



资产相关性的计算和应用 . 第16讲



渔阳 2018-04-04 20:19

字数 4,195 阅读需 11分钟

“欢迎来到量化小学”

▲ 加入[“量化小学”校友圈儿](#)提问交流

详细内容请观看PPT视频



上一篇:

组合的威力：投资的
圣杯·第1讲

0



收藏



本期内容

大家好，欢迎来到量化小学。

上次我们讲了投资的圣杯，简而言之就是要寻找一些低相关性的回报流，把它们组合在一起，这样你整体的投资的风险收益比就提高了。很显然资产的相关性是一个非常重要的参数，这次我们就来谈一谈这个话题，一共两部分内容，首先是关于**相关性的计算**，然后是一些**应用的常识**。

咱们先来复习一下前面讲过的一些知识。上次我们说过，对于管理大资金来说，配置是更为重要的。我们应该做的事情是多寻找一些低相关性的投资机会，不应该做的事是在择时上花费太多的精力。咱们也讲了，一般来说，你的投资的收益的85~90%是可以配置来解释的，能用择时来解释的不超过10%，因此你的精力花在哪儿是非常显然的。

谈到资产配置，本质上来说是一个数学问题。那么我们需要一些参数，首先是资产的预期的收益率，还有波动率。在第二章当中，我们讲过一些相关的数学知识。除此之外，我们要了解或者说从数学的角度要去量化不同资产，它们的收益率之间相互的关系，究竟是倾向于同涨同跌、你涨我跌、还是说没有明显的关系？这个从数据上来讲就叫资产的相关性。

在研究相关性的时候，我们也注意到，一般来说，你不要去使用价格，因为价格的数学性质不够好，他不是稳态的。我们通常是会使用收益率，因为收益率的统计性质比较好。

股票相关性观察

来自特辑



量化小学

解放你的投资动手能力

最近更新

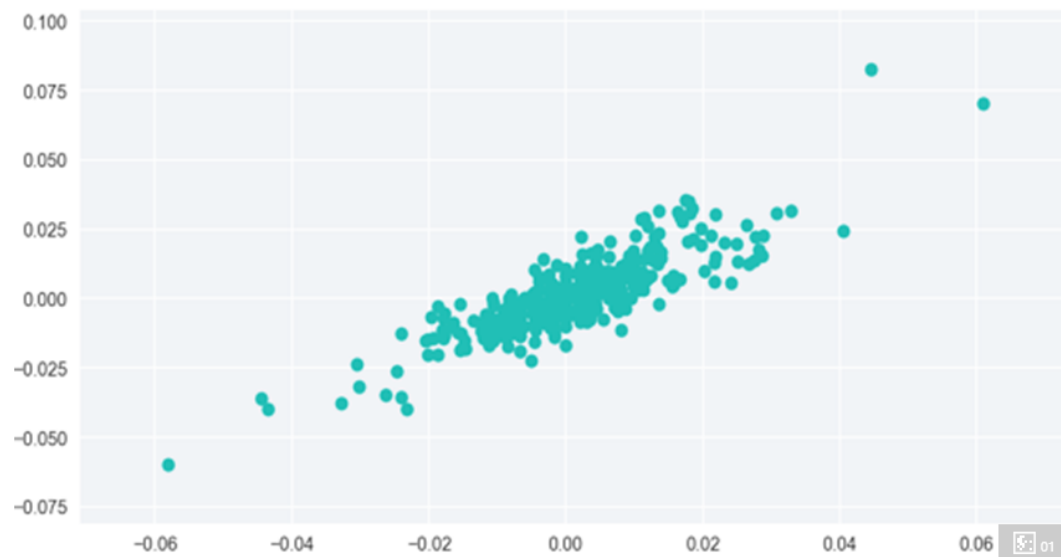
【学业总结】量化学习的脉络梳理，以及
继续学习提高的路径

2019-04-12更新

进阶研究：集成学习和深度学习·第31讲

2019-03-28更新





咱们先来直观地观察一些股票的相关性。左边这张图是工商银行和建设银行的股票日收益率的一个散点图。他们相关性数学上的值是0.85，还是相当高的，因为相关性的取值是在-1到+1之间。如果两个资产完全一样，它的相关性就是1。0.85也是相当的不低了，我们马上也会讲到怎么计算的数学公式。

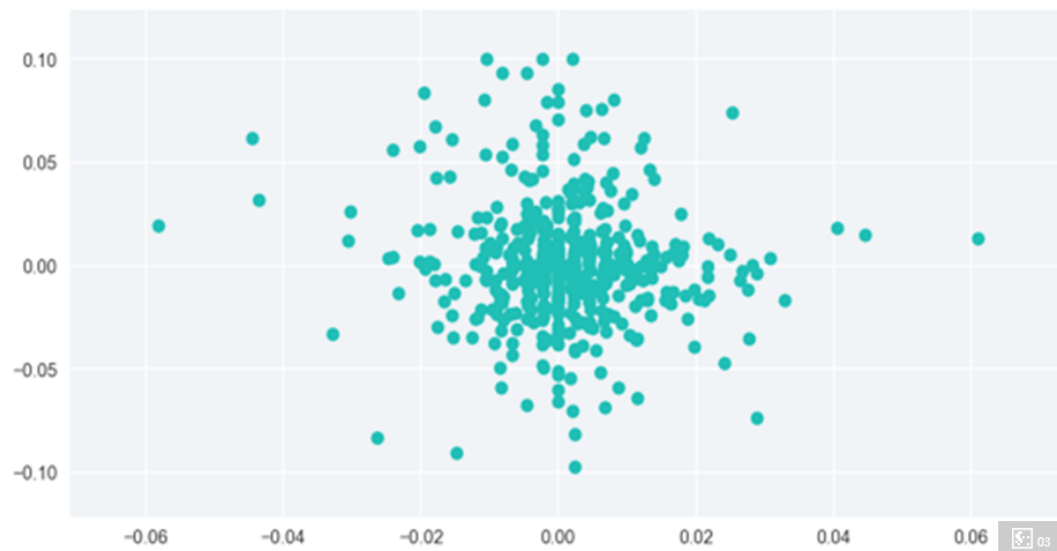
再直观的看一下，他们的收益率的散点图是集中在第一象限和第三象限，基本上是围绕着一一条直线来分布的。大概也就是说，工商银行涨多少，那么建设银行也就是这个涨跌的幅度，差不多在同样一个水平。当然了也有个别天，会发生一些例外的情况，但总体而言是在一、三象限围绕一条直线分布的，这是高相关性的一对股票的散点图。





那么第二张图是两只中等相关性的股票，工商银行和中国平安。他们的相关性的数学取值是0.37。我们从直观的图上来看，大部分点还是集中在一、三象限，也就是说这两只股票还是同涨同跌，那么幅度就不一定了。我们看到左边那张图是围绕着一一条直线，就是你涨多少，我大概也涨多少，右面这个性质就要弱很多，因此体现在相关性上来说也就低一些。





最后一张图是两个基本上没有相关性的股票，这是工商银行和天齐锂业，后者是一个锂电池的概念股，它和银行显然是不同的。第一是处于不同的板块，第二是投资人也不是太一样，可能工商银行的一些长线的机构投资者比较多，天齐锂业大概是一些快钱，甚至一些游资。因此它们的相关性是比较低的，数学的取值是-0.08。那么直观的从图上来看，在四个象限像一个摊大饼的形状，就是工商银行的涨跌跟天齐锂业是没有什么关系的。

在这我也要特别的指出一点，就是在计算相关性的时候，我建议经常还是要直观的来看一看这个散点图的。因为有的时候会有一些极端值，对于相关性或者任何统计量的计算影响都非常大。那么你通过直观的来看图，接下来就要去想一想究竟发生了什么？还是说这里面可能有数据的问题。在做量化研究的时候，对极值点的处理还是非常重要的。

一、相关性计算的数学公式

那么我们看了上面几张相关性的散点图之后，接下来就讲一讲相关性计算的数学公式。



$$Corr(X, Y) = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sigma_X \sigma_Y}$$

分子：协方差 (covariance)

- 若 X, Y “同涨同跌” 较多，则 $X_i - \bar{X}$, $Y_i - \bar{Y}$ 的正负号相同时较多，协方差为正。
- 若 X, Y “涨跌幅度” 也类似，则协方差较大。
- 若 X, Y 没有明显关系，散点图 “四个象限摊大饼”，则协方差接近0

分母：X, Y的标准差

- 作用是将相关性标准化到[-1, 1]区间

04

首先我们讲过挺多次的，不要被数学公式所吓倒，其实它背后的意义往往都是挺直观的。比如说以这个相关性的公式为例，它是分子和分母两个部分，对吧？我们先来看一看这个分子是在讲什么。他是说把所有 X_i 的取值和 Y_i 的取值分别减掉 X 和 Y 的平均值，然后把它们乘在一起，最后再加在一起。

我们可以想象， X_i 就是工商银行每天的收益率，那么 Y_i 就是另外一只股票每天的收益率。那么如果说 X 、 Y 同涨同跌的时候比较多，也就意味着 X_i 减掉它的平均值和 Y_i 减掉平均值，它的正负号相同的时候比较多。这是因为长期来而言，你可以认为这个股票的日收益率平均下来都离零不远。

所以如果同涨同跌，那么这两个取值要么是一起为正，要么一起为负。那么因此它们乘起来那就必然是一个正数，是吧？或者说他取正数的概率比较大，因此你最后再去求和这个协方差，它就会是一个正数。特别是他如果说同涨同跌的幅度还差不多的话，那么最后这个协方差的数值就会更大。

第三点，如果说 X 、 Y 没有明显关系，就像刚才工商银行和天齐锂业那张图，散点图像四个象限摊大饼，那么这个两项就有正负的概率都差不多，那么从概率上来讲，就是有的时候



是正有的时候是负，最后全都加起来斜方差就会接近零，因此你算出来的这个相关性的也是零。

那么这个分母又是干什么的？它是X和Y的标准差。他起的最主要的作用就是将这个相关性标准化到负一到正一这个区间。那么因为分子计算是斜方差，这可以是一个很大的数值，但是当你把它和这个标准差除以处之后，取值就到落到了负一到正一区间。那么最后我也需要指出相关性的计算公式是一道量化研究员的特别基础的面试题，如果有兴趣在这方面发展的同学们，应该学会推导相关性的计算公式，这个任何一本线性代数的基础教科书上都有。

二、相关性应用的常识

好，下面咱们来谈一谈这个应用的常识。

2.1 两个资产的相关性

咱们假设A、B两个资产简单的情况，它的收益率都是R，波动率都是 Σ ，我们来构建一个等权重的投资组合，看看这样对于我们整体的夏普比例会有一个什么样的影响。

那么我们看下面这张表，它左边是不同的资产的相关性，右面我们计算了收益率波动率，还有夏普比率的提升。首先看到不管他们的相关性是什么样的，我把这两个资产组合起来，它的预期收益率都还是R。在第二章当中我们讲到的，收益率是可以相加的，那么波动率就不是这样了。根据上面讲的这个公式，大家都可以自己去计算，用excel就可以算出这样的数值。



A, B两个资产, 预期收益率都是 r , 波动率都是 σ , 等权重构建投资组合

相关性	预期收益率	波动率	夏普比率提升
-0.2	r	0.63σ	58%
0	r	0.71σ	41%
0.2	r	0.77σ	29%
0.5	r	0.63σ	15%
0.8	r	0.95σ	5%

05

那么首先我们可以从底往上看, 就是如果说它的相关性是1的话, 也就意味着这两个资产完全一样, 那么你怎么组合波动率也都还是 Σ , 我没有把这个列在这个表格里面。如果说他的相关性是0.8比较高, 但不完全一样, 你把它组合在一起就能够稍微的降低一点波动率, 就是原来的95%了, 因此对应的夏普比例上面, 你会得到一个5%的提升。

那么随着资产相关性的降低, 这个分散风险的作用就会越来越大, 0.5、0.2。那我们来看一看不相关的情况, 如果说相关性是零, 那么你组合起来波动率就只有原来的71%了, 对应到夏普比率也可以提升41%。那最后是有一点负相关的情况, 这个波动率很显然就进一步的降低, 你会得到一个很明显的夏普比的提升。

从这一个简单的例子当中, 我们也可以看到, **把不同的资产组合起来, 有降低波动率和提升夏普比率的作用**。我觉得大家还是应该大概的记住这些, 至少是有一定的基本的感觉, 就是我把什么样的资产组合在一起, 会得到一个什么样的绩效上的提升, 这个会常常用到的。



最后两点希望大家记住。第一个是，**低相关性的资产，分散投资的效果好**，这也是显然的。

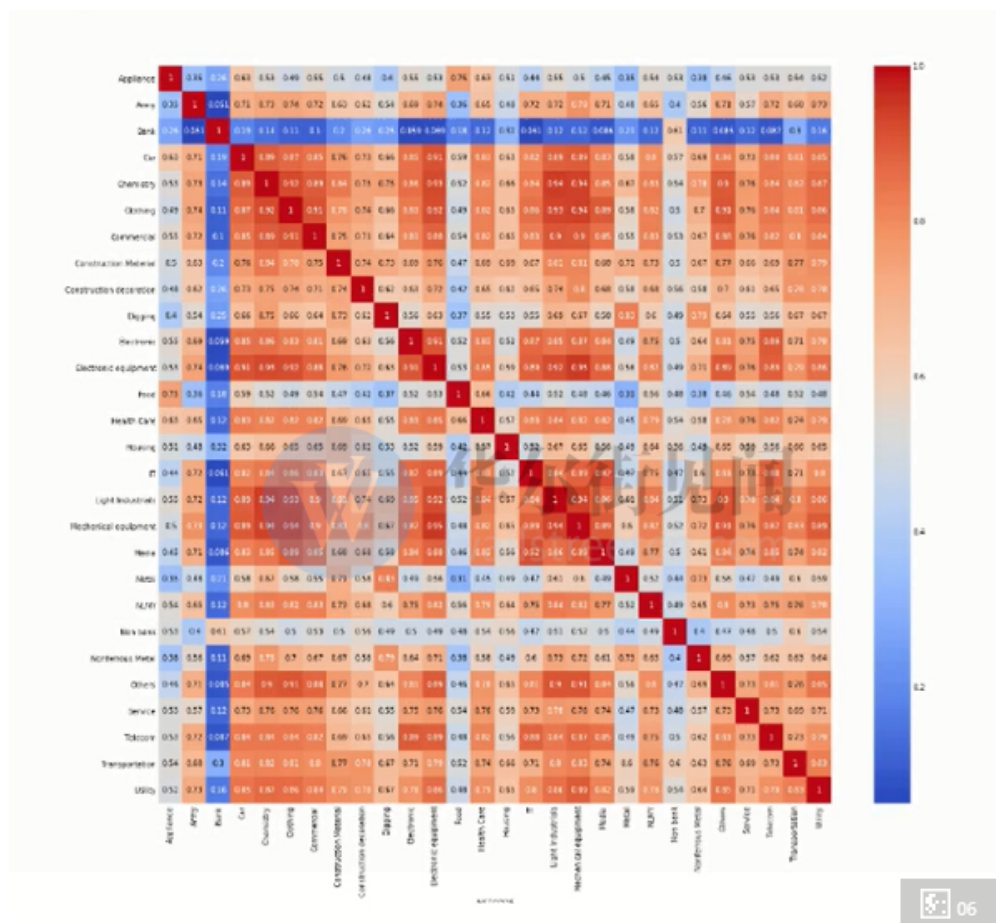
第二个，**高相关性的资产**有什么用？其实也是有用的。首先你是**可以用来做对冲**的，如果我做多A做空B，我整体的风险就变小了。第二个，你可以考虑**用他们来做配对交易**。关于配对交易我们在上一章当中均值回复那部分是讲过的，比如说螺纹钢和热卷板它们的相关性非常高，应该达到0.95以上了。所以他们既然相关性那么高，同涨同跌的性质特别明显，因此你就可以去寻找一些机会。比如说螺纹钢涨，热卷板没有涨，那么你去赌它会补涨，这就是所谓的配对交易的机会。

所以，高相关性的资产和低相关性的资产各有各的用处。

2.2 相关性应用-多个资产

那么多个资产的情况又会怎么样？好，在这我列了一个相关性矩阵，这看着可能不是很清楚，但是因为这个程序在本课的样例里面都有，我建议大家打开金融终端自己去看一看，这个是关于A股的。





上图这个带颜色的矩阵是28个申万一级行业的相关性矩阵，也就是说这个资产之间两两的相关性都把它计算出来了。这个图是带颜色的，越是偏红色的，就表明他们的相关性越高，越是偏蓝色的，就表明他们的相关性越低。

首先我们看到这个图是有几个特点。这个斜对角它的取值都是1，这也是很显然的，因为自己跟自己的相关性很明显是1。第二，就是大部分的股票板块之间这个相关性系数的颜色都是比较深的，也就意味着他们相关性比较高，超过0.6。



这个也是挺符合常识的，因为毕竟都是股票，比如说这个电子类的股票涨了，那么相对来说一些传媒类可能上涨的概率也比较大。这里面唯一的异类是银行股，这个地方看到蓝色的一条，这其实就是银行板块和其他板块的相关性都不是那么高，这个大概也是A股一个比较特殊的性质，因为银行这个资产一般的来说率不是很大。

另外在过去两年当中，如果股市出现比较明显的下跌，国家队也往往会有一个救市的操作，经常会去买银行股。所以我们看到，这个银行股跟其他的板块之间，相关性就比较低了。最后这个程序是在本集的样例里面，我建议大家要去看一看，特别是比较直观的来对各个股票板块之间的相关性有一个认识，这对做股票方面的投资组合构建还是很有用处的。

相关性矩阵

N个资产的相关性矩阵：

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \rho_{1,3} & \cdots & \rho_{1,n} \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \rho_{n,1} & & \cdots & & 1 \end{pmatrix}$$

投资组合的风险计算：

若n个资产的权重向量为 $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ ，波动率向量为 $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ ，则：

$$\text{组合波动率} = (w \cdot \sigma) \Sigma (w \cdot \sigma)^T$$

07

从数学性质上来说，对角线都是1，另外相关性矩阵都是对称的，因为A跟B的相关性和B跟A的相关性显然是一样的。另外从数学上来说，这个相关性矩阵还是很有用的。我们先定义一下N个资产的相关性矩阵，就跟刚才我们看到那个具体例子差不多的，斜对角都是1，另外它具有一个对称性。



有了相关性矩阵之后，我们就可以来计算投资组合的风险。比如说我们有N个资产，它们的权重向量是 W_1 、 W_2 一直到 W_n ，这N个资产，他们的波动率分别是 Σ_1 、 Σ_2 ，一直到 Σ_n ，那么我们就可以来计算这个投资组合的波动率。

其实这就是一个向量运算了，这个大家都可以去复习一下，就是我把 W 、 Σ 点乘在一起，然后乘上这个波动率的矩阵，然后再去乘 W 和 Σ 的转置，最后得到的是一个数字，就是这个组合的波动率。这个相关性矩阵有一个数学性质，它的原理是说，组合的波动率不可能是负数。因此这个相关性矩阵从数学上的角度来说叫做半正定，也就是说他保证了乘出来不能是负的。因此这个半正定矩阵的数学上的特点是，所有的特征值都是非负。建议大家去复习一下线性代数相关的知识。

课堂思考

好，那今天的咱们的课程就差不多了。最后也给大家出一个思考题，涉及到相关性。

思考题

A股有3000多只股票，如何量化它们之间的相关性？

提示：

- 根据今天讲的公式，分别计算每对股票的相关性，是否可行？
- 若有问题，怎么处理？

华尔街见闻

刚才我们看了两个资产的相关性，也看了28个申万一级行业的相关性，那么A股有3000多支股票，我们怎么样来量化它们之间的相关性？是不是需要一个 3000×3000 的相关性矩阵？这个大家可以思考一下。也给两点提示，第一个提示就是说，如果我根据今天讲的公式，把股票两两配对来计算它们的相关性是不是可行？第二个就是如果有问题，我需要怎么样进行处理？

所以，我们知道相关性怎么计算，就可以来运用一些经典的组合理论来构建投资组合了。下一次我们就来讲一讲这个经典的组合理论。

最后是一些学习资料。策略实现的样例依然在金融终端的教学频道。另外今天我们涉及到一些关于矩阵、向量运算、相关性、特征值等等知识，这个任何一本线性代数的教科书里面都有，请大家去复习一下。好，那今天的节目就到这里，谢谢大家。

-END-

加入“量化小学”的见识圈，关注动态

感谢您订阅本特辑，扫描下方二维码或[点击圈子链接](#)，即可加入专属见识圈子提问交流





量化小学



渔生

小学而大不遗，量化师生联谊会

感谢大家订阅《量化小学》，这里是学校见识社群，你可以随时提问、随时互动，我们一起投资，一起分享！



风险提示及免责条款

市场有风险，投资需谨慎。本文不构成个人投资建议，也未考虑到个别用户特殊的投资目标、财务状况或需要。用户应考虑本文中的任何意见、观点或结论是否符合其特定状况。据此投资，责任自负。

写评论

请发表您的评论



表情

图片

发布评论

华尔街见闻

- 关于我们
- 广告投放
- 版权与商务合作
- 联系方式
- 意见反馈

声明

未经许可，任何人不得复制、转载、或以其他方式使用本网站的内容。
评论前请阅读网站[“跟帖评论自律管理承诺书”](#)

法律信息

- 版权声明
- 用户协议
- 付费内容订阅协议
- 隐私政策

违法和不良信息

举报电话: 021-60675200 (周一到周五9:30-11:30, 13:00-18:30)
举报邮箱: contact@wallstreetcn.com
网站举报: [点击这里](#)



华尔街见闻APP



华尔街见闻公众号



微博@华尔街见闻



中央网信办
违法和不良信息举报中心

上海市互联网
违法和不良信息举报信息

[违法和不良信息举报受理和处置管理办法](#)

[清朗·财经违规内容专项整治公告](#)



举报中心

友情链接

[腾讯财经](#) | [财经网](#) | [澎湃新闻](#) | [界面新闻](#) | [全景财经](#) | [陆家嘴金融网](#) | [富途牛牛](#) | [网易财经](#) | [凤凰网财经](#) | [虎嗅](#)

© 2010 - 2022 上海阿牛信息科技有限公司 版权所有 沪ICP备13019121号  沪公网安备 31010102002334 号 增值电信业务经营许可证沪B2-20180399

