Задание к семинару №9

Решить однородное уравнение теплопроводности с граничными условиями Дирихле

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = k\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \\ u(x,0) = e^{-(x-5)^4} + 0.01x, \\ u(0,t) = u(0,0), \\ u(a,t) = u(a,0). \end{cases} \qquad (1)$$

на отрезке $x \in [0;a]$ при $t \in [0;T]$. Выбрать $a = 20$ и $T = 10$, а коэффициент теплопроводности $k = 2$. Шаг по пространству $h = 0.01$, шаг по времени $\tau = 0.05$. Расчет проводить с помощью комплексной схемы Розенброка. После каждого временного слоя выводить решение на текущем слое для получения анимационной картинки. Чтобы избежать постоянного изменения масштаба графика рекомендуется после команды plot вставить команду axis([0 a 0 1]) , не забыв далее поставить команду pause(1e-6).

Тот же расчет необходимо повторить с граничными условиями Неймана $u_x(0,t) = u_x(a,t) = 0$.

Указания

1. Счет будет идти быстрее, если использовать аппарат разреженных матриц MATLAB (смотри документацию к функции spdiags).
2. Граничные условия надо включить в оператор пространственного дифференцирования Λ_x, видоизменив в нем первую и последнюю строки. Поскольку в данной задаче коэффициент теплопроводности постоянен, то оператор Λ_x можно вычислить один раз до начала расчета.
3. Для аппроксимации граничных условий Неймана со 2 порядком следует использовать метод фиктивных точек.