1 Klausimai

1. Duotas veiksmas $1\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$. Nurodykite du jo supratimo būdus: procedūrinį ir sąvokinį.
2. Kokiais trimis būdais galima įsiminti įvairias formules?
3. Kuo pasižymi formulių įsiminimas pagal kiekvieną iš šių būdų? (Įsisavinimo trukmė, laikas, kiek plečia matematikos supratimą)
4. Kam reikia mokytis matematinių sąvokų apibrėžimus?
5. Kaip pasitikrinti, kaip gerai suprantame apibrėžimą?
6. Kas yra procedūra?
7. Kodėl $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3}$?
8. Kodėl negalime rasti skaičiaus, kurį padauginę iš savęs gausime 2?
9. Kaip sprendžiama ši problema?
10. Tarkime, jog kvadrato plotas lygus 10. Kam lygus jo kraštinės ilgis?
11. Tarkime, jog kubo tūris lygus 4. Kam lygus jo kraštinės ilgis?

2 Atsakymai

1. Jei Benjaminas galėtų atlikti keletą žingsnių ir gauti teisingą rezultatą, tai jis veiksmą suprastų procedūriškai. Jei Benjaminas galėtų sugalvoti klausimą, į kurį norint atsakyti reiktų atlikti šį veiksmą, jo supratimas būtų sąvokinis.

   Procedūrinis suvokimas
   $1\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{7}{4} : \frac{1}{2} = \frac{7}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{7}{\cancel{4}^{2}} \times \frac{\cancel{2}^{1}}{1} = \frac{7}{2}$

   Sąvokinis supratimas
   Aš nusipirkau $\frac{1}{2}$ l. giros stiklinę ir sumokėjau $1\frac{3}{4}$ euro. Po kiek už litrą picerija pardavinėja girą?

2. Galima atsiminti pagal simbolių poziciją užrašytoje formulę, pagal simbolių prasmes arba išskiriant konkrečius formulės atvejus. Pavyzdžiai:

Formulė	Įsiminimo būdai		
	Pagal simbolius	pagal prasmes	pagal konkrečius pavyzdžius
$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	Šaknys atsiskiria	Skaičių a ir b prasmės atminčiai yra per abstrakčios	Klasėje turėjome konkretų atvejį $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{15}$ Tada $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{3 \cdot 5}$. Formulė tada teisinga ir su bet kuriais skaičiais
$(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$	Du minusai virsta pliusu	$\begin{cases} a \text{ - kiek kartų} \\ -a \text{ - kiek kartų išvengiau} \\ b \text{ - piniginis dydis} \\ -b \text{ - išlaidų dydis} \\ ab \text{ - sutaupyta suma} \end{cases}$ Arba kitaip: jei a kartų atsisakiau pirkti už b, tai sutaupiau $a \times b$	Mokytoja sakė, kad $-2 \times (-3)$ yra 6. Tada $-2 \times (-3)$ yra 2×3 Formulė tada teisinga ir su bet kuriais skaičiais
$A\frac{b}{c} = \frac{A \cdot c + b}{c}$	Viršuje dauginasi kraštai ir prisideda centras; apačia ta pati	$\begin{cases} A \text{ - kiek sveikų vienetų} \\ b \text{ - kiek dalių} \\ c \text{ - kokių dalių} \end{cases}$ Pvz. tarkime yra 2 ir $\frac{3}{4}$ picos. Tai būtų 2×4 ketvirtadaliai ir dar 3 ketvirtadaliai	Radau sąsiuvinyje, kad $2\frac{1}{5} = \frac{11}{5}$. Vadinasi ?

3. Ši lentelė padės atskleisti atminties ir supratimo niuansus.

Įsiminimo sąvybės	Įsiminimas pagal simbolius	Įsiminimas pagal prasmes	Įsiminimas pagal pavyzdžius
Kiek plečia matematikos supratimą?	Didžiąja dalimi neplečia, tik ugdo gebėjimą įstatyti reikšmes į formules	Stipriai, nes ugdo gebėjimą dėsningumus atrasti pačiam ir jais remtis	Plečia nedaug, labiausiai ugdomi gebėjimai konkretizuoti ir abstrahuoti tai, ką atliekame
Kiek laiko užtrunka suprasti?	Greitai, vos tik suprantame pavyzdį ar padarome pirmą užduotį	Lėtai, daug sunkumų: + pačiam atrandant būdą + įsitikinant, kad pavyko suprasti + mokyklinė programa nepa - siūlo tinkamų būdų	Panašiai, kaip ir pagal simbolius
Kuriam laikui pavyksta įsiminti?	Trumpam, reikia nuolatinio kartojimosi norint prailginti įsiminimo laiką	Ilgam	Panašiai, kaip ir pagal simbolius

Papildomi pastebėjimai. Mokykloje yra nusistovėjęs matematikos įsisavinimas pagal simbolius arba analogiškus pavyzdžius. Tai yra efektyvus būdas tik tada, kai daug kartojamės ir skiriame matematikai daug laiko, be to augina supratimą tik iki tam tikro lygio. Reikėtų pratintis įsiminti medžiagą per prasmes. Taip mokytis yra sunkiau, tačiau šis mokymosi būdas yra daug labiau suderintas su atminties pajėgumais. Įsiminta medžiaga sunkiau išblėsta, atmintį sustiprina atradimo metu atsiradusios pozityvios emocijos, išnaudota vaizduotė ir kūrybiškumas.

4. Tik perskaičius naujos sąvokos apibrėžimą ir įsigilinus į jo prasmę yra įmanoma taikyti formulių įsiminimo būdą pagal prasmes.

   Pavyzdys: tarkime, kad šaknis $\sqrt{a}$ - tai toks skaičius, kurio sandauga su savimi lygi a. Tuomet turime pamąstyti, kokiose situacijose yra prasmingai dauginami du vienodi skaičiai ir gaunamas naujas prasmingas skaičius. Pamąsčius galima sugalvoti, kad daugikliai gali būti kvadrato kraštinės, o sandauga - jo plotas. Vadinasi, šaknis $\sqrt{a}$ gyvenime atitinka bet kurio kvadrato, kurio plotas lygus a, kraštinę.

5. Vienas iš pasitikrinimo būdų būtų kelti klausimus, kas yra objektas, koks jo žymėjimas ir koks jo vaizdas. Pavyzdžiui:

Apibrėžimo pavyzdys	Kas tai yra	Kaip žymima	Atitikmuo, paskirtis, vaizdas
skaičiaus a moduliu $\lvert a\rvert$ *vadinamas skaičius, lygus* $\begin{cases} a, \text{ kai } a \geq 0 \\ -a, \text{ kai } a < 0 \end{cases}$	Skaičius, operacija	a modulis $= \lvert a\rvert$	Atitinka atstumą tarp 0 ir a koordinačių ašyje
skaičiaus a šaknimi $\sqrt{a}$ *vadinamas teigiamas skaičius, tenkinantis lygybę* $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$	Skaičius, operacija	a šaknis $= \sqrt{a}$	Nėra vienareikšmio atitikmens bet galima sieti pvz. su kvadrato kraštine

   Kitas iš būdų būtų patikrinti keletą objektų, pvz. -3 ir 3. Ar galima sakyti, kad -3 yra tam tikro skaičiaus šaknis?

6. Procedūra - žingsnių seka, kuria atliekant iš pradinių duomenų gaunamas tam tikras rezultatas.

7. Pagal šaknies apibrėžimą galima gauti, kad $\sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{2 \times 3} = 2 \times 3$. Bet tą patį galima gauti ir kitu būdu: $(\sqrt{2} \times \sqrt{3}) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) = 2 \times 3$. Vadinasi $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3}$.

8. Bandant nustatyti vis artimesnį skaičių, gausime, kad procedūra nesibaigia:

   - $1 \times 1 = 1$ - tai, ką spėjome, buvo per mažas skaičius
   - $2 \times 2 = 4$ - 2 - tai, ką spėjome, buvo per didelis skaičius. Imame vidurį tarp 1 ir 2.
   - $1,5 \times 1,5 = 2,25$ - tai, ką spėjome, buvo per didelis skaičius. Imame vidurį tarp 1 ir 1,5.
   - $1,3 \times 1,3 = 1,69$ - tai, ką spėjome, buvo per didelis skaičius. Imame vidurį tarp 1,3 ir 1,5.
   - $1,4 \times 1,4 = 1,96$ - tai, ką spėjome, buvo tik beveik. Reikia šiek tiek didesnio skaičiaus.
   - $1,41 \times 1,41 = 1,9881$ - spėjimas dar vis per mažas. Reikia šiek tiek didesnio skaičiaus.
   - $1,42 \times 1,42 = 2,0164$ - spėjimas jau per didelis. Imame vidurį tarp 1,41 ir 1,42.
   - $1,415 \times 1,415 \ldots$

9. Įvedamas naujas žymėjimas $\sqrt{2}$, reiškiantis skaičių, kurio sandauga su savimi yra 2.

10. $\sqrt{10}$

11. $\sqrt[3]{4}$, nes tai yra skaičius a toks, kad $a \times a \times a = 4$