

Лабораторная работа №1. Дискретизация и квантование сигналов

Часть 1. Ортогональные системы в гильбертовом пространстве. Ряды Фурье. Частотное представление сигнала.

Задание 1.

Опишем нужную функцию в файле task_1_fun.m

```
>> task_1
c = 0.75000 -0.25000 -0.35355 0.70711
sum = 1.2500
```

Handwritten calculations on grid paper:

$$\|f(x)\|^2 = 1 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{4} = 1,25$$

$$\sum_{n=0}^3 \lambda_n^2 \|r_n(x)\|^2 = (0,75)^2 + (-0,25)^2 + (-0,35355)^2 + (0,70711)^2 \approx 1,25$$

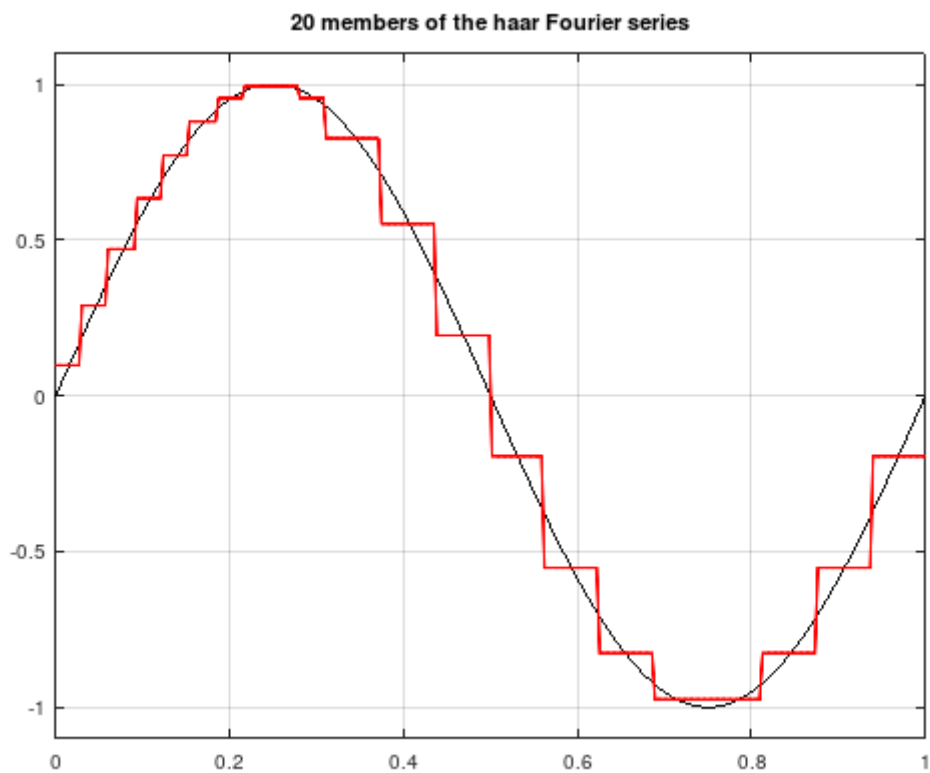
$$\|f(x)\|^2 \approx \sum_{n=0}^3 \lambda_n^2 \|r_n(x)\|^2 \quad \text{равенство Парсеваля.}$$

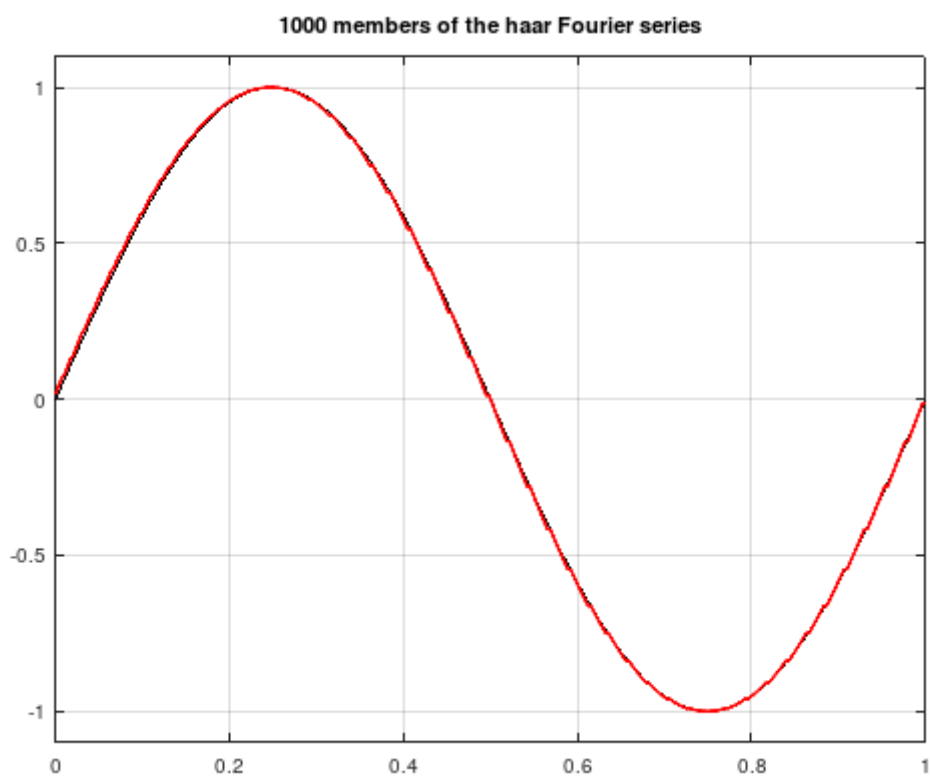
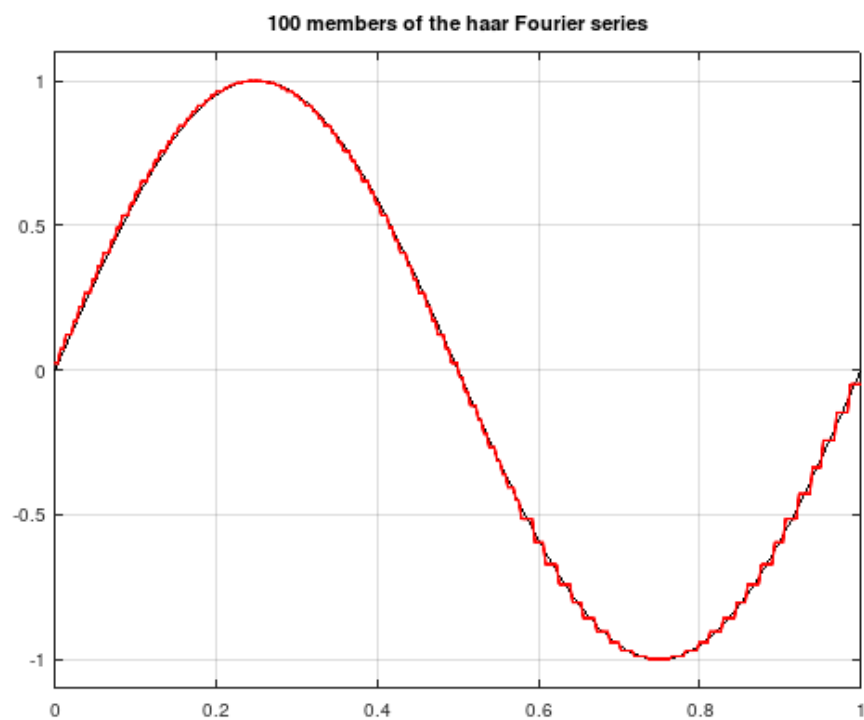
Задание 2.

Представить синусоиду в виде последовательности частичных сумм ряда Фурье по системам Уолша и Хаара, используя программу sum_task.m

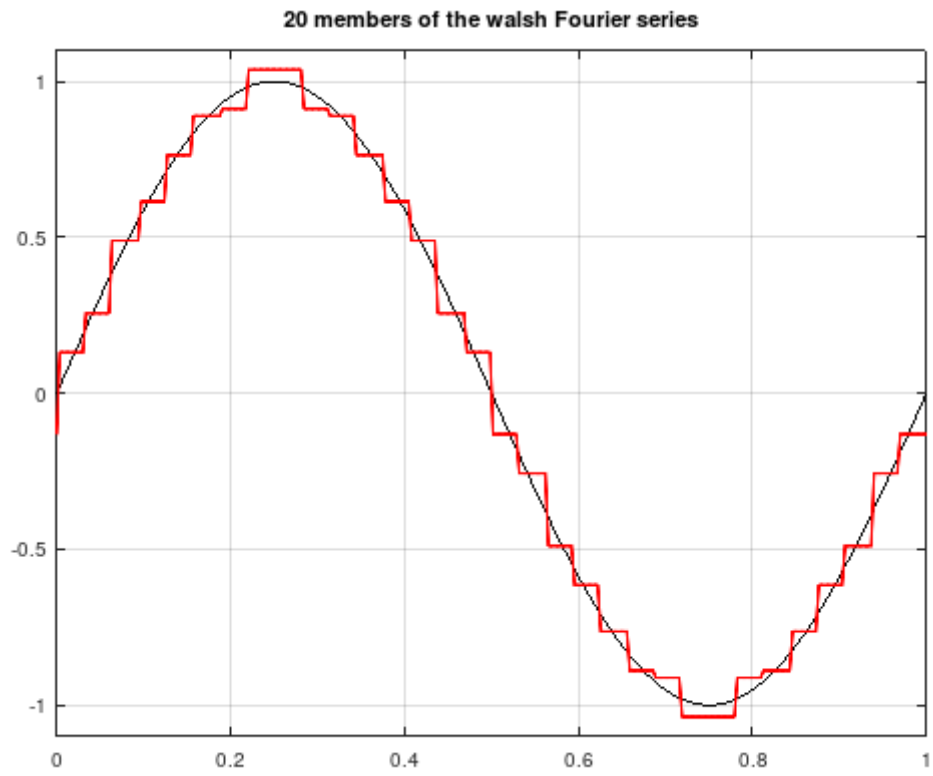
```
>> sum_task
```

Система Хаара:



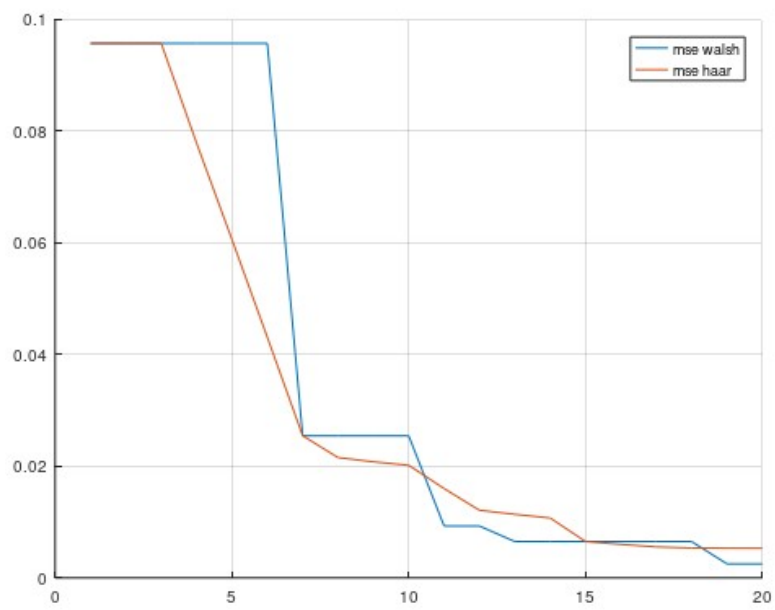


Система Уолша:



Сравним ошибку

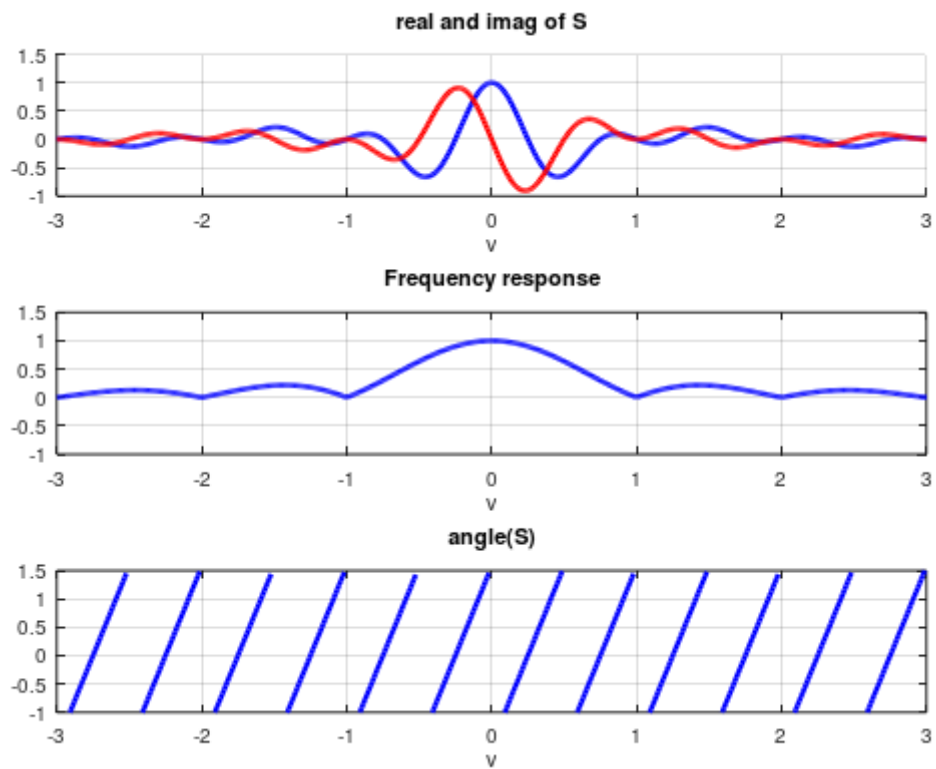
```
>> task_2_mse
```



Задание 3.

С помощью программы `sum_task.m` выполнить интегральное преобразование Фурье (в символьном виде) тестового сигнала, построить амплитудный и фазовый спектры.

```
>> sym_fourier
```



Часть 2. Исследование эффектов дискретизации.

- 1 Синтезировать сигнал $x(t)$, представляющий из себя сумму нескольких синусоид с разными частотами.

```
fun = @(t) 8*sin(2*pi*t * 220) + 3*sin(2*pi*t * 240) + 4*sin(2*pi*t * 280) + 2*sin(2*pi*t * 300);
```

- 2 Определить допустимые значения частоты дискретизации f_s для сигнала $x(t)$.

По теореме Котельникова:

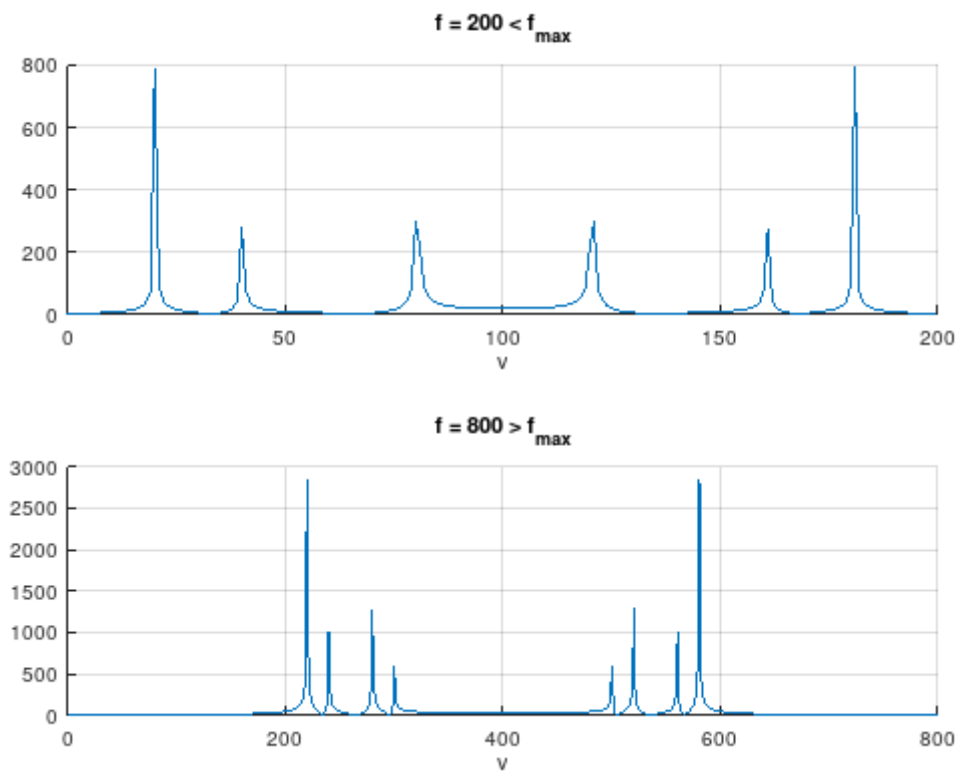
$$2 \cdot f_{\max} \leq f_s$$

Тогда минимальная частота дискретизации будет $f_s = 2 \cdot f_{\max} = 2 \cdot 300 = 600$ Гц.

- 3 Построить по отсчетам график исходного сигнала и его амплитудного спектра при нескольких различных частотах дискретизации (больше и меньше граничной частоты дискретизации). Сделать вывод.

Построим 2 графика при $f = 200$ Гц и $f = 800$ Гц, при 200 Гц у нас будет происходить наложение частот, так как $200 < f_{\max} = 600$, и поэтому мы видим 3 пика, а если берем $f = 800 > f_{\max}$, то у нас будет 4 пика, что как раз соответствует нашему исходному сигналу.

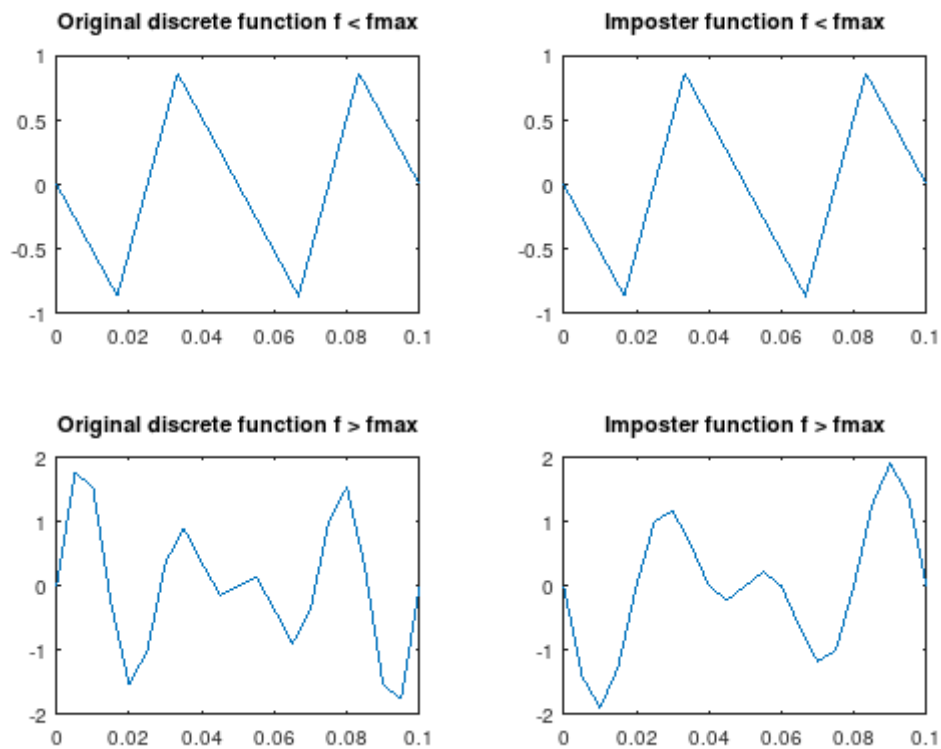
```
>> task_2_3
```



4 Проиллюстрировать на примере сигнала $x(t)$ эффект наложения частот. Для этого необходимо привести сигнал $x'(t)$, который при некоторой частоте дискретизации будет совпадать с сигналом $x(t)$. Такого эффекта можно добиться, если провести дискретизацию сигнала $x(t)$ с неверной частотой дискретизации и затем восстановить его.

Найдем функцию которая будет совпадать с нашей при частоте меньше чем f_{\max} и построим ее при этой частоте и частоте выше f_{\max} , в первом случае она совпадет из-за наложения частот, а во втором случае нет.

```
>> task_2_4
```



5 Загрузить тестовое изображение. Уменьшить частоту дискретизации в 2, 3, 4 раза с помощью прореживания матрицы исходного изображения. Сравнить полученные результаты с результатом использования скрипта, приведенного далее. Для проверки результатов дополнительно можете сравнить с функцией `imresize`.

```
>> task_2_5
```


Прореживание к = 2



Уменьшение изображения к = 2



Прореживание к = 3



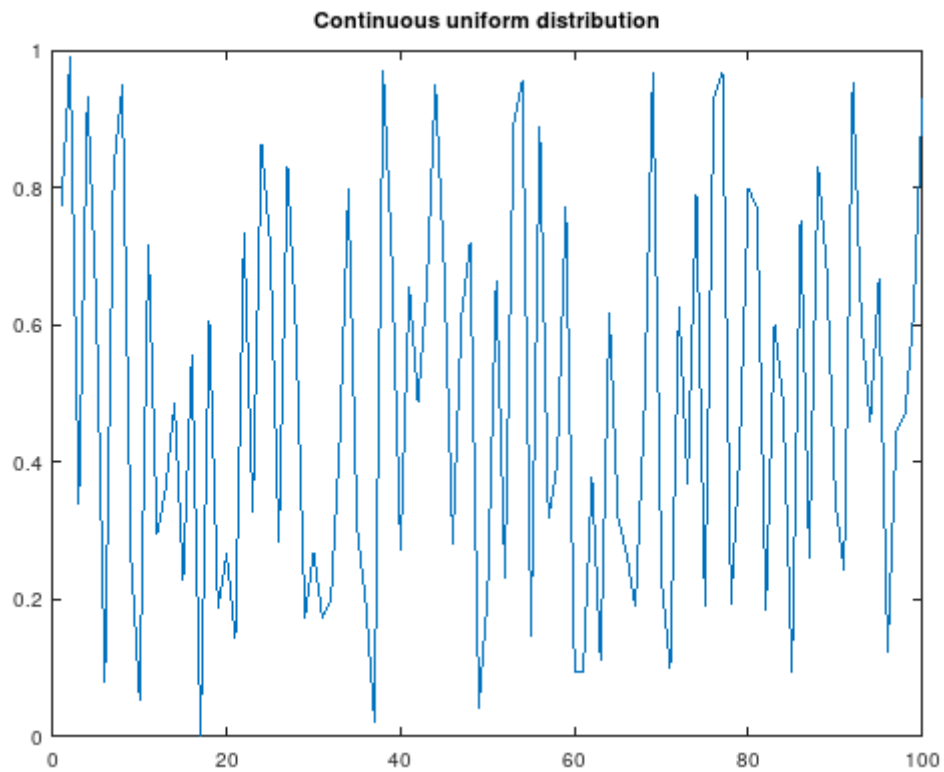
Уменьшение изображения к = 3



Прореживание $\kappa = 4$ Уменьшение изображения $\kappa = 4$ 

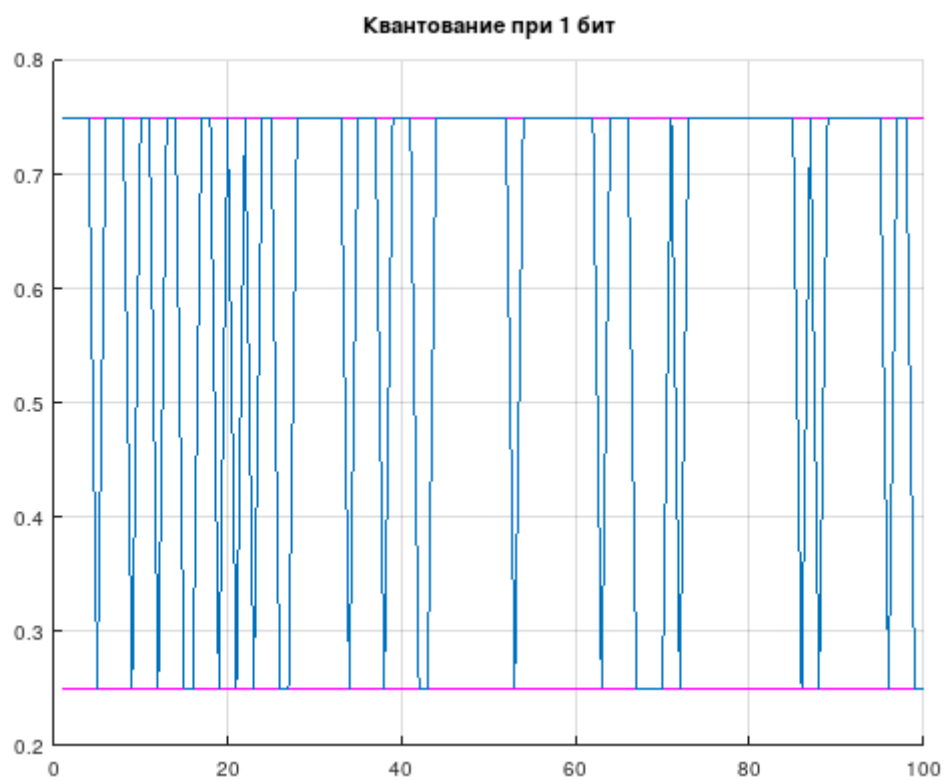
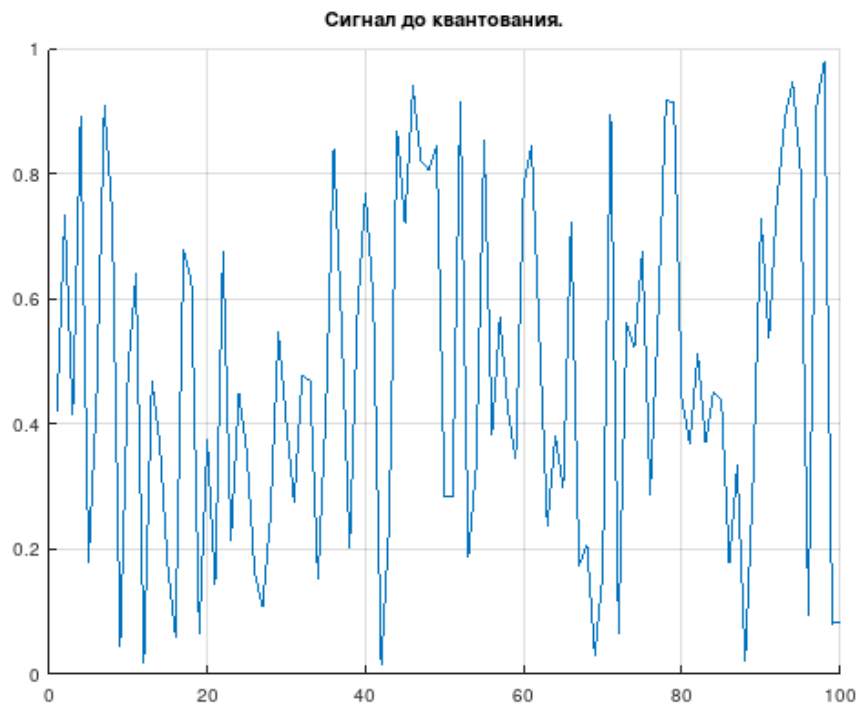
1. Синтезировать случайный дискретный сигнал x_k с равномерным распределением. Построить по отсчетам его график.

```
>> task_3_1
```

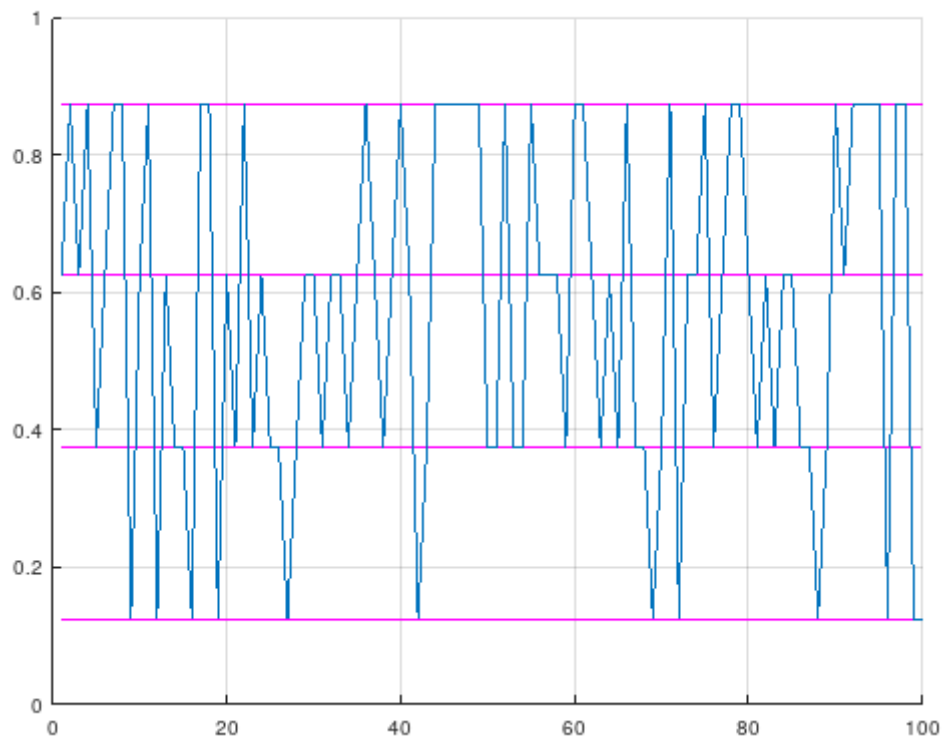


2. Провести равномерное квантование отсчетов сигнала x_k , используя от 1 до 8 бит на отсчет. Построить ступенчатые графики сигнала после квантования.

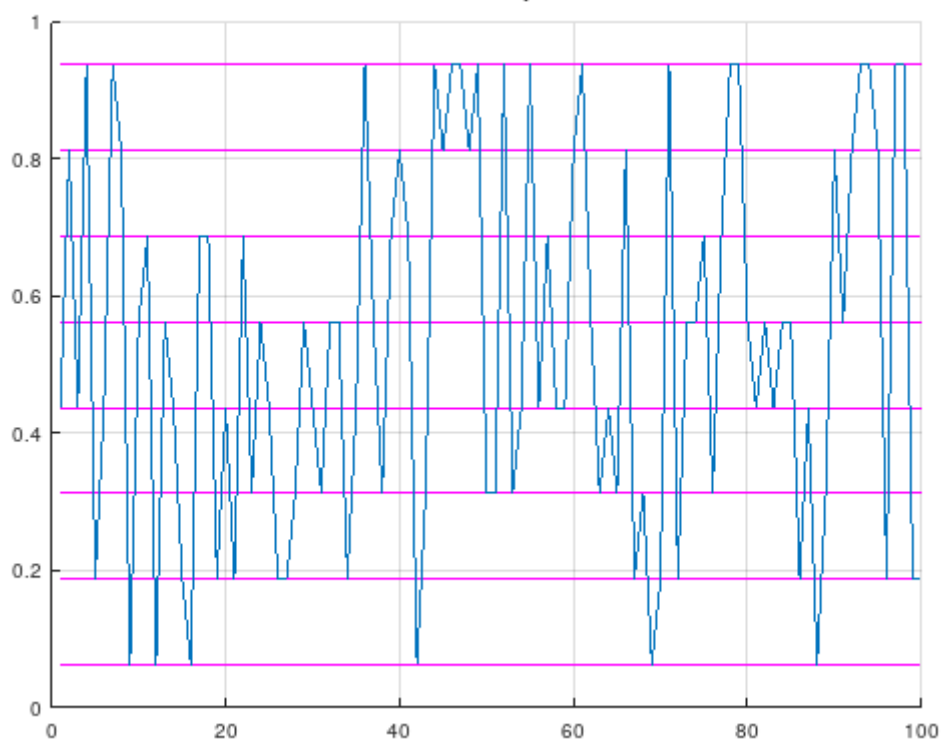
```
>> task_3_2
```



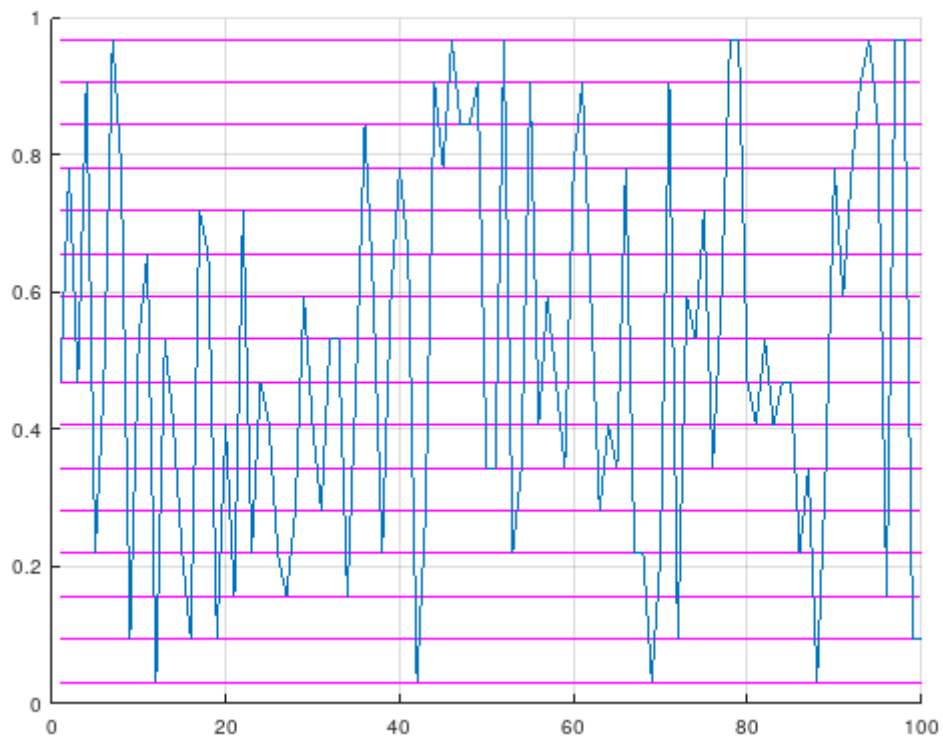
Квантование при 2 бит



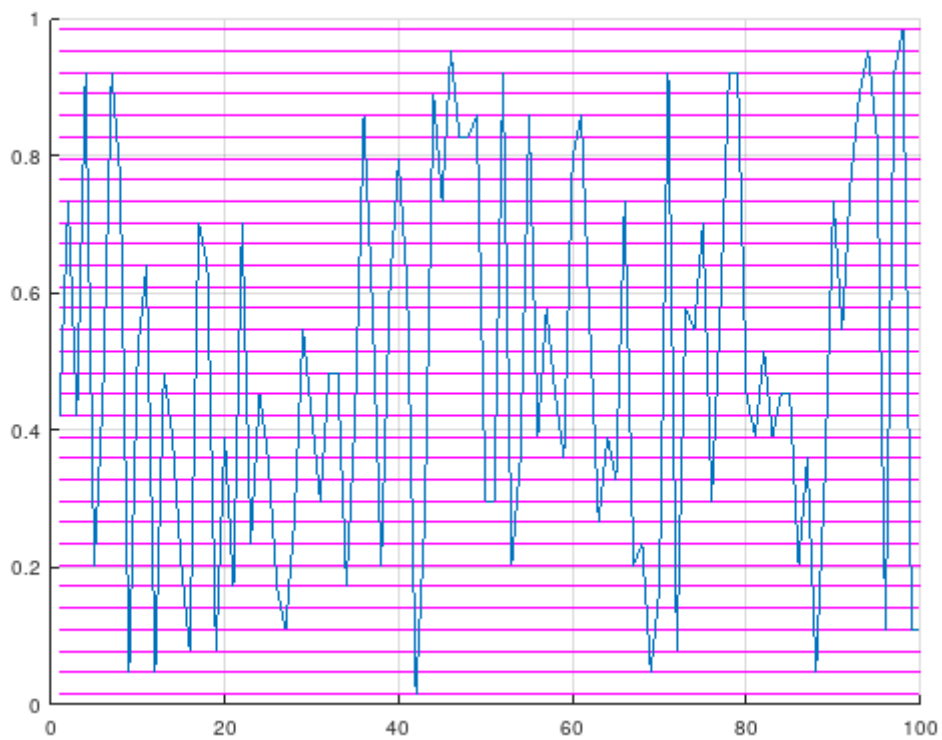
Квантование при 3 бит

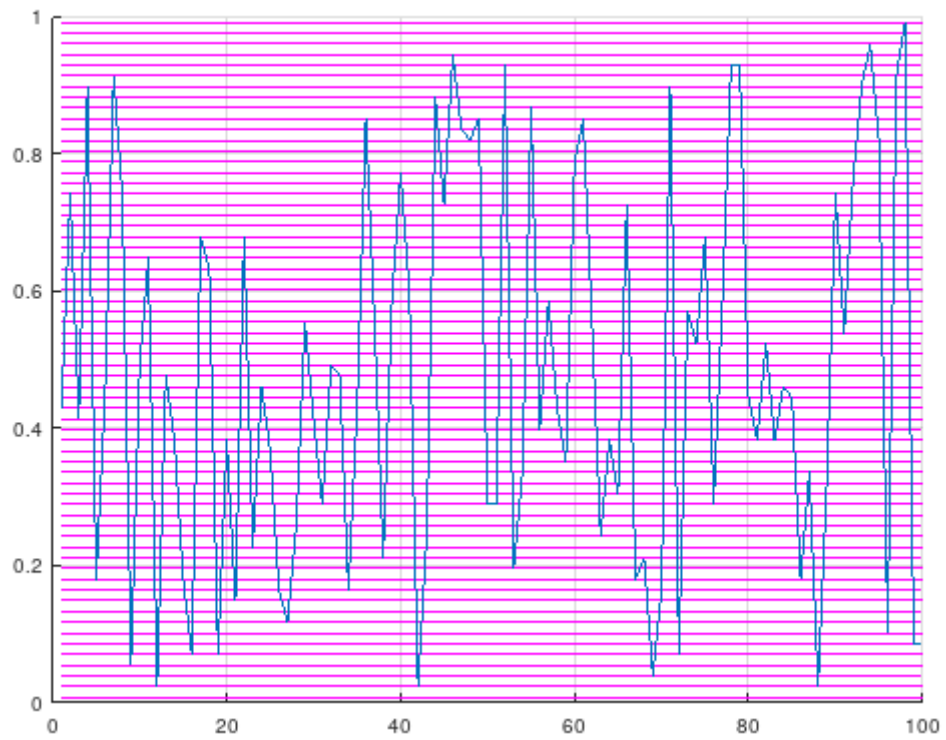
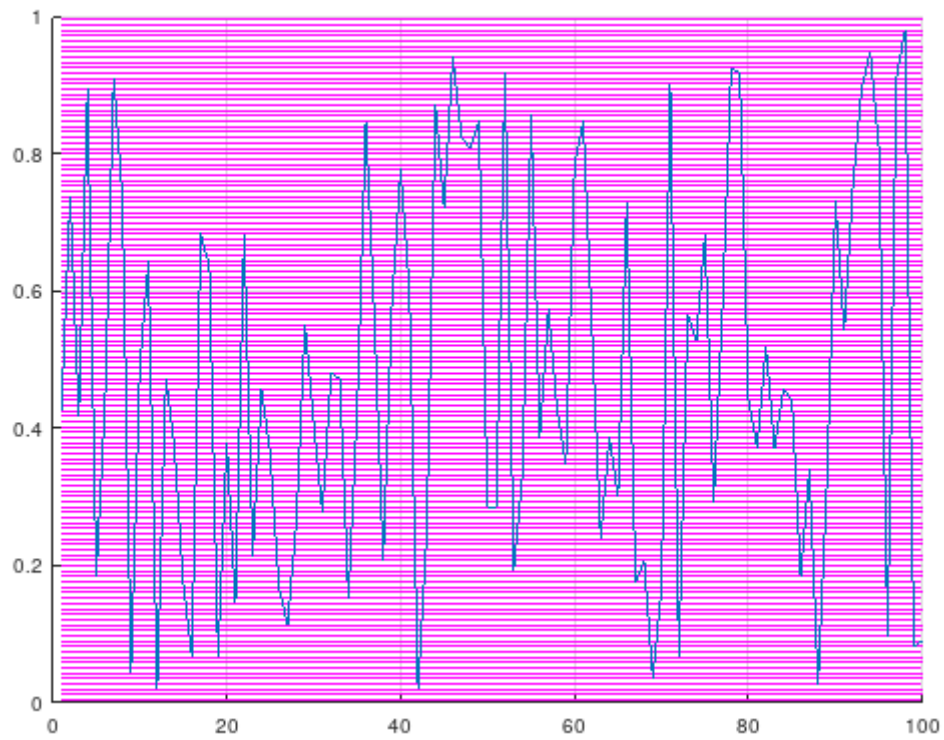


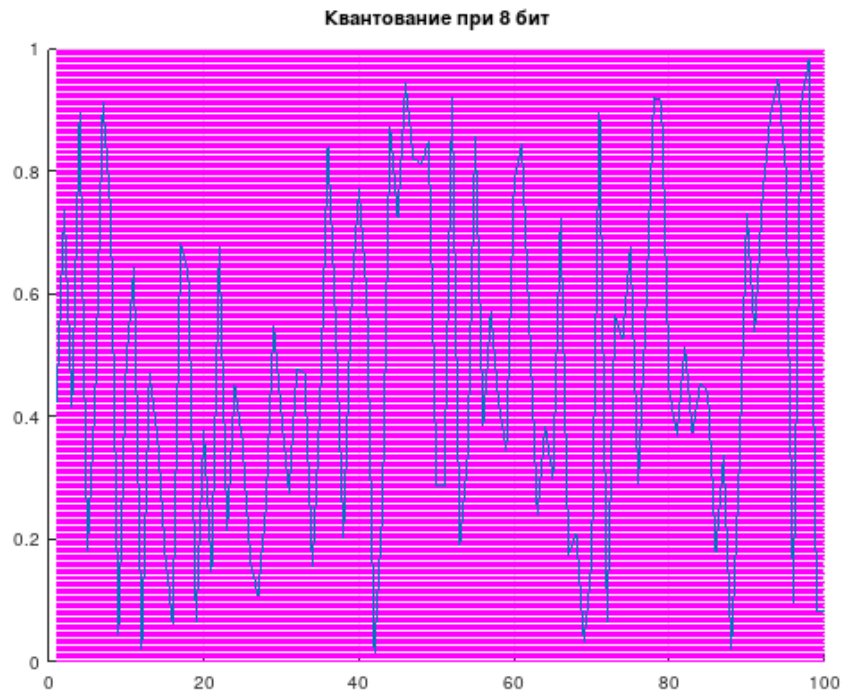
Квантование при 4 бит



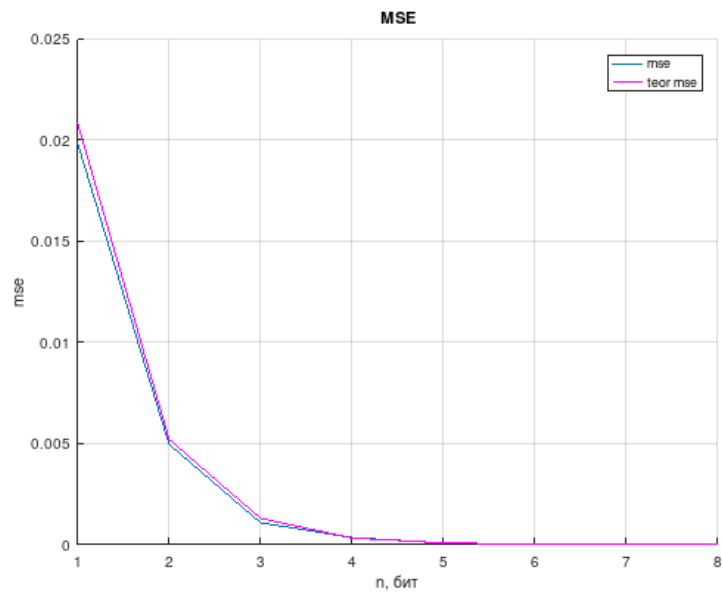
Квантование при 5 бит



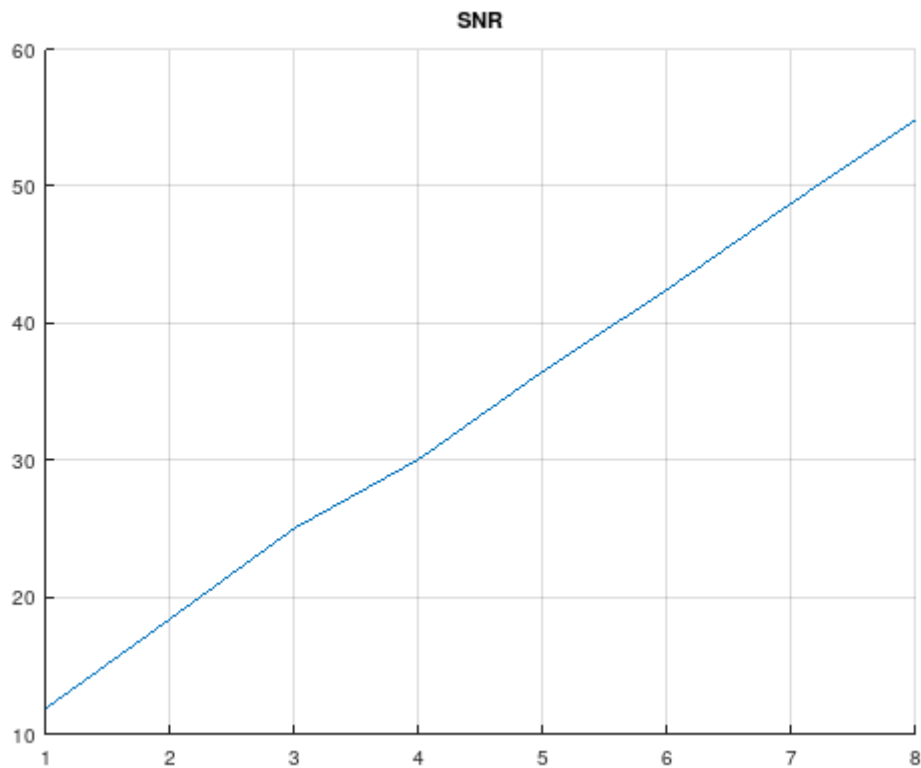
Квантование при 6 бит**Квантование при 7 бит**



3. Экспериментально оценить ошибку квантования (2). Сравнить полученные результаты с теоретической оценкой. Построить график зависимости ошибки квантования от количества бит на отсчет.



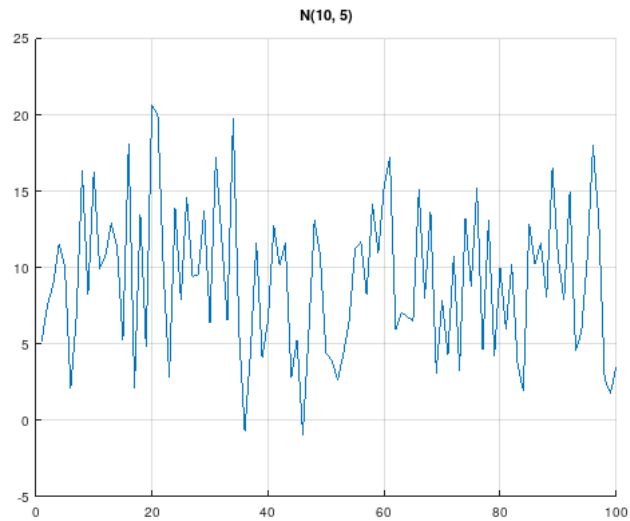
4. Вычислить SNR (3). Исследовать зависимость SNR от числа бит, выделяемого для хранения одного отсчета сигнала.



При увеличении числа бит влияние шума уменьшается.

5. Синтезировать случайный дискретный сигнал x_k с нормальным распределением. Построить по отсчетам его график.

```
>> task_3_5
```



6. По полученной выборке оценить параметры μ и σ .

```
calc_mu = 9.1493  
calc_sigma = 4.8807
```

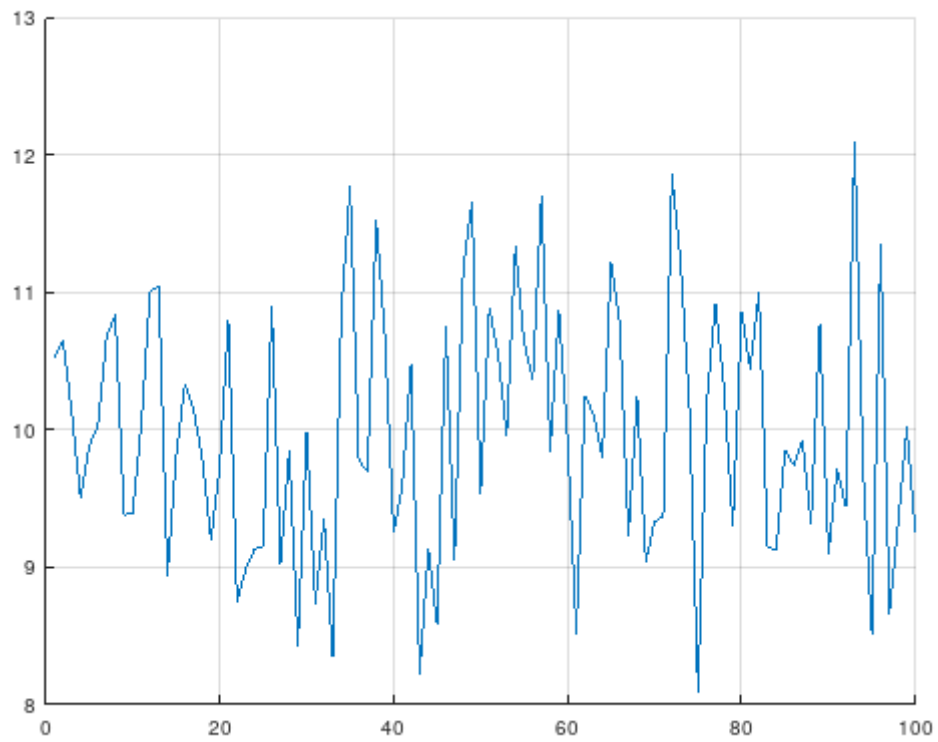
7. Определить параметры квантователя Ллойда-Макса

Определены в файле `LloydMax_quantization.m`

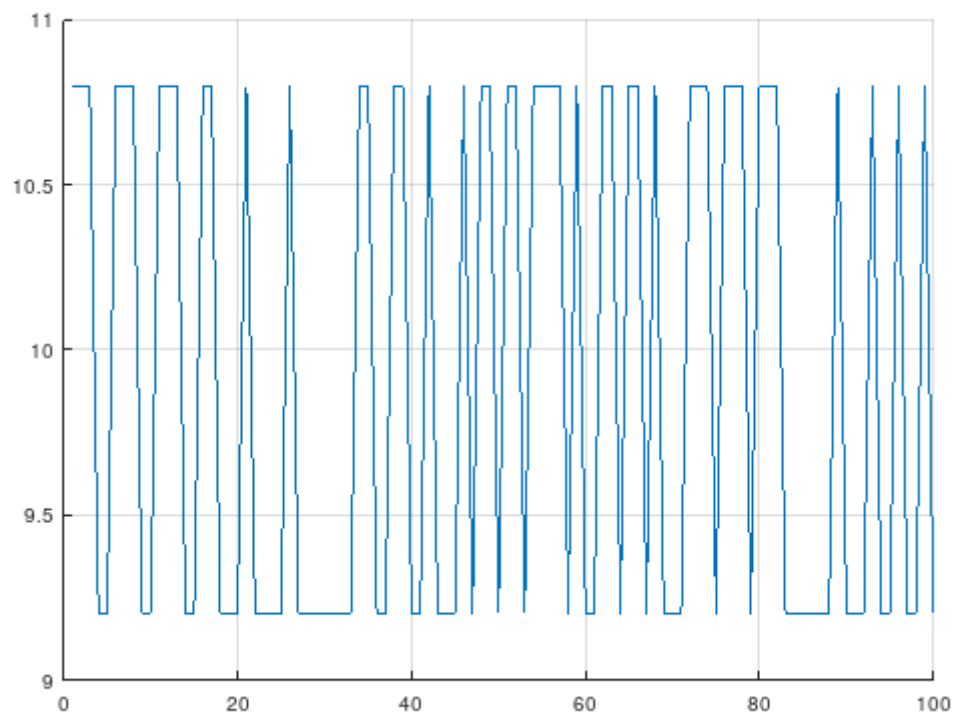
8. Выполнить оптимальное квантование сигнала x_k , используя от 1 до 4 бит на отсчет.

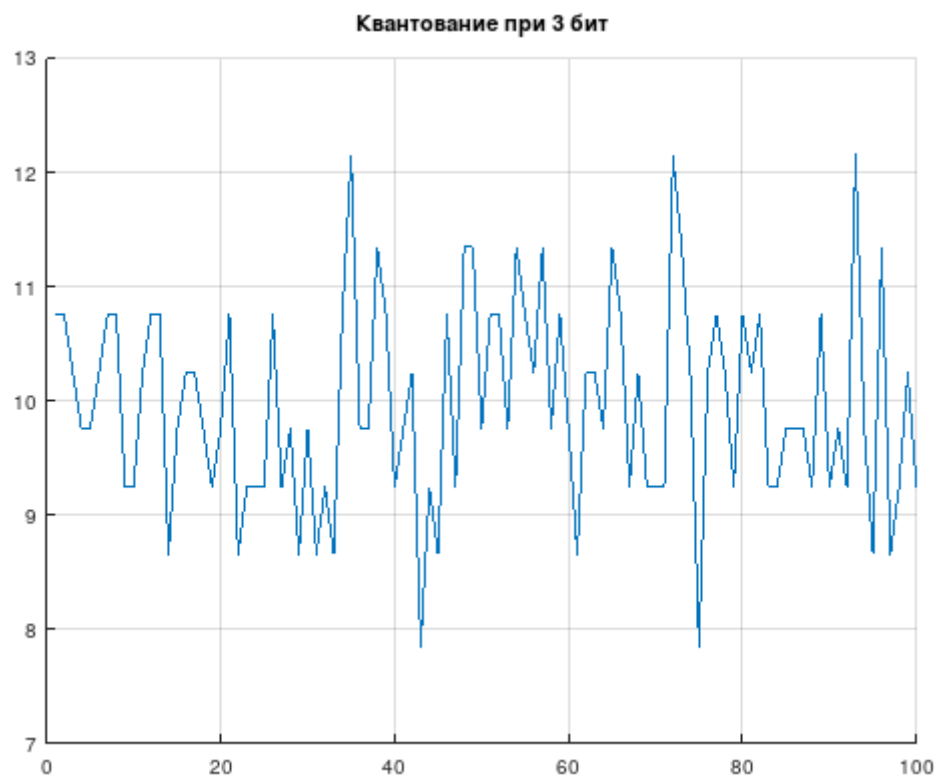
```
>> task_3_8
```

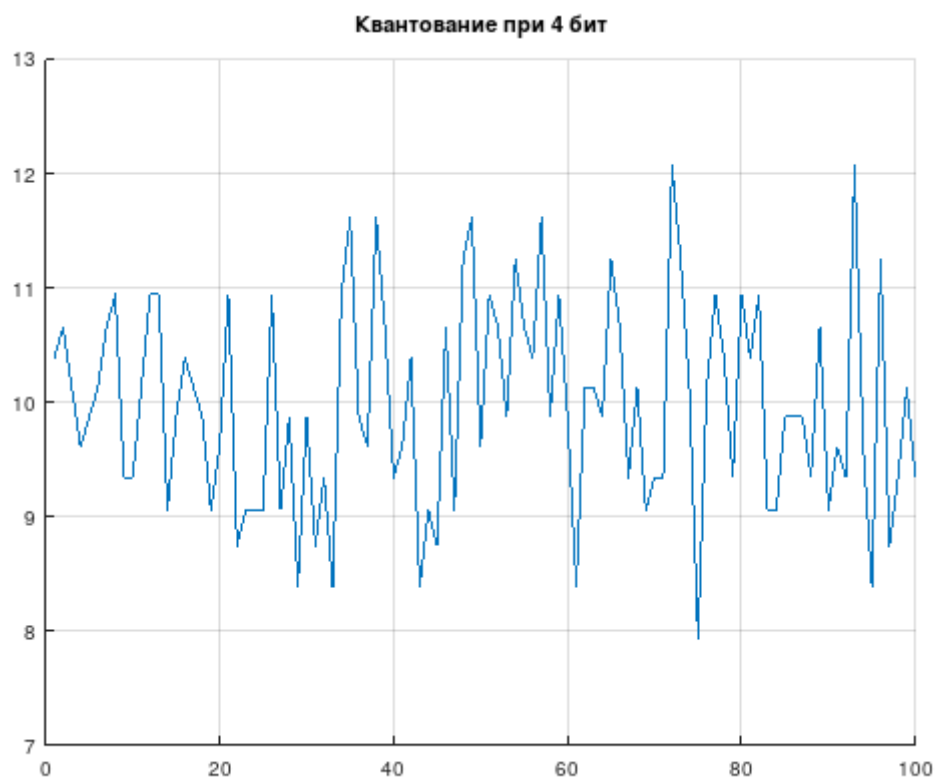
Сигнал до квантования.



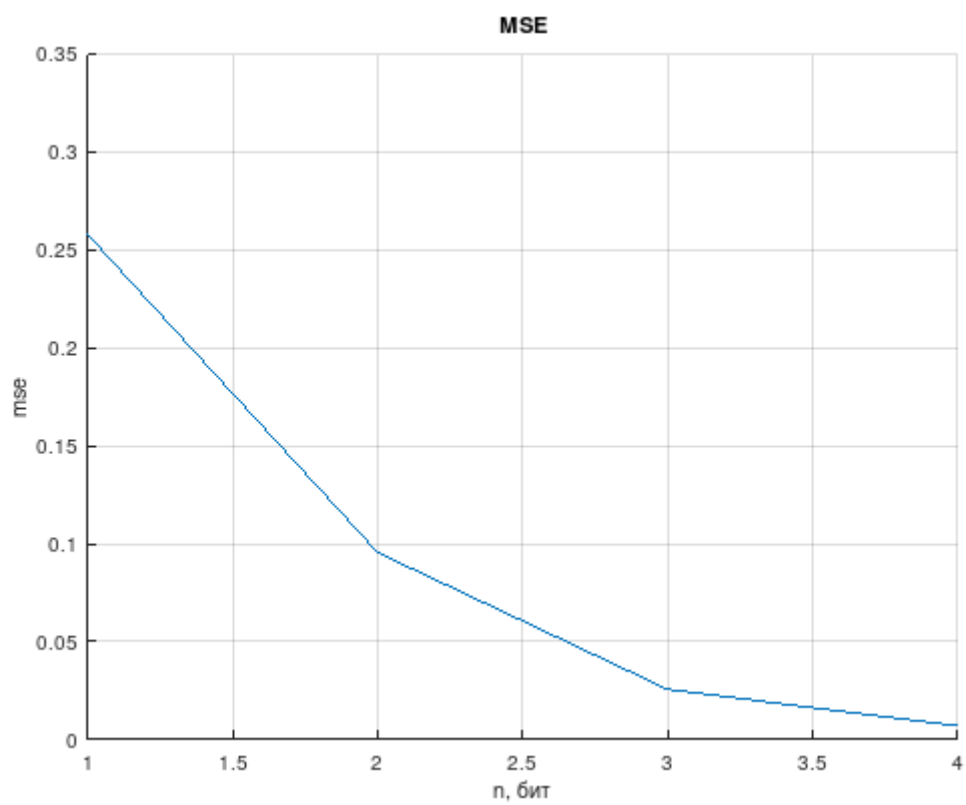
Квантование при 1 бит

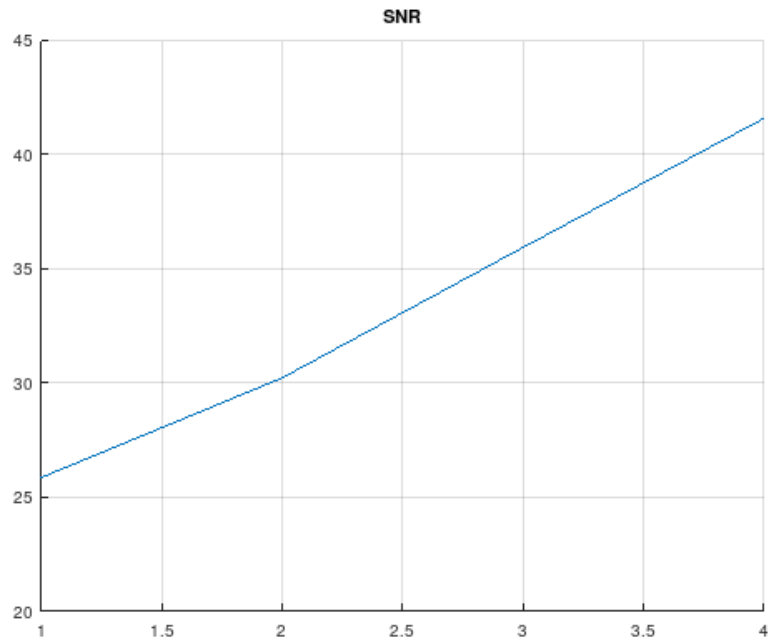




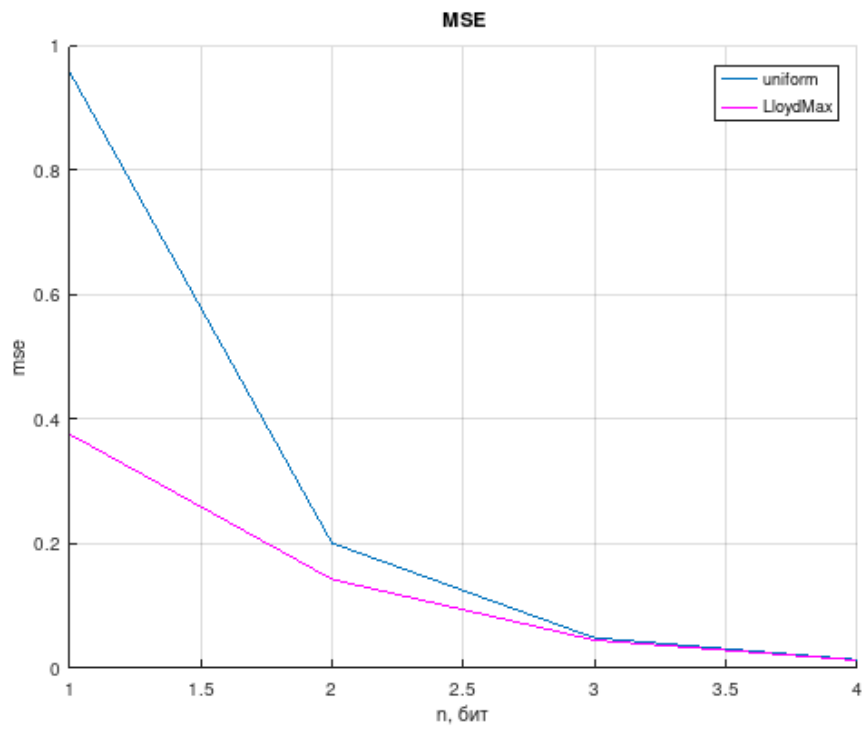


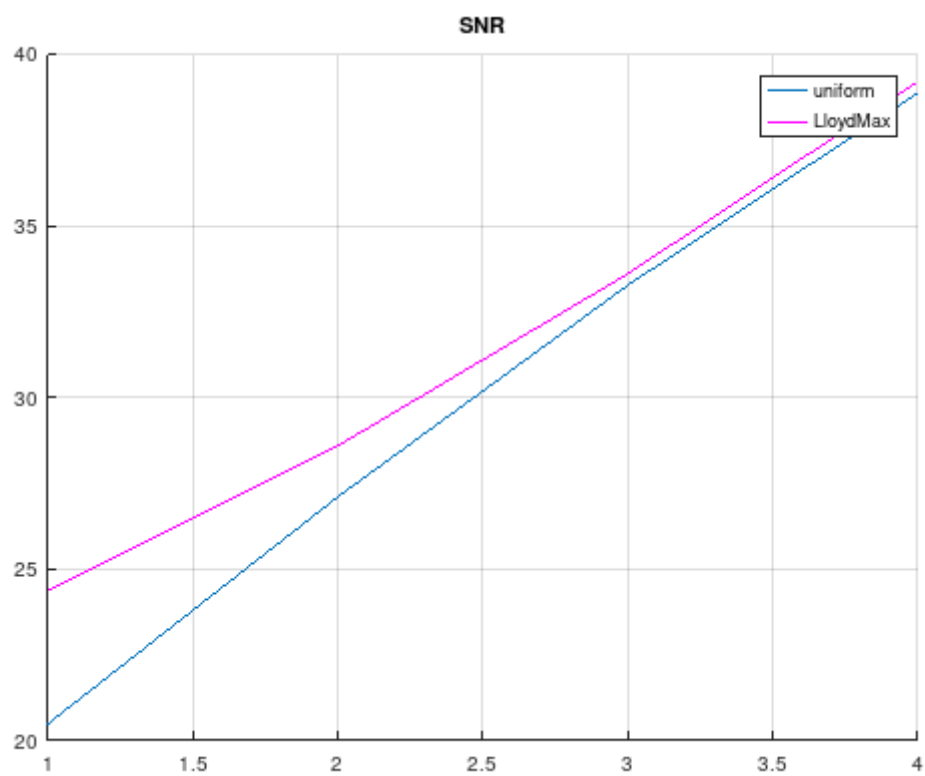
9. Вычислить выборочные значения ошибки (2), (6) и SNR.





10. Выполнить равномерное квантование сигнала x_k при числе бит на отсчет от 1 до 4. Сравнить результат с полученным в предыдущем пункте.





У квантования Ллойда Макса среднеквадратичная ошибка ниже, чем у равномерного квантования, а snr выше.