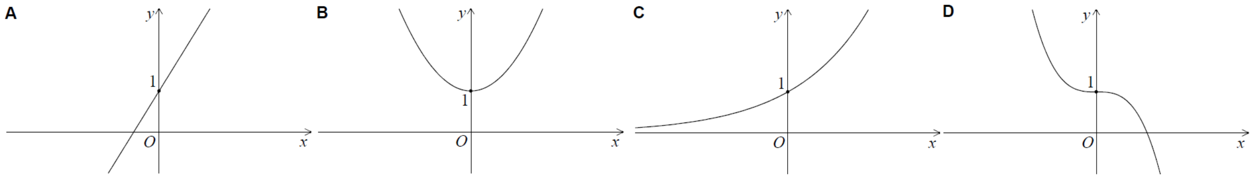
D



2. Kiek kartų funkcijos $y = 16^x + 4^x - 2$ grafikas kerta koordinačių ašį Ox?
3. Duotos funkcijos $f(x) = x^2$ ir $g(x) = x + 1$.
   (a) Raskite funkcijos $h(x) = f(g(x))$ reikšmę taške $x = 1$
   (b) Išspręskite lygtį $g(f(x)) = 2$
4. Duota funkcija $g(x) = 6x + 20x^3 + \pi \sin(\pi x)$.
   (a) Raskite $g(0)$
   (b) Nustatykite, kokia yra funkcija: lyginė, nelyginė ar nei lyginė, nei nelyginė ir paaiškinkite kodėl.
5. Duota funkcija $f(x) = 4\log_4(2 + x) + log_2(1 - x)$.
   (a) Nustatykite jos apibrėžimo sritį (1tšk. už sąlygas + 1tšk už išsprendimą).
   (b) Egzamino užduotyje pateikta, kad šios funkcijos išvestinė $f'(x) = \frac{3}{\ln 2} \cdot \frac{x}{(2+x)(x-1)}$, kai $-2 < x < 1$. Išspręskite nelygybę $f'(x) \geq 0$. (1tšk. už intervalų metodo pritaikymą + 1tšk. už teisingą atsakymą)

VBE2015

1. Kuris iš pateiktų eskizų yra funkcijos grafiko $y = 2^x$ eskizas?



2. Sekos bendrasis narys užrašomas formule $a_n = 3n - 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$). Kam lygus šios sekos penktasis narys a_5?

3. Žinoma, kad funkcija $f(x)$ yra lyginė, o $g(x)$ - nelyginė. Apskaičiuokite $g(f(-a)) + f(g(b))$, jei $f(a) = -b$, $g(-b) = a$, kur $a \neq 0$, $b \neq 0$.

4. Raskite aibių $A = [-2; 4)$ ir $B = (-6; 3)$ sankirtą $A \bigcap B$

5. Vandens lygis d (metrais)uoste laiko momentu t paros laikotarpyje, pradedant nuo vidurnakčio, apskaičiuojamas pagal formulę $d(t) = 10 + 1,8\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right), 0 \leq t \leq 24$

6. Duota $f(x) = 3x^2 - 12x$. Apskaičiuokite $f(2)$

7. Duotas reiškinys $\log_{0,2}(2x+3) + \log_{0,2}(4x-5)$. Parodykite, kad šio reiškinio apibrėžimo sritis yra intervalas $(1,25; +\infty)$ (1tšk. už sąlygas + 1tšk už išsprendimą).

PROGRESIJOS

1. (***VBE 2018, 14***) Geometrinės progresijos b_1, b_2, b_3... pirmųjų n narių suma lygi $3^n - 1$. Apskaičiuokite šios geometrinės progresijos:

   a) ketvirtąjį narį b_4;   b) vardiklį.

2. Duota n skirtingų natūraliųjų skaičių, sudarančių didėjančią aritmetinę progresiją. Skaičius n yra ne mažesnis už 3. Šių skaičių sumą pažymėkime S. Nustatykite:

   a) ar gali galioti lygybė $S = 21$;   b) didžiausią n reikšmę, jei $S < 1009$.[3tšk.]

3. (***VBE 2017, 12***) Yra žinomi du pirmieji geometrinės progresijos nariai: $b_1 = 2$ ir $b_2 = 6$. Apskaičiuokite ketvirtąjį šios progresijos narį b_4.

4. (***VBE 2016, 12***) Skaičiai 4, a ir $a + 19$ yra pirmieji trys aritmetinės progresijos nariai.

   (a) Apskaičiuokite šios progresijos skirtumo skaitinę reikšmę.

   (b) Apskaičiuokite a skaitinę reikšmę.

5. (***VBE 2016, 5***) Didėjančios geometrinės progresijos pirmasis narys lygus 2, o trečiasis lygus 18. Kam lygus antrasis narys?

6. (***VBE 2014, 27***) Duoti keturi teigiami skaičiai. Pirmas, antras ir trečias skaičiai sudaro aritmetinę progresiją, o šių skaičių suma lygi 12. Antras, trečias ir ketvirtas skaičiai sudaro geometrinę progresiją, jų suma lygi 19. Raskite šiuos keturis skaičius (4tšk.)

7. (***VBE 2013, 6***) Seka $a_1, a_2, \dots, a_n$ yra aritmetinė progresija, kurios $a_5 + a_n = a_2 + a_{10}$. Raskite n

8. (***VBE 2012, 29***) $999 - 997 + 995 - 993 + \cdots + 103 - 101$

9. (***VBE 2011, 16***) Žinomi du aritmetinės progresijos nariai $a_{10} = \sqrt{2}$ ir $a_{19} = \sqrt{3}$. Apskaičiuokite šios progresijos narį a_1. (2tšk.)

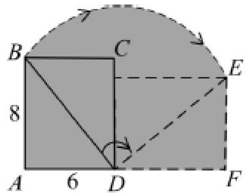
REIŠKINIAI

VBE2017 ir pusę VBE2016 aptarėme - silpnosios vietos buvo:

- suvokimas, kad rutulio spindulį padidinus tris kartus, rutulio tūris padidėja 27 kartus.
- nežinomųjų reikšmių palyginimas, kai turime sistemą, sudarytą iš dviejų lygčių su trimis nežinomaisiais.
- Dviejų pastoviu greičiu judančių objektų įveiktų atstumų santykis, kai situacija nagrinėjama kuriuo nors fiksuotu momentu. Ar galime uždavinyje fiksuoti kurį nors nagrinėjamos situacijos laiko momentą taip, kad šis santykis įgytų reikšmę? Jei taip, tai turime šią reikšmę panaudoti randant antro objekto įveiktą atstumą, kai žinome, kokį atstumą per tą patį laiką įveikė pirmasis objektas.

VBE2016

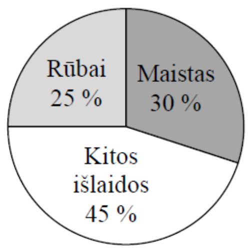
1. Lėktuvas skrenda pučiant pastovaus greičio vėjui. Naudodamas tiek pat galios pavėjui jis gali skristi 650km/h greičiu, o prieš vėją gali skristi 600km/h greičiu. Kam lygus vėjo greitis?
2. Apskaičiuokite $\angle BDE$ didumą laipsniais, jei $DCEF$ yra lygus pasuktam pagal laikrodžio rodyklę stačiakampiui $ABCD$ taip, kad taškai A, D ir F būtų vienoje tiesėje. (1tšk + 1tšk už tinkamą panašumo panaudojimą)



3. Močiutė primelžė 12 kilogramų 4,25% riebumo pieno, t.y. pieno, kurio 4,25% masės sudaro riebalai. Kitą dieną močiutė nugriebė susidariusį viršutinį grietinėlės sluoksnį. Nugriebtos grietinėlės riebumas buvo 20%, o likusio pieno riebumas buvo 2,5%.
   (a) Kiek kilogramų riebalų buvo primelžtame piene?
   (b) Kiek kilogramų grietinėlės močiutė nugriebė? (3tšk.).
4. 100 metrų plaukimo varžybose dalyvavo Rūta, Julija ir Džesika. Rūta savo finišo momentu lenkė Juliją 2 metrais, o Julija savo finišo momentu lenkė Džesiką metru. Tarkime, kad jos distanciją plaukė pastoviais greičiais. Keliais metrais Rūta savo finišo momentu lenkė Džesiką? Skaičiuodami laikykite, kad plaukikės yra materialūs taškai, t. y. plaukikių matmenų nepaisykite.(4tšk., **PASKUTINYSIS**)

VBE2015

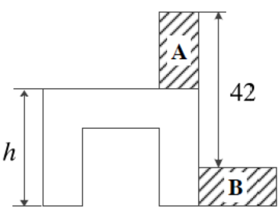
1. Vandens čiaupo pajėgumas yra toks, kad stačiakampio gretasienio formos baseinas, kurio matmenys yra a, b ir c, pripildomas per 1 valandą. Per kiek laiko iš to paties vandens čiaupo, veikiančio tokiu pačiu pajėgumu, galima būtų pripildyti stačiakampio gretasienio formos $2a$, $2b$ ir $2c$ matmenų baseiną?
2. Diagramoje pavaizduotas šeimos vieno mėnesio visų išlaidų paskirstymas procentais. Tą mėnesį **maistui** šeima išleido 420 eurų. Kiek eurų šeima išleido rūbams?



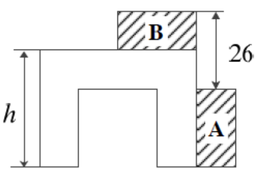
3. Tuo pačiu metu iš miestelių A ir B pastoviais greičiais vienas priešais kitą išvažiavo du dviratininkai. Pirmasis važiavo iš miestelio A į miestelį B, o antrasis – iš miestelio B į miestelį A. Pakeliui jie susitiko. Po susitikimo pirmasis dviratininkas į miestelį B atvyko po 36 minučių, o antrasis į miestelį A atvyko po 25 minučių. Kiek minučių pirmasis dviratininkas važiavo iš miestelio A iki susitikimo su antruoju dviratininku? (3tšk., **PASKUTINYSIS**)

VBE2014

1. Pirmajame paveiksle pavaizduota kėdutė ir du vienodi stačiakampio gretasienio formos blokeliai. Antrajame paveiksle pavaizduota ta pati kėdutė, o blokeliai sukeisti vietomis. Naudodamiesi pateiktais duomenimis, apskaičiuokite kėdutės aukštį. (2tšk.)



1 pav.



2 pav.

2. Automobilio greitis 25 proc. didesnis už motociklo greitį. Apskaičiuokite motociklo greitį, jei automobilio greitis yra 85 km/h. (2tšk.)

VBE2013

1. Kiek viršūnių yra piramidėje, turinčioje 12 briaunų?
2. Visus iš eilės einančius natūraliuosius skaičius keliant kvadratu buvo gauta seka $1^2, 2^2, 3^2, \dots n^2, \dots$. Skaičius 10^8 yra šios sekos narys. Kuris skaičius šioje sekoje eis iš karto po jo?

3. Sausio 1 dieną pradėtame eksploatuoti smėlio karjere buvo 80000 m^3 smėlio. Kasmet planuojama iškasti 20% praėjusių metų gale karjere likusio smėlio. Kiek kubinių metrų smėlio karjere turėtų likti po 3 metų? (2tšk.)

4. Duoti trys natūralieji skaičiai a, b ir c. Kiekvienas šių skaičių yra mažesnis už 11. Raskite didžiausią reiškinio $\frac{a+b}{c}$ skaitinę reikšmę. (2tšk.)

5. Į 5 litrų talpos indą įpilta 2 litrai 15 % druskos tirpalo. Kiek litrų 20 % druskos tirpalo reikia įpilti į šį indą, kad druskos kiekis procentais gautame tirpale būtų didžiausias? (2tšk.)

6. Trys dviratininkai kas valandą išvažiuoja iš tos pačios vietos ir važiuoja viena kryptimi. Pirmojo dviratininko greitis 12 km/h, antrojo – 10 km/h. Trečiasis dviratininkas, važiuodamas greičiau nei pirmasis, pirmiausia pavijo antrąjį, o praėjus dar 2 valandoms – pirmąjį dviratininką. Koks trečiojo dviratininko greitis? (4tšk., **PASKUTINYSIS**)

VBE2012

1. Skaičiai x ir y yra sveikieji, x - teigiamas, y - neigiamas. Kiek sveikųjų skaičių yra tarp x ir y (be skaičių x ir y)?

2. Dovana kartu su dovanų krepšeliu kainuoja 11 Lt. Dovana yra 10 Lt brangesnė už dovanų krepšelį. Kiek kainuoja dovana? (2tšk.)

3. Lagamino kaina 300 Lt. Kiek procentų šią kainą reikėtų sumažinti, kad nauja lagamino kaina būtų 282 Lt? (2tšk.)

VBE2011

1. Vienos telekomunikacijų bendrovės klientai, nepriklausomai nuo jų kalbėjimo telefonu laiko, už 2010 m. kiekvieno vasaros mėnesio (VI–VIII) pokalbius moka fiksuotą 15 Lt abonentinį mokestį. Kitu metų laiku už kiekvieno mėnesio pokalbius jie moka fiksuotą 10 Lt abonentinį mokestį ir dar po 20 ct už kiekvieną pokalbio minutę.

Mėnesiai	***Abonentinis mėnesio mokestis***	***Mokestis už pokalbio minutę***
VI-VIII	15 Lt	-
I-V, IX-XII	10Lt	20ct

   Tarkime, kad šios bendrovės klientas kiekvieną 2010 m. mėnesį telefonu kalbėjo x minučių. Kiek litų jis sumokėjo bendrovei per 2010 metus? *Atsakymą užrašykite $ax + b$ pavidalo dvinariu.* (3tšk.)

2. Vienas jaunuolis pakavimo dėžę pagamina per 30 min., o kitas – per 25 min. Jaunuoliai pradeda gaminti dėžes 8 valandą ryto. Kiek laiko rodys laikrodis, kai abu jaunuoliai pirmą kartą baigs gaminti savo eilines dėžes tuo pačiu metu? (2tšk.)

3. Per dvejus metus parke buvo pasodinta 900 medžių, iš jų – 75% pušų. Pirmaisiais metais pasodinti medžiai sudarė 60% visų per dvejus metus pasodintų medžių. Kiek mažiausiai pušų turėjo būti pasodinta pirmaisiais metais? (4tšk.)

SVARBU

VBE sprendimas 5 paskutinių metų rašytine forma ir 3 paskutinių metų video

Čia įkeliu 2015 - 2017 m. VBE turinio suskirstymą, pagal kurį atrenku uždavinius įvairioms temoms.

Pastaba 1: matematikos VBE yra privalomas nuo 2016m., todėl užduotys tapo pastebimai lengvesnės.

Pastaba 2: Iki 2014m. VBE antros dalies uždaviniai (su skaičiais, kuriuos reikia įrašyti į atsakymų langelius) buvo po 2 taškus ir jų būdavo daugiau.

2017m. - antrame puslapyje

2016m.

Elementariosios matematikos gebėjimai (4,7,9,18.2-2,19.1-2,19.2-3,19.3-1,20.2-3,23.1-3,23.1-4)

Funkcijos (1,15,16.1,16.2,18.1-2,18.2-1,18.3-1,19.1-1,19.3-2)

Trigonometrija (11.2,21.1-1,21.1-2)

Išvestinės (18.1-1,19.2-1)

Tikimybių teorija (22.2-2,22.3-1,22.3-2,22.3-3)

Reiškinių sudarymas (2,17.2-2,20.2-1,20.2-2,23.1-1,23.1-2)

Vektoriai ()

Erdvės geometrija ()

Integralai (18.3-2,18.3-3)

Statistika (3)
Progresijos (5,12.1,12.2)
Palūkanos ir procentai (8,13.1,13.2,20.1)
Geometrija (6,11.1,11.3,17.1,17.2-1,17.3-1,17.3-2,21.1-3)
Logaritmai (19.2-2)
Laipsniai ir šaknys (10)
Kombinatorika (14.1,14.2,22.1,22.2-1)
2015m.
Elementariosios matematikos gebėjimai (6, 12.2, 20.1-2, 20.2-3, 20.2-4, 20.2-5, 21.3-5, 22.3-2, 22.4-2, 23-5, 24-2, 25-2, 25-3)
Funkcijos (1, 2, 10, 11, 17.1, 17.2, 18.1-2, 20.1-1)
Trigonometrija (19-1, 19-2, 19-3, 22.3-1)
Išvestinės (15.1, 15.2, 18.1-1, 22.4-1, 22.4-3)
Tikimybių teorija (21.1, 21.2, 21.3-1, 21.3-2, 21.3-3,21.3-4)
Reiškinių sudarymas (5, 25-1)
Vektoriai (7, 16.1, 16.2)
Erdvės geometrija (8, 14, 24-1, 24-3)
Integralai (18.2, 23-1, 23-2, 23-3, 23-4)
Statistika (4)
Progresijos ()
Palūkanos ir procentai (3)
Geometrija (13.1, 13.2, 22.1, 22.2)
Logaritmai (20.2-1, 20.2-2)
Laipsniai ir šaknys (12.1)
Kombinatorika (9)