

# **Introduction à l'imagerie tomographique 2D et 3D reposant sur une propagation en ligne droite. Cas de la tomographie par rayon X, par émission et par ultrasons**

---

## **Introduction to 2D and 3D Tomographic Methods Based on Straight Line Propagation: X-ray, Emission and Ultrasonic Tomography**

**par Françoise PEYRIN\*, Line GARNERO\*\*, Isabelle MAGNIN\***

\*CREATIS, UMR CNRS 5515, INSA 502 F-69621 Villeurbanne cedex  
\*\*Institut d'Optique d'Orsay, BP 147 F-91403 Orsay cedex  
GdR Traitement du Signal et Image, CNRS

### **résumé et mots clés**

Cet article présente les principes de base de la tomographie assistée par ordinateur, ainsi que son évolution vers le tridimensionnel (3D). La modélisation mathématique du problème de reconstruction tomographique s'appuie sur la transformation de Radon dont la définition et quelques propriétés sont rappelées. Après un bref résumé sur les méthodes conventionnelles 2D, nous présentons les principes physiques pour deux modalités bien appropriées à cette modélisation : la tomographie de transmission par rayons X et la tomographie d'émission par rayons  $\gamma$ . Nous nous attachons à décrire l'évolution de l'instrumentation dans ces deux techniques, ainsi que les approximations introduites par une modélisation de type Transformée de Radon par rapport à la physique du problème. Nous décrivons également les principes des systèmes de tomographie ultrasonore, et leurs différences majeures par rapport aux deux techniques précédentes. Enfin, nous reprenons la problématique générale des méthodes de reconstruction 3D à partir de projections 2D. Nous faisons apparaître quatre classes correspondant au découpage choisi pour la présentation des fiches techniques accompagnant cet article.

**Tomographie assistée par ordinateur, Reconstruction, Tridimensionnel, Imagerie médicale, Rayons X, Emission, Ultrasons.**

### *abstract and key words*

This paper presents the basic principles of computerized tomography (CT), and its evolution towards three dimensional (3D) imaging. Since the modelisation of CT reconstruction relies on the Radon transform, its definition and major properties are first recalled. After a brief summary on conventional 2D methods, we present the imaging principles for two modalities appropriated to this modelisation : X-Ray and emission tomography. We describe the evolution of the instrumentation for these two techniques, and emphasize the approximations introduced by a modelisation using the Radon transform taking into account the physics of the problem. We also describe the principles of ultrasonic tomography systems, and their major differences with the two previous technics. At last, we formulate the general problematic of 3D image reconstruction from 2D projections. We consider four classes of reconstruction methods corresponding to the classification chosen for the synthetic presentation of methods, accompanying this paper.

**Computerized Tomography, Image Reconstruction, Three-dimensional Imaging, Medical Imaging, X-Ray CT, PET, SPECT, Emission Tomography, Ultrasounds.**

## notations

Dans la mesure du possible, les notations communes suivantes ont été utilisées dans l'article et les fiches techniques :

**Les vecteurs sont notés en caractère gras et sans flèche.**

Espace 3D : vecteurs  $\mathbf{r} = (x, y, z)$

Image 3D à reconstruire :

en continu :  $f(\mathbf{r})$  ou  $f(x, y, z)$ .

en discret : vecteur  $f$  de taille  $n = N^3$  (nombre de voxels dans l'image).

Projections :

en continu : dans le cas général :  $p_{\tau}(\mathbf{r}')$ , où  $\tau$  définit la position de la source, et  $\mathbf{r}'$  la position d'un point sur le plan de détection.

cas particuliers :  $p_{\theta}(\mathbf{r}')$  (ou  $p_{\theta}(x', y')$ ) dans le cas d'une trajectoire circulaire, et  $p_{\theta\Psi}(\mathbf{r}')$  (ou  $p_{\theta\Psi}(x', y')$ ) dans le cas d'une trajectoire quelconque sur la surface d'une sphère.

en discret : vecteur  $\mathbf{p}$  de taille  $m = M N^2$

$M$  : nombre de projections.

$N^2$  : nombre de pixels par projection.

Opérateur de projection

en continu :  $X$ .

en discret : matrice  $X$  de taille  $m \times n$

Opérateur de rétroprojection

en continu :  $B$

en discret : matrice  $B$  de taille  $m \times n$  (en principe  $B = X^t$  : transposée de  $X$ ).

Opérateur de transformation de Fourier

$F_n$ , en dimension  $n$ ,  $n = 1, 2$  ou  $3$ .

Les variables fréquentielles sont notées en majuscules :  $X, Y, Z, R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ .

Opérateur de transformation de Radon :  $R$ .

Opérateur de convolution :  $*_n$  en dimension  $n$ ,  $n = 1, 2$  ou  $3$ .

la visualisation de sections de l'anatomie humaine, la CT est applicable à de nombreux autres domaines tels que la radioastronomie, le contrôle non destructif industriel, la sismique, la microscopie électronique...

Quel que soit le rayonnement physique utilisé, les systèmes de tomographie assistée par ordinateur ont en commun le principe suivant : i) on acquiert des informations indirectes sous différentes incidences (projctions) sur une coupe de l'objet sélectionnée par le dispositif d'acquisition, ii) la coupe est ensuite déterminée en tant que solution d'un problème inverse et reconstruite numériquement. Dans les différents cas, on reconstruit l'image d'un paramètre lié au rayonnement ou au principe physique utilisé.

Si l'imagerie tomographique a été un réel progrès en médecine puisque c'est la première méthode non invasive ayant donné la possibilité d'observer des coupes, elle est souvent insuffisante pour aboutir à un diagnostic. Par exemple, une coupe tomographique ne permet pas à elle seule d'avoir une bonne connaissance de la localisation d'une tumeur (taille, étendue, position...). Plus généralement, toutes les structures auxquelles on peut s'intéresser (arbre coronaire, tumeur, rein...) sont tridimensionnelles. La tomographie n'en donne donc qu'une vue incomplète (bidimensionnelle) pouvant par ailleurs être difficile à replacer dans l'espace tridimensionnel. Dans toute la suite nous appelons image tridimensionnelle ou image 3D, la distribution d'un paramètre physique en tout point d'un espace tridimensionnel. C'est encore la représentation d'un volume.

Les systèmes tomographiques habituels permettent d'obtenir des images 3D en empilant une série de coupes parallèles à différents niveaux (3D séquentiel). Les scanners X multi-coupes ou à hélices, ou les systèmes TEP, les plus évolués permettent d'obtenir en une acquisition quelques coupes simultanées. En concaténant un ensemble de coupes parallèles (une quarantaine par exemple), on peut ainsi obtenir une représentation du volume étudié. Cette technique est toutefois longue et lourde, l'acquisition devant être répétée autant de fois qu'il y a de coupes ce qui entraîne une fatigue du patient (et du tube de rayons X!). Par ailleurs, la représentation du volume, ainsi obtenue, peut être imparfaite (voire fausse) du fait de problèmes liés au bougé entre les coupes, à la non-simultanéité des différentes coupes si l'organe examiné est mobile (le cœur, par exemple), aux résolutions différentes dans les trois directions de l'espace (la résolution étant généralement plus fine dans le plan de la coupe que dans la direction inter-coupe). L'obtention de l'image de tout un volume, à partir d'une seule acquisition, permettrait de supprimer ces inconvénients. On parle alors de *tomographie réellement tridimensionnelle*.

La *tomographie réellement tridimensionnelle* se réfère aux techniques permettant, par un système d'acquisition approprié, d'obtenir l'image d'un volume à un instant donné. Ceci sous entend la possibilité d'acquérir des informations sur tout un volume en un temps le plus bref possible. On généralise ainsi le principe de la tomographie assistée par ordinateur pour la reconstruction de coupes à ce qu'on peut appeler la voludensitométrie assistée par ordinateur pour la reconstruction de volume.

## 1. introduction générale

La tomographie assistée par ordinateur (CT) est une technique permettant l'acquisition d'informations et la reconstruction de sections planes d'objets ou d'organes [66]. Le premier scanner X fut développé d'après le travail de Hounsfield [58]. Depuis cette époque, grâce aux progrès informatiques et technologiques, les scanners X se sont perfectionnés et sont maintenant utilisés en routine médicale. Le principe de la CT s'est également étendu à d'autres phénomènes physiques que les rayons X : résonance magnétique nucléaire (IRM), émission radioactive (Tomographie d'émission à un seul photon (SPECT) ou, Tomographie à émission de positrons (PET)), ultrasons, micro-ondes, impédance électrique... Principalement développée dans le domaine médical pour

A titre d'exemple, les systèmes de tomographie X permettant une acquisition réellement 3D utilisent généralement une source conique de rayons X qui est déplacée autour de l'objet. Pour chaque position de la source, on acquiert une radiographie X de l'objet qui correspond à une projection 2D de l'image 3D à reconstruire (figure 1). En déplaçant le système source-détecteur on obtient un ensemble de radiographies correspondant à un ensemble de projections sous différents angles de vue, à partir desquelles la reconstruction doit être effectuée.

Des extensions au 3D ont également été proposées pour les autres modalités d'imagerie tomographique : émission, IRM, ultrasons... et dans une certaine mesure le formalisme développé en tomographie X peut être repris.

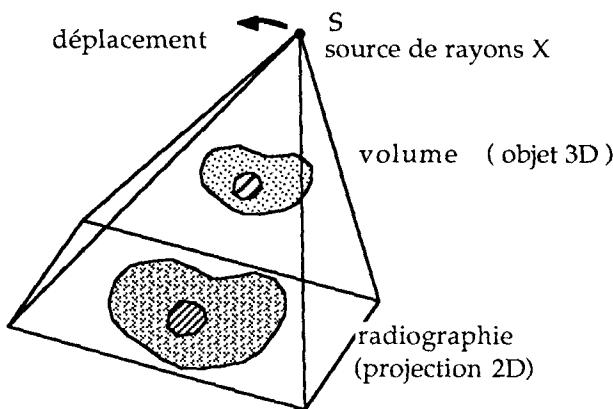


Figure 1. – Principe d'une acquisition réellement 3D à partir de sources coniques de rayons X.

Les problèmes ouverts au niveau de la reconstruction 3D à partir de projections 2D sont de natures diverses :

- d'une part sur le plan théorique, dans le choix d'une trajectoire de la source, du nombre de points de vue, et dans la définition d'une méthode régularisée d'inversion adaptée et d'un algorithme de reconstruction 3D;

- d'autre part sur le plan technologique, dans la réalisation d'un dispositif d'acquisition et la conception d'un système informatique assez puissant pour supporter les algorithmes de reconstruction et la manipulation d'une quantité de données considérable.

Dans un premier temps, nous présenterons le problème de la reconstruction d'images 3D à partir de mesures correspondant à des intégrales du volume sur des droites de l'espace. Ce problème généralise celui de la reconstruction d'images 2D à partir de projections 1D, c'est pourquoi les principes de bases de la tomographie 2D seront rappelés. Ce problème a été abordé de façons diverses, en utilisant les méthodologies générales des problèmes inverses, de la restauration d'image, ou la théorie de la Transformée de Radon qui est sous-jacente en tomographie [55], [56].

Dans une première partie, nous introduisons la Transformée de Radon dans le cas général ainsi que ses formules d'inversion.

Dans les parties 2 et 3, nous montrons comment l'acquisition tomographique des projections dans les cas 2D et 3D s'appuie sur cette transformation. Dans le cas 2D, après avoir décrit le principe de l'acquisition, nous rappelons brièvement les principes de bases des méthodes de reconstruction. Dans le cas 3D, nous donnons la définition des différents types de projections que l'on peut considérer et nous précisons les différences entre Transformation Rayons X et Transformation de Radon. Les parties 4, 5 et 6, sont consacrées à la description de systèmes d'acquisition tomographiques utilisant de façon exacte ou approchée, une propagation sur des lignes droites. Nous abordons ainsi la tomographie par rayons X, par émission et ultrasonore. Pour chacune des modalités envisagées, nous décrivons le principe physique, essayons de dégager l'état de l'instrumentation à l'heure actuelle, et discutons des approximations introduites par une modélisation de type Transformée de Radon par rapport à la physique du problème. Dans une dernière partie, nous reprenons la problématique générale des méthodes de reconstruction 3D à partir de projections. Nous faisons apparaître quatre classes correspondant au découpage choisi pour la présentation des fiches techniques accompagnant cet article.

## 2. introduction à la transformation de Radon

### 2.1. définition

D'une façon générale, la transformée de Radon associe à une fonction de  $n$  variables, ses intégrales sur des hyperplans de  $\mathbb{R}^n$ . Si  $f(\mathbf{x})$  est une fonction de  $\mathbb{R}^n$ , sa transformée de Radon peut être définie en fonction d'une variable réelle  $r$ , et d'un vecteur unitaire  $\boldsymbol{\theta}$  par :

$$Rf(r, \boldsymbol{\theta}) = \int_{\boldsymbol{\theta}^\perp} f(r\boldsymbol{\theta} + s) ds \quad (1)$$

Par exemple, dans le cas où  $n = 2$ , la Transformée de Radon revient à prendre l'intégrale d'une fonction sur des droites d'un plan, et dans le cas  $n = 3$ , elle revient à intégrer sur des plans de l'espace. Elle peut également s'exprimer à l'aide de la distribution de Dirac sur  $\mathbb{R}^n$ , notée  $\delta$ , par :

$$Rf(r, \boldsymbol{\theta}) = \int_{\mathbb{R}^n} f(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\theta} - r) d\mathbf{x} \quad (2)$$

Pour une étude approfondie de la Transformée de Radon, on pourra se reporter à [26] ou [91]. La propriété la plus intéressante par rapport à l'application qui nous concerne est l'inversibilité de cette transformation, c'est-à-dire la possibilité de déterminer  $f$  à partir de  $Rf$ .

## 2.2. formules d'inversion

Le problème de l'inversion de la transformée de Radon a été résolu dans le cas général (pour tout  $n$ ), dès 1917 [101]. Il existe des formules d'inversion analytiques permettant d'exprimer  $f$  en fonction de  $Rf$ , pour  $n$  pair, et impair. Nous rappelons simplement ici sans démonstration ces relations. L'inversion de la transformation de Radon fait intervenir l'adjoint de cette transformation, qui est plus connu en tomographie sous le nom d'opérateur de rétroprojection. Il s'écrit pour toute fonction  $h$ , définie sur  $\mathbb{R} \times S^{n-1}$  (où  $S^{n-1}$  est la sphère unité de  $\mathbb{R}^n$ ), comme :

$$Bf(x) = \int_{S^{n-1}} h(x \cdot \theta, \theta) d\theta \quad (3)$$

Les formules d'inversion s'expriment alors formellement de la manière suivante :

$$\text{si } n \text{ est pair : } f = \frac{1}{2(2i\pi)^{n-2}} B H D_r^{n-1} Rf \quad (4)$$

$$\text{et si } n \text{ est impair : } f = \frac{1}{2(2i\pi)^{n-1}} B H D_r^{n-1} Rf \quad (5)$$

où  $H$  dénote la transformation de Hilbert sur  $\mathbb{R}$ , et  $D_r$  l'opérateur de différentiation partielle par rapport à la variable  $r$ .

En tomographie ces formules sont rarement utilisées telles quelles, mais elles fournissent un cadre formel au problème de la reconstruction à partir de projections.

La droite en pointillé (figure 2), spécifiée par  $\theta$  et  $u$ , sur laquelle s'effectue l'intégration, est appelée *rayon de projection*.

L'acquisition fournit  $\{p_\theta(u) / \theta \in [0, \pi] \text{ et } u \in \mathbb{R}\}$ , qui représente exactement la Transformée de Radon de l'image  $f(x, y)$ , avec la correspondance :

$$Rf(u, \theta) = p_\theta(u) \quad (7)$$

où  $\theta$  est le vecteur directeur du rayon de projection.

Le problème de la reconstruction 2D est donc exactement équivalent à celui de l'inversion de la transformée de Radon. Toutefois, on utilise en pratique, des formules d'inversion mathématiquement équivalentes, mais plus efficaces au niveau algorithmique.

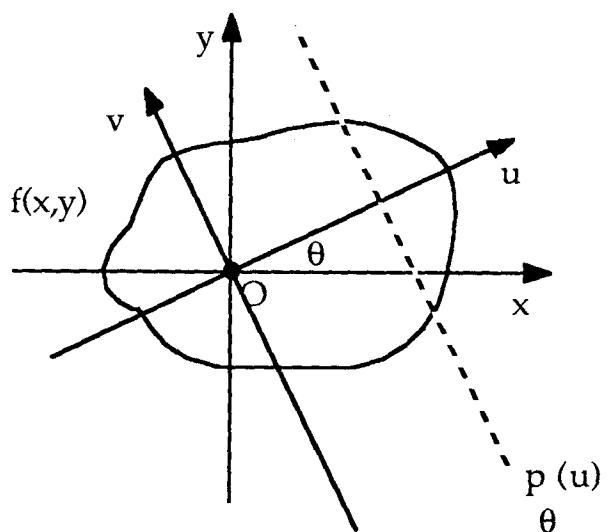


Figure 2. – Définition d'une projection en géométrie parallèle 2D.

## 3. principe de base des méthodes tomographiques

### 3.1. tomographie assistée par ordinateur 2D

#### 3.1.1. problème direct

En Tomographie Assistée par Ordinateur 2D, l'acquisition permet d'obtenir un ensemble de projections 1D, dont nous précisons la paramétrisation usuelle. Soit  $f(x, y)$  la fonction à reconstruire supposée à support borné  $D$ , continue et infiniment différentiable (de classe  $C^\infty$ ). La projection (parallèle) d'angle  $\theta$  notée  $p_\theta(u)$ , égale aux intégrales de la fonction  $f$ , sur des droites parallèles dont la direction commune est repérée par l'angle  $\theta$ , est définie par :

$$p_\theta(u) = \int_{\mathbb{R}^2} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - u) dx dy \quad (6)$$

#### 3.1.2. théorème coupe-projection

Le théorème coupe-projection permet de comprendre que toute l'information sur l'image est contenue dans l'ensemble des projections. Il établit que la Transformation de Fourier (TF) (monodimensionnelle) de la projection d'une fonction  $f(x, y)$  est une coupe de la TF (bidimensionnelle) de la fonction. Plus précisément :

$$F_1 p_\theta(R) = F_2 f(R \cos \theta, R \sin \theta) \quad (8)$$

si  $F_1$  (resp.  $F_2$ ) représente la Transformation de Fourier monodimensionnelle (resp. bidimensionnelle).

Ainsi lorsque  $\theta$  varie entre 0 et  $\pi$ , on peut accéder à la totalité de la TF de l'image en coordonnées polaires, et ainsi retrouver l'image elle-même. De la même façon, on peut voir que si l'acquisition est réalisée sur un secteur angulaire strictement inférieur à  $\pi$ , il y aura des données manquantes dans le « plan de Fourier ». L'image n'est alors plus déterminée de façon exacte à partir de l'acquisition, et le problème peut devenir sévèrement mal posé.

### 3.1.3. algorithme par rétroprojection filtrée

En utilisant le théorème de la projection, et en introduisant l'opérateur de rétroprojection, on obtient la formule de reconstruction la plus couramment utilisée.

Dans le cas particulier du 2D, l'opérateur de rétroprojection consiste à associer à l'ensemble des projections, une image, définie par :

$$Bp(x, y) = \int_0^\pi p_\theta(x \cos \theta + y \sin \theta) d\theta \quad (9)$$

Cela revient à construire une image dont l'intensité en chaque point est égale à la somme des valeurs des projections passant par ce point. On peut montrer que la rétroprojection de toutes les projections ne fournit pas l'image originale, mais une version convoluée de celle-ci. En revanche, si les projections sont adéquatement filtrées avant rétroprojection, on peut obtenir l'image. C'est le principe du classique « algorithme par rétroprojection filtrée ». La formule de reconstruction s'écrit donc :

$$f(x, y) = B(p * k)(x, y) \quad (10)$$

où  $k(r)$  est le noyau de convolution appliqué aux projections. La TF du filtre  $k(r)$  doit théoriquement être égale à la valeur absolue de la fréquence  $|R|$ , dans la bande passante de la projection. Toutefois en raison du bruit dans les données, on utilise souvent des versions pondérées de ce filtre [55].

### 3.1.4. problèmes de discréétisation

En pratique, les données sont échantillonnées aussi bien en ce qui concerne le nombre de projections, que le nombre de points par projection. Par ailleurs l'image reconstruite en tomographie est par nature une image numérique, représentée par ses coordonnées dans une certaine base. Les formules d'inversion continues et les opérateurs présentés plus haut nécessitent quelques adaptations afin d'être appliqués au cas discret. Il faut ainsi définir un opérateur de rétroprojection discret, qui fait intervenir une approximation de l'intégrale et des modèles d'interpolation [64].

Le théorème de la projection, et le théorème de Shannon, montrent que le pas d'échantillonnage des projections fixe la résolution limite accessible dans l'image. Si l'image contient des détails inférieurs à cette limite, ceux-ci ne sont pas correctement restitués du fait des phénomènes de recouvrement de spectre. Par ailleurs, le nombre de projections  $M$  qui doit être choisi peut également être relié, de façon empirique, au nombre  $N$  de points par projection par la relation  $M = \pi N/2$ . On admet généralement que ces conditions correspondent à la reconstruction d'une image  $N \times N$ . Lorsque l'on utilise un nombre trop faible de projections, on obtient classiquement des artefacts en raies dans l'image reconstruite.

Des travaux plus poussés au niveau de l'échantillonnage de la transformation de Radon décrivent des procédures de reconstruction à partir de données entrelacées [31] [35].

## 3.2. tomographie assistée par ordinateur 3D

Le problème de la reconstruction 3D consiste à déterminer une fonction trivariée  $f(x, y, z)$  à partir de ses projections bivariées [115]. Pour des raisons théoriques et pratiques, on est conduit à envisager deux types de projections : divergentes ou parallèles.

### 3.2.1. définition des projections

Une projection divergente pour une position de source  $S$  est égale aux valeurs des intégrales de la fonction sur des droites de l'espace issues du même point  $S$ . En tomographie par rayons X, ce type de projection correspond à une acquisition utilisant une source conique [51].

Une projection parallèle est égale aux valeurs des intégrales de la fonction sur des droites de l'espace parallèles entre elles [81] [116]. Ce type de projection peut être considéré comme un cas limite de projection divergente, lorsque la source tend vers l'infini, ou de façon pratique lorsque la distance source-objet est assez grande par rapport aux dimensions de l'objet pour que l'on puisse négliger la divergence.

Nous précisons les notations qui seront utilisées dans les fiches techniques.

La fonction tridimensionnelle à reconstruire est supposée finie, à support compact  $D$ . Nous notons indifféremment  $f(\mathbf{r})$  ou  $f(x, y, z)$ , la valeur de la fonction  $f$  au point  $M$  défini par

$$\mathbf{r} = \overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ dans le repère orthonormé } (0, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}).$$

La position de la source conique  $S$  est définie par la direction  $\tau$  de l'axe  $(0S)$  du cône, et la distance  $D_1$  de la source à l'origine  $\overrightarrow{OS} = D_1 \tau$ . Pour une position  $S$  de la source, on suppose que les détecteurs constituent un plan perpendiculaire à l'axe  $(0S)$ , situé à une distance  $D_2$  de l'origine et noté  $\pi_\tau$  (figure 3). On note  $S'$ , la projection de  $S$  sur le plan des détecteurs, et  $D$  la distance source-détecteurs. La valeur de la projection conique dans la direction  $\tau$ , au point  $P$  défini par  $\mathbf{r}' = \overrightarrow{S'P}$  notée  $p_\tau(\mathbf{r}')$ , est égale à la somme de la fonction  $f$  sur la droite joignant la source  $S$  au point  $P$  :

$$p_\tau(\mathbf{r}') = \int_{-\infty}^{+\infty} f \left( \frac{D_1}{D} \mathbf{r}' + \lambda \frac{D\tau - \mathbf{r}'}{\sqrt{D^2 + \mathbf{r}'^2}} \right) d\lambda \quad (11)$$

où  $\mathbf{r}'^2$  représente le carré de la norme euclidienne  $\|\cdot\|_2$  de  $\mathbf{r}'$ .

La projection parallèle peut être retrouvée à partir de la projection conique lorsque la source est à l'infini.

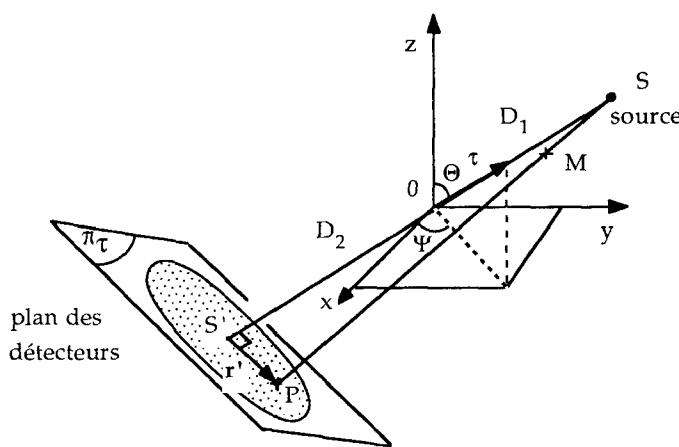


Figure 3. – Géométrie conique.

### 3.2.2. notion de trajectoire

L'image  $f(x, y, z)$  devra être déterminée à partir d'un ensemble de projections obtenues pour différentes positions de la source  $S$ . Une acquisition est donc entièrement déterminée par le type de projection, et la donnée du déplacement de la source. Contrairement, au cas 2D, le déplacement dans le cas 3D présente un degré de liberté supplémentaire. Celui-ci peut être effectué soit sur une trajectoire curviligne ( cercle, spirale...), soit sur une surface ( sphère, calotte sphérique...). Dans le cas le plus simple et le plus courant, la source décrit la circonférence d'un cercle de rayon constant  $D_1$ ; la projection peut alors être notée  $p_\theta(r')$ , où  $\theta$  est l'angle entre l'axe du faisceau et l'axe  $Oz$ . Lorsque la source se déplace sur la surface d'une sphère, sa position sera déterminée par le vecteur  $\tau$  qui pourra être exprimé en fonction de deux angles  $\theta$  et  $\Psi$  (par exemple en utilisant les coordonnées sphériques du vecteur  $\tau$ ); la projection correspondante sera alors notée  $p_{\theta\Psi}(r')$ . Le lieu des points sources est un paramètre important dans le cadre des méthodes de reconstruction analytiques (cf. partie A des fiches techniques).

### 3.2.3. transformation rayons X et transformation de radon 3D

L'ensemble des projections coniques lorsque la source décrit une trajectoire curviligne définit la Transformation Rayons X [51], [81]. Celle-ci est souvent notée  $Xf(S, A)$ , où  $S$  définit la position de la source, et  $A$  le point du plan de détection passant par l'origine.

Il est important de remarquer qu'en 3D, cette transformation ne coïncide pas avec la Transformation de Radon 3D. En effet, cette dernière est égale aux intégrales de la fonction  $f(x, y, z)$  sur des plans de l'espace, alors que la transformation Rayons X consiste à intégrer sur des droites.

Néanmoins, il existe des possibilités de passage de la Transformation Rayons X à la Transformation de Radon 3D, qui sont exploitées dans certaines méthodes de reconstruction (cf. fiche A6). Pour une position  $S$  de la source, la transformation de Radon  $Rf(\vec{OS} \cdot \mathbf{n}, \mathbf{n})$  s'interprète comme l'intégrale de la fonction sur le plan passant par  $S$  et orthogonal à  $\mathbf{n}$ . La première variable de la transformée de Radon peut s'interpréter comme la distance du plan à l'origine. La dérivée partielle de la transformée de Radon par rapport à cette variable sera notée par abus de langage  $R'f$ .

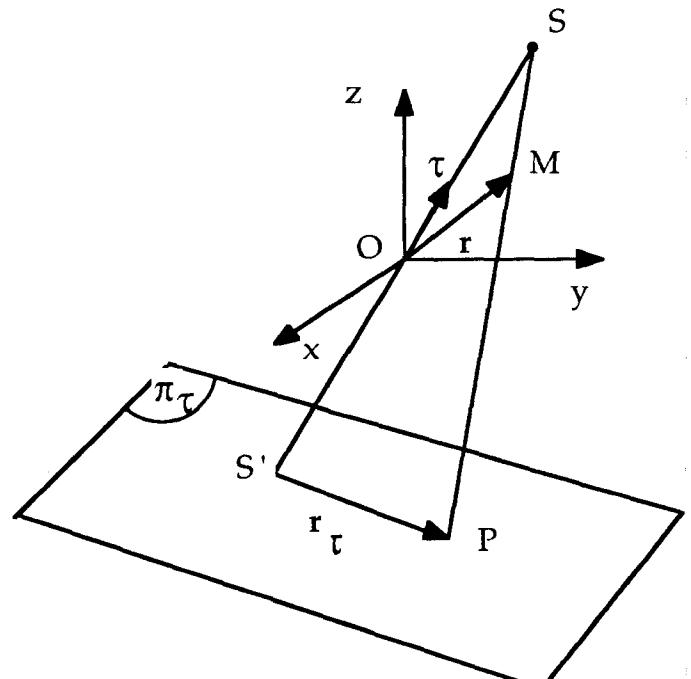
### 3.2.4. opérateur de rétroprojection

De la même façon qu'en 2D, l'opérateur de rétroprojection joue un rôle important dans la théorie de la reconstruction d'images 3D. L'opérateur de rétroprojection 3D divergent, noté  $B$ , associe à l'ensemble des projections coniques  $p_\tau$  quand la direction  $\tau$  varie, une image tridimensionnelle définie par :

$$Bp(\mathbf{r}) = \int_{\Omega} p_\tau(\mathbf{r}_\tau) d\omega_\tau \quad (12)$$

où  $\omega_\tau$  est la variable d'intégration angulaire et  $\Omega$  le domaine d'intégration angulaire, (tous les deux étant définis par la trajectoire), et où  $\mathbf{r}_\tau$  est la projection du vecteur  $\mathbf{r}$  dans le plan  $\pi_\tau$  (figure 4) :

$$\mathbf{r}_\tau = D \left( \frac{\mathbf{r} - (\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\tau}) \boldsymbol{\tau}}{D_1 - \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\tau}} \right) \quad (13)$$


 Figure 4. – Projection d'un vecteur  $r$  dans le plan  $\pi_\tau$ .

## 4. systèmes de tomographie en rayons X

La tomographie X se prête naturellement à l'utilisation du formalisme présenté ci-dessus. Dans cette partie, après avoir rappelé le principe physique, nous décrivons l'évolution des systèmes d'acquisition des scanners X médicaux, classiquement classés en quatre générations de machines, et l'utilisation de la tomographie dans le domaine industriel. Nous discutons ensuite des approximations introduites par la physique des phénomènes, qui font que la transformée de Radon (1) n'est qu'une idéalisation de la modélisation.

### 4.1. principe physique

Le principe physique utilisé en tomographie par rayons X est la transmission des rayons X à travers la matière. Pour la gamme d'énergie utilisée en médecine, l'interaction des photons X et de la matière se manifeste par trois phénomènes : effet photoélectrique, effet de diffusion Compton et effet de diffusion de Rayleigh, qui se traduisent globalement par une atténuation.

La modélisation de la transmission par une intégrale sur une ligne droite repose en premier lieu sur l'hypothèse que le faisceau de rayons X est monochromatique. Considérons une radiation monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  traversant un objet sur une droite  $D$ . Soit  $f(x, y)$ , la distribution du coefficient d'atténuation linéaire de la matière au point  $(x, y)$  dans le plan considéré, pour la longueur d'onde  $\lambda$ . Si  $N_o$  est le nombre de photons incidents, le nombre de photons transmis après traversée de l'objet peut s'écrire :

$$N = N_o \exp \left( - \int_D f(x, y) ds \right) \quad (14)$$

où  $ds$  représente l'élément différentiel sur la droite  $D$ .

L'image  $f(x, y)$  reconstruite en tomographie par rayons X, correspond, à la distribution du coefficient d'atténuation linéaire des matières traversées dans la coupe considérée. Les gammes d'énergie utilisées dans le domaine médical varient entre 60 et 120 KeV, ce qui correspond à des longueurs d'onde comprises entre 100 et 200 nm. A titre d'exemple, les coefficients d'atténuation linéaire à une énergie de 60 Kev (et exprimés en  $\text{cm}^{-1}$ ) de quelques constituants du corps humain sont donnés dans le tableau 1. On peut noter qu'il faut un contraste de 2% pour distinguer la matière grise et la matière blanche du cerveau.

Pratiquement les scanners X fournissent une valeur discrète, généralement codée sur 12 bits (4096 niveaux) appelée coefficient Hounsfield. Ce coefficient est souvent recadré et normalisé par

MATÉRIAU	COEFFICIENT D'ATTÉNUATION
Eau	0,203 $\text{cm}^{-1}$
Liquide céphalo-rachidien	0,207 $\text{cm}^{-1}$
Graisse	0,186 $\text{cm}^{-1}$
Pancréas	0,216 $\text{cm}^{-1}$
Matière grise	0,212 $\text{cm}^{-1}$
Matière blanche	0,210 $\text{cm}^{-1}$

Tableau 1. – Coefficient d'atténuation linéaire à 60 Kev

rapport au coefficient d'atténuation de l'eau :

$$\text{Coefficient HOUNSFIELD} = \left( \frac{f - f_{\text{eau}}}{f_{\text{eau}}} \right) \times 1000 \quad (15)$$

Dans ces conditions, l'air se trouve au minimum (souvent -1000), l'os au maximum ( $>1000$ ), les tissus mous varient dans des plages comprises entre 20 et 80, et la graisse entre -70 et -100.

### 4.2. instrumentation

#### 4.2.1. scanners X 2D

Depuis le scanner prototype d'Hounsfield [58], les systèmes d'acquisition ont largement évolué, permettant ainsi de réduire les temps d'acquisition de quelques minutes à quelques secondes. Les quatre générations de machines [56] sont schématisées sur les figures 5 et 6. Les variantes entre ces systèmes concernent le type de faisceau utilisé (parallèle ou divergent), le type de détecteurs (unique, barrette, couronne) et le mode de déplacement des sources. Les améliorations des systèmes ont également porté sur le calibrage du faisceau et la qualité des détecteurs.

##### a) Systèmes translation-rotation (1ère et 2ème génération)

Le scanner translation-rotation de la première génération est celui proposé par Hounsfield (figure 5a).

Le système comporte un tube radiogène qui émet un fin pinceau de rayons X. Pour une position donnée du faisceau, l'intensité transmise à travers la section considérée, est recueillie sur un détecteur à scintillation situé en regard de la source. L'ensemble source-détecteur est successivement translété de manière à balayer toute la section. A la fin de chaque balayage linéaire, l'ensemble source-détecteur subit une rotation, et de nouvelles mesures sont effectuées. Il effectue ainsi par incrément une rotation totale de 180°. Pour chaque rotation, l'ensemble des valeurs ainsi acquises constitue une projection de l'objet dans la direction considérée.

## Introduction à l'imagerie tomographique 2D et 3D

L'utilisation d'une barrette de détecteurs à la place d'un seul détecteur en translation avec la source permet de réduire certains problèmes mécaniques (à-coups, vibrations, défauts de centrage...) dont les répercussions peuvent être importantes sur la qualité des images reconstruites. Toutefois le temps d'acquisition reste de l'ordre de 2 à 4mn.

La deuxième génération est une variante de ce système consistant à utiliser un faisceau en éventail de faible angle d'ouverture ( $3^\circ$  à  $10^\circ$ ) irradiant une barrette de détecteurs (8 à 30) se translatant simultanément avec la source (figure 5b). Le temps d'acquisition se trouve réduit à une vingtaine de secondes.

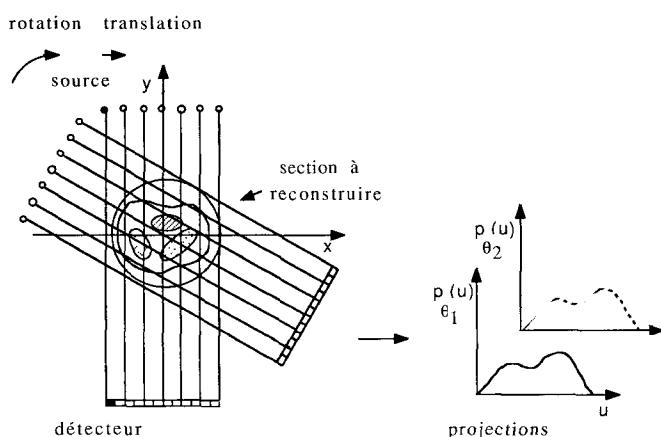


Figure 5a. – Système translation-rotation 1ère génération.

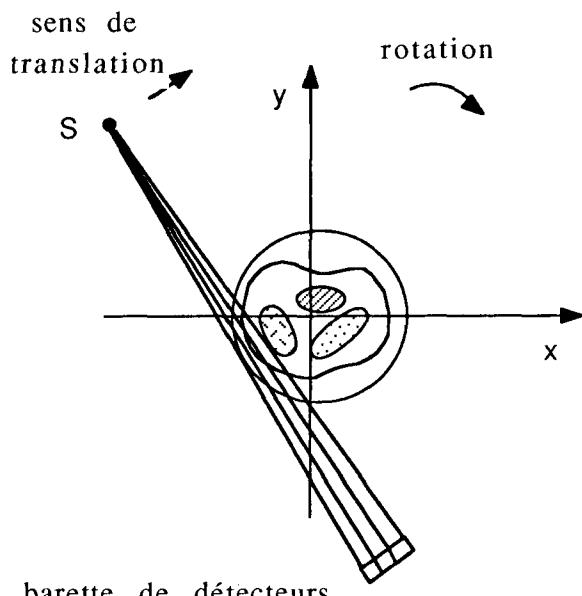


Figure 5b. – Système translation-rotation 2ème génération.

### b) Système « Fan-Beam » (3ème et 4ème génération)

Dans les systèmes « Fan-Beam » de 3ème et 4ème générations, on utilise un faisceau de rayons X divergent, d'angle d'ouverture

assez important ( $30^\circ$  à  $60^\circ$ ), qui permet d'irradier toute la section. Tous les mouvements de translation étant ainsi supprimés, l'acquisition est beaucoup plus rapide (quelques secondes).

Les systèmes de la 3ème génération (figure 6a), utilisent une barrette de détecteurs, plane ou circulaire, et l'ensemble mobile source-détecteur fournit une projection pour chaque position. La barrette est en général constituée de détecteurs à ionisation au Xénon. On peut mesurer jusqu'à 1000 projections.

Dans les systèmes de la 4ème génération (figure 6b), un tube de rayons X est mobile à l'intérieur d'un anneau de détecteurs. Le tube tourne continûment et le signal est échantillonné toutes les quelques millisecondes. Les détecteurs employés sont des détecteurs à scintillation à iodure de sodium par exemple. Ce type de scanner possède généralement plus de 1000 détecteurs et le temps d'exploration est de l'ordre de 2 secondes.

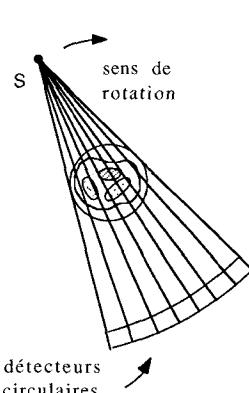


Figure 6a. – Système« Fan Beam» 3e génération (détecteurs mobiles).

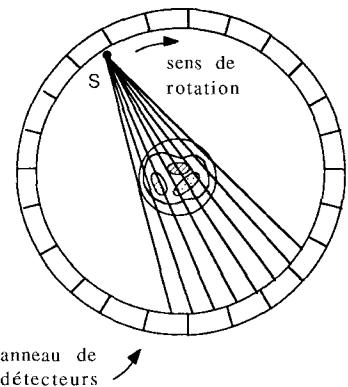


Figure 6b. – Système« Fan Beam» 4e génération (détecteurs fixes).

Les scanners commercialisés à l'heure actuelle et utilisés en routine à l'hôpital, sont généralement des systèmes d'acquisition Fan Beam. Les deux types de systèmes présentés ont leurs avantages et inconvénients respectifs. Par exemple, les phénomènes de diffusion sont moins sensibles sur un système de la 3ème génération. En revanche, le nombre de points de chaque projection est limité par le nombre de détecteurs. De plus, si un détecteur est défectueux, on obtient des artefacts de forme circulaire sur l'image reconstruite, alors que le même défaut sur un système de la 4ème génération conduit à une légère perte de résolution globale dans l'image.

A titre d'illustration, l'image 1 présente une coupe tomographique du cerveau, obtenue sur un scanner X de 4ème génération (CE 12000, CGR, Hôpital cardiologique, Lyon).

### 4.2.2. scanners X 3D

Plusieurs projets de scanners X 3D médicaux, privilégiant soit la rapidité, soit l'aspect tridimensionnel de l'acquisition ont été proposés [110], [71] mais seulement quelques prototypes ont réellement abouti. Les premiers ayant conduit à la réalisation d'un appareil ou d'un prototype sont le CVCT (Cardiac Vascular

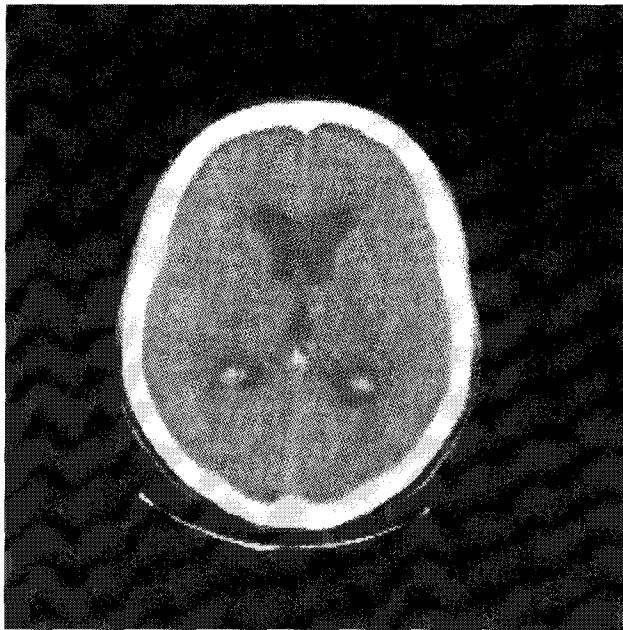


Image 1. – Exemple de coupe de cerveau, obtenue sur un scanner X conventionnel (CE12000, CGR, Hôpital Cardiologique, Lyon).

Computer Tomograph) de l'université de San Francisco, et le DSR (Dynamic Spatial Reconstructor) de la Mayo Clinic aux USA. D'autres appareils basés sur le principe des sources codées, ont fait l'objet de recherches [130]. Plus récemment, un nouveau prototype de scanner 3D médical, le « morphomètre » [123], a été développé en France, en collaboration par GE-MS et le CEA/LETI, dans le cadre des plans Etat-Région Rhône-Alpes et Bretagne. D'autres machines plus spécialisées, comme le microscanner dédié à l'os [129] [36], sont également à l'étude. Excepté les scanners multi-coupes, aucun système réellement 3D n'est encore utilisé en routine dans un hôpital.

#### a) Scanners X ultra-rapides multi-coupes

Le CVCT qui a été conçu à l'université de San Francisco pour des applications cliniques [15] est actuellement un produit commercialisé (société IMATRON).

C'est un scanner X ultra-rapide qui permet d'obtenir instantanément (en 0.05 sec) un petit nombre de coupes (de 1 à 8). Son originalité réside dans le mode de balayage du faisceau de rayons X. Celui-ci est réalisé grâce à la détection d'un faisceau d'électrons frappant une anode en arc de cercle (figure 7). La disposition en parallèle de 4 anodes et d'un système de collimation sur les détecteurs permet d'enregistrer simultanément les informations relatives à la reconstruction de 8 sections parallèles d'un millimètre d'épaisseur.

Le principal avantage de ce type de scanner est le mode ultra rapide d'acquisition des projections qui ne se fait pas au détriment d'un nombre important de vues (210 à 420), donc de la résolution de l'image (de l'ordre de 1 à 2 mm). En revanche, il ne permet pas une réelle reconstruction tridimensionnelle, mais seulement la reconstruction de quelques coupes relativement épaisses.

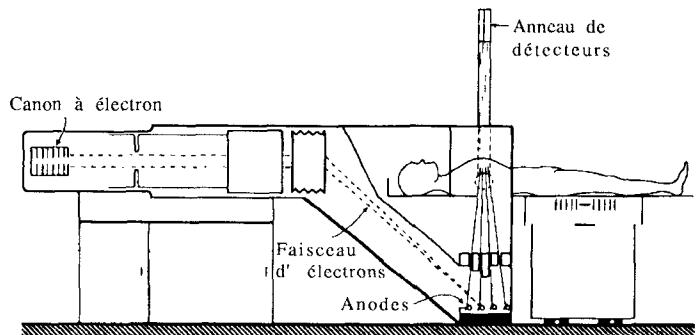


Figure 7. – Principe du CVCT (San Francisco) (d'après [15]).

#### b) Dispositif à deux couronnes

Le système d'acquisition 3D proposé par Kowalski utilisait deux sources coniques de rayons X disposées sur deux arceaux parallèles (figure 8) [71] [110]. Toutefois la réalisation technologique de ce système pose des difficultés et cet appareil n'a pas été réalisé.

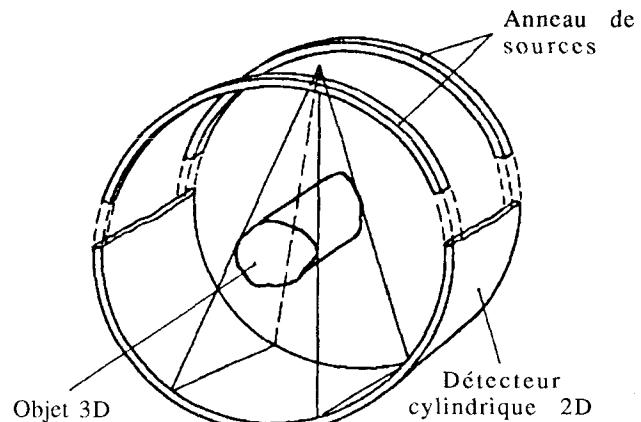


Figure 8. – Principe de scanner 3D à partir de deux sources coniques de rayons X (d'après [71]).

#### c) Imageur par sources codées

Le principe de l'imagerie codée découle directement de celui des ouvertures codées. Il a été proposé pour la première fois en 1961 par deux astronomes pour l'étude des radiations cosmiques. Le principe des ouvertures codées consiste à exposer une source lumineuse ponctuelle à travers une plaque métallique contenant un ensemble d'ouvertures permettant de dupliquer autant de fois la projection de la source sur le film et constituant ainsi une image dite « codée ». Chaque projection correspond à l'objet émissif vu sous un angle de vue particulier. Cette image est ensuite décodée à l'aide de systèmes de décodages optiques [130] [69] ou numériques. Ces derniers conduisent à des reconstructions tomographiques de meilleure qualité. Le principe de cette méthode a ensuite été étendu à la médecine nucléaire où le problème de reconstruction d'un organe émissif se pose dans les mêmes termes. La seule différence est que l'organe émissif n'est pas ponctuel et ne se trouve pas à une distance infinie des ouvertures [98].

## Introduction à l'imagerie tomographique 2D et 3D

Par analogie, l'imagerie par sources codées de rayons X est constituée d'un ensemble de sources disposées dans un plan, selon un code défini (Figure 9), qui irradiient l'objet étudié [84]. La projection codée est constituée par la superposition de l'ensemble des projections qui peuvent se chevaucher ou non, selon la taille de l'objet ou le code source choisi. Dans le cas du non-chevauchement, le problème de reconstruction équivaut à celui de la reconstruction 3D d'un objet à partir d'un nombre limité de ses projections, prises suivant un faible angle de vue.

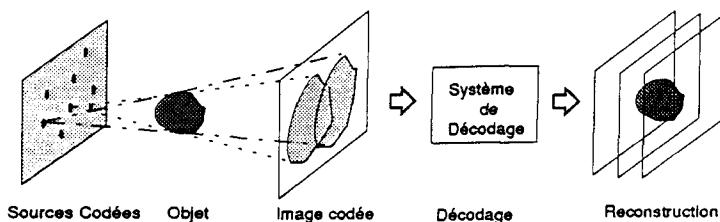


Figure 9. – Principe des sources codées.

Un prototype d'imageur a été construit au laboratoire de Radiologie de l'hôpital cardiologique à Lyon. Il s'agit d'un tube à rayons X, mobile dans un plan, et dont les déplacements ainsi que la mise sous tension sont pilotés par un micro-ordinateur. Ce dispositif, couplé à un appareillage d'angiographie numérique (DG 300 de GE-MS), permet l'acquisition numérique directe des projections. Les reconstructions 3D de fantômes obtenues soit par un algorithme algébrique (cf. Fiche B4) soit par recuit simulé 3D (cf. Fiche C3) ont démontré la faisabilité d'un tel système [33]. Un dispositif similaire a été réalisé par la société Philips [69] avec seulement 4 sources à rayons X fixes dans un plan.

### d) Le DSR de la Mayo Clinic

Le Dynamic Spatial Reconstructor (DSR) de la Mayo Clinic est le résultat d'un important projet de recherche, ayant débuté en 1975. C'est un appareil destiné à l'imagerie dynamique de volumes et notamment du cœur en mouvement [107]. Il fut pendant longtemps le seul prototype donnant accès à des possibilités d'imagerie tridimensionnelle rapide.

Le système schématisé sur la figure 10, utilise un arrangement particulier des sources coniques de rayons X [106]. Le prototype existant comporte 14 sources de rayons X, disposées tous les  $12^\circ$  sur un support circulaire ainsi que 14 caméras vidéo haute résolution. Chaque source de rayons X est à émission pulsée et peut être excitée tous les  $1/60$  seconde (environ 16 ms). Le support circulaire peut tourner à une cadence maximum de  $90^\circ$  par seconde.

Différents modes d'acquisition sont prévus (support statique ou en rotation) afin de privilégier soit la résolution temporelle, soit la résolution spatiale. L'excitation d'un tube à rayons X pendant 350 ms génère un faisceau conique de rayons X irradiant le volume. L'image radiographique résultante (projection) est détectée sur l'écran fluorescent cylindrique et numérisée par une caméra vidéo en 762 ns sur une zone de  $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ . Ces

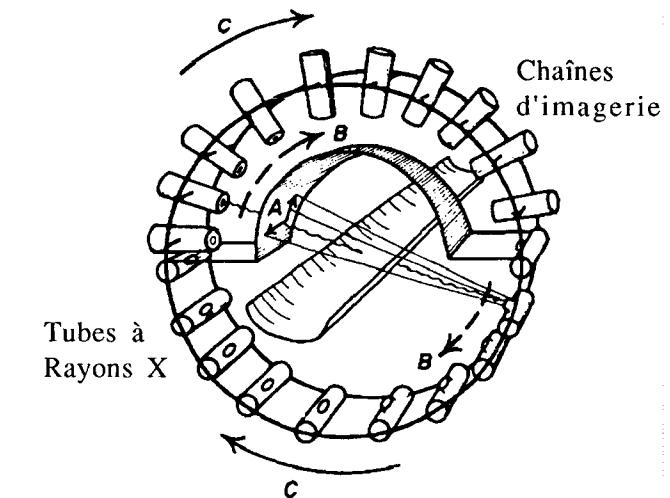


Figure 10. – Principe du DSR (Mayo Clinic) (d'après [107]).

informations numérisées sont ensuite transmises à l'ordinateur afin de reconstruire une image tridimensionnelle. Le volume reconstruit correspond à une zone cylindrique de hauteur 21,4 cm et dont le diamètre peut varier de 22 à 38 cm.

Le système permet de balayer un volume de 22 cm de diamètre à la cadence maximum de 60 acquisitions par seconde. Le balayage d'un volume de 38 cm est possible moyennant une réorganisation des projections, ce qui entraîne des temps d'acquisition légèrement supérieurs. Les projections numérisées en utilisant les caméras vidéos sont des images  $120 \times 600$ . L'image 3D reconstruite est constituée de 120 coupes  $128 \times 128$  de 0,9 mm d'épaisseur.

Selon le mode de fonctionnement choisi, on peut obtenir, en maintenant le support fixe, 14 projections en 0,011 sec. sur  $156^\circ$ , ou à partir de la rotation du support, soit 112 projections en 0,127 sec. soit 240 projections en 2,244 sec. sur  $360^\circ$ . Les modes d'acquisition rapide (0,011 sec ou 0,127 sec) sont bien appropriés à l'étude d'organes en mouvement, tels que le cœur, mais peuvent fournir des images contenant des artefacts. Le mode plus lent (2,244 sec) est intéressant pour les organes statiques et permet d'obtenir des images de bonne qualité.

Les premières images reconstruites présentaient des faiblesses au niveau de la résolution spatiale et en densité des images reconstruites, liées en partie à la non prise en compte de la nature conique du faisceau, à la troncature des projections coniques, et au nombre de projections et à l'angle de vue utilisés.

### e) Le morphomètre

Le morphomètre a été construit autour d'un système d'angiographie numérisée bi-plan, pour la reconstruction d'arbres vasculaires 3D [108] [109] [123]. Toutefois, il peut également être utilisé pour la reconstruction 3D d'autres organes. Il comporte deux sources de rayons X montées à  $90^\circ$  sur un arceau rotatif, dont la vitesse peut varier de 4s/tour à 20s/tour. En face de chaque tube X est placé un détecteur constitué d'un écran luminescent, d'un tube intensificateur d'image et d'une caméra vidéo (figure 11). Les

projections sont numérisées sur  $(512)^2$  pixels et acquises au rythme de 25 par seconde. Le système permet d'obtenir des volumes ayant entre 17 et 27 cm de diamètre, généralement reconstruits sur  $(256)^3$  voxels.

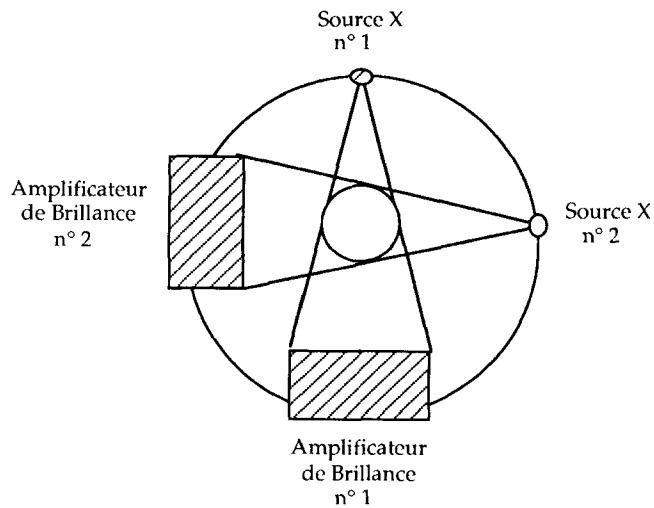
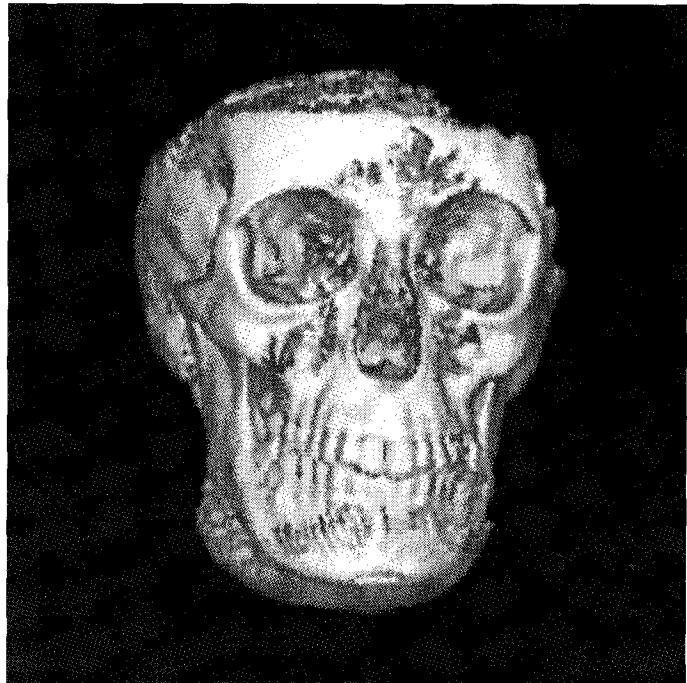


Figure 11. – Schéma de principe du morphomètre.

Différents protocoles de fonctionnement adaptés à l'angiographie, l'imagerie cardiaque ont été définis. Les reconstructions peuvent être effectuées soit à partir de projections soustraite (images avec et sans produit de contraste) soit à partir de projections « en contraste naturel ». Le nombre de projections et la durée totale de l'acquisition sont variables selon les protocoles.

Dans une première étape, les projections sont prétraitées afin de corriger différents types de distorsions dues à l'utilisation d'un amplificateur de brillance (sensibilité au diffusé, non linéarité des niveaux de gris, distorsions géométriques...). Les images 3D peuvent ensuite être reconstruites soit par un algorithme itératif multirésolution (cf. Fiche B3), soit par un algorithme basé sur l'utilisation de la transformée de Radon 3D (cf. Fiche A6). Le premier est adapté à la reconstruction d'objets à forts contrastes à partir d'un nombre restreint de projections (inférieur à 128), et le second est un algorithme général, ne nécessitant pas d'hypothèses sur l'objet, fonctionnant pour un nombre important de vues (256). La résolution dans les images reconstruites est de l'ordre du millimètre pour un objet de taille  $(256)^2$  de 27cm de diamètre.

Une étude concernant l'optimisation des conditions d'acquisition a été réalisée sur des fantômes réalistes de sténoses vasculaires calibrées [102] [103]. Elle montre que 16 projections au minimum sont nécessaires pour reconstruire l'objet avec une résolution suffisante pour un diagnostic médical. Le « morphomètre » en France est actuellement en phase d'évaluation clinique dans les CHU de Rennes et Lyon, pour diverses applications cliniques, essentiellement neurologiques ou vasculaires. Deux vues réalisées à partir de volumes 3D  $(256)^3$  obtenus sur le morphomètre sont présentées sur l'image 2.



a)



b)

Image 2. – Exemple d'image 3D obtenues avec le morphomètre à l'Hôpital Cardiologique de Lyon : a) surface d'un crâne, b) arbre vasculaire cérébral.

#### 4.2.3. Systèmes utilisés en Contrôle Non Destructif et microtomographie

Bien que les premiers développements autour des scanners aient débuté dans le domaine médical, les systèmes tomographiques intéressent de plus en plus le monde industriel [59] [85]. Toutefois, contrairement aux applications médicales, les applications industrielles sont bien plus diverses au niveau des types et des tailles des matériaux à imager. Par exemple, dans le domaine du Contrôle Non Destructif, des scanners 2D ont été développés aussi bien pour le contrôle de circuits imprimés (InterContrôle), que pour celui d'ailes d'avion (Aérospatiale). Si le principe des systèmes reste identique, la conception d'un appareil doit bien sûr prendre en compte la spécificité de l'application : taille de l'objet et résolution souhaitée, type de matériau à imager, objet statique ou mobile, contraintes de temps.... Lorsque l'objet est statique, au lieu de déplacer la source de rayons X et les détecteurs, on préfère souvent déplacer l'objet grâce à une table de rotation. Les gammes d'énergie des tubes X peuvent varier de quelques dizaines de KeV à plusieurs MeV selon le type de contrôle à effectuer.

La résolution dans les images reconstruites dépend de la taille de la source de rayons X, de la résolution intrinsèque du détecteur, et des conditions géométriques (grandissement, nombre de projections...). Lorsque la résolution est de l'ordre de quelques microns, on parle de « microtomographie ». Dans ce cas, les contraintes de précisions mécaniques et de stabilité des détecteurs lors de l'acquisition sont plus sévères.

Un banc expérimental développé au laboratoire CNDRI de l'INSA de Lyon, permet de reconstruire des images sur des zones de petite taille (de 1 à 5 cm), avec une résolution pouvant varier entre 20 et 120  $\mu\text{m}$ . Le système possède un tube de rayons X (foyer de  $0,4 \times 0,4 \text{ mm}^2$ ), une table de rotation de précision pour faire tourner l'échantillon, et peut être utilisé avec deux types de détecteurs. L'un est une barrette linéaire CCD (Thomson) comportant 1024 éléments de  $225\mu\text{m}$ , ayant une gamme énergétique de fonctionnement comprise entre 10 et 160 kV. La détection du rayonnement est effectuée par une couche scintillatrice d'oxy sulfure de Gadolinium ( $Gd_2O_2S$ ) permettant de convertir les photons X en photons lumineux, qui sont ensuite détectés par les 1024 photodiodes. L'autre détecteur est un amplificateur de brillance relié à une caméra vidicon (Hamamatsu) fournit des projections échantillonées sur des pixels de  $17 \times 17 \mu\text{m}$ . Ce dernier a en particulier été utilisé pour étudier le procédé de densification de composites Sic-Sic [65]. Des coupes de tels composites, reconstruites en  $512 \times 512$  avec un pas d'échantillonnage de  $12 \mu\text{m}$ , permettent de bien mettre en évidence les alternances tissu-matrice (cf. image 3).

Un tomographe 3D à géométrie conique, dédié au contrôle de céramiques et de composites a été développé au LETI, dans le cadre d'un projet européen. Le système utilise un tube micro-foyer (10 microns), un détecteur 2D, consistant en un amplificateur de brillance couplé à une caméra CCD, et permet la reconstruction

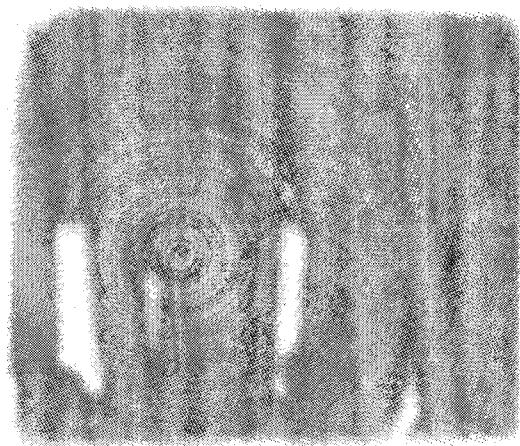


Image 3. – Coupe (résolution  $100\mu\text{m}$ ) d'un matériau composite, obtenue avec le scanner X expérimental du laboratoire CNDRI, INSA Lyon.

d'images  $(256)^3$  ou  $(512)^3$ . Pour des objets tests de 10mm de diamètre, on peut obtenir une résolution spatiale de  $50 \mu\text{m}$ .

Comme il sera rappelé plus loin, l'augmentation de la résolution sur le détecteur et donc sur l'image, nécessite, à rapport signal sur bruit constant, une augmentation du flux de photons, qui peut être obtenue en augmentant, soit le temps de pose, soit l'intensité du faisceau. Pour cette raison, l'utilisation de rayonnements synchrotron a permis d'obtenir des images tomographiques 2D et 3D à très haute résolution (de l'ordre de quelques microns). Dans ce cas, diverses applications à partir de systèmes d'acquisition de première génération ont été proposées. Un exemple d'acquisition d'images 3D à la résolution de 5 microns est présenté dans [23]. Toutefois les temps d'acquisition très longs (8 à 90 mn par coupe) limitent la généralisation de tels systèmes. Des dispositifs d'acquisition 3D utilisant un faisceau parallèle synchrotron irradiant simultanément tout un objet et un système de détection 2D approprié ont également été mis en œuvre. Dans [24] la détection repose sur l'utilisation d'un écran phosphorescent très haute résolution (3 mm) permettant la conversion des rayons X en visible, alors que dans [14], [117], le système utilise un arrangement de cristaux permettant un grandissement des projections 2D incidentes, dans les deux cas l'acquisition étant réalisée par une matrice CCD 2D. Un nouveau système de tomographie 3D haute résolution est actuellement développé sur le synchrotron de Grenoble (European Synchrotron Radiation Facility). Il a déjà permis de reconstruire des spécimens osseux tridimensionnels à la résolution de  $8 \mu\text{m}$  [97]. Les progrès dans ce domaine sont étroitement liés à la réalisation de capteurs CCD bidimensionnels sensibles aux X à très haute résolution.

#### 4.3. problèmes liés à la physique du rayonnement

La modélisation de la propagation des rayons X dans un milieu à l'aide de la Transformation de Radon, repose en fait sur un

certain nombre d'hypothèses qui ne sont pas forcément satisfaites en pratique. En effet, cela suppose que :

- la source de rayons X est monochromatique,
- tous les photons sont détectés et aucun rayonnement parasite n'est détecté,
- le système est sans bruit,
- la source est ponctuelle et les détecteurs ont des ouvertures nulles.

Nous présentons dans les paragraphes qui suivent les problèmes liés à la non chromaticité du faisceau, aux phénomènes de diffusé, au bruit de mesure, et aux dimensions de la source et des détecteurs.

#### 4.3.1. durcissement de faisceau

En pratique, le spectre de rayonnement émis par un tube de rayons X est polychromatique, et se présente généralement comme la superposition d'un spectre continu (lié au freinage des électrons lorsqu'ils pénètrent dans l'anticathode) et d'un spectre de raies, caractéristique du matériau constituant l'anticathode. Malgré l'utilisation de filtrages (par insertion de fines plaques d'aluminium ou de cuivre), il est impossible d'obtenir un spectre réellement monochromatique. Le spectre du rayonnement X transmis est donc globalement modifié, chaque composante spectrale ayant été atténuée d'une façon qui lui est propre, tout au long de la traversée du milieu.

Lorsque le rayonnement est polychromatique, la relation (14) doit être modifiée en :

$$N = \int N_o(E) \exp \left( - \int_D f(x, y; E) ds \right) D(E) dE \quad (16)$$

où  $N_o(E)$  représente le nombre de photons incidents de la radiation X d'énergie  $E$ ,  $f(x, y; E)$  la distribution du coefficient d'atténuation dans la coupe en fonction de  $E$ , et  $D(E)$  caractérise le réponse en énergie du détecteur [66].

Les rayons peu énergétiques (rayons X mous) sont plus rapidement absorbés, et le spectre a tendance à se déplacer vers les hautes énergies. Ce phénomène, qui est connu sous le nom de durcissement de faisceau, produit des artefacts dans les images reconstruites. En particulier, on peut voir apparaître des intensités sous-estimées dans les régions joignant deux matériaux durs (os, par exemple). Différentes techniques de correction ont été proposées dans la littérature. Une technique simple consiste à corriger les valeurs des projections avant reconstruction grâce à une courbe de correction établie expérimentalement [16]. Cette technique permet de corriger les valeurs reconstruites dans les images de tissus mous, lorsque l'effet de durcissement de faisceau n'est pas trop important. D'autres techniques de corrections agissant sur l'image reconstruite ont été proposées. Par exemple, dans [63], on effectue une correction itérative, à partir d'une première

image reconstruite, en essayant d'éliminer la contribution des parties dures. Enfin, une troisième approche est la tomographie bi-énergie. Dans ce cas, on réalise deux acquisitions à deux énergies différentes, à partir desquelles on cherche à reconstruire deux images apportant des informations complémentaires. Dans la méthode originale proposée par Alvarez et Macovski [2], on fait l'hypothèse que le coefficient d'atténuation peut être décomposé en deux contributions, l'une due à l'effet Photo-électrique, l'autre due à l'effet Compton, que l'on cherche à reconstruire. La reconstruction repose sur une modélisation physique ou mathématique des projections, mais reste délicate à appliquer du fait que les systèmes que l'on inverse sont souvent mathématiquement mal conditionnés. Dans les méthodes de type « calibration », on fait l'hypothèse que l'objet est composé de deux constituants (par exemple os/tissus mous ou matériau 1/matériau 2), et on cherche à reconstruire deux images représentant les proportions des 2 composants. On peut agir en pré ou post-traitement, selon que l'on effectue un traitement a priori sur les données (projections) ou a posteriori sur les images reconstruites. Les post-traitements sont généralement basés sur des mesures de calibration à partir de deux matériaux connus. On pourra se reporter à [22] pour une comparaison de différentes méthodes, et à [34] pour une synthèse sur ce type de méthodes.

Etant donné que la relation (14) n'est généralement pas vérifiée par l'acquisition, on peut se demander à quoi correspond le coefficient reconstruit en tomographie X. D'après le travail expérimental de MacCullough [86], le coefficient reconstruit correspondrait approximativement à un coefficient d'atténuation moyen sur tout le spectre :

$$f_{rec}(x, y) = \frac{\int f(x, y, E) S(E) dE}{\int S(E) dE} \quad (17)$$

où  $S(E)$  est la distribution d'énergie des photons X après transmission.

On définit parfois *l'énergie équivalente du tube de rayons X*, par l'énergie monochromatique qui donnerait la même atténuation.

#### 4.3.2. problèmes de diffusé

Les phénomènes de diffusion accompagnent l'absorption des rayons X dans la matière. Dans le cas de la diffusion Compton, une partie de la radiation est déviée dans une autre direction, ce qui crée un rayonnement parasite qui vient s'ajouter au rayonnement primaire, et fausse ainsi la valeur des projections. Les artefacts en résultant dans l'image reconstruite, sont directionnels car ce phénomène ne se manifeste pas de la même façon dans toutes les directions.

Une solution pour éviter l'effet de la diffusion sur les projections est de disposer de détecteurs parfaitement collimatés. Toutefois le phénomène de diffusion est difficilement évitable avec les

systèmes de 4ème génération. Des corrections basées sur l'hypothèse que la diffusion crée un voile uniforme sur les détecteurs ont été proposées (par exemple [43]).

#### 4.3.3. statistique de l'image reconstruite

La mesure des projections en tomographie par rayons X, est entachée de différents types de bruits. Dans le cas d'un faisceau monochromatique de rayons X, le nombre de photons arrivant sur le détecteur, peut être décrit comme une variable aléatoire suivant une loi de Poisson [43]. La statistique induite dans l'image reconstruite par celle des données a été étudiée dans différents travaux [6] [105] [38]. Elle ne se résume pas à une simple loi de Poisson bidimensionnelle et elle dépend de l'objet à reconstruire. Dans le cas d'un disque uniforme de diamètre  $D$ , de coefficient d'atténuation  $\mu$ , reconstruit par l'algorithme de rétroposition filtrée, on peut montrer que le rapport signal sur bruit  $\sigma$ , dans l'image reconstruite, s'exprime sous la forme [38] :

$$\sigma = \mu D \exp(-\mu D/2) \frac{\sqrt{N_o}}{n^{3/4}} \quad (18)$$

où  $N_o$  est le nombre de photons détectés,  $n$  est le nombre total de pixels de l'image.

Cette relation permet de constater que :

- 1) à résolution spatiale constante, la résolution en densité varie comme la racine carrée de l'irradiation, donc lentement.
- 2) à rapport signal sur bruit constant, une augmentation de résolution spatiale implique que la dose croisse comme  $n^{3/2}$ , c'est-à-dire comme l'inverse de la résolution spatiale à la puissance 3.

#### 4.3.4. problèmes liés à l'échantillonnage

La modélisation reposant sur la Transformation de Radon est encore une idéalisation de la réalité du fait qu'en pratique, le faisceau et les détecteurs ont des dimensions non nulles. Il en résulte que la sommation dans la relation (14) correspond physiquement à une intégration sur un petit pinceau volumique, et que l'intensité acquise sur un détecteur correspond également à une intégration sur un petit volume. La coupe reconstruite n'est donc pas un plan infiniment fin, mais possède une certaine épaisseur, appelée « épaisseur de coupe ». Physiquement, le coefficient reconstruit dans l'image tomographique correspond donc à une valeur moyennée spatialement. L'épaisseur de coupe est typiquement de l'ordre de quelques millimètres (en général 2, 4 ou 6 mm) sur les scanners  $X$  hospitaliers. A rapport signal sur bruit constant, la réduction de l'épaisseur de coupe s'accompagne d'une augmentation de la dose. Par ailleurs, la résolution physique dans le plan de coupe dépend des caractéristiques géométriques d'acquisition : type de géométrie utilisée, nombre de projections, résolution des détecteurs, taille de la source et grandissement. Il faut noter que

cette résolution limite peut être différente du pas d'échantillonnage effectif dans l'image. Les phénomènes liés à l'échantillonnage parfait ou non de l'image, et aux différents effets d'intégration sont connus dans le domaine médical, sous le nom d'effets de volume partiel.

## 5. systèmes de tomographie d'émission

Les autres systèmes de tomographie, qui procèdent aussi par enregistrement de projections, sont ceux de tomographie d'émission. Contrairement aux systèmes de transmission, l'émetteur de radiation est interne, et on cherche à estimer la distribution de radiation émise à l'intérieur du corps. Pour cela, on injecte au patient par voie veineuse ou inhalation, une molécule marquée d'un élément radioactif, appelée traceur. La quantité de traceur se fixant sur les organes cibles va dépendre du bon fonctionnement de ces organes, et donc la quantité de rayonnement émis par ce traceur également. Ce sont donc des informations d'ordre fonctionnel et non anatomiques qui sont enregistrées.

On distingue deux types de systèmes de tomographie d'émission selon les émetteurs employés : la tomographie d'émission à un seul photon et la tomographie à émission de positons. Dans ce paragraphe, nous décrivons succinctement les différents systèmes de tomographie d'émission, ainsi que leur évolution instrumentale, avant de détailler les phénomènes physiques qui se rencontrent lors de l'acquisition. Nous verrons que dans le cas de la tomographie d'émission, les données enregistrées s'écartent beaucoup du modèle de Radon.

### 5.1. tomographie d'émission à un seul photon (SPECT)

#### 5.1.1. principe

Cette imagerie a été introduite en 1963 par Kuhl et Edwards [73]. Connue sous le sigle SPECT (Single Photon Emission Computed Tomography), cette méthode d'imagerie est l'équivalent pour la scintigraphie de la tomodensitométrie en radiologie. Les traceurs injectés émettent, lors de la désintégration de l'isotope radioactif, des photons  $\gamma$  qui sont enregistrés par un détecteur externe, après avoir traversé les tissus environnants. L'émission de photons étant isotrope, on place devant le détecteur un collimateur pour trier la direction des photons.

Ainsi, si on appelle  $f(x, y, z)$  la distribution de radioactivité émise au point  $\{x, y, z\}$  par unité d'angle solide, le nombre de photons

enregistrés au point  $\{x', y'\}$  du détecteur est égal à (cf. figure 12) :

$$N(x', y') = \int_L f(x, y, z) ds \quad (19)$$

où  $L$  est la ligne donnée par la direction des canaux du collimateur et passant par le point  $(x', y')$ . En tomographie d'émission, en première approximation, on enregistre directement l'intégrale rectiligne de la distribution objet. Comme en tomodensitométrie, les différentes projections sont obtenues en faisant tourner le détecteur autour de l'objet.

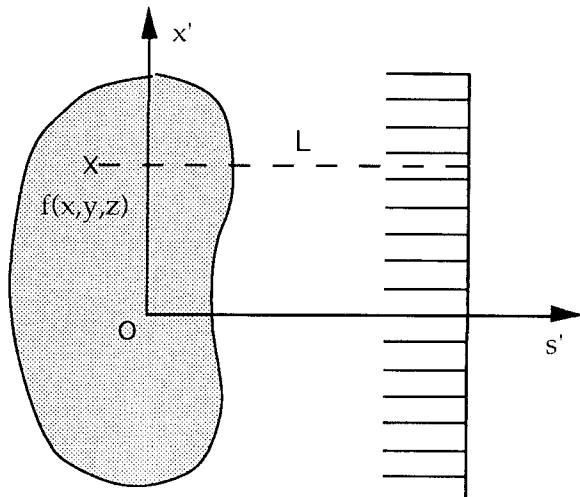


Figure 12. – Principe d'enregistrement en tomographie d'émission (SPECT).

### 5.1.2. instrumentation

En SPECT, les principaux isotopes radioactifs sont le Technetium 99m ( $^{99m}Tc$ ), l'Iode et le Thallium 201 ( $^{201}Th$ ), qui est utilisé essentiellement pour les études sur le cœur.

Le détecteur utilisé est une caméra Anger [4]. Celle-ci est composée d'un cristal scintillateur bidimensionnel, qui transforme chaque photon en une gerbe de photons visibles. Ces photons sont ensuite recueillis sur une galette de photomultiplicateurs (PM), qui calcule la position d'impact du photon  $\gamma$  à partir de la lumière reçue sur les différents PM, par une méthode de triangulation. Le détecteur procède donc ici par comptage de photons. Le scintillateur utilisé est l'Iodure de Sodium (NaI).

Les premiers collimateurs utilisés étaient des collimateurs bidimensionnels composés de canaux parallèles (cf. figure 13.a). En faisant tourner l'ensemble détecteur - collimateur autour du patient, on enregistre un ensemble de projections bidimensionnelles parallèles, et la distribution 3D de radioactivité peut être reconstruite coupe par coupe. Ces collimateurs parallèles sont employés dans la grande majorité des systèmes SPECT utilisés dans les services de Médecine Nucléaire. La résolution de ces systèmes varie environ de 10 à 15 mm.

Pour augmenter la sensibilité et la résolution de ces systèmes, des collimateurs à canaux convergents ont été utilisés. Les premiers proposés [60] comportaient une série de lignes de canaux convergeant vers une ligne focale orientée parallèlement à l'axe de rotation du système (cf. figure 13.b). Ce système est donc l'équivalent des scanners à faisceau divergent utilisés en tomographie X. Enfin pour l'imagerie du cœur et du cerveau, sont apparus des collimateurs « coniques » [61], [50], qui permettent d'obtenir des grandissements de l'objet dans toutes les directions (transversales et longitudinale) (cf. figure 13.c). Ce genre de collimateurs ne peut être employé que pour des examens de petit champ, donc pour des petites structures, la taille des détecteurs n'ayant pas augmenté. Avec ces systèmes, l'enregistrement est donc complètement 3D, de même qu'en tomographie X, et la reconstruction ne peut pas être faite coupe par coupe. La notion de trajectoire devient donc importante. Ici c'est le point focal du collimateur qui détermine cette trajectoire, comme la source de rayons X le fait en tomographie X. Dans ces systèmes, il est important de pouvoir basculer la tête du détecteur par rapport à l'axe de

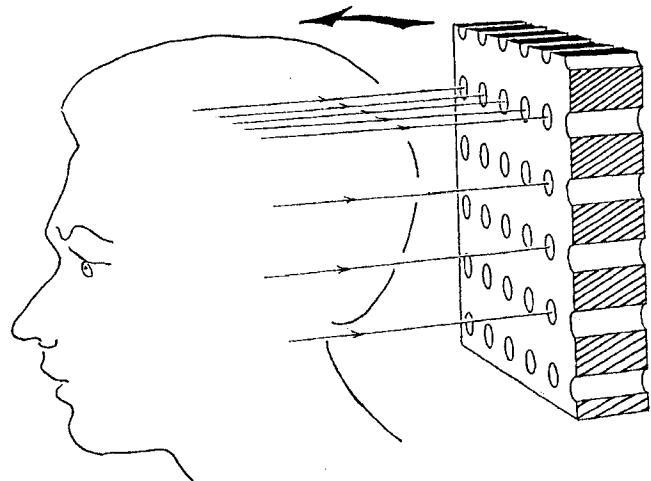


Figure 13a. – Enregistrement à l'aide d'un collimateur parallèle.

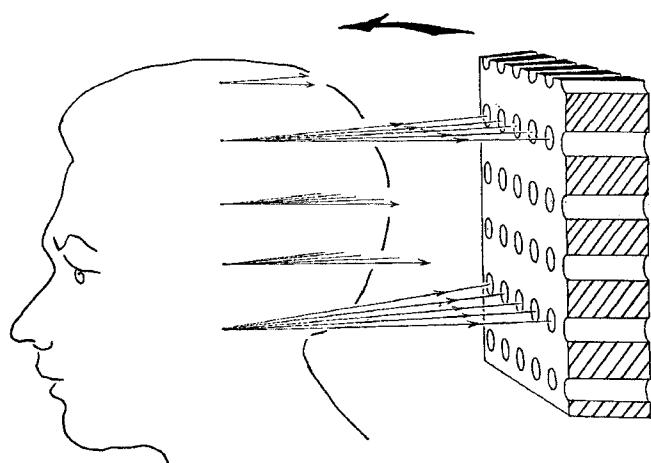


Figure 13b. – Enregistrement à l'aide d'un collimateur en éventail.

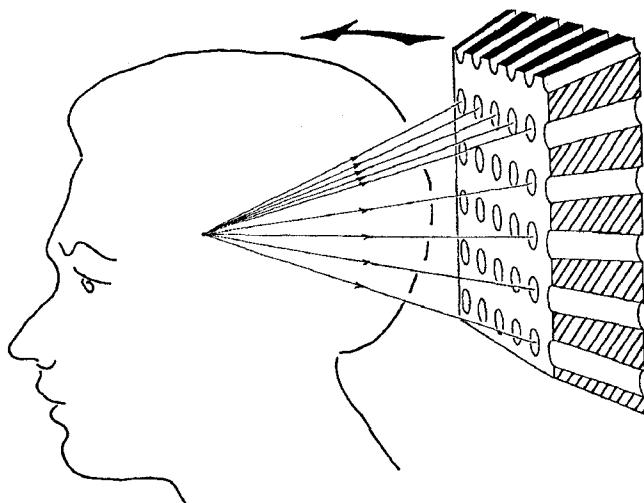


Figure 13c. – Enregistrement à l'aide d'un collimateur conique.

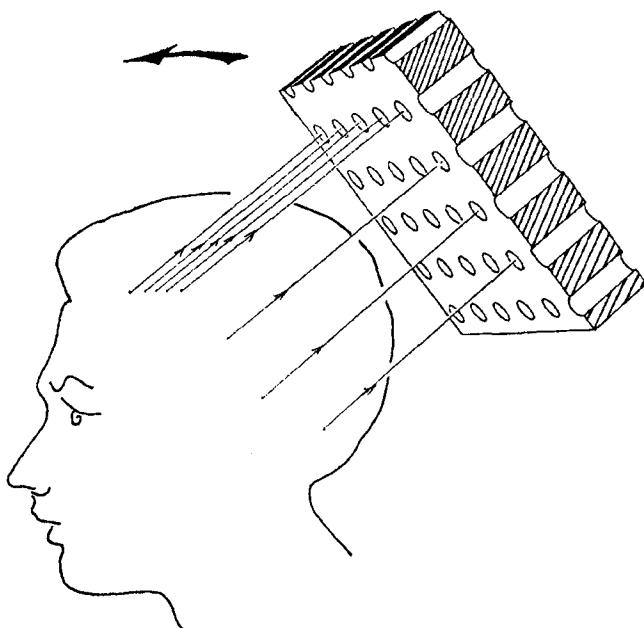


Figure 13d. – Enregistrement avec basculement de la caméra.

rotation (cf. figure 13.d), ce qui permet de pouvoir effectuer des trajectoires autres que circulaires. Outre le fait de compléter le jeu de projections, un tel basculement est intéressant pour éviter des obstacles, telles les épaules en imagerie cérébrale [43]. Des systèmes commerciaux actuels possèdent de tels collimateurs : citons la série des caméras PRISM de chez Picker et le système TOMOCONIC de Sopha Médical développé avec le LETI.

Une autre amélioration apportée aux systèmes SPECT est la disposition sur un même statif de rotation de plusieurs (deux à trois) têtes de détection, ce qui permet à temps égal d'examen d'augmenter la sensibilité de détection. De plus, une de ces têtes permet d'enregistrer une image du coefficient de transmission, à condition de placer en regard du détecteur une source radioactive

externe de photons  $\gamma$  de même énergie que ceux émis par le traceur pendant l'examen, ces acquisitions servant à corriger l'effet d'autoabsorption (dont nous reparlerons ensuite).

Bien que les systèmes de tomographie SPECT aient une résolution moins élevée et une sensibilité moindre qu'en tomodensitométrie, ils sont largement employés en routine hospitalière, car ils permettent d'obtenir des informations fonctionnelles et sont beaucoup moins onéreux que les autres systèmes d'imagerie médicale. Ainsi le développement de systèmes de SPECT beaucoup plus performants permettraient de grandes avancées dans l'utilisation clinique de cette technique très largement répandue. Ce développement doit inclure la recherche de scintillateurs plus efficaces et l'utilisation de géométries d'enregistrement plus performantes, telle la géométrie conique par exemple, accompagnées bien sûr de la mise au point d'algorithmes de reconstruction adaptés.

## 5.2. tomographie à émissions de positions (TEP)

### 5.2.1. Principe

La tomographie par émission de positons utilise des isotopes émetteurs de positons  $\beta^+$ . Ces positons, après avoir libéré leur énergie cinétique lors d'un court trajet autour de leur point d'émission, se désintègrent lors de leur rencontre avec un électron en émettant deux photons  $\gamma$  de 511 keV à  $180^\circ$  l'un de l'autre. Comme l'indique la figure 14.a, ces photons sont détectés par deux détecteurs opposés, montés en « coïncidence », c'est-à-dire que les photons touchant ces détecteurs ne sont réellement enregistrés que s'ils arrivent à l'intérieur d'une courte fenêtre temporelle (tenant compte bien sûr du temps de parcours des photons) sur les deux détecteurs. Seuls les photons émis par les points se situant dans le volume intercepté par la paire en coïncidence sont comptabilisés.

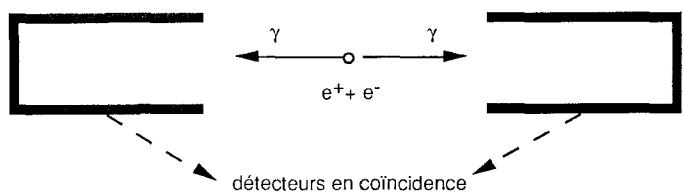


Figure 14a. – Détection de photons en coïncidence.

Si nous appelons  $N$  ce nombre et  $f(x, y, z)$  le nombre de désintégrations de positons par unité d'angle solide ayant lieu au point  $\{x, y, z\}$ , nous avons la relation suivante :

$$N \propto \int_L f(x, y, z) ds \quad (20)$$

Cette relation est similaire à celle obtenue en tomographie d'émission à un seul photon. En disposant des détecteurs tout autour de

l'organe, on peut ainsi en changeant les lignes de coïncidence et en réarrangeant les données, obtenir un ensemble de projections de la distribution d'émission (cf. figure 14.b). Ici la détermination de la direction des photons, et la collimation se font électroniquement et non mécaniquement comme en tomographie d'émission.

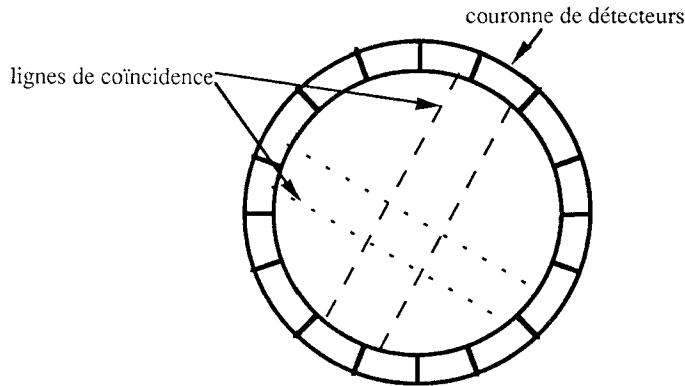


Figure 14b. – Enregistrement des projections en TEP.

### 5.2.2. instrumentation

L'intérêt de la tomographie de positons, outre ses aspects expérimentaux et physiques sur lesquels nous reviendrons, est l'utilisation de traceurs radiopharmaceutiques permettant de révéler des processus physiologiques autres que ceux accessibles en SPECT. Les principaux isotopes utilisés sont le  $^{11}C$ ,  $^{18}F$ ,  $^{15}O$ , et  $^{13}N$ , qui ont pour inconvénient d'avoir de faibles périodes de vie. Ils doivent donc être fabriqués juste avant l'injection, et c'est pourquoi les sites d'imagerie de positons doivent se situer à proximité d'un cyclotron. Une des principales applications de la tomographie de positons est l'imagerie des zones actives du cerveau, soit par la mesure du métabolisme du glucose, soit par l'évaluation du débit sanguin cérébral à l'aide d'eau marquée d' $^{15}O$  [17].

Les premiers systèmes de TEP sont apparus dans les années 60-70. Ces premières générations possédaient une seule couronne comportant 30 à 50 détecteurs. Ces détecteurs étaient placés de façon circulaire ou hexagonale autour du patient et pouvaient être animés de mouvement de rotation ou de translation pour augmenter l'échantillonnage. Ces premiers détecteurs possédaient une résolution de 10 à 35 mm en latéral, et de 10 à 25 mm en axial. Ils étaient constitués de cristaux d'Iodure de Sodium (NaI) ou de Germanate de Bismuth (BGO) couplés à des photomultiplicateurs et à une électronique permettant de réaliser les détections en coïncidence. Les limitations de ces systèmes étaient leur faible temps de réponse et leur faible sensibilité. Une excellente revue des performances des appareils de TEP et de leur évolution est donnée dans [70].

La deuxième génération de systèmes était composée de trois à quatre couronnes de détecteurs comportant une centaine de détecteurs chacune. Ces systèmes permettaient aussi l'enregistrement de coupes entre les détecteurs, grâce à l'établissement

de lignes de coïncidence entre des anneaux adjacents, comme l'indique la figure 15.a. Ces systèmes permettaient d'enregistrer 8 à 9 coupes simultanément [119]. Dans ces systèmes comme indiqués figure 15.a, les couronnes de détecteurs étaient séparées par des septa (alors que théoriquement, la collimation est électronique) pour éviter l'accroissement de détection de « faux événements » comme par exemple les photons diffusés. Les résolutions moyennes atteintes par cette génération de systèmes étaient de 8 à 10 mm dans le plan de coupe et de 10 à 12 mm dans la direction perpendiculaire. L'utilisation de nouveaux scintillateurs rapides en Baryum ou en Fluorure de Césium ont permis d'obtenir de plus grands taux de comptage en augmentant la cadence de détection des événements.

La génération actuelle se caractérise par une plus grande intégration de cristaux scintillateurs, dont la taille se réduit (3 à 5 mm de diamètre), et le nombre augmente (jusqu'à 512 par anneaux et un total d'une dizaine d'anneaux). Ces systèmes permettent l'enregistrement simultané d'une trentaine de coupes, la résolution finale atteinte est de l'ordre de 5 à 8 mm. Enfin, dans certains systèmes, des possibilités d'enregistrement directement 3D sont obtenues par l'emploi de canaux rétractables entre les différentes couronnes (comme indiqué figure 15.b) [120], le principal désavantage étant l'accroissement de détection des photons parasites. D'autre part, l'utilisation de détecteurs rapides a permis la génération de systèmes pouvant localiser partiellement le photon sur la ligne de coïncidence grâce à la mesure de la différence des temps d'arrivée des photons sur les détecteurs [1]. Ainsi une résolution temporelle de quelques centaines de picosecondes per-

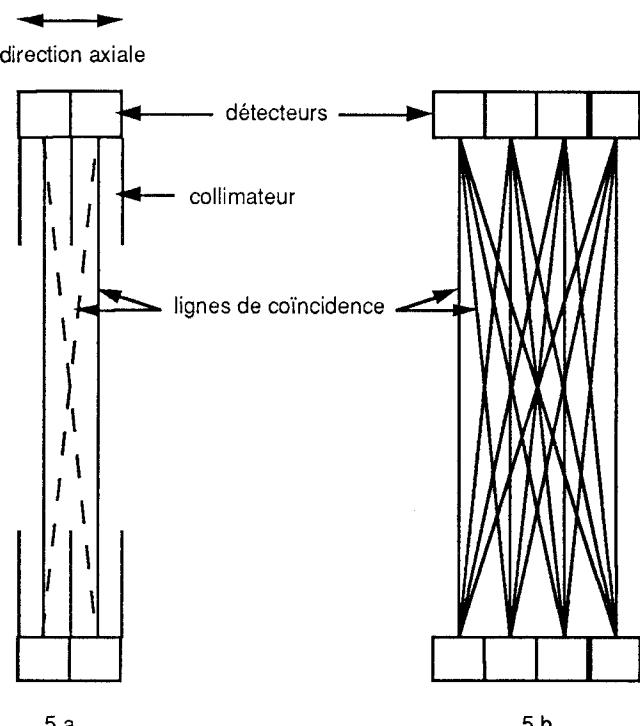


Figure 15. – Enregistrement en TEP, a) multi-coupes, b) enregistrement 3D.

met de localiser le point d'émission avec une précision de 3 à 7 cm. L'intégration de cette information, dite de temps de vol, dans la reconstruction permet d'augmenter le rapport signal sur bruit obtenu sur les coupes reconstruites [121].

Les systèmes actuels de tomographie de positons ont des résolutions plus élevées que les systèmes SPECT. Néanmoins, ils sont plus onéreux, et leur fonctionnement est plus lourd, puisqu'ils doivent être à proximité d'un cyclotron. En France, seuls trois centres possèdent des caméras à positons (le SHFJ à Orsay, le centre Cyceron à Caen et le CERMÉP à Lyon), et on compte une centaine de centres dans le monde. Pour cette raison, les caméras à positons sont essentiellement utilisées pour des buts de recherche (clinique, pharmaceutique ou cognitive), et ne sont que peu employées en routine hospitalière.

## 5.3. problèmes physiques de l'enregistrement

En tomographie d'émission, tout comme en transmission, le modèle d'enregistrement donné par la transformée de Radon n'est qu'une approximation des phénomènes réels, et nous verrons qu'en émission, de nombreuses limitations physiques éloignent les enregistrements de cette simple modélisation.

En effet, l'expression (19) décrit les enregistrements d'un système idéal ayant les propriétés suivantes :

- les canaux des collimateurs ont une ouverture nulle, et le nombre de données est infini (enregistrement continu en  $x'$  et en rotation),
- tous les photons émis dans la direction sélectionnée sont captés par le détecteur,
- réciproquement seuls ces photons sont détectés, et aucun événement « parasite » n'intervient dans les projections,  $^{11}C$  et enfin, le système ne possède aucun bruit.

Nous verrons, que non seulement les systèmes de tomographie d'émission sont loin de posséder toutes ces propriétés, mais que de plus les perturbations induites sont très importantes et limitent beaucoup les performances obtenues.

Nous allons détailler ces différents phénomènes. Nous ne reviendrons pas sur les problèmes d'échantillonnage, car les pré-requis sont les mêmes qu'en tomographie de transmission. Cependant, comme la résolution des détecteurs est moindre, le nombre d'échantillons utiles est plus faible. Les projections 2D de scintigraphie comportent en général  $64 \times 64$  mesures, à partir desquelles sont reconstruites des coupes de  $64 \times 64$  pixels (parfois  $128 \times 128$  pour les enregistrements haute résolution), alors qu'en TEP, la résolution étant meilleure, les images comportent de  $128 \times 128$  à  $256 \times 256$  pixels, le nombre de projections enregistrées sur  $180^\circ$  étant du même ordre que celui du nombre de pixels sur une ligne.

### 5.3.1. problèmes de collimation

En SPECT, les canaux des collimateurs ne sont évidemment pas infiniment longs et fins (aucun photon ne pourrait être détecté dans ces conditions), de même en TEP, les détecteurs en coïncidence ont une ouverture non nulle.

En tenant compte de l'ouverture finie des canaux, le nombre de photons  $N_i$  reçu sur le canal  $n^i$  de la caméra devient égal à :

$$N_i = \int_L \Delta\Omega_i(x, y, z) f(x, y, z) ds \quad (21)$$

où  $\Delta\Omega_i(x, y, z)$  représente l'angle solide sous lequel le point d'émission  $\{x, y, z\}$  voit le canal  $n^i$ .

La figure 16 montre que cet angle varie en fonction de la position latérale du point par rapport au canal considéré, et aussi en fonction de la profondeur. A une distance  $y'$  donnée, la réponse d'un point source est maximale sur le canal en regard et diminue sur les canaux adjacents. Cette réponse percussive de détection, qui est indépendante de la coordonnée  $x'$  du point, est souvent modélisée comme une gaussienne [40], dont la largeur à mi-hauteur augmente avec la profondeur, alors qu'au contraire son amplitude diminue à cause des effets d'angle solide. La forme de cette réponse dépend des caractéristiques géométriques du collimateur (forme, longueur et largeur des canaux) ainsi que de l'énergie des photons à cause des effets de pénétration dans les septa. Les paramètres de la gaussienne sont le plus souvent estimés en fonction de données expérimentales, obtenues en faisant déplacer une ligne source (un petit cylindre rempli d'eau radioactive) en fonction de la profondeur [79], ou en fonction de considérations géométriques [124].

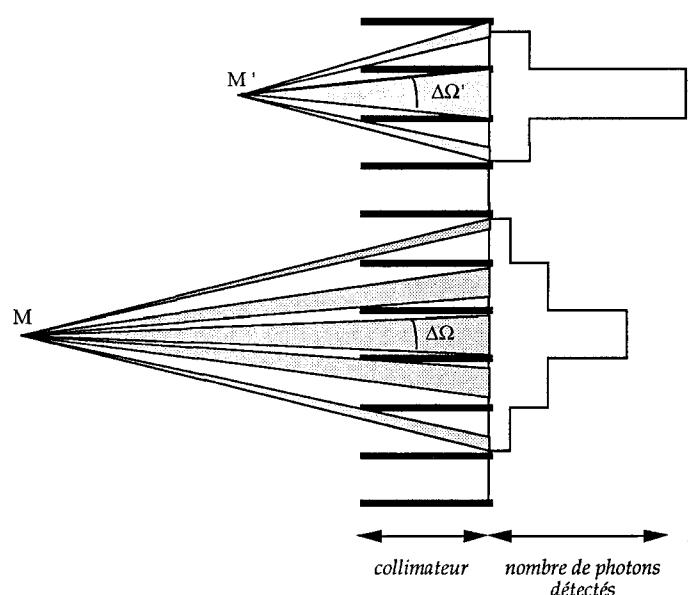


Figure 16. – Effets d'angle solide dus au collimateur en SPECT.

De tels phénomènes sont difficiles à prendre en compte, du fait de la non invariance de la réponse percussielle en fonction de la profondeur. Des filtrages ont été proposés sur les projections pour compenser cet effet, avant de reconstruire par des méthodes analytiques [78]. Enfin dans les méthodes algébriques ou statistiques, il est plus facile de tenir compte de ces phénomènes dans la modélisation du problème direct [79].

En TEP, ce phénomène se présente plus favorablement grâce à la détection en coïncidence. En effet, la probabilité  $P_i$  de détecter les deux photons émis au point  $\{x, y, z\}$  en coïncidence sur la paire n° $i$  de détecteurs est proportionnelle à :

$$P_i \propto \Delta\Omega_i^1(x, y, z) \Delta\Omega_i^2(x, y, z) \quad (22)$$

où  $\Delta\Omega_i^1$  et  $\Delta\Omega_i^2$  sont les angles solides sous lesquels le point émetteur voit les deux détecteurs opposés (cf. figure 17). Quand le point se déplace sur la ligne joignant les détecteurs, le rapport  $\Delta\Omega^1 \Delta\Omega^2$  reste constant, et la réponse est invariante en translation. On peut ainsi définir des lignes d'isocomptage permettant de corriger des effets de collimation dans la direction parallèle aux détecteurs.

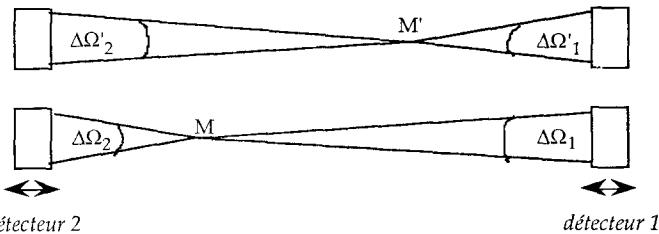


Figure 17. – Effets d'angle solide en TEP.

### 5.3.2. autoabsorption

Le phénomène le plus dramatique en tomographie d'émission est l'absorption des photons émis par les tissus environnants. C'est cette même propriété physique qui est à l'origine de la tomographie de transmission, mais ici il devient un phénomène (très !) perturbateur.

En négligeant l'ouverture finie du collimateur, le nombre de photons reçus en un point  $\{x', y'\}$  du détecteur devient en tenant compte de l'autoabsorption, égal à :

$$N(x', y') = \int_L f(x', y', z') \left[ \exp - \int_{z'}^{z_a} \mu(x', y', z'') dz'' \right] dz' \quad (23)$$

où  $\mu(x, y, z)$  est le coefficient d'absorption et  $z'_a$  est le point d'intersection entre le contour du patient et le rayon considéré (cf. figure 18.a). Cette expression est appelée transformée de Radon atténuee [122].

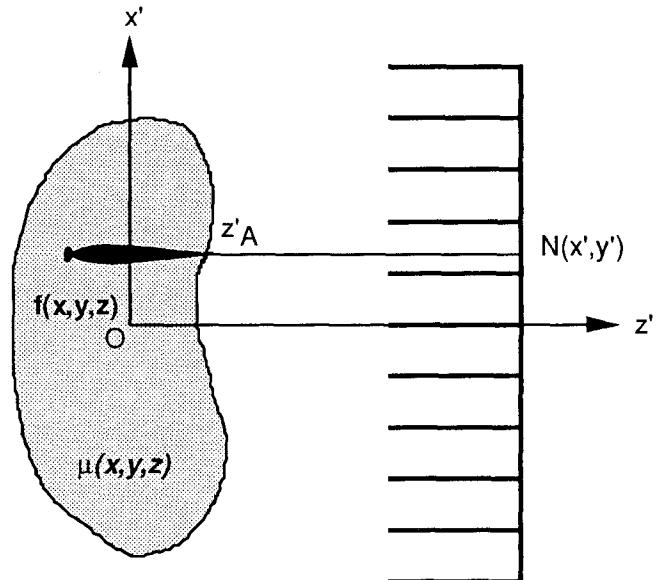


Figure 18a. – Phénomène d'autoabsorption en SPECT.

Ce phénomène est loin d'être négligeable : en effet, prenons l'exemple de photons émis par du  $^{99m}\text{Tc}$  à une énergie de 140 keV, l'absorption des tissus à cette énergie est environ égale à  $0.15 \text{ cm}^{-1}$  et en utilisant (23) pour un milieu d'absorption uniforme, il est facile de calculer que la fraction de photons absorbés atteint le rapport  $1/e$  après seulement 6 cm de tissus traversés. Il en résulte non seulement une baisse des photons détectés, mais en plus une modification de la forme des projections étant donné qu'en général le coefficient d'absorption n'est pas uniforme. Ainsi certaines projections peuvent être complètement atténuerées, si le point d'émission se trouve très excentré dans le volume. Dans ces cas là, des directions de l'objet ne sont pas transmises, amenant à une synthèse incomplète de l'espace de Fourier, comme quand on enregistre des objets avec un angle de vue limité.

De nombreuses méthodes ont été proposées pour corriger l'effet d'autoabsorption en SPECT. Ces méthodes utilisent soit des filtrages adaptés dans les méthodes analytiques de reconstruction [122], [8], soit des méthodes itératives [20]. Comme nous l'avons dit précédemment, les systèmes récents de SPECT à plusieurs têtes permettent d'enregistrer des images de transmission. Des méthodes de correction d'autoabsorption utilisent cette information, soit en utilisant des corrections itératives [104], soit en intégrant directement le phénomène de transmission dans la modélisation du problème direct [79].

Dans le cas de la tomographie de positons, le phénomène peut s'expliquer ainsi :

– la probabilité  $p_A$  de détecter sur le détecteur  $A$  un des deux photons émis lors de la désintégration d'un positon au point  $\{x', y'\}$  est proportionnelle à :

$$p_A(x', y') \propto \left[ \exp - \int_{z'}^{z_a} \mu(x', y', z'') dz'' \right] dz' \quad (24)$$

## Introduction à l'imagerie tomographique 2D et 3D

– de même la probabilité pour que le détecteur  $B$  en coïncidence avec  $A$  détecte le deuxième photon émis est :

$$p_B(x', y') \propto \left[ \exp - \int_{z'}^{z'_B} \mu(x', y', z'') dz'' \right] dz' \quad (25)$$

Compte tenu de (24) et (25) le nombre de photons  $N(x', y')$  détectés en coïncidence sur la paire de détecteurs ( $A$ ) et ( $B$ ) (cf. figure 18.b) est égale à :

$$N(x', y') = \int_L f(x, y, z) \left[ \exp - \int_{z'_A}^{z'_B} \mu(x', y', z'') dz'' \right] dz' \quad (26)$$

Le facteur d'atténuation dans (26) ne dépendant plus de  $z'$ , il peut être sorti de l'intégrale. On peut donc en TEP corriger l'autoabsorption en multipliant les projections par un facteur correctif. Ce facteur est évalué soit en supposant une atténuation moyenne uniforme [11], soit en enregistrant à l'aide d'une source externe une image du coefficient de transmission [57]. Comme dans le cas des effets de collimation, la détection en coïncidence permet de simplifier les méthodes de correction.

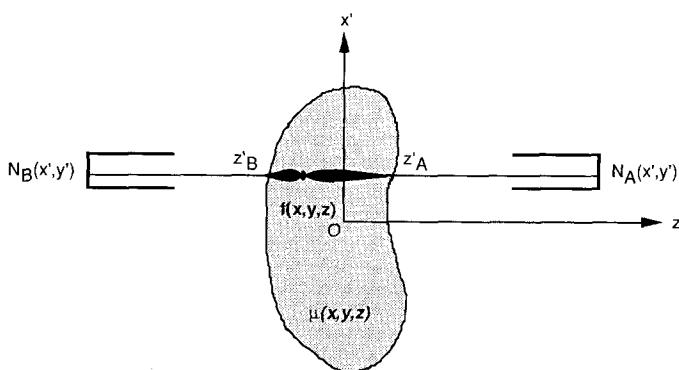


Figure 18b. – Phénomène d'autoabsorption en TEP.

### 5.3.3. diffusé et détection d'événements fortuits

L'absorption des photons  $\gamma$  par la matière est essentiellement due à deux phénomènes : l'effet photoélectrique (qui est une excitation d'un électron sur des niveaux supérieurs) et l'effet Compton, qui se caractérise par un changement d'énergie et de direction du photon suite à un choc avec un électron [48]. Aux énergies des photons émis en scintigraphie (vers une centaine de keV) et en TEP (511 keV), l'effet prépondérant est l'effet Compton. Les photons diffusés ainsi changent de direction et peuvent subir des diffusions multiples, avant de pouvoir éventuellement être détectés par la caméra. La détection de ces photons diffusés entraîne des artefacts dans les reconstructions, puisque ces photons sont considérés comme étant émis sur la ligne correspondante de la cellule de détection, alors qu'ils ont été principalement émis dans un autre endroit de la coupe. Ce phénomène peut se rencontrer à la fois en

SPECT et en TEP, et se traduit le plus souvent par une baisse de contraste dans les coupes reconstruites.

Un des moyens de réduire ces détections parasites est la collimation géométrique, qui permet de sélectionner la direction des photons. C'est la raison pour laquelle en TEP, on introduit des séparateurs entre les couronnes de détecteurs, alors que la collimation (dans le sens de la sélection des directions de projection) se fait électroniquement.

De nombreuses méthodes ont été développées en SPECT pour corriger l'effet du rayonnement diffusé dans les projections ou les images reconstruites. Une revue complète de ces méthodes est donnée dans [27], [18].

Un premier moyen consiste à limiter le nombre de photons détectés en limitant la bande spectrale de la fenêtre d'énergie. D'autres essayent d'estimer la quantité de photons dans une fenêtre d'énergie à l'aide de mesures effectuées dans des bandes spectrales adjacentes ou par des simulations du phénomène de type Monté Carlo. Les méthodes les plus avancées consistent à faire une analyse statistique globale des spectres des photons recueillis en chaque pixel de la caméra [18].

En PET des évaluations ont été faites pour estimer la réponse percussielle du diffusé, soit par des modèles analytiques [94], soit en utilisant des simulations du phénomène par des méthodes Monte Carlo [37]. Des méthodes utilisant l'information temps de vol ont été proposées [9]. Les techniques de sélection en énergie sont beaucoup plus difficiles à appliquer en PET, car les détecteurs ont une mauvaise résolution en énergie. Cependant, actuellement des méthodes sont à l'étude pour utiliser l'information sur l'énergie des photons afin de corriger le diffusé en PET [49], [10].

En tomographie de positons, un autre facteur d'erreur est la détection fortuite de deux photons en coïncidence, alors que ceux-ci n'étaient pas issus d'une même désintégration. On peut montrer [119] que ce nombre de coïncidences fortuites est proportionnel à la racine carrée de la distribution d'émission, et en général rajoute un fond continu aux projections, et donc sur l'image reconstruite [127].

### 5.3.4. bruit

Le phénomène essentiel qui affecte les données en tomographie d'émission, outre celui de l'autoabsorption, est le bruit de photons, du aux variations statistiques d'émission et de détection des photons  $\gamma$ .

Ce bruit est beaucoup plus important en émission qu'en absorption, d'une part, parce que le système de détection qui est un système à comptage de photons possède des temps de relaxation après chaque détection, ce qui limite sa sensibilité, d'autre part les doses injectées au patient devant être faibles, compte tenu de la durée de vie des marqueurs et des phénomène d'autoabsorption, le nombre de photons détectés est faible.

Il est bien connu que ces variations statistiques répondent à la loi de poisson. Soit  $n$  le nombre de photons détectés dans une cellule,

la probabilité associée à cette mesure est donnée par :

$$p(n) = \frac{(\bar{n})^n}{n!} \exp(-\bar{n}) \quad (27)$$

où  $\bar{n}$  représente la valeur moyenne de  $n$  et est reliée à la distribution de radioactivité par la relation de projection (19). La variance de cette mesure est égale à  $\sigma = \sqrt{\bar{n}}$ .

Si le rapport signal sur bruit au niveau de la détection est facile à évaluer, puisqu'il est égal à :

$$S/B(\text{détection}) = \frac{\bar{n}}{\sigma} = \sqrt{\bar{n}} \quad (28)$$

par contre il est plus difficile de l'estimer au niveau de l'image reconstruite à cause de l'opération de rétroprojection, qui accu-  
mule les données (et donc le bruit) venant de plusieurs détecteurs en un même point.

Une évaluation du rapport signal sur bruit pour le cas d'un disque uniformément émetteur [38] donne au centre du disque l'expression suivante :

$$S/B(\text{image}) = K \frac{\sqrt{N_0}}{(n_c)^{3/4}} \quad (29)$$

où  $N_0$  est le nombre total de photons collectés au cours de l'examen,  $n_c$  le nombre de cellules de résolution dans l'image reconstruite, et  $K$  un coefficient de proportionnalité dépendant de la méthode de reconstruction.

Nous voyons, qu'en plus du nombre de photons détectés, le rapport signal sur bruit dépend de la résolution désirée sur l'objet. Nous retrouvons dans cette expression le compromis entre sensibilité et résolution, et une augmentation de résolution spatiale à rapport signal sur bruit donné implique que la dose croisse comme  $n_c^{3/2}$ , soit comme l'inverse de la résolution à la puissance 3, ce qui représente un accroissement non négligeable.

Dans le cas général, on peut définir une image de bruit, qui représente en tout point de l'image la valeur des fluctuations statistiques, soit le carré de la variance associée à la valeur du pixel reconstruit. On peut montrer [38] que cette image de bruit est obtenue par la rétroprojection non filtrée des projections. Or, comme il est bien connu, cette image est la convolution entre la distribution originale et une réponse impulsionale en  $1/r$ . Le bruit en un point de l'image dépend donc non seulement de la valeur de ce point, mais aussi des valeurs des régions environnantes. Une conséquence importante est que les régions de faible activité sont perturbées par les régions voisines de forte activité, et la quantification dans ces régions est donc problématique.

#### 5.4. comparaison de deux méthodes de tomographie d'émission

Bien que la principale différence entre les deux types de tomo-  
graphie d'émission réside dans l'utilisation de traceurs différents

aux propriétés radioactives et physiologiques très différentes, il est quand même intéressant de comparer leurs performances d'un point de vue strictement physique : résolution, sensibilité. Une telle comparaison a été faite très rigoureusement et est présentée dans [5].

Brièvement, nous pouvons dire que la résolution spatiale pouvant être atteinte en SPECT dans les meilleurs systèmes est d'environ 8 mm aussi bien en axial qu'en transverse, alors que celle-ci est environ de 5 mm dans les systèmes TEP. A titre d'illustration, les images 4 et 5 présentent des coupes de cerveau, respectivement obtenues avec une caméra SPECT, et une caméra PET. La sensibilité de détection est aussi meilleure en tomographie de posi-

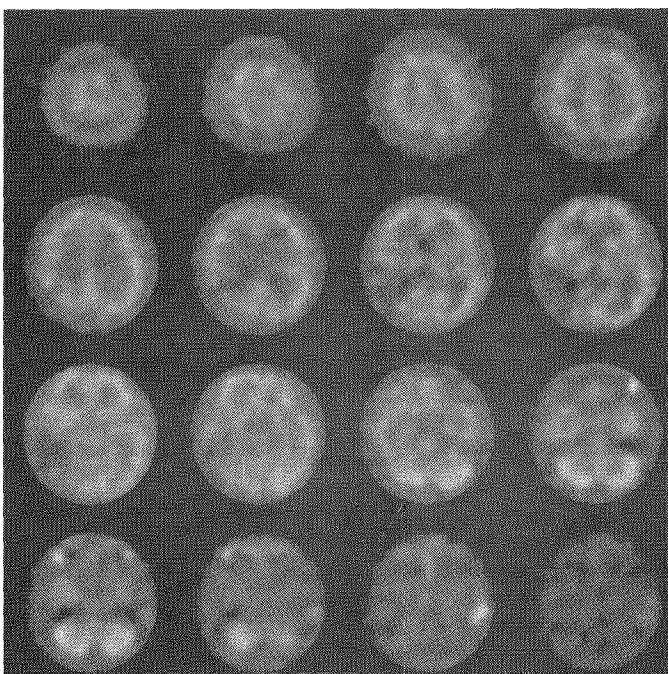


Image 4. – Coupes de cerveau obtenues avec une caméra SPECT ELSINT (Service de Biophysique - CHR Amiens).

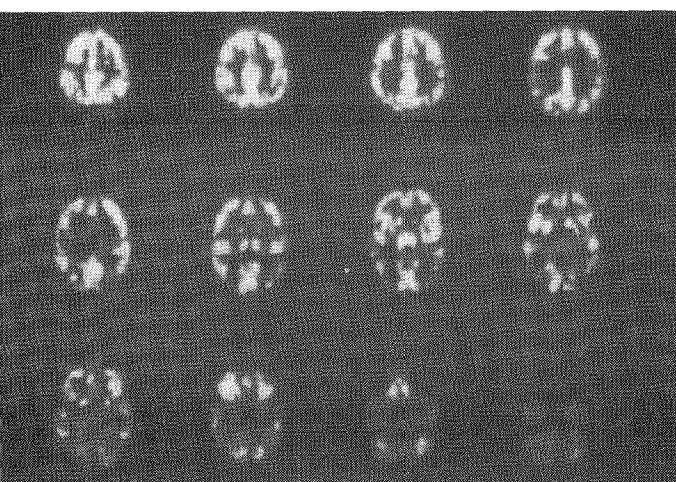


Image 5. – Coupes de fantôme de cerveau enregistrées sur une caméra PET Siemens ECAT au SHFJ à Orsay.

tons, d'un facteur 25 quand on compare la sensibilité des caméras SPECT avec des systèmes TEP 2D, et d'un facteur 100 quand on compare avec des systèmes TEP 3D. Ces différences de sensibilité se traduisent évidemment par des temps d'acquisition plus longs (environ 20 fois) pour un examen SPECT, et des doses reçues beaucoup plus importantes, d'autant plus que les traceurs utilisés en SPECT ont une durée de vie plus longue.

Ces différences s'expliquent en grande partie, par la présence de collimateurs en SPECT, alors que la collimation se fait de façon électronique en PET. Néanmoins, l'apparition de collimateurs coniques en SPECT va permettre d'accroître les performances de ces systèmes, qui sont beaucoup plus utilisés dans le domaine clinique, que les systèmes PET qui sont encore actuellement utilisés essentiellement pour la recherche.

## 6. systèmes de tomographie ultrasonore

La tomographie ultrasonore fait appel, dans une moindre mesure, aux méthodes de reconstruction utilisées en imagerie par rayons X ou en imagerie par émission de positons. Néanmoins, les hypothèses de base, telles que la propagation linéaire ou l'isotropie, ne sont plus justifiées dans grand nombre de situations en ultrasons. Ceci entraîne que les méthodes de reconstruction devront être adaptées à la spécificité des ondes acoustiques. L'objet de cette partie n'est pas d'être exhaustif en ce qui concerne les techniques de reconstruction utilisées en ultrasons mais plutôt d'apporter des éléments d'information dans ce domaine qui, contrairement à la tomographie par rayons X ou par émission de positons, n'est quasiment pas exploité dans la pratique [21].

Les ultrasons présentent une totale innocuité ce qui rend leur utilisation très attrayante en médecine mais également en Contrôle Non Destructif (CND) (contrôle de pièces mécaniques par exemple) où la fréquence des contrôles par un manipulateur est grande. C'est dans le domaine médical que l'imagerie ultrasonore est la plus répandue, elle est appelée échographie. Le principe de l'échographie repose sur la construction d'une image à partir de l'amplitude de l'écho rétrodiffusé. Cependant une telle technique est limitée puisqu'elle utilise seulement une fraction de l'information disponible dans l'onde réfléchie.

### 6.1. principes physiques

L'acoustique est une science ancienne qui continue à évoluer et à innover. Avant d'aborder la tomographie ultrasonore proprement dite, nous rappelons brièvement les principes de base nécessaires à la compréhension des phénomènes mis en jeu lors de

la propagation d'une onde acoustique dans un milieu. L'équation générale de propagation des ondes ultrasonores dans un milieu est non linéaire. Si l'on se place dans un cas simple, il est possible d'écrire cette équation sous une forme linéarisée, nous parlerons dans ces conditions d'acoustique linéaire.

#### 6.1.1. acoustique linéaire

Considérons la propagation d'une onde plane longitudinale dans la direction  $x$ , à travers un milieu homogène, continu, infini, non dissipatif. On fait l'hypothèse de conservation de masse. Soit  $p$  la pression,  $c$  la vitesse du son et  $t$  le temps. En négligeant les effets d'absorption et d'atténuation de l'onde lors de sa traversée, l'équation de propagation dans la direction  $x$  s'écrit :

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 p}{dt^2} \quad (30)$$

La généralisation en 3D donne :

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 p}{dt^2} \quad (31)$$

Cette équation est basée sur le développement à l'ordre 1 de l'équation de la pression acoustique  $p$  exprimée en fonction de la densité du milieu traversé, et sur l'équation de continuité qui s'écrit en 3D :

$$\frac{dp}{dt} = \rho u \quad (32)$$

où  $\rho$  est la densité du milieu et  $u$  la vitesse de déplacement d'une particule soumise à une pression  $p$ .

Par analogie à l'électricité, l'impédance acoustique  $Z$  d'un milieu est définie comme le rapport de la pression acoustique sur la vitesse de déplacement. L'impédance acoustique s'exprime alors comme le produit de la masse volumique par la vitesse de propagation :

$$Z = p/u = \rho c \quad (33)$$

La propagation d'une onde plane à travers une interface est la base de nombreux développements théoriques en acoustique. La loi de transmission/réflexion est analogue de celle de Snell-Descartes en optique géométrique.

Sur la figure 19, le milieu 1 est homogène. Il est défini par sa densité  $\rho_1$  et par la vitesse  $c_1$  de propagation de l'onde dans ce milieu. Si on fait l'hypothèse que l'onde ne perd pas d'énergie lors de sa propagation, cela entraîne que le coefficient d'absorption est nul. Le milieu étant homogène, il n'y a pas de diffusion. On peut alors écrire l'onde de pression incidente sous la forme :

$$p_i = A_i \exp i(\omega t - k_1 x) \quad (34)$$

où  $A_i$  est l'amplitude de l'onde incidente,  $\omega$  est la pulsation et  $k_1$  le nombre d'onde . On rappelle que  $k_1 = \omega/c_1$  . De même le milieu 2 est homogène défini par  $\rho_2$  et  $c_2$ . L'onde transmise s'écrit :

$$p_t = A_t \exp i(\omega t - k_2 x) \quad (35)$$

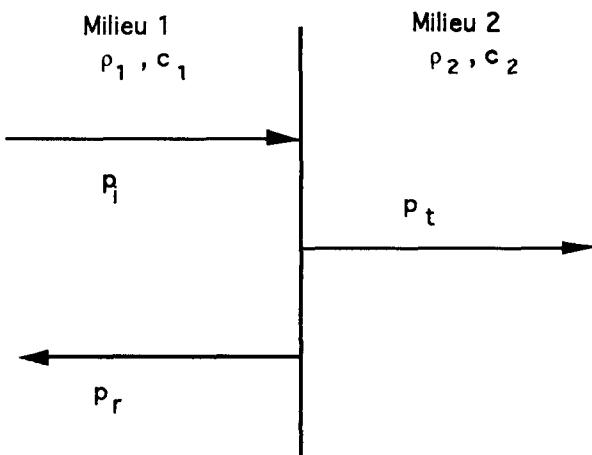


Figure 19. – Onde plane se propageant perpendiculairement à une interface entre deux milieux d’impédances acoustiques respectives  $Z_1$  et  $Z_2$ .

Quand à l'*onde réfléchie*, elle est de la forme :

$$p_r = A_r \exp i(\omega t + k_1 x) \quad (36)$$

Le terme  $+k_1$  traduit une propagation de droite à gauche de l’onde, c’est-à-dire en direction inverse de l’onde incidente en  $-k_1$ . En tenant compte des conditions au niveau de l’interface, il est possible d’expliquer les deux paramètres physiques  $r$  et  $\tau$  suivants. Le *coefficent de réflexion r de la pression* est défini comme le rapport entre onde réfléchie et onde incidente à l’interface :

$$r = A_r/A_i = \frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \quad (37)$$

De même le *coefficent de transmission τ de la pression* est défini comme le rapport entre onde transmise et onde incidente à l’interface :

$$\tau = A_t/A_i = \frac{2\rho_2 c_2}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \quad (38)$$

D’une manière analogue, deux autres grandeurs sont utilisées. Il s’agit du *coefficent de réflexion de l’énergie* (ou intensité) :

$$R = r^2 \quad (39)$$

et du *coefficent de transmission de l’énergie* :

$$T = \tau^2 \frac{Z_1}{Z_2} \quad (40)$$

En combinant (39) et (40) on obtient :

$$R + T = 1 \quad (41)$$

qui est la relation classique entre réflexion et transmission et qui découle directement du principe de conservation de l’énergie.

### 6.1.2. acoustique non linéaire

Si l’on ne fait plus les hypothèses de linéarité précédentes, l’équation de propagation d’une onde plane dans un milieu homogène, non dissipatif est fondamentalement non linéaire. Elle s’écrit :

$$\frac{d^2p}{dt^2} = \frac{c_0^2}{\left(1 + \frac{d\zeta}{dx}\right)^{\frac{B}{A}+2}} \frac{d^2p}{dx^2} \quad (42)$$

ou le rapport  $B/A$  est connu comme le paramètre de non linéarité,  $\zeta$  le déplacement dans la direction  $x$  et  $c_0$  la vitesse de l’onde dans le milieu non perturbé. Pour plus de détails sur l’acoustique non linéaire, le lecteur pourra se reporter à [12].

### 6.1.3. tomographie ultrasonore

La tomographie ultrasonore assistée par ordinateur, bien qu’encore assez marginale aujourd’hui dans la pratique, constitue un domaine actif de recherche. Elle a pour objet la mesure de la distribution spatiale ou volumique d’un ou plusieurs paramètres acoustiques propres au milieu insonifié tels que l’atténuation, l’impédance ou la vitesse de propagation des ondes. Elle peut également donner accès à la température [7] voire même à l’élasticité du milieu. Les paramètres acoustiques dépendent souvent de plusieurs variables. La tomographie ultrasonore quantitative permet, dans une certaine mesure, de caractériser les constituants d’un milieu [68]. On distingue la *tomographie en transmission* et la *tomographie en réflexion*.

La fréquence des ultrasons utilisés peut varier de 200 kHz en tomographie des océans [90] avec un très faible nombre de capteurs (3 à 10), en passant par quelques MHz en Contrôle Non Destructif, jusqu’à 5 voire 7 MHz en tomographie du sein. On peut atteindre 150 MHz en microscopie acoustique.

## 6.2. tomographie ultrasonore en transmission

### 6.2.1. principe

Les paramètres ultrasonores mesurés en tomographie en Transmission, sont l’atténuation et la vitesse [46].

Les images d’atténuation s’appuient sur la mesure de l’amplitude du signal transmis. Comme dans le cas du rayonnement X, on observe que l’atténuation est fonction de la fréquence de l’onde. Quand on est en présence de structures très absorbantes comme l’air (défaut en CND) ou les os (en médecine), cette technique est vite limitée. Les images de vitesse sont obtenues en prenant en compte le temps de vol dans le processus de reconstruction. Des images tomographiques de vitesse et d’atténuation ont été réalisées in vivo sur le sein [54], mais leur valeur diagnostique na pas encore été prouvée.

### 6.2.2. instrumentation

Le principe d'acquisition en transmission est simple. La figure 20 montre le dispositif d'acquisition de base. Il est constitué d'un émetteur, qui peut être un traducteur focalisé à pastille piézoélectrique, et de l'autre côté de l'objet insonifié, un traducteur identique utilisé en mode récepteur. L'information transmise à travers toute la coupe explorée est obtenue en enregistrant une série de signaux par déplacement pas à pas de l'ensemble émetteur/récepteur.

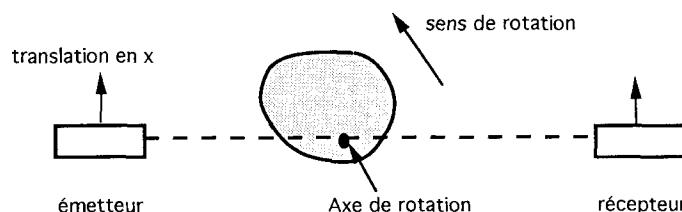


Figure 20. – Principe de l'acquisition en tomographie ultrasonore par transmission.

L'obtention de plusieurs angles de vue se fait par rotation de l'ensemble émetteur/récepteur autour d'un axe de rotation. Des systèmes plus pratiques existent maintenant. L'émission et la réception sont composées respectivement d'une barrette d'éléments piézoélectriques. L'acquisition de la série de signaux relative à une coupe se fait sans déplacement mécanique par balayage électronique des éléments. De tels systèmes sont commercialisés (Société Microcontrôle par exemple). Le manque de fidélité des reconstructions aux phénomènes de réfraction et de diffraction fait que de tels systèmes ne sont cependant pas utilisés en routine ni en médecine ni en CND. Quelques autres dispositifs expérimentaux orientés 3D existent, mais sont généralement exemplaire unique et sont la propriété de laboratoires de recherche. L'acquisition d'informations 3D se fait généralement par déplacement mécanique d'un système à barrettes.

### 6.2.3. phénomène de réfraction

Les images d'atténuation, en particulier, sont très affectées par le phénomène de réfraction. En effet, les acquisitions sont basées sur l'hypothèse d'un trajet rectiligne des ultrasons, les traducteurs émetteur/récepteur étant placés face en face (figure 20). En pratique, la propagation dans un milieu inhomogène se fait selon une trajectoire courbe, ce qui entraîne que la majeure partie de l'énergie n'atteint pas le récepteur. Ceci entraîne que l'énergie non recueillie est perdue et donc non utilisée lors de la reconstruction. Ce phénomène est d'autant plus important que le milieu traversé est hétérogène. Diverses solutions technologiques peuvent être apportées pour pallier partiellement ces défauts. On mentionnera l'augmentation de surface du récepteur (au détriment de la résolution spatiale) ou l'utilisation de plusieurs éléments en réception disposés linéairement ou sur une surface. Un exemple de coupe tomographique reconstruite à partir de données acquises sur un

système ultrasonore en transmission est présenté sur l'image 6. Il s'agit d'un fantôme cylindrique comportant une série de trous cylindriques de diamètres compris entre 1 et 4 mm.



Image 6. – Coupe d'un fantôme en alginate réalisé à l'« Institut für Biomedizinische Technik », université de Stuttgart (M.T. Nguyen, U. Faust) et reconstruit par S. Mensah (Société Digilog) à partir de données de réflexion acquises au laboratoire de Mécanique de Marseille (J.P. Lefèvre).

Les images de vitesse sont moins sensibles aux effets de la réfraction car elles sont calculées à partir de l'information de temps de vol qui peut provenir d'un seuillage simple des échos. Si l'amplitude des échos est suffisante, alors le temps de vol mesuré ne sera pas trop différent de la valeur vraie. Les reconstructions de vitesse seront donc généralement plus précises que celle d'atténuation.

### 6.2.4. spécificité algorithmique

La Reconstruction des tomogrammes ultrasonores peut s'effectuer en deux étapes. Une solution initiale est obtenue par une méthode de reconstruction de type « Rayons X », puis cette solution est affinée progressivement dans un processus itératif.

*Solution initiale :* à l'aide d'une méthode analytique (Partie A) lorsque le nombre de vues est grand, algébrique (Partie B) ou statistique (Partie C) pour un faible nombre de vues, il est possible d'obtenir une première solution approchée. Dans ce cas, on fait l'hypothèse d'un trajet rectiligne des ultrasons, ce qui se traduit par des artefacts très typiques dans l'image reconstruite, sous la forme de traits droits tangents aux interfaces et traversant l'ensemble du tomogramme.

*Solution finale :* à partir de la solution initiale, on met en œuvre un processus itératif selon deux approches différentes.

Le premier type d'approche consiste à corriger la solution initiale en utilisant de manière itérative des trajets de propagation courbes [62]. Ceci est possible si l'on néglige la diffraction et que la réfraction reste assez faible. Différents algorithmes ont été proposés, on mentionnera la méthode par lancer de rayons [111], une comparaison de différents algorithmes algébriques en terme de vitesse de convergence et de stabilité [30], une approche également algébrique mais qui prend en compte la discontinuité [3] et celle par perturbation locale [93].

Le deuxième type d'approche consiste à prendre en compte la diffraction en choisissant soit l'approximation de Born, qui fait l'hypothèse d'un rayonnement diffusé faible, soit celle de Rytov qui considère de petites variations de l'indice de réfraction.

### 6.3.2. instrumentation

Le traducteur est généralement utilisé successivement en émetteur et en récepteur. L'obtention des différents points de vue se fait par rotation du traducteur autour de la cible. Ici le traducteur émet un faisceau conique, mais un traducteur émettant un faisceau parallèle peut également être utilisé. Il existe des traducteurs capables d'acquérir une succession de plans échographiques selon une géométrie multi-éventail (cone beam). Des recherches sur la technologie des traducteurs matriciels sont en cours. On mentionnera également les nouveaux matériaux souples contenant des réseaux d'éléments sensibles capables d'émettre ou de recevoir selon des géométries surfaciques quasi-quelconques.

### 6.3.3. spécificité algorithmique

Des méthodes exactes de résolution du problème inverse par approche analytique ont été proposées. On notera une première étude dans laquelle l'absorption des ultrasons est négligée [92] mais les coefficients de compressibilité et de densité varient, une seconde étude [13] qui considère une absorption uniforme et dispersive pour une compressibilité variable. Il s'agit dans ce cas d'inverser l'équation intégrale de Fredholm de 1<sup>re</sup> espèce. La technique néglige le bruit et nécessite un angle de vue de  $4\pi$ . Ceci signifie que le champ acoustique est mesuré sur une surface fermée englobant l'objet. Cette approche présente l'avantage de permettre la prise en compte de l'atténuation en fonction de la fréquence et la dispersion de la vitesse. Une approche de reconstruction de tomographie d'impédance par linéarisation du problème inverse est détaillée dans [76].

L'un des principaux intérêts de la tomographie en réflexion par rapport à la tomographie en transmission, est la rapidité des acquisitions. Si l'on modifie astucieusement la forme du signal émis, il est possible de simplifier la reconstruction en s'affranchissant notamment du filtrage avant épandage comme le montre [89] pour une application en CND.

En tomographie ultrasonore, un certain nombre de simplifications, comme la propagation rectiligne ou l'isotropie, ne sont plus valables dans de nombreuses situations. De plus, l'existence d'un bruit d'interférence ou « speckle », particulièrement intense dans les milieux biologiques, augmente encore la difficulté. Les phénomènes d'atténuation et de diffusion des ondes ne peuvent plus être ignorés si l'on désire obtenir des reconstructions de qualité suffisante pour être utiles. Enfin, les phénomènes d'interaction des ultrasons avec la matière sont complexes quand le milieu est hétérogène et de toute évidence pas encore parfaitement maîtrisés.

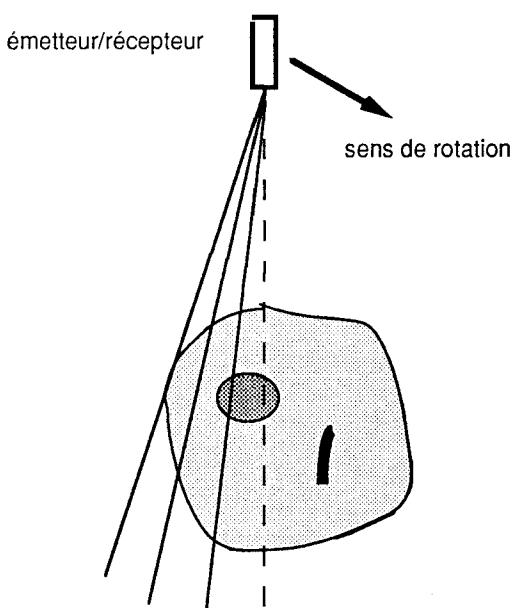


Figure 21. – Principe de l'acquisition en tomographie ultrasonore par réflexion.

## 7. introduction aux méthodes de reconstruction 3D

### 7.1. nature du problème

Nous avons vu que la tomographie d'émission, qui comprend deux composantes, la tomographie à un seul photon et la tomographie d'émission de positons, suit les mêmes évolutions que la tomographie de transmission. Les premiers systèmes opéraient essentiellement la reconstruction coupe par coupe. Récemment, il apparaît des systèmes avec de nouvelles géométries d'enregistrement opérant directement en 3D en géométrie conique. Autant pour la tomographie de transmission que pour la tomographie d'émission, il convient donc de développer des algorithmes de reconstruction adaptés à ces enregistrements 3D.

Au niveau du problème physique, la tomographie par rayons X aux approximations près discutées plus haut, se prête directement à une modélisation basée sur une propagation en ligne droite. Il en est de même pour la tomographie par émission, lorsque l'on néglige le phénomène d'atténuation. En ce qui concerne la tomographie ultrasonore, la modélisation par une propagation en ligne droite peut donner une approximation de l'objet. La reconstruction fait donc appel dans les différents cas à un problème inverse qui peut donc à peu près être posé dans les mêmes termes.

Avant de chercher à inverser le problème, il est naturel de se demander si le problème de la reconstruction à partir de projections est bien ou mal posé. D'après la littérature, il apparaît que les problèmes de conditionnement ne sont pas trop cruciaux en reconstruction tomographique à partir d'un ensemble complet de données [91]. Toutefois lorsque l'angle de vue est limité, le problème peut devenir sévèrement mal posé [25]. La nature du problème est fonction de la décroissance vers 0 des valeurs singulières de l'opérateur. La décomposition spectrale de la Transformation de Radon 2D a été étudiée dans [80] [25] [82]. Cet opérateur étant compact, son inverse n'est pas borné et son conditionnement est infini. Louis [82] a alors proposé une mesure du conditionnement ne prenant en compte qu'un nombre fini de valeurs singulières. Il observe que les valeurs singulières se trouvent quasiment réparties en deux groupes : dans l'un des groupes, chaque valeur singulière est proche de la valeur obtenue pour un ensemble complet de données, et dans l'autre elles sont proches de zéro. Le deuxième groupe qui est d'autant plus important que les données sont incomplètes traduit le mauvais conditionnement du problème. Toutefois on voit qu'il sera possible de reconstruire les composantes de l'image liées aux fonctions singulières associées aux valeurs singulières du premier groupe. Il n'existe pas à notre connaissance d'études du conditionnement du problème spécifique au cas 3D.

En plus des problèmes de conditionnement intrinsèques à la Transformation de Radon, une difficulté supplémentaire est liée à l'ensemble des phénomènes physiques qui éloignent les projections du modèle de Radon. Comme nous l'avons vu dans les paragraphes précédents, ceci est d'autant plus important en tomographie par émission et par ultrasons. Par exemple, en tomographie par émission, du fait de l'autoabsorption, certaines projections sont très atténues et aboutissent à des enregistrements de données incomplètes. D'autre part, le bruit est beaucoup plus important qu'en tomographie de transmission. Ces limitations rendent le problème de reconstruction encore plus mal conditionné. En tomographie par rayons X, des contraintes liées aux temps d'acquisition par exemple, dans le domaine industriel, ne permettent l'acquisition que de quelques projections ( $< 8$ ) très bruitées. Il en est de même lorsque l'on cherche à reconstruire un objet en mouvement (par exemple, le cœur, dans le domaine médical). Dans ces différents cas particuliers, les méthodes de reconstruction 3D devront donc être adaptées pour corriger ou tenir compte des approximations, et inclure des techniques de régularisation pour éviter les instabilités dues au mauvais conditionnement du problème inverse et au bruit dans les données.

La littérature relative à la reconstruction d'images tomographiques, 2D ou 3D, est à la fois très abondante et très redondante. Des techniques similaires ont été proposées et mises en œuvre indépendamment, par différents auteurs et dans différents domaines, pour différentes applications. Dans les années 80, les méthodes de reconstruction 2D étaient généralement classées en deux types : les méthodes analytiques [77], et les méthodes algébriques [19]. Les premières considéraient une approche continue au problème pour lequel une formule d'inversion analytique était recherchée, alors que les secondes considéraient une approche discrète au problème alors traité comme l'inversion d'un système linéaire. Cette même classification peut être reprise pour le problème de la reconstruction 3D [99]. Toutefois plus récemment, les méthodes se sont diversifiées et ont pu profiter de l'évolution des outils de modélisation en traitement d'images et en vision artificielle, pour apporter des solutions en particulier dans des cas dégénérés (nombre de vues très faible, données bruitées). Nous avons ainsi étendu la classification à quatre classes de méthodes : les méthodes analytiques, algébriques, statistiques, et structurelles. Si les deux premiers groupes restent identiques, nous appellerons « méthodes statistiques » les méthodes reposant sur une modélisation probabiliste des données et/ou des solutions, et « méthodes structurelles », les méthodes basées sur un modèle plus descriptif des solutions, se rapprochant des techniques utilisées en vision. Comme toute classification, celle-ci peut bien entendu être discutée, car il est toujours difficile de mettre des frontières entre différentes techniques. Toutefois, elle a été retenue pour illustrer les activités des différentes équipes dans le domaine au niveau du Groupe de Recherche CNRS « Traitement du Signal et des Images » (GdR TDSI). Celles-ci sont présentées dans les fiches techniques accompagnant cet article. Nous précisons dans les paragraphes suivants la définition et l'évolution de chaque classe de méthodes.

## 7.2. différents types de méthodes

### 7.2.1. méthodes analytiques

Les méthodes analytiques sont basées sur une modélisation continue du problème direct, exprimée par les relations (6) dans le cas 2D, et (11) dans le cas 3D. La solution est généralement recherchée sous la forme d'une fonction continue d'un espace de Hilbert, sur laquelle on est conduit à faire éventuellement des hypothèses supplémentaires, et s'exprime par une formule d'inversion analytique. Le caractère discret de l'image reconstruite et des données n'est pris en compte que pour l'approximation de la formule d'inversion.

Etant donné leur principe, les méthodes analytiques prennent explicitement en compte la géométrie d'acquisition (type de projection et trajectoire de la source). La plupart des formules d'inversion ont tout d'abord été développées dans le cas 2D ou 3D pour des géométries d'acquisitions parallèles. Les premières formules d'inversion 3D en géométrie parallèle peuvent être trouvées dans [126] [95] [96].

Dans le cas 2D continu, il y a identité entre les données acquises en géométries parallèle et divergente, propriété qui a, dans un premier temps, été exploitée pour proposer des algorithmes fonctionnant à partir de projections divergentes après réorganisation des données. En revanche, dans le cas 3D continu, et d'une trajectoire circulaire, il n'y a identité entre les données acquises en géométries parallèle et divergente, que si la source se déplace sur la surface d'une sphère.

Dans ce cas, la reconstruction 3D peut être effectuée après réorganisation des projections coniques en projections parallèles en utilisant un algorithme de rétroprojection filtré (fiche A4). Toujours dans le cas d'une acquisition sphérique, des formules d'inversion mathématiques à partir des projections coniques ont été développées dans [51] ou [114] mais ne se prêtent pas facilement à une implémentation. Deux formules d'inversion exactes dans le cas d'une acquisition sphérique, et applicables directement sur les projections coniques, sont présentées dans les fiches de synthèse : l'une généralise l'algorithme de rétroprojection filtré (fiche A1), l'autre l'algorithme par filtrage de la rétroprojection (fiche A2).

Lorsque la source se déplace sur une orbite circulaire, il n'y a plus identité entre les données parallèles et divergentes. Une solution approchée pour la reconstruction a été obtenue en négligeant partiellement la divergence du faisceau (fiche A3). Une seconde approche consiste à utiliser l'algorithme de rétroprojection filtrée à partir des projections coniques (fiche A5). Enfin, différents auteurs ont proposé un schéma d'inversion basé sur l'inversion de la transformation de Radon 3D, qui doit alors être approchée par une sommation de certains des rayons des différentes projections coniques (fiche A6).

Lorsque l'on envisage des trajectoires autres qu'un simple cercle, des formules d'inversion exactes associées à des conditions sur la trajectoire peuvent être démontrées [113]. En particulier,

si presque tous les plans passant par l'objet coupent la trajectoire au moins une fois, la méthode basée sur l'inversion de la transformée de Radon est exacte [114] [44]. Ces travaux rejoignent également ceux développés par Tuy [125], qui propose une condition similaire mais formulée de façon différente, et développe une formule de reconstruction obtenue à partir de l'inversion de la Transformée de Radon 3D. Tuy met en évidence la possibilité d'appliquer sa méthode lorsque la source décrit deux circonférences orthogonales. Des développements plus récents examinant des possibilités de trajectoires non circulaires peuvent être trouvés dans [100] [29] [72] [128].

D'une façon générale, les méthodes analytiques supposent par principe, une trajectoire d'acquisition complète et avec un nombre suffisant de données (grand nombre de projections, bon échantillonnage des projections). Dans ces conditions, elles donnent de bons résultats et sont préférées aux autres en raison de leur rapidité. En revanche, lorsque l'on a, soit un faible nombre de vues, soit des données très bruitées, ces algorithmes produisent des images avec un grand nombre d'artefacts, se révèlent peu robustes et il est préférable d'utiliser d'autres méthodes. Les techniques de régularisation sont généralement abordées dans les méthodes analytiques par l'utilisation de filtres appropriés, et ont un effet stabilisateur en présence de données bruitées [28].

### 7.2.2. méthodes algébriques

Ces méthodes diffèrent des méthodes analytiques, car elles prennent en compte dans leur formalisme le caractère discret des données, les détecteurs utilisés ayant le plus souvent une résolution finie. Ces données, que nous noterons  $p_j$  peuvent s'écrire sous la forme :

$$p_j = Rf(r, \theta)_j \quad (43)$$

où  $(r, \theta)_j$  sont respectivement la distance et le vecteur de direction associés à la mesure  $j$ , et  $R$  l'opérateur de Radon.  $j$  varie de 1 à  $m$ , où  $m$  est le nombre total de mesures de projections.

D'autre part, la fonction objet  $f(x, y, z)$  est elle même décomposée sur une base finie de  $n$  fonctions de carré sommable  $h_i(x, y, z)$ , soit :

$$f(x, y, z) = \sum_{i=1}^n f_i h_i(x, y, z) \quad (44)$$

En regroupant (43) et (44), nous pouvons obtenir une relation linéaire reliant les mesures aux coefficients de  $f$ , soit :

$$p_j = \sum_{i=1}^n f_i R h_i(r, \theta)_j, \quad j \text{ variant de 1 à } m \quad (45)$$

L'ensemble des relations (45) peut s'écrire de façon matricielle :

$$\mathbf{p} = \mathbf{Xf} \quad (46)$$

où  $\mathbf{p}$  est le vecteur de  $m$  composantes regroupant les mesures,  $\mathbf{f}$  est un vecteur à  $n$  composantes  $f_i$  et  $\mathbf{X}$  une matrice  $m \times n$  dont les coefficients  $X_{ij}$  sont égaux à :

$$X_{ij} = R h_i(r, \theta)_j \quad (47)$$

Cette expression signifie que  $X_{ij}$  est la mesure de projection n° $j$  de la fonction de base  $h_i$ .

La reconstruction se ramène à l'inversion d'un système linéaire. Cependant, de nombreuses difficultés se posent pour la résolution directe de ce système :

- le nombre de variables et de données obtenues est très grand (jusqu'à  $512^2$  en tomographie 2D ou  $512^3$  en 3D),
- le système est très souvent mal conditionné et  $X$  possède des valeurs singulières très faibles [53],
- le système (47) n'est souvent pas consistant dans le cas réel, à cause du bruit.

Malgré ces difficultés, les méthodes algébriques possèdent un certain nombre d'avantages par rapport aux méthodes analytiques. Le formalisme utilisé est très général, et peut donc s'appliquer à tous types de géométrie (angle limité, faisceau divergent, 3D) et permet de pouvoir prendre en compte un certain nombre de phénomènes physiques en modifiant l'opérateur  $R$  (par exemple, tenir compte des effets de collimation ou d'autoabsorption). Elles permettent donc l'introduction d'informations sur le système d'enregistrement et aussi sur la solution, via l'utilisation d'opérateurs de contraintes.

Les fonctions de base les plus couramment utilisées sont les fonctions indicatrices des pixels carrés en 2D (cf. figure 22.a) c'est-à-dire  $h_i = 1$  sur le pixel  $i$ , et 0 ailleurs, soit des voxels cubiques en 3D (cf. figure 22.b). Comme l'indique la figure 22, chaque ligne de la matrice  $X$  correspond à un rayon de projection, et le coefficient  $X_{ij}$  représente la longueur d'intersection du  $j$ ème rayon avec le pixel (voxel)  $i$ . Dans ce cas-là, la matrice  $X$  est creuse, puisqu'un rayon de projection rencontre un nombre de pixels (voxels) de l'ordre de  $N$ , où  $N$  est le nombre de pixels (voxels) dans une dimension.

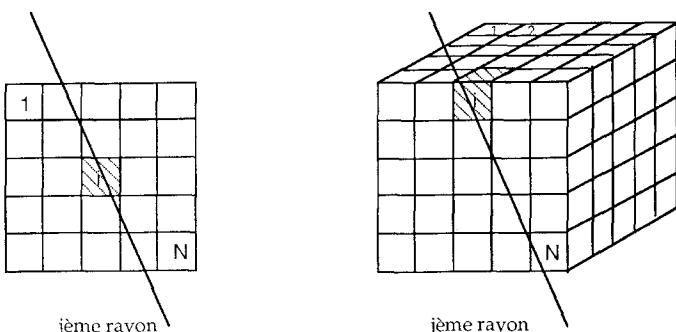


Figure 22. – Discréttisation de  $f$  - a) en 2D, b) en 3D.

La reconstruction tomographique se ramenant à l'inversion d'un système linéaire, celle-ci peut se faire par les méthodes d'inversion classiques (inverses généralisés) ou méthodes de régularisation pour tenir compte du mauvais conditionnement du problème.

Les méthodes algébriques les plus couramment utilisées sont des méthodes d'inverse généralisé adaptées à la forme particulière de

l'opérateur de Radon, et sont itératives à cause du grand nombre de données.

Les méthodes itératives les plus employées sont les méthodes de type ART (Algebraic Reconstruction Technique) (cf. fiches B1 à B4). Elles sont basées sur les méthodes de Kaczmarz [118], et consistent à évaluer pour chaque itération l'action d'une ligne de la matrice sur  $f$ . Ces méthodes sont donc particulièrement adaptées aux matrices creuses (voir fiche B1). De nombreuses variantes ont été proposées permettant d'éviter les instabilités et les difficultés de convergence de ces méthodes. Une de ces variantes, la méthode ART4 permet d'introduire une régularisation avec contrainte quadratique pour assurer la convergence de l'algorithme vers une solution de norme minimale [55, p 192].

L'extension au 3D pose des problèmes de temps de calcul et de stabilité. Les fiches B2 et B3 proposent des modifications permettant d'accélérer le temps de calcul. Dans la fiche B3, l'introduction d'une contrainte sur le support estimé par des techniques de multirésolution, permet à la fois d'optimiser le temps de calcul, et de régulariser le problème inverse en limitant le nombre de variables. La fiche B4 décrit une application de la méthode de Kaczmarz à un cas particulier d'imagerie, qui est celui de la reconstruction à partir de sources codées.

Les autres types de méthodes employées sont des méthodes qui consistent à trouver une solution qui minimise un critère quadratique. Ces méthodes sont désignées sous le sigle SIRT (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique), du nom de la première méthode de ce type proposée (voir fiche B5). On peut montrer (fiche B5 et [55]) que la minimisation du critère quadratique défini plus haut peut se ramener à la résolution d'un système  $x = Pu$ , où  $P$  est un opérateur de projection, et que des méthodes itératives type Richardson peuvent être appliquées. Elles nécessitent à chaque itération de considérer l'influence de tous les rayons sur un pixel (d'où la désignation SIRT) contrairement à l'ART.

Une difficulté des méthodes itératives est de trouver un critère d'arrêt. Souvent, étant donné le mauvais conditionnement du système, la poursuite des itérations aboutit à des résultats très bruités, et le plus souvent le processus est arrêté après un petit nombre d'itérations, ce qui revient en quelque sorte à une régularisation de l'inversion. Des méthodes permettant de choisir le nombre d'itérations de façon optimale ont été proposées par De-Brise [28].

Les fiches B6 et B7 présentent des méthodes de reconstruction, où les fonctions de base ne sont plus des voxels, mais des fonctions adaptées soit à la symétrie de l'opérateur de Radon (fiche B6), soit dépendant directement de la géométrie d'enregistrement. Les fonctions utilisées dans B6 ont été introduites pour des reconstructions 3D et sont de forme annulaire, ce qui permet pour certaines géométries de pouvoir inverser  $X$  en la diagonalisant par blocs. La méthode dite de pixels naturels proposée par Buonocore introduit des fonctions de base, qui traduisent directement la géométrie d'enregistrement. Ceci permet d'établir un formalisme rigoureux entre des fonctions continues et des données discrètes,

et évite ainsi des erreurs d'interpolation dues à la discréétisation. Ces méthodes sont des adaptations à la tomographie des méthodes de moment [88]. Une généralisation de cette méthode pour introduire des informations a priori est décrite dans B7.

D'autres techniques de reconstruction algébrique proposées dans la littérature ne sont pas décrites dans les fiches. Parmi celles-ci, certaines sont basées sur des techniques de régularisation déterministe. Ainsi Girard [42] a présenté une méthode de régularisation avec contrainte de douceur, et développé une méthode rapide pour estimer le paramètre de régularisation optimal. Une décomposition en valeurs singulières a été utilisée pour la tomographie d'émission. Enfin une inversion par utilisation d'un gradient conjugué avec contrainte de support est décrite dans [67].

### 7.2.3. méthodes statistiques

L'apparition de méthodes algébriques pour la reconstruction tomographique a permis d'introduire des contraintes sur les solutions obtenues et de pouvoir tenir compte de tout type de géométrie d'enregistrement. Malheureusement, comme nous l'avons vu précédemment, elles convergent le plus souvent vers des solutions de moindres carrés, ce qui suppose implicitement un bruit gaussien sur les données, et permet de ne réaliser que des régularisations ou filtres linéaires sur  $f$ .

Les méthodes statistiques considèrent  $p$ , et parfois  $f$ , comme des variables aléatoires, auxquelles on affecte une loi de probabilité traduisant les incertitudes que l'on a sur les données (bruit, erreur de modélisation) et aussi sur  $f$  (dans le cas de modèles bayésiens).

Les méthodes statistiques ont historiquement été introduites en tomographie d'émission pour tenir compte du bruit poissonien [112]. Dans ces méthodes, les données  $p_i$  sont considérées comme des variables aléatoires, indépendantes entre elles et distribuées selon la loi de poisson  $P(p_i, f)$  de paramètre  $\bar{p}_i(Xf)_i$  soit :

$$P(p_i, f) = \frac{[(Xf)_i]^{p_i} \exp[-(Xf)_i]}{p_i!} \quad (48)$$

Shepp prenait comme solution la distribution  $\hat{f}$  qui maximisait la loi de probabilité  $P(p, f)$ , soit :

$$\hat{f} = \max_f \prod_{i=1}^M \frac{[(Xf)_i]^{p_i} \exp[-(Xf)_i]}{p_i!} \quad (49)$$

estimée à l'aide d'un algorithme EM (Expectation Maximisation). Une adaptation de la méthode a été proposée pour la tomographie de transmission [74].

L'algorithme EM converge vers un minimum local de la vraisemblance, et est le plus souvent très instable. Ainsi, le processus d'itérations est souvent arrêté après quelques itérations pour régulariser l'inversion.

Une approche beaucoup plus fructueuse est d'utiliser une formulation bayésienne, qui permet de régulariser en introduisant des informations a priori sur  $f$ .  $f$  est alors considérée également

comme un champ aléatoire distribué selon la loi de probabilité  $P(f)$ .

Connaissant  $P(f)$  et la loi conditionnelle  $P(p/f)$  donnée par la loi de bruit associée aux données, la probabilité  $P(f/p)$  s'obtient par la règle de Bayes :

$$P(f/p) = \frac{P(p/f) P(f)}{P(p)} \quad (50)$$

Pour trouver une solution unique déduite de cette loi de probabilité, différents estimateurs peuvent être utilisés. Le plus employé est le MAP (Maximum A Posteriori), qui maximise  $P(f/p)$ .

Les méthodes bayésiennes utilisées en tomographie diffèrent par le modèle de bruit considéré (gaussien ou poissonien), et par la forme de l'a priori  $P(f)$ . Ainsi quand le modèle de bruit est supposé gaussien, et que  $f$  est distribuée selon une loi gaussienne, la solution MAP est celle qui minimise la variance de l'estimateur de moindres carrés (cf. fiche C1 et [52]), et dans ce cas là, le MAP peut être obtenu par l'inversion d'un système linéaire. On revient donc, dans ce cas précis, au même problème que celui obtenu par une démarche purement algébrique et déterministe (explicitée dans les fiches B5 et B7).

La fiche C4 présente une méthode de reconstruction bayésienne où l'a priori  $P(f)$  est à maximum d'entropie. Récemment une extension importante de l'utilisation des méthodes bayésiennes en tomographie a été faite grâce aux travaux de Geman et Mac-Lure [39], qui ont introduit dans  $P(f)$  une modélisation par champs de Markov. L'introduction de cette modélisation permet de régulariser la solution tout en préservant les discontinuités. La fiche C4 présente une telle méthode adaptée à la reconstruction d'objets présentant plusieurs « matériaux ou classes » bien contrastés auxquels sont associées des étiquettes (par exemple os et tissus mous pour la tomographie  $X$ ). Dans ces modélisations, les contraintes introduites sont non linéaires, le calcul du MAP nécessite donc des algorithmes stochastiques (recuit simulé, échantillonneur de Gibbs). Pour des raisons de temps de calcul, des algorithmes sous-optimaux et déterministes comme l'algorithme ICM sont employés [47] (voir fiches C4 et C5).

Les fiches C6 et C7 présentent des méthodes de reconstruction à partir d'un nombre très restreint de projections, et sont le plus souvent appliquées à des reconstructions en angiographie. L'objet est alors modélisé a priori par un ensemble de fonctions (fonctions cylindriques dans la fiche C6 et sections binaires dans la fiche C7).

Récemment, sont apparus dans la littérature des travaux, où des informations a priori sur l'anatomie du patient étaient introduites pour la reconstruction tomographique d'exams SPECT ou TEP [75] et [41]. Cette prise en compte se fait via une modélisation par champs de Markov de  $f$ , où l'apparition de discontinuités entre régions est d'autant plus probable qu'elles se trouvent sur un contour d'organes. La modélisation bayésienne permet ainsi de réaliser une fusion d'informations complémentaires obtenues par différents moyens d'imagerie.

#### 7.2.4. les méthodes structurelles

Enfin le dernier groupe (fiches D) correspond à des méthodes particulières, « *les méthodes structurelles* ». On ne recherche alors que des « structures » des objets d'intérêt; par exemple on reconstruira un ensemble de points, des contours ou des surfaces. Ces méthodes utilisent le plus souvent des considérations géométriques (fiches D1 et D2). Des techniques issues de la théorie des graphes (fiche D3) ont également été employées, ainsi que, dans le cadre de la reconstruction de vaisseaux sanguins, des approches inspirées de la vision artificielle (fiche D4). En ce qui concerne la reconstruction de contours, une nouvelle méthode basée sur les propriétés locales de la transformée de Radon a été proposée par Louis [83].

## 8. conclusion

Dans cet article, nous avons présenté les principes de base de la tomographie assistée par ordinateur, et décrit en particulier les systèmes d'acquisition en tomographie par rayons *X*, et par émission. Il en ressort que la tomographie d'émission, qui comprend deux composantes, la tomographie à un seul photon et la tomographie d'émission de positons, suit les mêmes évolutions que la tomographie de transmission. Si les premiers systèmes opéraient essentiellement en coupe par coupe, il apparaît depuis quelques années des systèmes avec de nouvelles géométries d'enregistrement opérant directement en 3D en géométrie conique. Autant pour la tomographie de transmission que pour la tomographie d'émission, il devient donc nécessaire de développer des algorithmes de reconstruction adaptés à ces enregistrements 3D.

Bien que les idées relatives au « 3D » datent déjà des années 80, période à laquelle a commencé à se développer le DSR de la Mayo Clinic, ce type d'imagerie s'est imposé assez lentement. Il commence seulement maintenant à toucher un secteur plus large, aussi bien médical qu'industriel. A cela nous voyons deux raisons, l'une plutôt d'ordre « psychologique », l'autre technologique. D'une part, l'introduction du « 3D » dans le domaine médical suscite depuis un certain nombre d'années des débats passionnés, certains y trouvant un réel avantage par rapport à l'imagerie traditionnelle 2D, d'autres n'y voyant qu'un gadget superflu. Il est vrai que l'acceptation du « 3D » dans la routine médicale, de même d'ailleurs que l'exploitation des images numériques, amènent les médecins à bouleverser leur habitudes de pensées et de travail. Toutefois les premiers tests encourageants faits en milieu clinique avec des appareils 2,5 D (stéréo) ou 3D, permettent de penser que ces techniques ne vont faire que se développer. D'autre part, cette acceptation du 3D va de paire bien sûr avec les progrès technologiques. En particulier, l'évolution des systèmes d'acquisition a nécessité et nécessite encore des progrès au niveau des détecteurs, notamment bidimensionnels. Par ailleurs, la reconstruction et l'exploitation des images 3D supposent des systèmes

informatiques puissants aussi bien au niveau capacité de stockage, que puissance de calculs. Les recherches touchant les architectures des machines et la parallélisation d'algorithmes trouvent ici une application privilégiée. Enfin, au niveau des méthodes de reconstruction, il faut produire des algorithmes efficaces (en temps de calcul), bien adaptés aux différents problèmes rencontrés, ou fonctionnant dans des conditions dégénérées (faible nombre de vues, faible statistique, données manquantes...). L'évolution méthodologique au niveau du traitement du signal et de l'image, s'oriente vers la prise en compte de nouveaux modèles (multirésolution, champ de Markov, non linéaire...), et vers l'exploitation des techniques de fusion afin d'exploiter pleinement les apports complémentaires des différentes modalités.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] R. Allemand, C. Gresset, J. Vacher, « Potential advantages of a cesium fluoride scintillator for a time of flight positron camera », *J. Nucl. Med.*, 1980, 21, p. 153-155.
- [2] R.E. Alvarez, A. Macovski, « Energy selective reconstructions in X-Ray computerized tomography », *Phys. Med. Biol.*, 1976, vol. 21, p. 733-744.
- [3] A.H. Andersen, « Ray tracing for reconstructive tomography in the presence of object discontinuity boundaries : A comparative analysis of recursive schemes », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 89, n°2, 1991.
- [4] H.O. Anger, « Radioisotope cameras », *Instrumentation in Nuclear Medicine*, 1967, vol. 1. New York, Academic, p. 485-552.
- [5] D.L. Bailey, F. Zito, M.C. Gilardi, A.R. Savi, F. Fazio, T. Jones, « Performance comparison of a state-of-the-art neuro-SPECT scanner and a dedicated neuro-PET scanner », *Eur J Nucl Med*, 1994, vol. 21, pp. 381-387.
- [6] H.H. Barrett, S.K. Gordon, R.S. Hershel, « Statistical limitations in transaxial tomography », *Computer in Medecine and Biology*, 1977, vol. 6, p. 307.
- [7] I. Basarab-Horwath, M.M. Dorozhovets, « Measurement of the temperature distribution in fluids using Ultrasonic Tomography », *IEEE Ultrasonic Symposium*, Cannes, 1994, p. 224.
- [8] A. Bellini, M. Piacentini, C. Cafforio and F. Rocca, « Compensation of tissue absorption in emission tomography », *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1979, ASSP-27, p. 213-218.
- [9] B. Bendriem, F. Soussaline, R. Campagnolo, « A technique for the correction of scattered radiation in a PET system using time of flight information », *J. Comput. Assist. Tomogr.*, 1986, vol. 10, p. 287-295.
- [10] B. Bendriem, R. Trebossen, V. Frouin, A. Syrota, « A PET scatter correction using simultaneous acquisitions with low and high lower energy thresholds », *Proceedings of the IEEE Medical Imaging Conference*, San Francisco, 1993, vol. 3, pp. 1779-1783.
- [11] M. Bergstrom, L. Eriksson, C. Bohm, G. Blomquist, J. Litton, « Correction for scattered radiation in a ring detector positron camera system for reconstruction tomography of the brain », *J. Comput. Assis. Tomogr.*, 1983, vol. 7, p. 42-50. [12] R.T. Beyert, *Non linear Acoustics*, Ed. Department of the Navy, 405 pages, 1974.
- [13] J.M. Blackledge, M.A. Fiddy, S. Leeman, L. Zapalowski, « Three dimensional imaging of soft tissue with dispersive attenuation », *In Acoustical Acoustical Imaging*, vol. 12, Ash E.A. and Hills C. R. Eds., 1982, p. 423-433.
- [14] U. Bonse, R. Nusshardt, F. Busch, R. Pahl, J.H. Kinney, Q.C. Johnson, R.A. Saroyan, M.C. Nichols, « X ray tomographic microscopy of fiber reinforced materials », *Journal of Materials Science*, 1991, n°26, p. 4076-4085.
- [15] D.P. Boyd, R.C. Gould, J.R. Quinn, R. Sparks, J.M. Stanley and W.B. Hermannsfeldt, « A proposed dynamic cardiac 3-D densitometer for early detection and evaluation of heart disease », *IEEE Trans. on Nucl. Sci.*, 1979, vol. NS-26, p. 2724-2727.

- [16] R.A. Brooks, G. Di Chirico, « Beam hardening in X-ray reconstructive tomography », *Phys. Med. Biol.*, 1978, vol. 21, p. 689-732.
- [17] R. Brooks, J. Hatazawa, G. Di Chiro, « Human Cerebral glucose metabolism determined by positron emission tomography : a revisit », *J. Cereb Blood Flow Metab.*, 1987, vol. 7, p. 427-432.
- [18] I. Buvat, H. Benali, A. Todd-Pokropek, R. Di Chiro, « Scatter correction in scintigraphy : the state of the art », *Eur J Nucl Med*, 1994, vol. 21, p. 675-694.
- [19] Y. Censor, « Finite Series-Expansion Reconstruction Methods », *Proceedings of the IEEE*, 1983, vol. 71, p. 409-419.
- [20] L.T. Chang, « Attenuation correction and incomplete projection in single photon emission computed tomography », *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1989, Vol. NS-26, N°2, p. 2780-2789.
- [21] Z.H. Cho, J.P. Jones, M. Singh, *Foundations of Medical Imaging*, Wiley-Interscience Ed., 1993, 586 p.
- [22] K.S. Chuang, H.K. Huang, « Comparison of four dual energy image decomposition methods », *Phys. Med. Biol.*, 1988, Vol. 33, N°4, p. 455-466.
- [23] M.E. Coles, P. Spanne, E.L. Muegge, K.W. Jones, « Computed microtomography of reservoir core samples », *Proc. Symp. of the Soc. of Core Analysts*, Stavanger, Norvège, Sept. 94, p. 9-19.
- [24] K. L. D'Amico, J. H. Dunsmuir, S. R. Ferguson, V. Flannery, H.W. Deckman, « The Exxon microtomography beamline at the National Synchrotron Light Source », *Review of Scientific Instruments*, January 1992, vol. 63, n°1, p. 574-577.
- [25] M.E. Davison, « The ill-conditioned nature of the limited angle tomography problem », *SIAM Journal of applied mathematics*, April 1983, vol. 42, n°3, p. 428-448.
- [26] S. Deans, *The Radon Transform and Some of its Applications*, John Wiley & Sons, New York, 1983.
- [27] O. De Dreuille, J.F. Gaillard, E. Bussy, Y. Petegnief, M. Bourguignon, B. Bendifriem, « La correction de la diffusion Compton », *Revues et principes de validation des méthodes existantes*, *Médecine Nucléaire : imagerie fonctionnelle et métabolique*, 1993, vol. 17, pp. 5-11.
- [28] M. Defrise, « Possible criteria for choosing the number of iterations in some iterative reconstruction methods », *Mathematics and Computer Science in Medical Imaging*, Ed M.A. Viergever, Todd-Prokopek, Berlin : Springer Verlag, 1987, p. 293-303.
- [29] M. Defrise, R. Clack, « A cone-beam reconstruction algorithm using shift-variant filtering and cone-beam backprojection », *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 1994, vol. 13, n°1, p. 186-195.
- [30] F. Denis, « Tomographie Acoustique d'objets faiblement réfringents : prise en compte de la réfraction pour la reconstruction d'images de vitesse », *Thèse de Doctorat INSA-Lyon*, 1993, 246 pages.
- [31] L. Desbat, « Efficient sampling on coarse grids in tomography », *Inverse Problems*, 1993, vol. 9, p. 251-269.
- [32] K.A. Dines, S.A. Goss, « Computer ultrasonic reflection tomography », *IEEE Trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 1987, vol. 34, n°3, p. 309-318.
- [33] M. El Alaoui, « Reconstruction tridimensionnelle d'images à partir d'un faible nombre de projections par la méthode du recuit simulé », *Thèse de Doctorat, INSA-Lyon*, 1993, 159 pages.
- [34] P. Engler, W.D. Friedman, « Review of dual energy computed tomography techniques », *Materials Evaluation*, vol. 4, n°5, p. 623-629.
- [35] A. Faridani, *Reconstruction from efficiently sampled data in parallel beam computed tomography*, In Roach, G.F. (ed.) : *Inverse Problems and Imaging*, Pitman Research Notes in Mathematics Series 245, Longman, 1992, p. 68-102.
- [36] A. Feldkamp, S.A. Goldstein, A.M. Parfitt, G. Jesion, M. Kleerekoper, « The direct examination of three-dimensional bone architecture in vitro by computed tomography », *J. Bone Min. Res.*, 1989, vol. 4, p. 3-11.
- [37] C. Floyd, R. Jaszcak, K. Greer, E. Coleman, « Deconvolution of Compton scatter in SPECT », *J. Nucl. Med.*, 1985, vol. 14, p. 403-408.
- [38] L. Garnero, « Problèmes statistiques et localisation en imagerie tridimensionnelle. Application à l'imagerie médicale », *Thèse de 3ème cycle, Univ. Paris-Sud*, 1981, 133 p.
- [39] S. Geman, MacLure, « Bayesian Image analysis : an application to single photon emission tomography », *Proceedings of the American Statistical Association*, 1985, p. 12-18.
- [40] D.R. Gillard, B.M.W. Tsui, W.H. McCartney, J.R. Perry and J. Berg, « Determination of the optimum filter function for SPECT imaging », *J. Nucl. Med.*, 1988, Vol. 29, p. 643-650.
- [41] G. Gindi, M. Lee, A. Rangarajan and I.G. Zubal, « Bayesian reconstruction of functional images using anatomical information as priors », *IEEE Trans. Med. Imag.*, 1993, Vol. 12, N°4 , p. 670-680.
- [42] D.A. Girard, « Optimal regularized reconstruction in computerized tomography », *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, 1987, Vol. 8, N°6, p. 934-950. [43] G.H. Glover, « Compton scatter effects in CT reconstructions », *Med. Phys.*, Nov-Dec 1982, vol. 9, p. 860-867.
- [44] P. Grangeat, « Analyse d'un système d'imagerie 3D par reconstruction à partir de radiographie X en géométrie conique 3D », *Thèse de Doctorat : Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications*, 1987, 282 p.
- [45] P. Grangeat, R. Guillemaud, P. Rizo, R. Sauze, Q. Donner, and J.P. Gorius, « Cone-beam SPECT with a tilted detector », *Comp. Med. Imag. and Graph.*, 1993, Vol. 17, N°4/5, p. 279-287.
- [46] J.F. Greenleaf, « Computerized Transmission Tomography », chap.12 in *Methods of experimental physics*, vol. 10, Ultrasonics, P.D. Edmonds Ed., Academic Press, 1981, p. 563-589.
- [47] P.J. Green, « Bayesian reconstruction from emission tomography data using a modified E.M. algorithm », *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1990, vol. 9, p. 84-93.
- [48] F. Gremy, J. Perrin, *Eléments de Biophysique*, Tome II, Flammarion Médecine-Sciences, 1977, Paris.
- [49] S. Grootenhuis, T.J. Spinks, T. Jones et al., « Correction for scatter using a dual energy window in positron volume imaging », *Proceedings of the IEEE Medical Imaging Conference*, Santa Fe, 1992, pp. 156-1573.
- [50] G.T. Gullberg, G.L. Zeng, F.L. Datz, P.E. Christian, C.H. Tung and H.T. Morgan, « Review of convergent beam tomography in single photon emission computed tomography », *Phys. Med. Biol.*, 1992, Vol. 37, N°3, p. 507-534.
- [51] C. Hamaker, K.T. Smith, D.C. Solmon, S.L. Wagner, « The divergent beam X-ray transform », *Rocky mountain journal of mathematics winter*, 1980, vol. 10, n° 1, p. 253-283.
- [52] K.M. Hanson, G.W. Wecksung, « Bayesian approach to limited-angle reconstruction in computed tomography », *J. Opt. Soc. Am.*, 1983, Vol. 73, n°11, p. 1501-1509.
- [53] K.M. Hanson, « Bayesian and related method in image reconstruction from incomplete data », dans *Image recovery : theory and applications*, ed. H. Stark, Academic Press, 1987, Chapitre 3, p. 79-125.
- [54] P. Harper, E. Kelly-Fry, « Ultrasound visualization of the breast in symptomatic patients », *Radiology*, 1980, N°137, p. 465-469.
- [55] G.T. Herman, *Image reconstruction from projections : the fundamentals of computerized tomography*, New York : Academic Press, 1980, 316 p.
- [56] G.T. Herman, « X-Ray computed tomography : basic principles, In *three-dimensional biomedical imaging*, Ed : R.A. Robb, Boca Raton, Florida : CRC Press Inc., 1985, vol. 1, p. 61-106.
- [57] E.J. Hoffman, M.E. Phelps, « Positron emission tomography : principles and quantitation », in *Positron Emission Tomography and Autoradiography : Principles and Applications for brain and heart*, Edited by Phelps M., Mazziotta J., Schelbert H., New York, Raven, 1986, p. 237-286.
- [58] G.M. Hounsfield, « A method and apparatus for examination of a body by radiation such as X or Gamma », The patent office, London, England, *Pat. Spec.*, n° 1283915, 1972.
- [59] « La tomographie industrielle à rayons X, développement de la filière française », *Spectra 2000*, vol. 14, n°114, p. 29-37.
- [60] R.J. Jaszcak, L.T. Chang, P.H. Murphy, « Single Photon emission computed tomography using multislice fan beam collimator », *IEEE Tran Nucl Sci.*, 1979, Vol. NS-26, p. 610-618.
- [61] R.J. Jaszcak, C.E. Floyd, S.H. Manglos, K.L. Greer, R.E. Coleman, « Cone beam collimation for single photon emission computed tomography : analysis, simulation, and image reconstruction using filtered backprojection », *Med. Phys.*, 1986, Vol. 13, p. 484-489.

## Introduction à l'imagerie tomographique 2D et 3D

- [62] S.A. Johnson, J.F. Greenleaf, W.F. Samayoa, F.A. Duck, J. Sjostrand, « Reconstruction of three dimensional Velocity Fields and other parameters by acoustic Ray Tracing », *Proc. IEEE Ultrasonic Symposium 1975*, p. 46-51.
- [63] P.M. Joseph, R.D. Spital, « A method for correcting bone induced artifacts in computed tomography scanners », *Journal of Computed Assit. Tomogr.*, Jan 78, vol. 2, p. 100-108.
- [64] P.M. Joseph, R.D. Spital, C.D. Stockham, « The effect of sampling in CT images », *Computed Tomography*, 1980, vol. 4, p. 189-206.
- [65] V. Kaftandjian, G. Peix, Babot, F. Peyrin, « High resolution computed tomographic system : characterization and applications, Process tomography – a strategy for industrial application », *ECAPT94*, Eds : M.S. Beck, E. Campogrande, E.A. Hammer, M. Morris, R.A. Williams, R.C. Waterfall, p. 171-181.
- [66] A.C. Kak, M. Slaney, « Principles of computerized tomographic imaging », New York, *IEEE Press*, 329 p.
- [67] S. Kawata and O. Nalcioglu, « Constrained iterative reconstruction by the conjugate gradient method », *IEEE trans. Med. Imag.*, 1985, Vol. MI-4, N°2, p. 65-71.
- [68] R. Kleinman, B. Duchene, B. Lesselier, « A non linear iterative approach of the acoustic characterization of defects within a half-space », *Int. IEEE Ultrasonic Symposium*, Cannes, 1994, p. 225.
- [69] E. Klotz, H. Weiss, « X-ray 3D coded aperture imaging : displaying the heart », *Applied Optics*, 1976, vol. 15, n°8, p. 1913-1918.
- [70] R.A. Koeppe and G.D. Hutchins, « Instrumentation for positron emission tomography : Tomographs and data processing and display systems », 1992, *Seminars in nuclear medicine*, Vol. 22, N°3, p. 162-181.
- [71] G. Kowalski, « Multislice reconstruction from twin-cone beam scanning », *IEEE Trans. on Nucl. Sci.*, 1979, vol. NS-26, n°2, p. 2895-2903.
- [72] H. Kudo, T. Saito, « Derivation and implementation of a cone-beam reconstruction algorithm for nonplanar orbits », *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 1994, vol. 13, n°1, p. 196-211.
- [73] D.E. Kuhl, R.Q. Edwards, « Image separation radioisotope scanning », *Radiology*, 1963, vol. 80, p. 653-661.
- [74] K. Lange, R. Carson, « EM Reconstruction Algorithms for Emission and Transmission Tomography », *J. Comput. Assist. Tomogr.*, 1984, vol. 8, n°2, p. 308-316.
- [75] R. Leahy, X. Yan, « Incorporation of anatomical MR data for improved functional imaging with PET », in *Information Processing in Medical Imaging*, A.C.F. Colchester and D.J. Hawkes, eds, New York, Springer Verlag, 1991, p. 121-131.
- [76] J.P. Lefevre, « Linearized Inverse Problem : Acoustic Impedance Tomography of biological media », in *Electromagnetic and Acoustic Scattering, Detection and Inverse Problem*, Ed. Bourelly C. et al., World Scientific, 1988, p. 287-301.
- [77] R.M. Lewitt, « Reconstruction algorithms : transforms methods », *Proc. of the IEEE*, march 1983, vol. 71, n°3, p. 390-408.
- [78] R.M. Lewitt, P. Eldholm, W. Xia, « Fourier method for correction of depth dependant collimator blurring », *SPIE Medical Imaging III*, vol. 1092, p. 232-243.
- [79] Z. Liang, T.G. Turkington, D.R. Gilland, R.J. Jaszczak and R.E. Coleman, « Simultaneous compensation for attenuation, scatter and detector response for SPECT reconstruction in tree dimensions », *Phys. Med. Biol.*, 1992, Vol. 37, N°3, p. 587-603.
- [80] A.K. Louis, « Picture reconstruction from projections in restricted range », *Math. Methods Appl. Sci.*, 1980, vol. 2, p. 209-220.
- [81] A.K. Louis, F. Natterer, « Mathematical problems of computerized tomography », *Proc. of the IEEE*, march 1983, vol. 71, n°3, p. 379-389.
- [82] A.K. Louis, « Incomplete data problems in X-ray computerized tomography : I-singular value decomposition of the limited angle transform », *Numer. Math.*, 1986, vol. 46, p. 251-262.
- [83] A.K. Louis, P. Maass, « Contour reconstruction in 3-D X-Ray CT », *IEEE Trans. on medical imaging*, 1993, vol. 12, n°4, p. 764-769.
- [84] I.E. Magnin, « Imagerie tridimensionnelle par sources codées de rayons X », *Thèse de Doctorat d'Etat ès Sciences Lyon*, 1987, 177 p.
- [85] Materials Evaluation, Special issue on computed tomography, vol. 4, n°5.
- [86] E.C. MacCullough, « Photon attenuation in computed tomography », *Med. Phys.*, 1975, vol. 2, p. 307-320.
- [87] S. Mensah, « La tomographie Ultrasonore en réflexion : Application à l'imagerie médicale », *Thèse de Doctorat*, 1990, Univ. Aix-Marseille.
- [88] C. De Mol, « A critical survey of regularized inversion methods », dans *Nato Advanced Research Workshop on Inverse Problems in Scattering and Imaging*, 1991, Proceedings, p. 1-26.
- [89] M. Moshfeghi, « Ultrasound reflection mode tomography using fan-shaped-beam insonification », *IEEE Trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 1986, vol. 33, n°3, p. 299-314.
- [90] W. Munk, C. Wunsch, « Up-down resolution in ocean acoustic tomography », *Deep Sea Res.*, 1982, vol. 29, n°12a, p. 1415-1436.
- [91] F. Natterer, *The mathematics of computerized tomography*, Chichester, New York : John Wiley sons, 1986, 222 p.
- [92] S.J. Norton, M. Linzer, « Ultrasonic reflectivity imaging in three dimensions », *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, BME-28, 1981, p. 202-220.
- [93] S.J. Norton, M. Linzer, « Correction for Ray Refraction in Velocity and Attenuation Tomography : a Perturbation Approach », *Ultrasonic Imaging*, 1982, vol. 4, p. 201-233.
- [94] J. Nuyts, H. Bosmans and P. Suetens, « An analytical model for Compton scatter in homogeneously attenuating medium », *IEEE Trans. Med. Imag.*, 1993, Vol. 12, N°3, p. 421-429.
- [95] S.S. Orlov, « Theory of three-dimensional reconstruction. I Conditions for a complete set of projections », *Sov. Phys. Cristallogr.*, 1976, vol. 20, n°3, p. 312-314.
- [96] S.S. Orlov, « Theory of three-dimensional reconstruction. II The recovery operator », *Sov Phys. Cristallogr.*, 1976, vol. 20, n°4, p. 429-433.
- [97] M. Pateyron, F. Peyrin, A.M. Laval-Jeantet, P. Spanne, P. Cloetens, G. Peix, « 3D microtomography of cancellous bone samples using Synchrotron Radiation », *SPIE Medical Imaging*, Newport Beach, Fev. 1996, in press.
- [98] R.G. Paxman, W.E. Smith, H.H. Barrett, « Two algorithms for use with an orthogonal-view coded aperture system », *J. Nucl. Med.*, 1984, vol. 25, p. 700-705.
- [99] F. Peyrin, « Méthodes de reconstruction d'images 3D à partir de projections coniques de rayons X », *Thèse de Doctorat d'Etat*, INSA Lyon et UCB Lyon I, 1990.
- [100] F. Peyrin, R. Goutte, M. Amiel, « Analysis of a cone beam X-ray tomographic system for different scanning modes », *Journal of Optical Society of America A*, 1992, vol. 9, p. 1554-1563.
- [101] J. Radon, « Über die Bestimmung von Funktionen durch Ihre integralwerte längs gewisser Manning faltifkeiten », *Ber. Verb. Saechs. Akad. Wiss., Leipzig, Math. Phys. Kl.*, 1917, vol. 69, p. 262-277.
- [102] C. Renaudin, I.E. Magnin, C. Picard, Y. Troussel, M. Sergent, M. Amiel, « Image quality study in 3D X-Ray angiography : A first approach using the experimental design strategy », *Computerized Medical Imaging and Graphic*, 1993, vol. 17 (4/5), p.n 309-322.
- [103] C. Renaudin, « Qualité image et évaluation de la sténose artérielle en angiographie numérique à l'aide du scanner X 3D morphomètre », *Thèse de Doctorat*, UCB-Lyon 1, 1993.
- [104] C. Riddell, B. Bendrienm, M.H. Bourguignon, J.P. Kernevez, « Approximative inverse and conjugate gradient : non symmetrical algorithms for fast attenuation correction in SPET », *Phys. Med. Biol.*, 1995, vol. 40, pp. 269-281.
- [105] S.S. Riederer, N.J. Pell, D.A. Chesler, « The noise power spectrum in computed X-Ray tomography », *Phys. Med. Biol.*, 1978, vol. 23, p. 446-454.
- [106] E.L. Ritman, J.H. Kinsey, R.A. Robb, L.D. Harris, B.K. Gilbert, « Physics and technical considerations in the design of the DSR : a high temporal resolution volume scanner », *American Journal of Roenhenology*, 1980, vol. 134, p. 369-374.
- [107] R. Robb, (Ed), *Three dimensional biomedical imaging*, Boca Raton, Florida : CRC Press Inc, 1985, 2 vol., 169 p. et 149 p.
- [108] D. Saint Felix et al., « New System for 3D Computerized X ray angiography : first in vivo results », *IEEE EMBS*, Paris FRANCE, 26-30 Oct 92, vol. 5, p. 2051-2052.

## Introduction à l'imagerie tomographique 2D et 3D

- [109] D. Saint Felix, Y. Troussel, C. Picard, A. Rougee, « In vivo evaluation of a new system for 3D computerized angiography », *Phys. Med. Biol.*, 1994, vol. 39, p. 583-595.
- [110] M. Schindwein, « Iterative three-dimensional reconstruction from twin cone projections », *IEEE Trans. on Nucl. Sci.*, 1978, vol. NS-25, n°5, p. 1135-1143.
- [111] H. Schomberg, « Non linear Image Reconstruction from Projections of Ultrasonic Travel Times an Electric Current Densities », in *Mathematical Aspects of Computerized Tomography*, Herman G.T. and Natterer F. Eds., Springer, 1981.
- [112] L.A. Shep, Y. Vardi, « Maximum likelihood reconstruction for emission tomography », *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1982, vol. M1-1, p. 135-122.
- [113] B.D Smith, « Cone beam convolution formula », *Comput. Biol. Med.*, 1983, vol. 13, n°2, p. 81-87.
- [114] K.T. Smith, F. Keiner, « Mathematical foundations of computed tomography », *Applied Optics*, December 1985, vol. 24, n°23, p. 3950-3957.
- [115] B.D. Smith, « Cone beam tomography : recent advances and a tutorial review », *Optical Engineering*, 1990, vol. 29, n°5, p. 524-534.
- [116] D.C. Solmon, « The X-ray transform », *J. Math. and Appl.*, 1976, vol. 56, p. 61-83.
- [117] T. Takeda, Y. Itai, K. Hayashi, Y. Nagata, H. Yamaji, K. Hyodo, « High spatial resolution CT with a synchrotron radiation system », *Journal of Computer Assisted Tomography*, Jan-Feb 1994, vol. 18, n°1, p. 98-101.
- [118] K. Tanabe, « Projection method for solving a singular system of linear equations and its applications », *Numer Math.*, 1971, vol. 17, p. 203-214.
- [119] M.M. Ter-Pogossian, N.A. Mullani, J.T. Hood et al, « Design considerations for a positron emission transverse tomograph (PETT V) for imaging the brain », *J. Comput. Assist. Tomogr.*, 1978, vol. 2, p. 539-544.
- [120] D.W. Townsend, A. Geisbuhler, M. Defrise et al, « Fully three-dimensional reconstruction for a PET camera with retractable septa », *IEEE Trans Med Imaging*, 1991, MI-10 , p. 505-512.
- [121] R. Trebossen, B. Mazoyer, « Count rate performances of TTV03 : The CEA-LETI time-of-flight positron emission tomography », *IEEE Trans Med Imaging*, 1991, MI-10, p. 261-266.
- [122] O.J. Tretiak, C. Metz, « The exponential Radon transform », *SIAM J. Appl. Math.*, 1980, vol. 39, p. 341-354.
- [123] Y. Troussel, A. Rougee, C. Picard, D.M. Saint Felix, « Three-dimensional reconstruction of high contrast objects from limited conic X-ray projections », *Science and Engineering of Medical Imaging*, Ed. M.A. Viergever, vol. SPIE 1137, 1989, p. 54-59.
- [124] B.M.W. Tsui, H.B. Hu, D.R. Gilland and G.T. Gullberg, « Implementation of simultaneous attenuation and detector response correction » in *SPECT*, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1988, NS 35, p. 778-783.
- [125] H.K. Tuy, « An inversion formula for cone beam reconstruction », *SIAM J. Appl. math.*, 1983, vol. 43, n°3, p. 546-552.
- [126] B.K. Vainshtein, « Three dimensional electron microscopy of biological macromolecules », *USP Fiz. Nauk.*, 1973, vol. 109, p. 455-597.
- [127] N.D. Volkow, N.A. Mullani, B. Bendriem, « Positon Emission Tomography Instrumentation : an overview », *American Journal of Physiological Imaging*, 1988, vol. 3, p. 142-153.
- [128] G. Wang, T.H. Lin, A.H. Rowberg, E.A. Riskin, « A general cone-beam reconstruction algorithm », *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 1994, vol. 28, n°3, p. 486-496.
- [129] S. Webb, J. Sutcliffe, L. Burkinshaw, A. Horsman, « Tomographic reconstruction from experimentally obtained cone-beam projections », *IEEE Trans. on Med. Imag.*, 1987, vol. MI-6, n°1, p. 67-73.
- [130] H. Weiss, E. Klotz, R. Linde, G. Rabe, U. Tiemens, « Coded aperture imaging with X-rays (flashing tomosynthesis) », *Opt. Acta*, 1977, vol. 24, n°4, p. 305-325.

Manuscrit reçu le 23 Décembre 1994.

### LES AUTEURS

#### Françoise PEYRIN



Est Chargée de Recherche à l'INSERM. Elle a obtenu une thèse d'état à l'INSA de Lyon en 1990, sur la reconstruction d'images 3D à partir de projections coniques. Elle travaille sur des problèmes de reconstruction et de restauration d'images tomographiques haute résolution. Elle s'intéresse également aux méthodes temps-fréquence et ondelettes, pour la classification de signaux biomédicaux, ou l'analyse de textures d'images médicales. Elle a activement participé au GDR TDSI, en particulier lors de l'organisation des Journées Thématisques « Temps-Fréquence, Ondelettes, Multirésolution », en 1994.

#### Isabelle MAGNIN



Docteur d'Etat (1987, INSA-Lyon), est Directeur de Recherche de l'INSERM. Elle travaille au laboratoire CRÉATIS, UMR CNRS 1216 affiliée à l'INSERM, depuis 1979. Membre IEEE et membre actif du GDR ISIS, elle est particulièrement impliquée en traitement numérique du signal et de l'image : segmentation, reconstruction, analyse et modélisation du mouvement.

#### Line GARNERO



Est Chargée de Recherche au CNRS. Elle a passé une thèse d'état sur la reconstruction tomographique avec un nombre limité de données. Ses travaux ont concerné la reconstruction tomographique X et gamma, l'application de la tomographie au Contrôle Non Destructif, la tomographie microondes. Elle s'intéresse à l'heure actuelle aux problèmes directs et inverses en Electroencéphalographie et Magnétoencéphalographie. Elle a coanimé avec Isabelle Magnin le Groupe de Travail sur la « Reconstruction et Modélisation 3D » du GDR TDSI.