



INITIATION À LA RECHERCHE ET PROJET

ÉTUDE ET CONTRÔLE DE LA MAQUETTE "BILLE SUR RAIL" DE QUANSER

Realisé par :

ABERBOUR Oualid

SEGHIER Aissa

RAHMOUN Lokmane

Encadré par :
FERGANI Soheib

2023/2024

SOMMAIRE

01 État de l'art

02 Modélisation

Modele d'état
Fonction de transfert

03 Commande

04 Observateur

INTRODUCTION



Intérêts :

- la stabilisation d'un avion lors de l'atterrissage et du décollage.
- le flux d'air turbulent et le contrôle aérospatial.

Problématique :

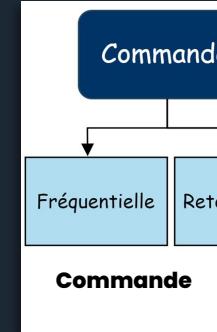
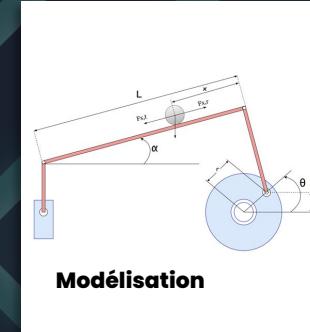
- le contrôle de la position de la bille pour la maintenir à une localisation prédéfinie.



PLAN DE TRAVAIL

Etat de l'art

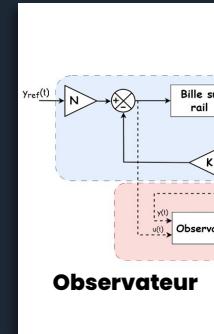
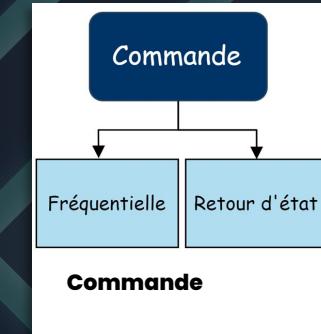
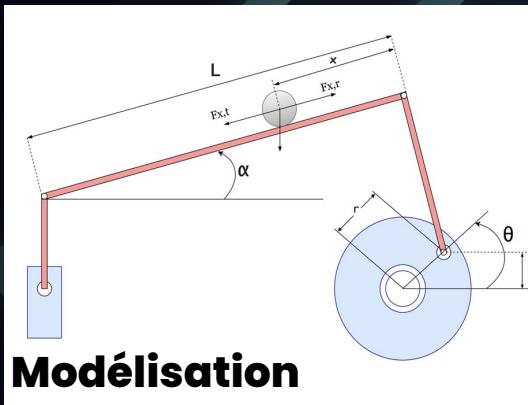
Cette partie donne une vue globale sur les différentes composants de la maquette. Elle présente aussi une synthèse sur les travaux existant dans la littérature.



PLAN DE TRAVAIL

Modélisation

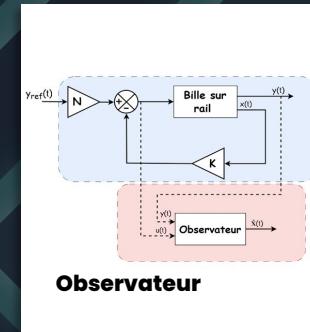
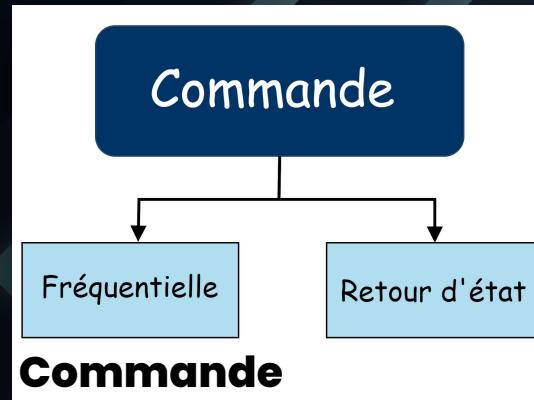
Partant de nos hypothèses, nous avons établi les équations mathématiques. Ces équations ont conduit à la détermination du modèle non linéaire. En effectuant la linéarisation, nous avons obtenu la représentation d'état et la fonction de transfert.



PLAN DE TRAVAIL

Commande

Nous avons établi deux techniques de commande : la commande fréquentielle et la commande par retour d'état.

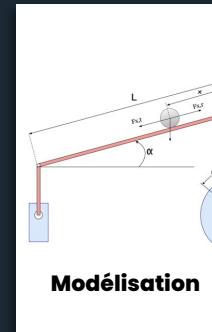
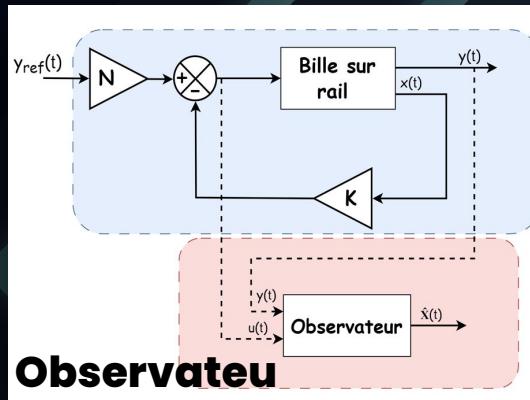


État de l'art

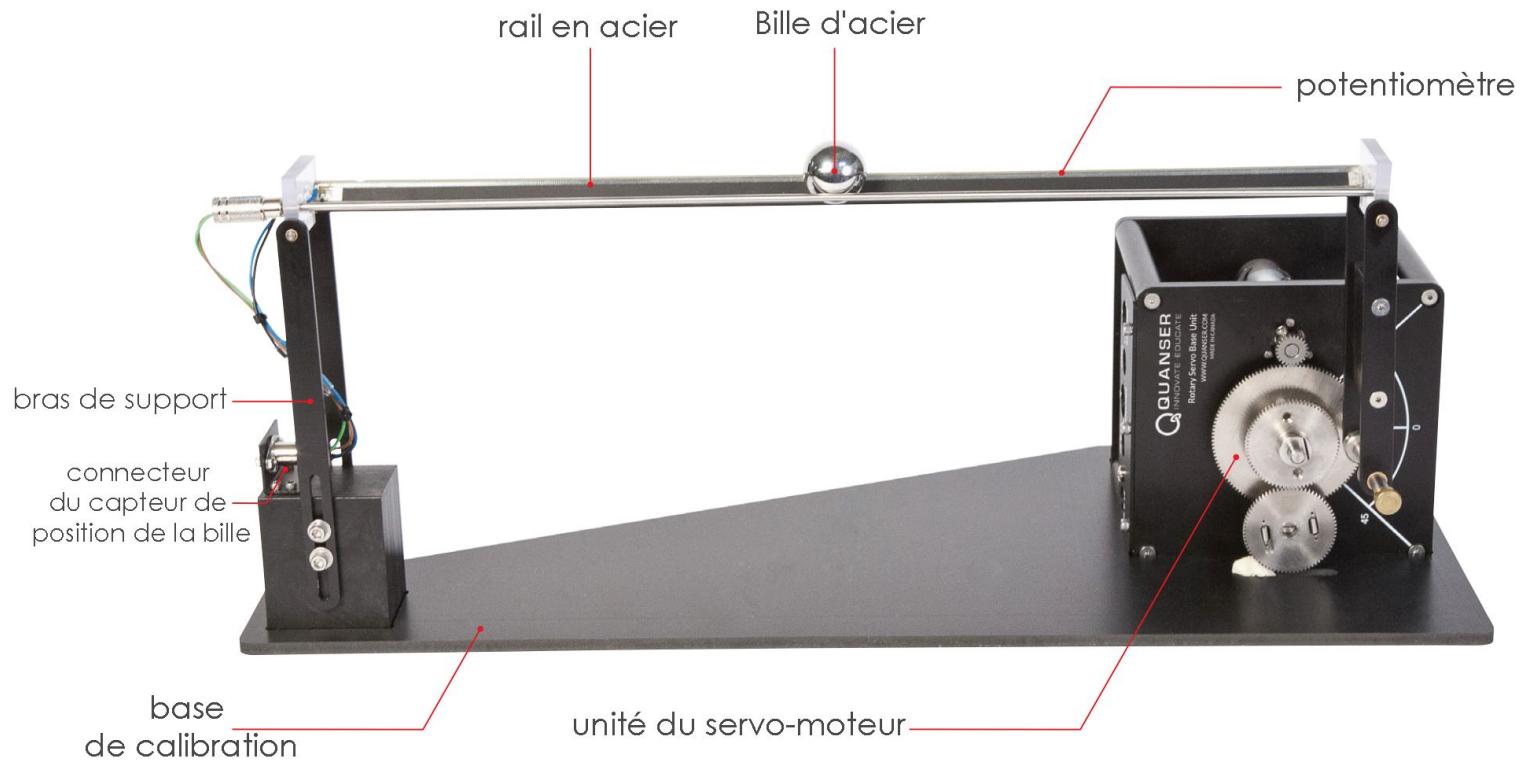
PLAN DE TRAVAIL

Observateur

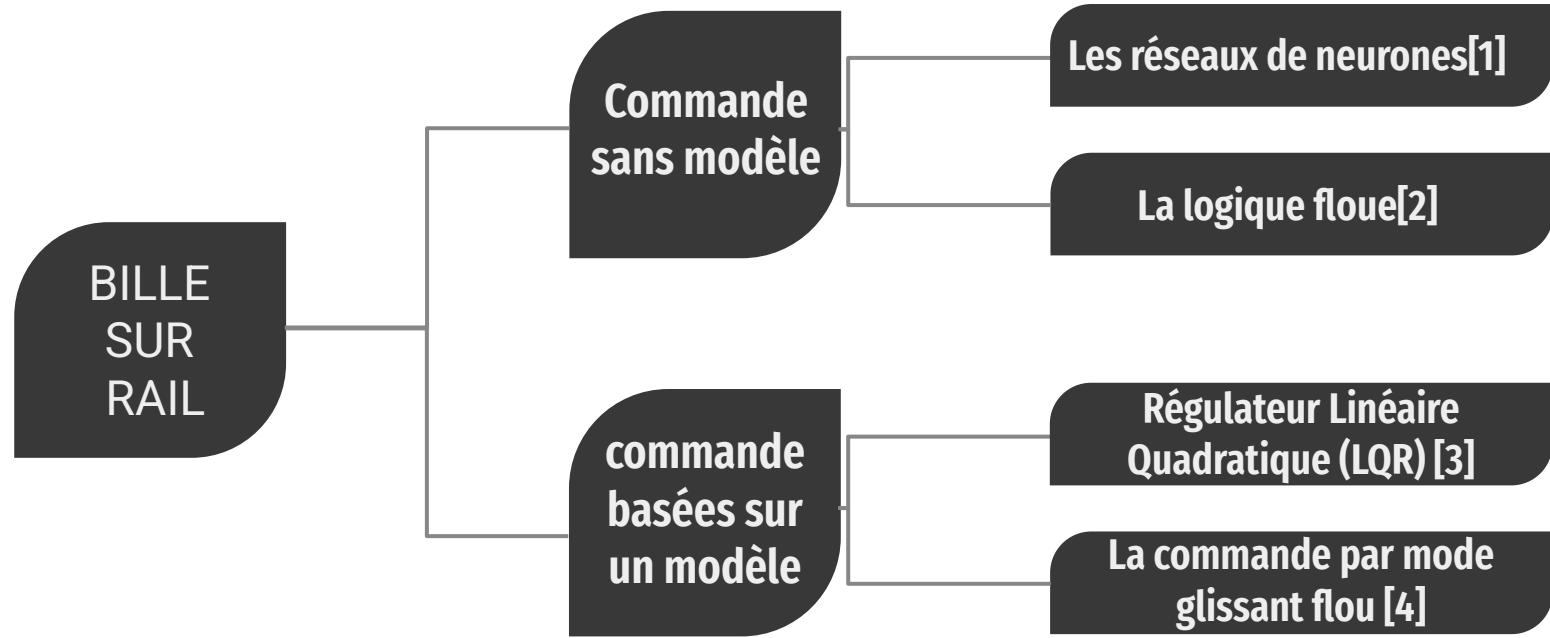
Un observateur identifié a été mis en place afin de reconstruire les états internes du système.



LES COMPOSANTS DE LA MAQUETTE



SYNTHÈSE DES TRAVAUX EXISTANTS



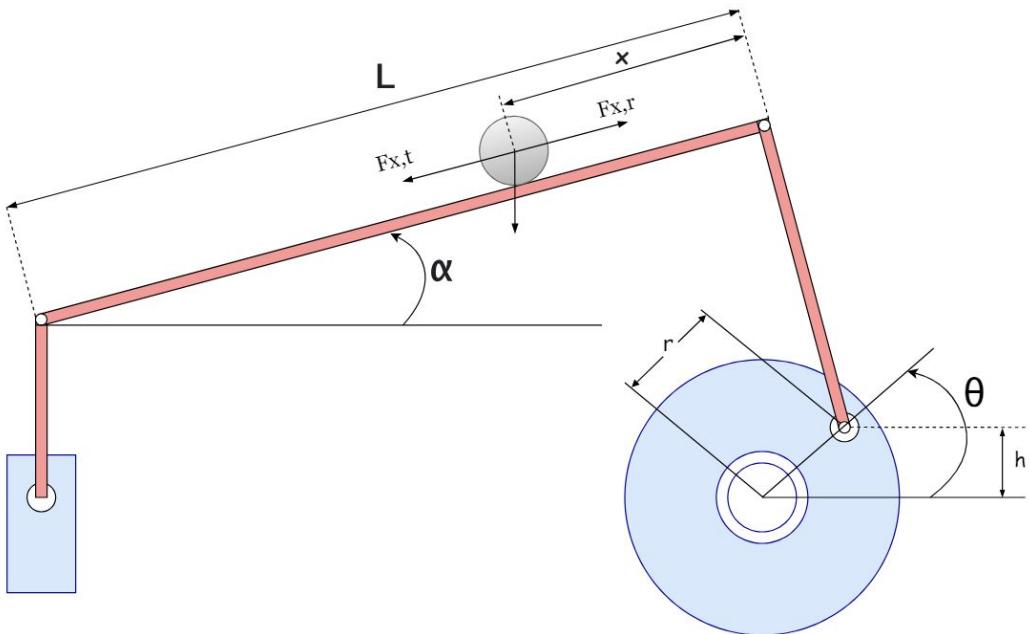
[1] NLQ neural control theory : Case study for a ball and beam system.

[2] The design of a fuzzy cascade controller for ball and beam system : A study in optimization with the use of parallel genetic algorithms.

[3] Augmented state estimation and LQR control for a ball and beam system.

[4] Fuzzy sliding-mode control for ball and beam system with fuzzy ant colony optimization.

MODÉLISATION

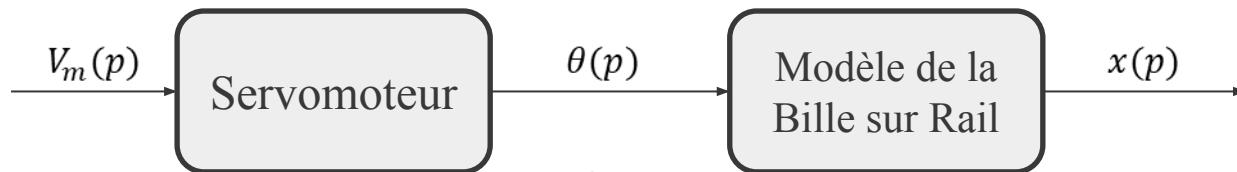


$F_{x,r}$: Force gravitationnelle (Poids)
 $F_{x,t}$: Force de l'inertie de la bille

Hypothèses de travail :

- Le frottement sec de la bille avec le rail est négligé.
- Le frottement de la bille avec l'air est négligé.
- La bille roule le long du rail.

RELATION ENTRE LES DIFFÉRENTES VARIABLES DU SYSTÈME



Relation entre l'angle θ et l'entrée V_m du Servomoteur :

$$\tau \ddot{\theta}(t) + \dot{\theta}(t) = K_m V_m(t)$$

K_m : gain du servomoteur
 τ : constante de temps

Relation entre la position x et l'angle θ :

$$x(t) = K_{bb} \sin(\theta(t))$$

K_{bb} : gain du système Bille sur Rail

APPROXIMATION DE LA FONCTION SINUS

La relation entre l'angle du servomoteur et l'angle de l'inclinaison du rail est donnée par la relation:

$$\sin(\theta(t)) = \frac{r}{L} \sin(\alpha(t))$$

Principe :

Pour de petits angles, nous avons approximé la fonction sinus pour obtenir un modèle linéaire :

$$\sin(\theta(t)) \approx \theta(t) \quad \text{et} \quad \sin(\alpha(t)) \approx \alpha(t)$$

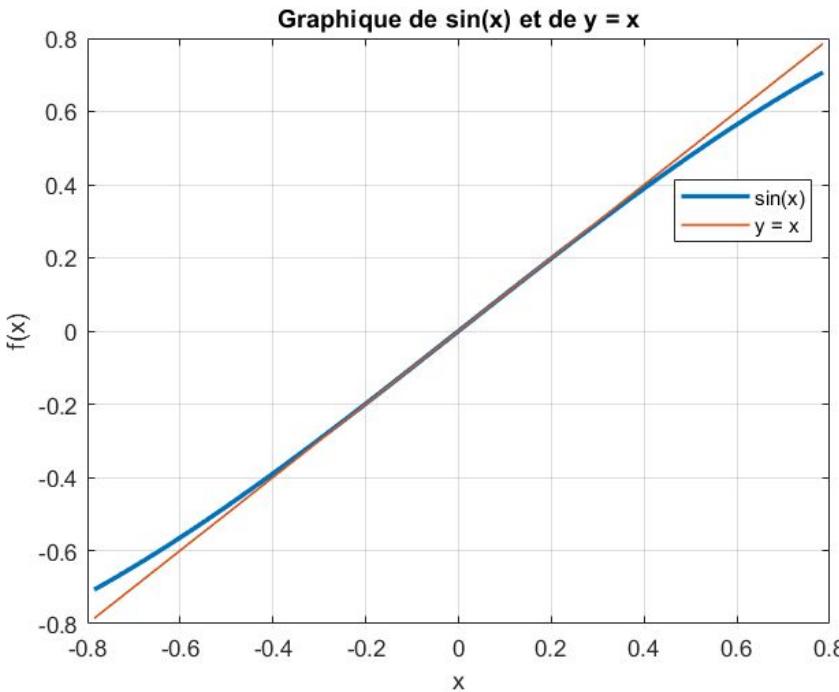
Ainsi :

$$\theta(t) \approx \frac{r}{L} \alpha(t)$$

Impact de l'approximation :

- L'approximation introduit des incertitudes dans le modèle.
- Peut causer un léger décalage entre le modèle théorique et le modèle réel.
- Ce décalage peut affecter la commande du système, entraînant des erreurs.

VALIDITÉ DE L'APPROXIMATION



Comparaison entre x et $\sin(x)$:

- Comparaison effectuée pour $x \in \left[\frac{-\pi}{4} ; \frac{\pi}{4} \right]$.
- L'angle du servomoteur est compris dans cet intervalle.

Observation :

- L'approximation est valide sur cet intervalle.
- Le décalage est léger et tolérable aux extrémités de l'intervalle.

Conclusion :

- L'approximation est acceptable.

MODÈLE NON LINÉAIRE

Choix des variables d'états :

$$z(t) = \begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \\ z_4(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \alpha(t) \\ \dot{\alpha}(t) \end{pmatrix}$$

$x(t)$: la position de la bille

$\dot{x}(t)$: la vitesse de la bille

$\alpha(t)$: l'angle d'inclinaison du rail

$\dot{\alpha}(t)$: la vitesse angulaire

Le vecteur de commande correspond à la tension d'entrée du servomoteur :

$$u(t) = V_m(t)$$

La dynamique du système :

$$\dot{z}(t) = \begin{pmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_3(t) \\ \dot{z}_4(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \\ \dot{\alpha}(t) \\ \ddot{\alpha}(t) \end{pmatrix}$$

Avec :

$$\dot{z}_1(t) = \dot{x}(t) = z_2(t)$$

$$\dot{z}_2(t) = \ddot{x}(t) = K_{bb} \frac{L}{r} \sin(\alpha(t)) = K_1 \sin(z_3(t))$$

$$\dot{z}_3(t) = \dot{\alpha}(t) = z_4(t)$$

$$\dot{z}_4(t) = \ddot{\alpha}(t) = -\frac{1}{\tau} \dot{\alpha}(t) + \frac{K_m r}{L} V_m(t) = -\frac{1}{\tau} z_4(t) + K_2 u(t)$$

LINÉARISATION

Points d'équilibre :

On cherche les points où la dynamique est nulle pour une entrée nulle.

$$z_{eq} = \begin{pmatrix} z_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Physiquement, cela signifie que la bille peut être à n'importe quelle position sur le rail, mais que sa vitesse est nulle et que le rail est en position horizontale, avec une vitesse angulaire nulle (le servomoteur ne tourne pas).

Linéarisation :

On a décidé de linéariser le système autour du point $x = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, qui correspond à l'état où la bille est au milieu du rail avec une vitesse nulle, ainsi que l'angle et la vitesse angulaire du rail sont nuls.

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}(t) = A\tilde{z}(t) + B\tilde{u}(t) \\ \tilde{y}(t) = C\tilde{z}(t) \end{cases}$$

MODÈLE D'ÉTAT LINÉAIRE

Donc, le modèle linéarisé autour d'un point d'équilibre de notre système est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{pmatrix} \tilde{z}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_2}{\tau} \end{pmatrix} \tilde{u}(t) \\ \tilde{y}(t) = (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \tilde{z}(t) \end{cases}$$

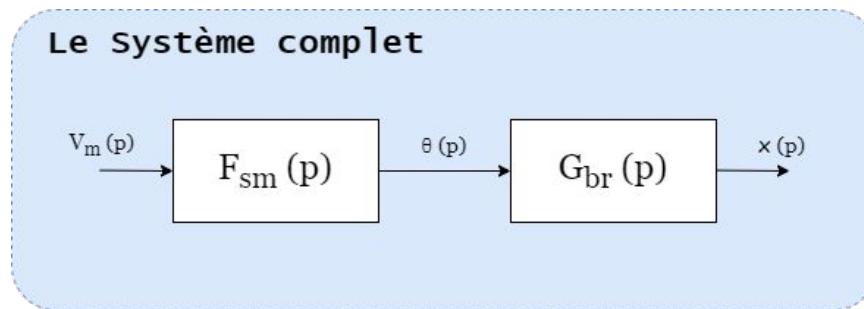
Ainsi, ce modèle obtenu sera utilisé pour la suite, afin d'analyser et d'asservir le système. Notre loi de commande sera donc établie en se basant sur ce modèle linéaire.

COMMANDE

Pour stabiliser notre bille, nous utilisons plusieurs méthodes telles que la commande fréquentielle, la synthèse du retour d'état et la conception d'un observateur d'état.

- **Commande fréquentielle:**

Notre système est obtenu en mettant en cascade la fonction de transfert du servomoteur avec celle du système bille sur rail:



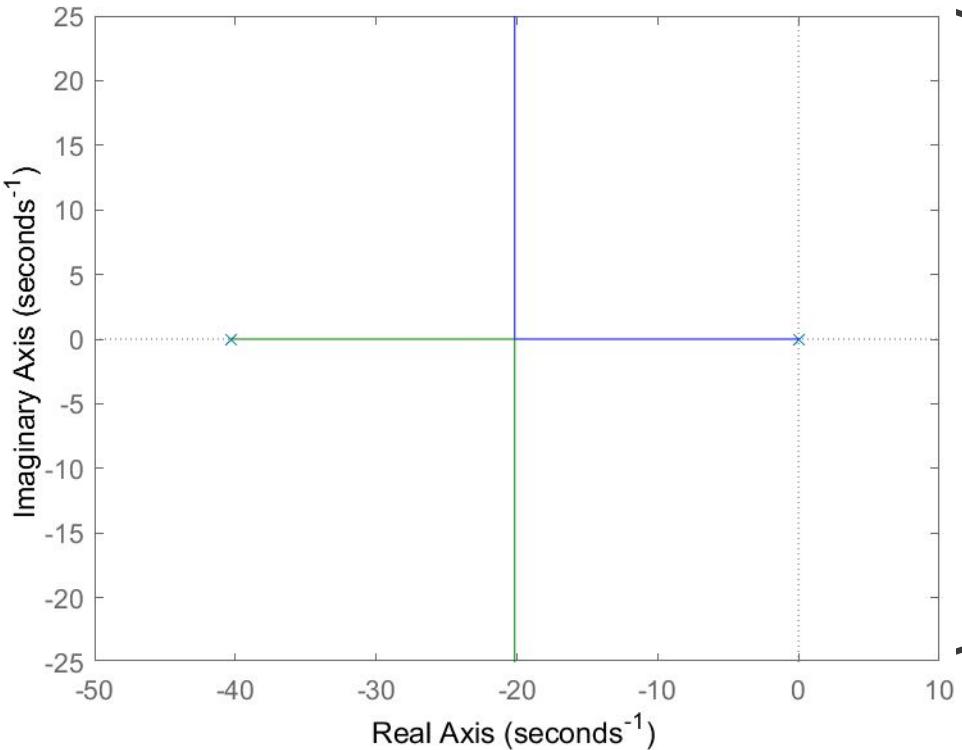
Pour cela on va faire la commande du servomoteur seule ensuite du système complet.

COMMANDÉ DU SERVOMOTEUR

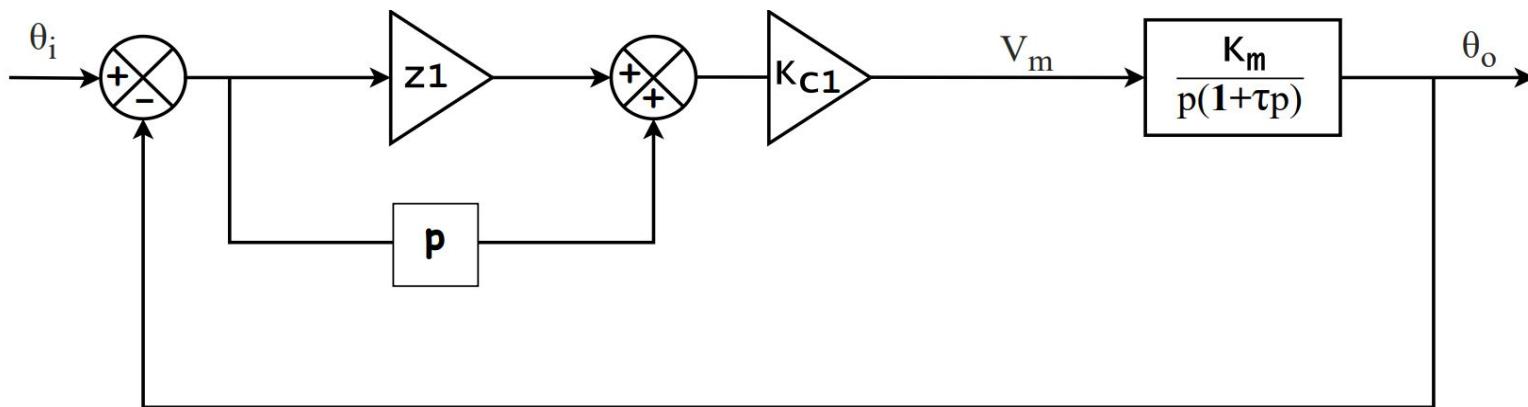
Root Locus

Étude du modèle du servomoteur :

- Fonction de transfert: $F_{sm} = \frac{K_m}{p(1+\tau p)}$.
- Instabilité en boucle ouverte due à un pôle à l'origine.
- Stabilité en boucle fermée.
- Temps de réponse actuel: 2,48 secondes.
- Traçage du lieu des racines pour modifier les pôles.



COMMANDÉ DU SERVOMOTEUR



Choix du correcteur :

- Nécessité d'ajouter de la phase pour garantir une marge de phase adéquate.
- Structure du correcteur : $C_{sm}(p) = K_{c_1}(p + z_1)$.
- Loi de commande : $U(p) = V_m(p) = K_{c_1}(p + z_1)[\theta_i(p) - \theta_o(p)]$.

Caractéristiques désirées :

- Temps de réponse cible: $t_r = 0.2$ secondes.
- Dépassement autorisé: 7%.

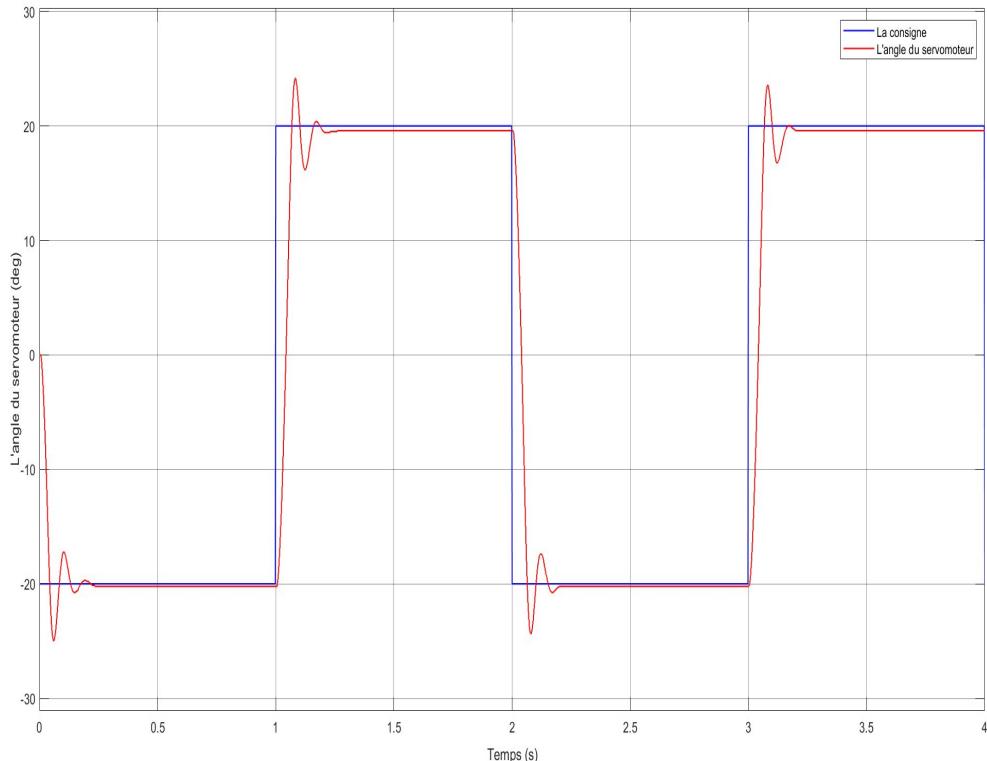
COMMANDE DU SERVOMOTEUR

Tests et Résultats :

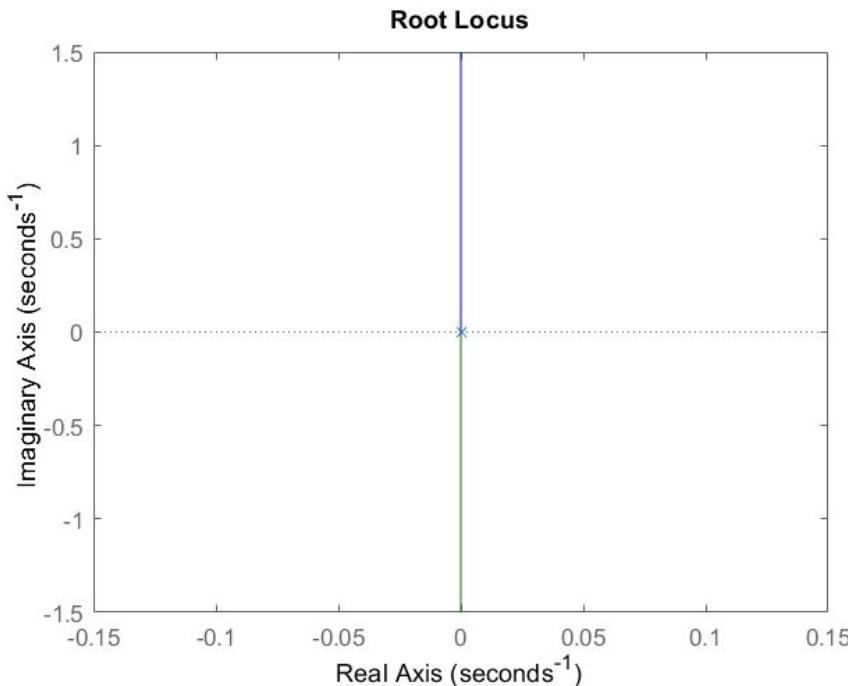
- Convergence en moins de 0.3 secondes.
- Oscillations et dépassement de 15%.
- Erreur statique mesurée à 0.5 degré.

Conclusion :

- Résultats différents des prévisions théoriques en raison des approximations.
- Zéro stable ralentit la réponse du système et induit des oscillations.
- Gains calculés à partir des paramètres de la documentation peuvent varier légèrement dans le modèle.
- Modèle validé pour les travaux ultérieurs pour contrôler la position de la bille le long du rail.



COMMANDE DU SYSTEME COMPLET



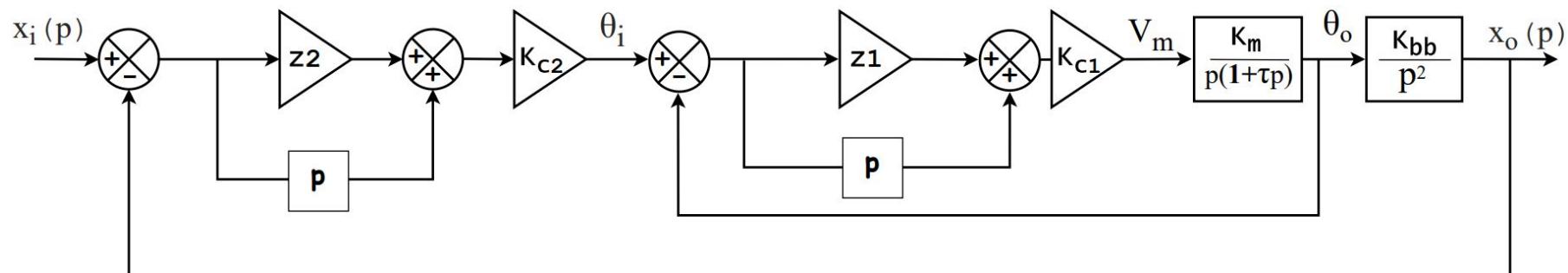
Étude du modèle de la bille sur rail :

- Fonction de transfert: $G_{br} = \frac{K_{br}}{p^2}$.
- Boucle externe qui contrôle la position de la bille au long du rail.
- Système instable avec deux pôles à l'origine.
- Impossible de stabiliser le système avec un simple correcteur proportionnel.

COMMANDE DU SYSTEME COMPLET

Choix du correcteur :

- Nécessité d'ajouter de la phase pour garantir une marge de phase adéquate.
- Structure du correcteur : $C_{br}(p) = K_{c_2}(p + z_2)$.
- Loi de commande : $U(p) = \theta_i(p) = K_{c_2}(p + z_2)[x_i(p) - x_o(p)]$.



Caractéristiques désirées :

- Temps de réponse cible: $t_r = 3$ secondes.
- Dépassement autorisé: 10%.

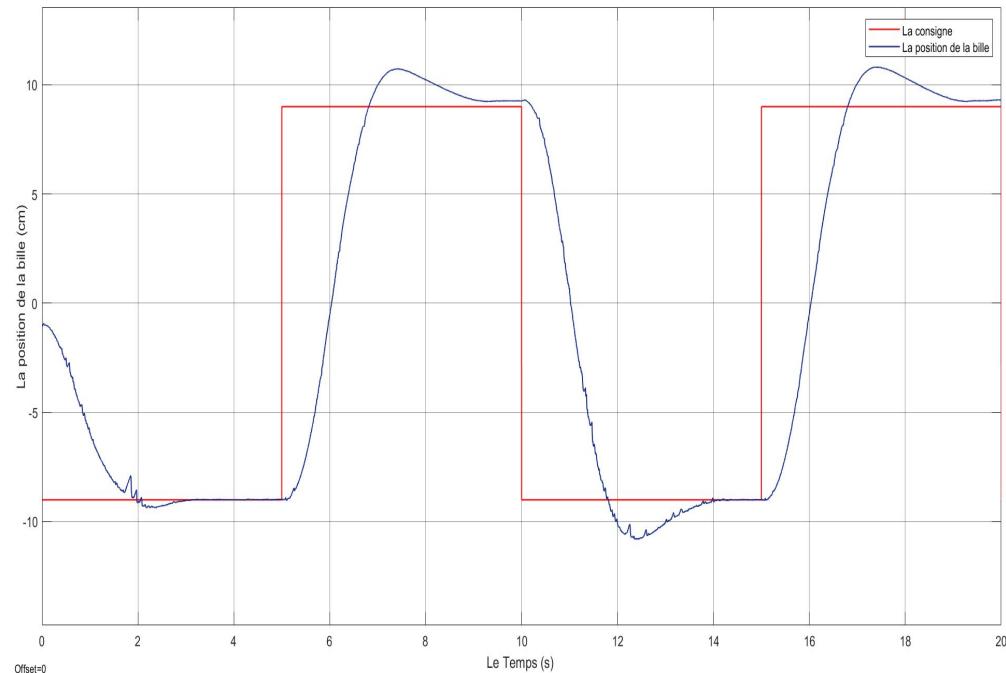
COMMANDE DU SYSTEME COMPLET

Tests et Résultats :

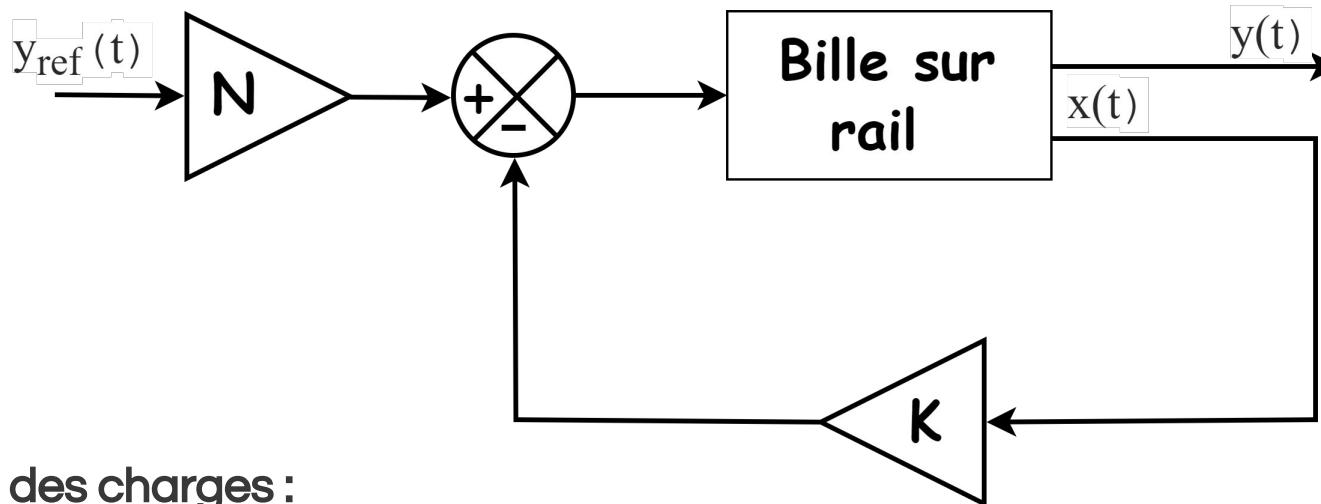
- La bille atteint une position stable en moins de 3.5s.
- Dépassement de 19%.
- Erreur statique d'environ 0,3 cm.

Conclusion :

- Perturbations extérieures entraînant des incertitudes.
- Gains basés sur un modèle linéaire, le modèle réel comporte des non-linéarités.
- Ajustement des paramètres du correcteur afin d'améliorer la commande.
- Vérification et identification des valeurs réelles des paramètres est nécessaire.
- Ajout d'une action intégrale afin d'améliorer la précision.



COMMANDE PAR RETOUR DETAT



- Le cahier des charges :

- Nous désirons obtenir une réponse sans oscillation ni dépassement, avec un temps de réponse inférieur à 5 secondes.

$$P_{des} = [-2 \ -3 \ -20 \ -21]$$

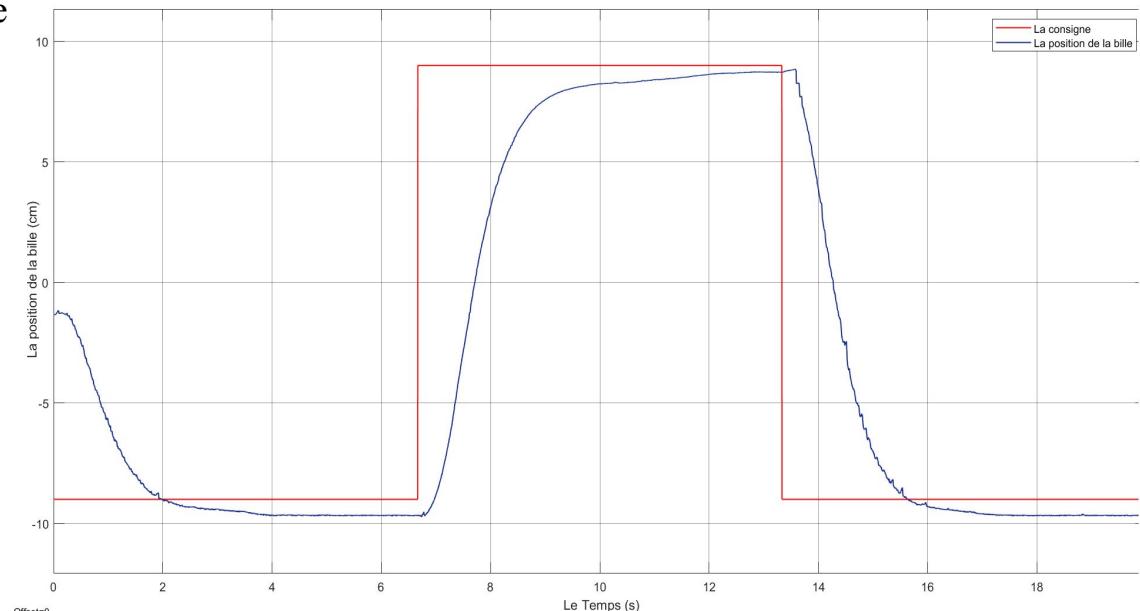
TEST ET RESULTATS

□ Tests et Résultats :

- La bille atteint une position stable en moins de 5s.
- Une réponse sans oscillation ni dépassement.
- Erreur statique d'environ 0,4 cm.

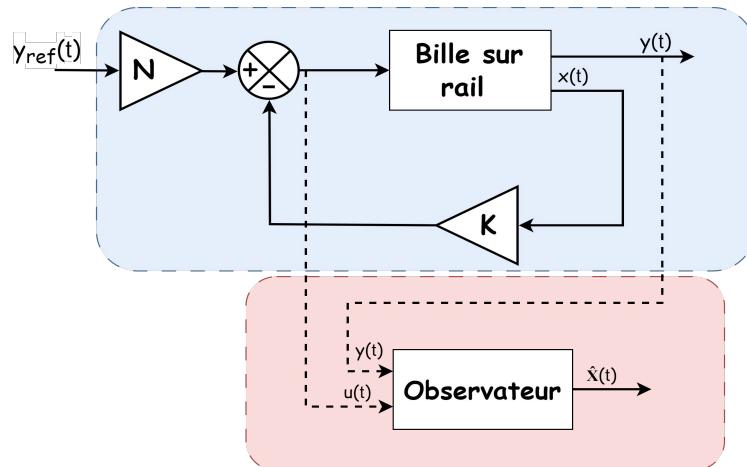
□ Conclusion :

- L'erreur statique due au recalcul du gain pré-compensateur, basé sur une valeur expérimentale du gain statique mesurée.
- En raison des approximations dans notre modèle, qui n'est pas entièrement fiable, nous constatons une différence entre les valeurs théorique et expérimentale du gain statique.



SYNTHÈSE D'UN OBSERVATEUR

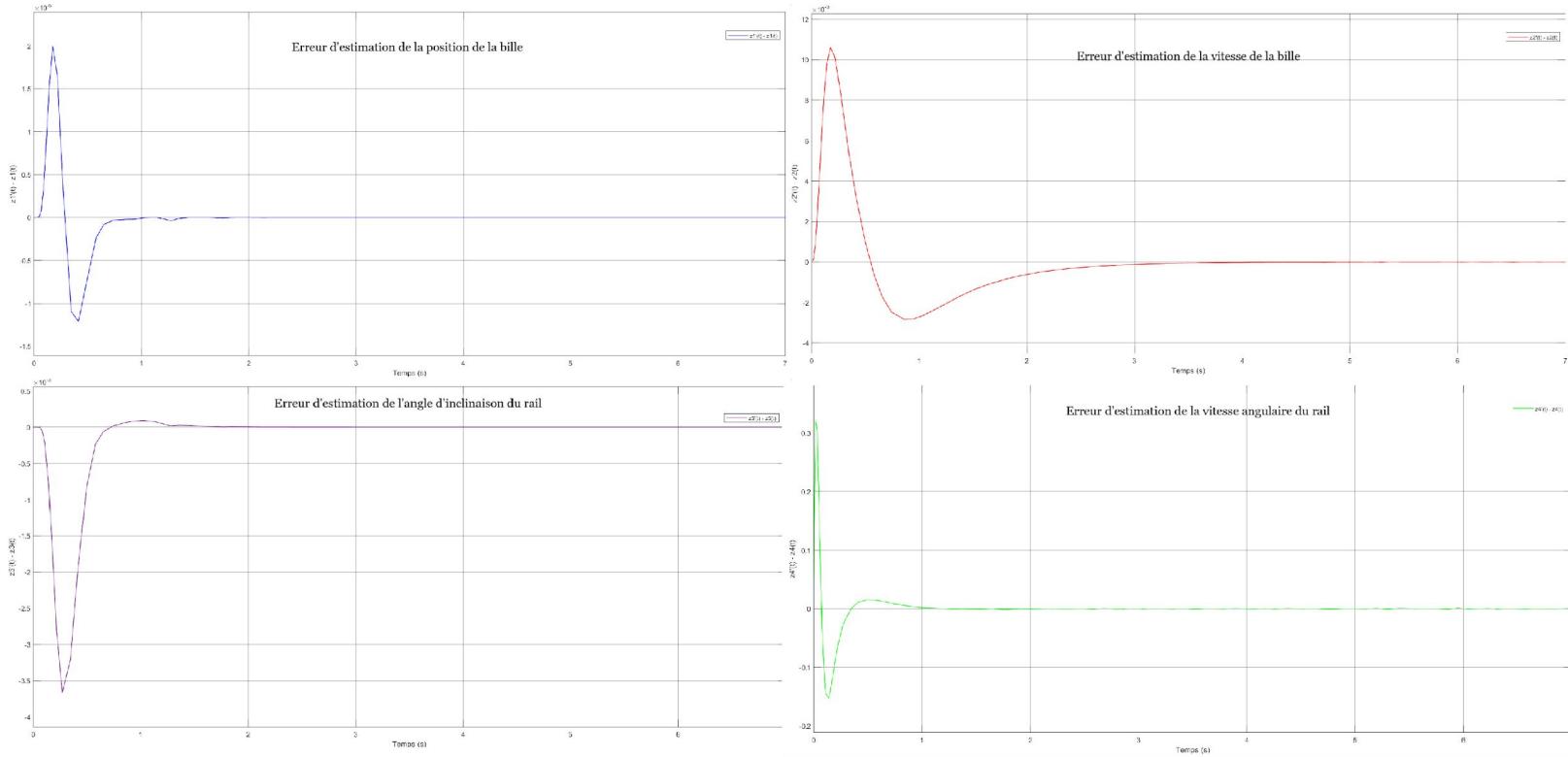
Nous optons par la suite pour un observateur identité afin de reconstruire les états internes du système:



$$\begin{cases} \dot{w}(t) = Fw(t) + Gy(t) + Hu(t) \\ \tilde{z}(t) = Mw(t) + Ny(t) \end{cases}$$

- Des tests de simulation ont été effectués afin de vérifier la validité de notre observateur.
- Cette validation est basée sur le principe de la comparaison de l'écart entre les états estimés et les états réels.

RÉSULTAT DE SIMULATION



SYNTHÈSE D'UN OBSERVATEUR

Interprétation:

- En comparant les états réels et estimés, nous constatons que l'erreur est relativement faible et converge vers zéro en moins d'une seconde pour tous les états.

Conclusion :

- Les résultats obtenus jusqu'à présent sont théoriques et nécessitent une validation sur le dispositif réel.
- L'implémentation de l'observateur sur la maquette réelle est essentielle pour confirmer sa validité.
- Une comparaison avec les résultats obtenus en utilisant le pseudo-dérivateur est nécessaire pour évaluer l'efficacité de l'observateur.
- Des moyens d'améliorer l'estimation des états avec l'observateur doivent être explorés.
- La synthèse d'une loi de commande basée sur l'observateur est l'objectif final de cette démarche.

CONCLUSION

- La modélisation mathématique est une étape primordiale pour déterminer notre modèle physique.
- La validation par simulation est une étape nécessaire pour tester nos approches théoriques avant de les implémenter.
- Ce travail est une opportunité pour mettre en pratique nos connaissances acquises.
- Les erreurs obtenues entre les résultats théoriques et pratiques sont dues à plusieurs facteurs : frottement, bruit, niveau de la table et d'autres sources de perturbations.
- Pour repérer les anomalies pendant l'implémentation, il faut adopter une approche qui consiste à diviser le problème en sous-problèmes reformulés, basée sur un raisonnement méthodique.

PERSPECTIVE

- La prise en compte de l'influence du poids de la bille sur le servomoteur.
- L'utilisation du modèle non linéaire.
- Le test de l'influence du changement de la masse de la bille.
- Utiliser un régulateur PID pour la commande fréquentielle.
- Ajouter une commande à effet intégrateur pour la commande par retour d'état.
- L'implémentation d'un observateur sur le dispositif réel.

MERCI POUR VOTRE
ATTENTION