



数据结构与算法 (Python版)

问题求解的计算之道

陈斌 北京大学 gischen@pku.edu.cn

问题：未知的事物

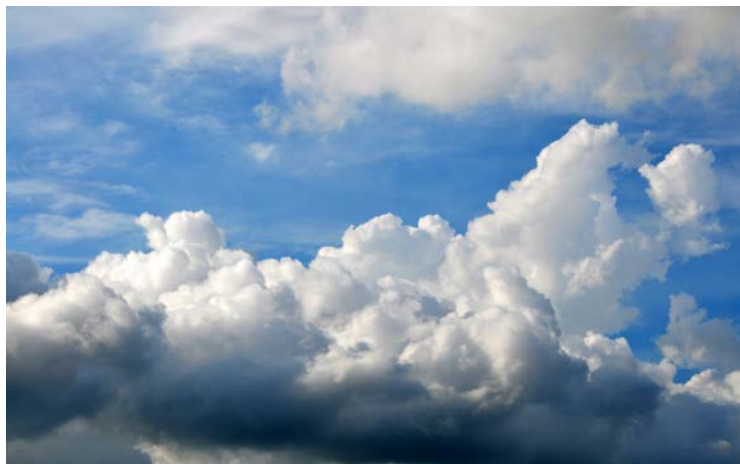
❖ 人们在生活、生产、学习、探索、创造过程中会遇到各种未知的事物

云是什么？

这种草（虫子）可以吃么？

什么是无理数？

什么是万物的起源？



问题：未知的事物

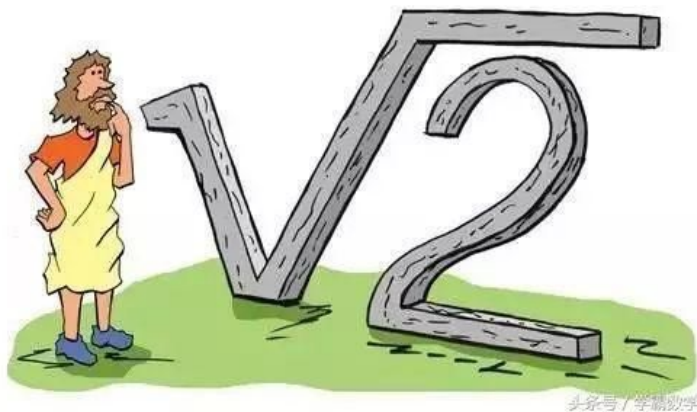
❖ 人们在生活、生产、学习、探索、创造过程中会遇到各种未知的事物

为什么会下雨？

为什么食物放久了会发霉？

为什么 $\sqrt{2}$ 是无理数？

生命的意义是什么？



问题：未知的事物

❖ 人们在生活、生产、学习、探索、创造过程中会遇到各种未知的事物

怎么让粮食长得更多？

怎么将楼房建到101层？

怎么求最大公约数？

怎么维护公平与正义？



问题解决之道

❖ 如何从未知到已知

感觉、经验

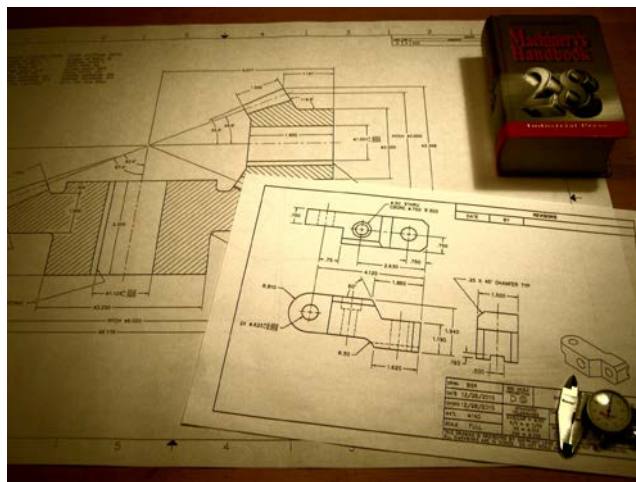
占卜、求神

逻辑、数学、实验

工程、计算

模型、模拟、仿真

哲学？



问题解决之道

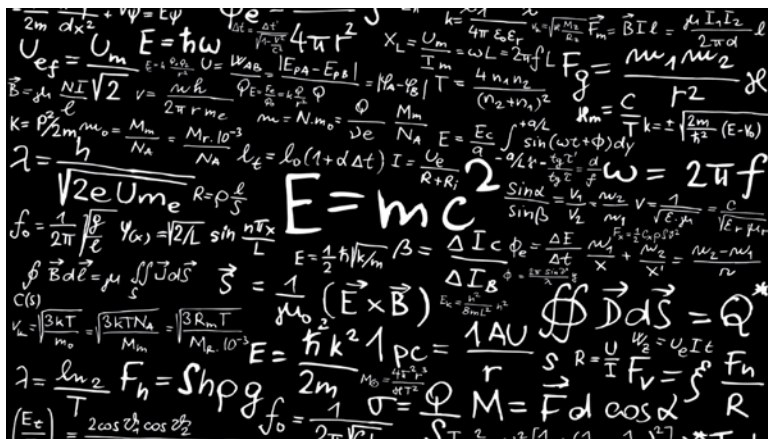
- ❖ 有些问题**已经**解决
- ❖ 很多问题**尚未**解决
- ❖ 有些问题似乎**无法**完全解决
- ❖ 尚未解决和无法解决问题的共性
表述含混、标准不一、涉及主观、结果不确定

数学：解决问题的终极工具

❖ 在长期的发展过程中，人们把已经解决的问题逐渐表述为数学命题与模型

尚未解决的问题，人们试图通过数学建模，采用数学工具来解决；

无法解决的问题，人们试图转换表述、明晰问题来部分解决。

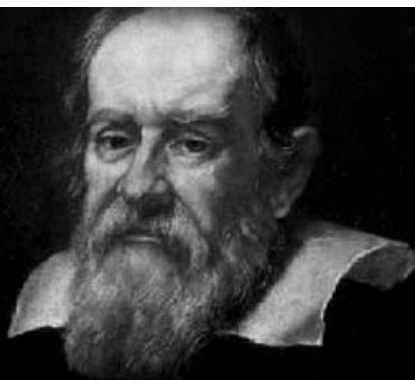


为什么是数学？

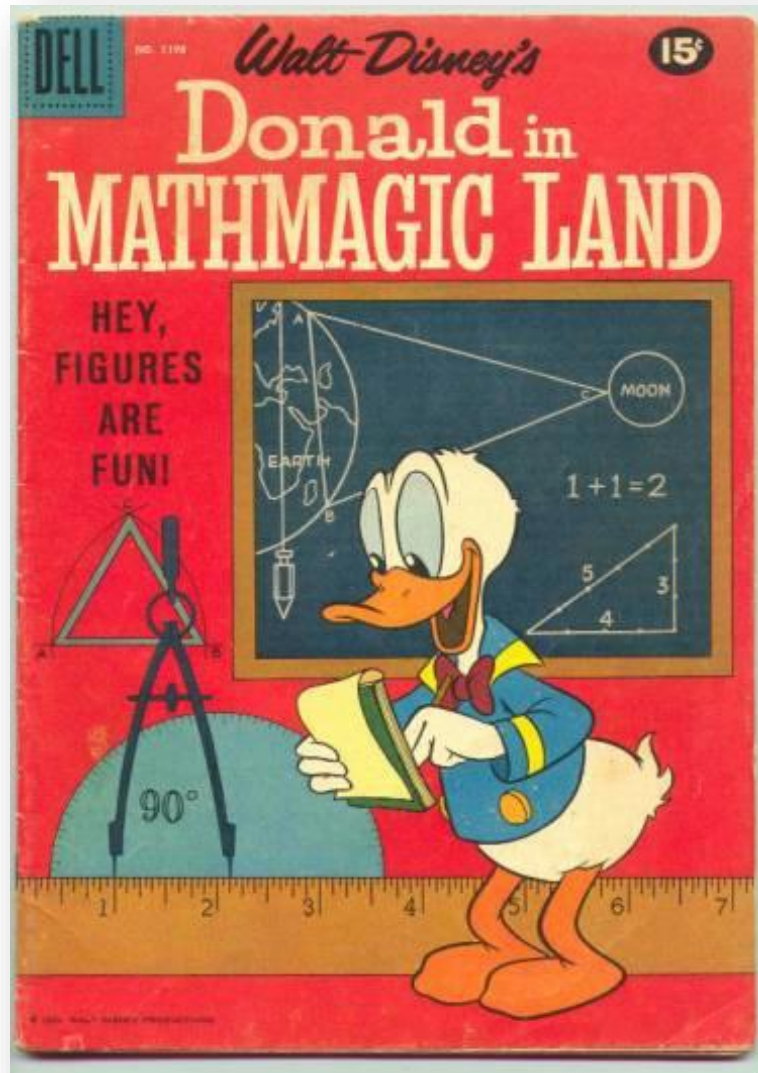
- ❖ 数学具有清晰明确的符号表述体系
- ❖ 严密确定的推理系统
- ❖ 但正如科学不是万能的，数学也不是万能的
 - 有些问题天然无法明确表述（主观、价值观、意识形态、哲学问题等）
 - 有些可明确表述的问题仍然无法解决（留后待述）

**Mathematics is the alphabet in
which God has written the universe**

Galileo, Italian astronomer, mathematician and philosopher (1564 - 1642)

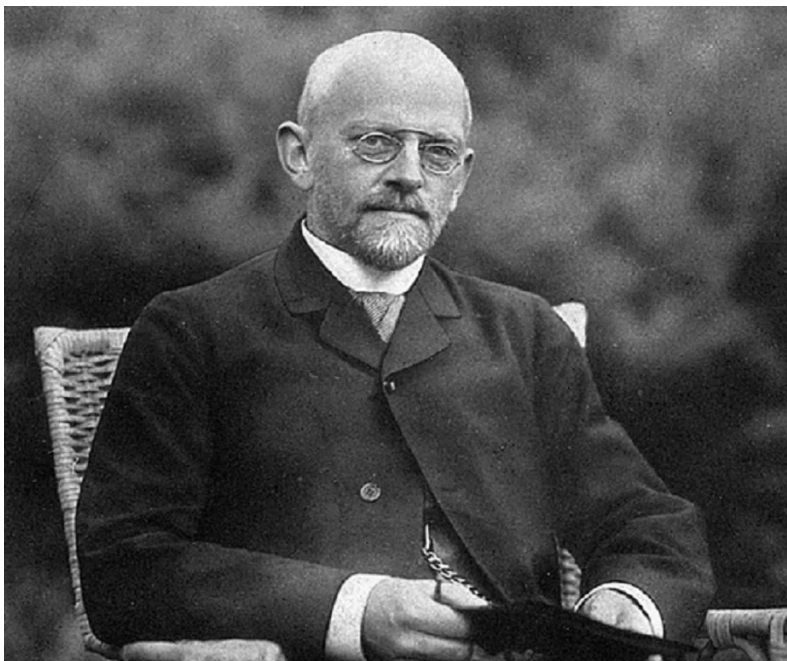


Donald in Mathmagic Land.1959



问题解决的“计算”之道

- ❖ 20世纪20年代，为了解决数学本身的可检验性问题，大数学家希尔伯特提出“能否找到一种基于有穷观点的能行方法，来判定任何一个数学命题的真假”



抽象的“计算”概念提出

❖ 基于有穷观点的能行方法

由**有限数量**的明确有限指令构成；

指令执行在**有限步骤**后终止；

指令每次执行都总能得到**唯一**结果；

原则上可以由人**单独**采用纸笔完成，而不依靠其它辅助；

每条指令可以**机械**地被精确执行，而不需要**智慧和灵感**。

关于“计算”的数学模型

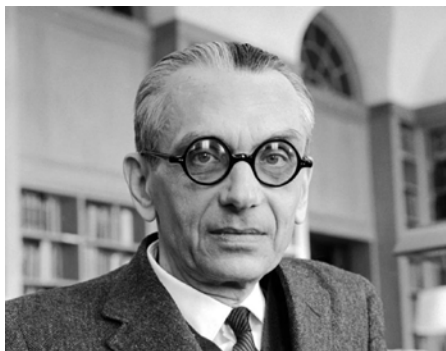
❖ 20世纪30年代，几位逻辑学家各自独立提出了几个关于“计算”的数学模型

哥德尔和克莱尼的递归函数模型

丘奇的Lambda演算模型

波斯特的Post机模型

图灵的图灵机模型



关于“计算”的数学模型

- ❖ 研究证明，这几个“基于**有穷**观点的**能行**方法”的计算模型，全都是等价的
- ❖ 虽然希尔伯特的计划最终被证明无法实现
不存在“能行方法”可判定所有数学命题的真假
总有数学命题，其真假是无法证明的
- ❖ 但“**能行可计算**”概念成为计算理论的基础
其中的一些数学模型（如图灵机）也成为现代计算机的理论基础

计算机是数学家一次失败思考的产物。
——无名氏