Module de physique-biophysique
1ère année de médecine

SERIE A : ELECTRICITE ET BIOELECTRICITE : ELECTROSTATIQUE 1

Exercice 1 :

Soit une charge ponctuelle (q) dans l'espace.

1- Définir une ligne de champ (ou ligne de force).
2- Définir une surface équipotentielle (et ligne équipotentielle).
3- Représentez graphiquement une ligne de champ et une équipotentielle.
4- Encadrez la réponse exacte.

a- Une ligne de champ électrostatique est orientée dans le sens des potentiels :
 i. Croissants.
 ii. Décroissants.

b- Une ligne de champ est une ligne où le vecteur champ $(\vec{E})$ est :
 i. Perpendiculaire à cette ligne.
 ii. Tangent à cette ligne.

c- Une ligne équipotentielle est une ligne où le potentiel reste :
 i. Constamment nul en tout point de cette ligne.
 ii. Constant en tout point de cette ligne.

Réponse exercice 1 :

Soit une charge ponctuelle q dans l'espace.

1- Définir une ligne de champ (ou ligne de force).

Définition : la courbe qui relie les tangentes aux vecteurs champs en tout point de l'espace, définit la ligne de champ. Elle représente la trajectoire d'une charge influencée par le milieu extérieur.

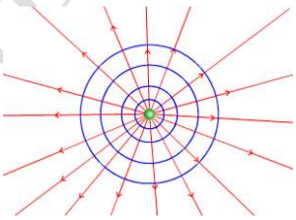
2- Définir une surface équipotentielle (et ligne équipotentielle).

Définition : l'ensemble des points de l'espace ayant la même valeur du potentiel électrique, définit une surface équipotentielle.

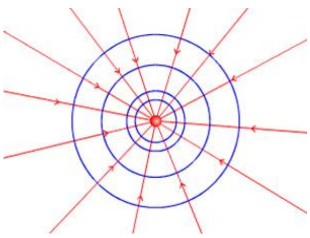
3- Représenter graphiquement une ligne de champ et une équipotentielle.

Les schémas suivants représentent les lignes de champs et les surfaces équipotentielles dans le cas d'une seule charge ponctuelle (charge positive et négative).

Cas d'une charge positive.



Cas d'une charge négative.



Remarques : Il existe **trois propriétés importantes** reliant les lignes de champs aux surfaces équipotentielles.

- Les lignes de champs sont toujours perpendiculaires aux surfaces équipotentielles.
- La ligne de champ est toujours orientée dans le sens des potentiels décroissant.
- Le vecteur champ électrique est toujours tangent à la ligne de champ.

4- Encadrer la réponse exacte.

a- Une ligne de champ électrostatique est orientée dans le sens des potentiels :
   i- Croissants.
   ii- **Décroissants.**

b- Une ligne de champ est une ligne où le vecteur champ $\vec{E}$ est :
   i- Perpendiculaire à cette ligne.
   ii- **Tangent à cette ligne.**

c- Une ligne équipotentielle est une ligne où le potentiel reste :
   i- Constamment nul en tout point de cette ligne.
   ii- **Constant en tout point de cette ligne.**

d- Une ligne de champ est une ligne :
   i- De forme linéaire.
   ii- **Qui traverse les lignes ou surfaces équipotentielles perpendiculairement.**

Exercice 2 :

Déterminez le rapport entre la force électrostatique et la force d'interaction gravitationnelle entre deux électrons situés à une distance d = 1 cm l'un de l'autre.
[$G = 6{,}67.10^{-11}$ N.m^2/kg^2 ; masse de l'électron $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; charge de l'électron $q_e = 1{,}6.10^{-19}$ C].

Réponse exercice 2 :

Le **rapport R** permet de comparer **les deux types de forces**, la force de gravitation et la force électrique.

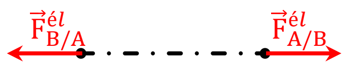
$$R = \frac{|\vec{F}_{él}|}{|\vec{F}_{gr}|}$$

La force électrostatique est due à l'existence des deux charges électriques des deux électrons. L'intensité de cette force est donnée par la loi de Coulomb :

$$|\vec{F}_{él}| = K \times \frac{e^2}{AB^2}$$

Connaissant la distance qui sépare les deux électrons ainsi que leurs charges ($Q_{e^-} = -e = -1{,}6\ 10^{-19}$ C), l'intensité de cette force de Coulomb est donc :

$$|\vec{F}_{él}| = 9.10^9 \times \frac{(-1.6\ 10^{-19})^2}{(10^{-2})^2} = 2.304\ 10^{-24}(\mathrm{N})$$

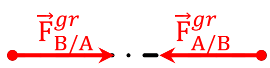


La force gravitationnelle est due à l'existence des deux masses des deux électrons, l'intensité de cette force est définie par la loi de Newton :

$$|\vec{F}_{gr}| = G \times \frac{(m_{e^-})^2}{AB^2}$$

Connaissant la distance qui sépare les deux électrons ainsi que leurs masses ($m_{e^-} = 9{,}1\ 10^{-31}$Kg), l'intensité de cette force de Newton est donc :

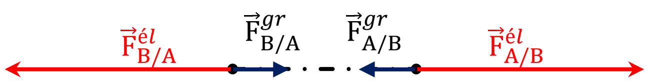
$$|\vec{F}_{gr}| = 6{,}67\ 10^{-11} \times \frac{(9{,}1\ 10^{-31})^2}{(10^{-2})^2} = 5{,}52\ 10^{-67}(\mathrm{N})$$



On déduit le rapport (R) :

$$R = \frac{|\vec{F}_{él}|}{|\vec{F}_{gr}|} = \frac{2{,}304\ 10^{-24}}{5{,}52\ 10^{-67}} = 4{,}17\ 10^{42}$$

La force de gravitation est négligeable devant la force électrique.



Exercice 3 :

Dans une molécule (NaCl), un ion Na^+ de charge (e) est à une distance de 3.10^{-10} m d'un ion Cl^- de charge (-e). Calculez et représentez la force s'exerçant sur chacune des deux charges.

Réponse exercice 3 :

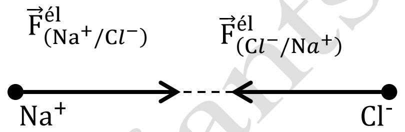
L'intensité de la force électrostatique entre ces deux ions est définie par la loi de Coulomb :

$$|\vec{F}_{él}| = K \times \frac{Q_{(Na^+)} \times Q_{(Cl^-)}}{AB^2}.$$

La charges des deux ions est la même, donc on peut noter $(Q_{Na^+} = Q_{Cl^-} = e)$, l'intensité d'attraction sera donc :

$$|\vec{F}_{él}| = K\frac{e^2}{AB^2} = 9.10^9 \times \frac{(1.6\ 10^{-19})^2}{(3\ 10^{-10})^2} = 2{,}56\ 10^{-9}(N).$$

Représentation des deux forces électrostatiques d'attraction entre ces deux ions.



Exercice 4 :

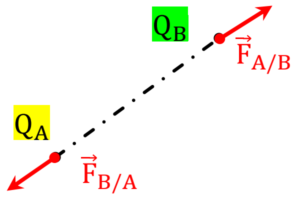
Une force électrostatique entre deux ions identiques, séparés par une distance de $5\ 10^{-10}$ m, vaut $3{,}7\ 10^{-9}$ N. Quelle est la charge portée par chaque ion ?

Réponse exercice 4 :

L'expression de la force électrostatique de coulomb est donnée par : $\vec{F}_C = K \times \frac{Q_A \times Q_B}{\overline{AB}^2}\vec{u}$.

Dans le cas où les deux ions sont identiques, on aura : $Q_A = Q_B = Q$

L'expression de l'intensité de la force électrostatique devient : $|\vec{F}| = K\frac{Q^2}{\overline{AB}^2}$



Maintenant l'expression de la charge (Q) peut-être facilement déterminée :

$$Q = \sqrt{\frac{|\vec{F}| \times \overline{AB}^2}{K}} \begin{cases} K: \textit{étant la constante universelle}, K = 9\ 10^{+9}(SI). \\ \overline{AB} : \textit{la distance qui sépare les deux charges}, \overline{AB} = 5\ 10^{-10}(m) \\ |\vec{F}|: \textit{est l'intensité de la force}\ |\vec{F}| = 3{,}7\ 10^{-9}(N). \end{cases}$$

$$Q = \sqrt{\frac{3{,}7\ 10^{-9} \times (5\ 10^{-10})^2}{9\ 10^9}} = 3{,}2\ 10^{-19}(C).$$

La force qui s'exerce entre les deux ions est une force de **répulsion** car les deux **ions sont identiques.**

Exercice 5 :

Deux charges électriques Q_A et Q_B sont placées respectivement en deux points A et B, distants de d = 3 mm.

1- Calculez le champ électrique créé par Q_A au point B.
2- En déduire la force qui s'exerce sur la charge Q_B. Représentez cette force.
3- Calculez le champ électrique créé par Q_B au point A.
4- En déduire la force qui s'exerce sur la charge Q_A. Représentez cette force.
5- Retrouvez la valeur des deux forces en appliquant la loi de Coulomb.

AN : $Q_A = 10^{-9}$ C ; $Q_B = -2\ 10^{-9}$C

Réponse exercice 5 :

1- Le champ crée par la charge Q_A au point B.

$$\vec{E}_{A/B} = K \times \frac{Q_A}{AB^2}\vec{u_1}\ ,\ |\vec{E}_{A/B}| = 9\ 10^9 \times \frac{10^{-9}}{(3\ 10^{-3})^2} = 1\ 10^6 (V/m)$$

Le sens du champ est sortant, car la charge $(Q_A > 0)$.

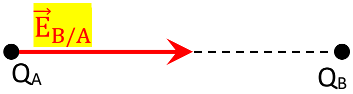
2- La Force qui s'exerce sur la charge Q_B.

$$\vec{F}_{A/B} = Q_B \times \vec{E}_{A/B}\ ,\ |\vec{F}_{A/B}| = 2\ 10^{-3} (N)$$

Le sens de la force est opposé à celui du champ, car la charge influencée est positive $(Q_B < 0)$.

3- Le champ crée par la charge Q_B au point A.

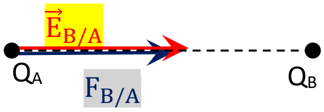
$$\vec{E}_{B/A} = K \times \frac{Q_B}{AB^2}\vec{u_2}\ ,\ |\vec{E}_{B/A}| = 2\ 10^6 (V/m)$$



Le sens du champ est rentrant car la charge $(Q_B < 0)$.

4- La Force qui s'exerce sur la charge Q_A.

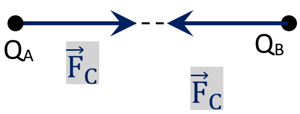
$$\vec{F}_{B/A} = Q_A \times \vec{E}_{B/A}\ ,\ |\vec{F}_{B/A}| = 2\ 10^{-3} (N)$$



Le sens de la force est le même que celui du champ, car la charge influencée est positive $(Q_A > 0)$.

5- La force de coulomb peut être calculée directement par l'expression de la force électrostatique.

$$\vec{F}_C = K\frac{Q_A \times Q_B}{AB^2}\vec{u}\quad |\vec{F}_C| = 2\ 10^{-3} (N)$$

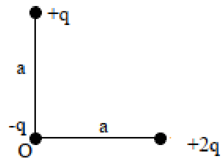


Les deux forces sont attractives, car les charges sont de natures différentes.

Exercice 6 :

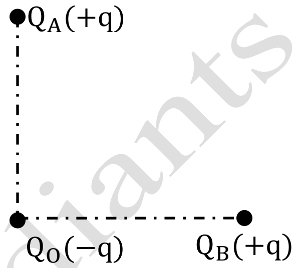
Quels sont le module, la direction et le sens de la force s'exerçant sur la charge (-q) de la figure ci-dessous ? En déduire le module et le sens du champ électrique au point O.

AN : a = 0,2 m ; q = 10^{-6} C.



Réponse exercice 6 :

1- Le module, la direction est le sens de la force qui s'exerce sur la charge (-q).



On note les deux charges par (Q_A) au point (A), (Q_B) au point (B) et (Q_O) au point (O) :

La force résultante qui s'exerce sur la charge (Q_O) est due à la force générée par la charge (Q_A) et la force produite par la charge (Q_B). (Q_O) est influencée par ces deux charges (Q_A) et (Q_B).

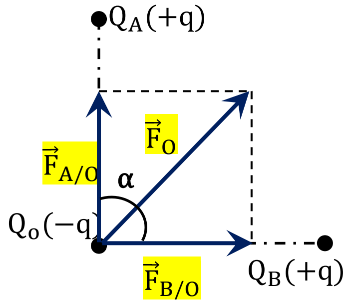
Donc on peut écrire que : $\vec{F}_O = \vec{F}_{A/O} + \vec{F}_{B/O}$

- Calcul de la force générée par la charge (Q_A) sur (Q_O), son expression est :

$$\vec{F}_{A/O} = K\frac{Q_A \times Q_O}{(AO)^2}\vec{u}_1$$

Les deux charges $(Q_A$ et $Q_O)$ sont de natures différentes, il y aura une attraction entre elles, elle sera schématisée au point (O), sa direction est la droite $(\overline{OA})$, orientée du point (O) vers le point (A). Son intensité sera :

$$\left|\vec{F}\right|_{A/O} = 9\ 10^9 \times \frac{(1.10^{-6})^2}{(0,2)^2} = 0,225\ (N)$$



- Calcul de la force générée par la charge (Q_B) sur la charge (Q_O), son expression est :

$$\vec{F}_{B/O} = K\frac{Q_B \times Q_O}{(BO)^2}\vec{u}_2.$$

Les deux charges $(Q_B$ et $Q_O)$ sont de natures différentes, il y aura aussi une force d'attraction entre elles, cette seconde force sera schématisée au point (O), sa direction est la droite $(\overline{OB})$, orientée du point (O) vers le point (B) et son intensité sera :

$$\left|\vec{F}\right|_{B/O} = 9\ 10^9 \times \frac{2 \times (1\ 10^{-6})^2}{(0,2)^2} = 0,45\ (N)$$

- La force subit la charge (Q_O) est la résultante des deux forces précédentes. Son intensité est déterminée par :

$$|\vec{F}_O| = \sqrt{\left(|\vec{F}_{A/O}|\right)^2 + \left(|\vec{F}_{B/O}|\right)^2 + 2 \times \left(|\vec{F}_{A/O}|\right) \times \left(|\vec{F}_{B/O}|\right) \times \cos(\alpha)} \rightarrow \left|\vec{F}_O\right| = 0,5(N)$$

L'angle (α) formé par les deux vecteurs forces est (α = 90°).

La force résultante est de direction orientée de (45°) par rapport à la droite $(\overline{OB})$. Son sens est représenté sur le schéma ci-dessus.

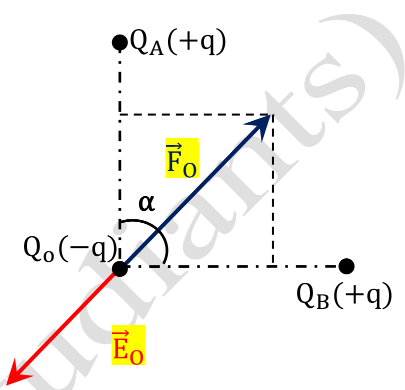
a. Le champ électrique résultant au point (O).

On peut procéder au calcul du champ par deux méthodes différentes, l'une est directe la seconde est plus longue que la première.

- Première méthode :

La première méthode consiste à déduire le champ électrique de la force électrostatique. La relation est :

$$|\vec{F}_O| = Q_O \times |\vec{E}_O| \begin{cases} Q_O : \text{est la charge placée au point O} \\ |\vec{F}_O| : \text{est l'intensité de la force résultante} \\ |\vec{E}_O| : \text{est l'intensité du champ résultant} \end{cases}$$



L'intensité du champ résultant au point (O) se déduit facilement par :

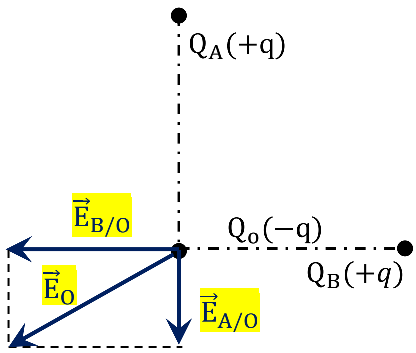
$$|\vec{E}_O| = \frac{|\vec{F}_O|}{Q_O} = \frac{0,5}{1\ 10^{-6}} = 5\ 10^5 (N/C).$$

La direction du champ résultant au point (O) est la même que celle de la force, mais son sens est opposé à celui de la force car la charge $(Q_O < 0)$ (voir le schéma ci-contre).

- **Seconde méthode :**

Si l'on ne connait pas la force résultante au point (O), on sera obligé de passer par le calcul des deux champs électriques générés par les deux charges (Q_A) et (Q_B) au point (O).

Le champ résultant généré par les deux charges (Q_A) et (Q_B) au point (O) est :



$$\vec{E}_O = \vec{E}_{A/O} + \vec{E}_{B/O}$$

$$avec \begin{cases} \vec{E}_{A/O} = K\frac{Q_A}{(AO)^2}\vec{u}_1 \rightarrow |\vec{E}_{A/O}| = 2,25\ 10^5 \left(\frac{V}{m}\right), sortant \\ \vec{E}_{B/O} = K\frac{Q_B}{(BO)^2}\vec{u}_1 \rightarrow |\vec{E}_{B/O}| = 4,5\ 10^5 \left(\frac{V}{m}\right), sortant \end{cases}.$$

On calcule le champ électrique résultant par l'expression suivante :

$$|\vec{E}_O| = \sqrt{(|\vec{E}_{A/O}|)^2 + (|\vec{E}_{B/O}|)^2 + 2 \times |\vec{E}_{A/O}| \times |\vec{E}_{B/O}| \times \cos(\alpha)}$$

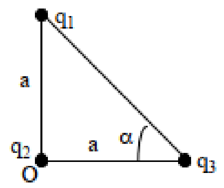
L'angle $(\alpha = 90°)$, on trouve le même résultat que le précédent.

$$|\vec{E}_O| = 5\ 10^5 (V/m)$$

Exercice 7 :

Calculez la force exercée par les deux autres charges sur la charge q_3.

A.N. : $q_1 = -2\ \mu C$; $q_2 = -2\ \mu C$; $q_3 = -2\ \mu C$; $\alpha = 45°$; $a = 5$ cm

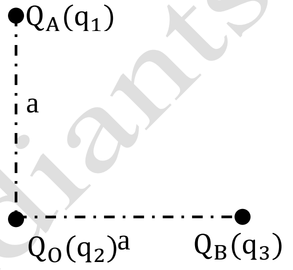


Réponse exercice 7 :

Le module, la direction et le sens de la force qui s'exerce sur la charge (q_3).

On note les charges par (Q_A) au point (A), (Q_B) au point (B) et par (Q_O) au point (O) :

La force résultante qui s'exerce sur la charge (Q_B) est due à la force générée par la charge (Q_A) et (Q_O) sur la charge (Q_B).



Donc on peut écrire que : $\vec{F}_B = \vec{F}_{A/B} + \vec{F}_{O/B}$

- La force générée par la charge (Q_A) sur (Q_B) est :

$$\vec{F}_{A/B} = K\frac{Q_A \times Q_B}{(\overline{AB})^2}\vec{u}_1$$

La distance $\overline{AB} = \sqrt{(\overline{AO})^2 + (\overline{OB})^2} \rightarrow \overline{AB} = 5 \times \sqrt{2}$.

Les deux charges (Q_A et Q_O) sont de mêmes natures, il y aura une force de répulsion entre elles, voir le schéma ci-dessus pour sa représentation. Son intensité est :

$$\left|\vec{F}\right|_{A/B} = 9\ 10^9 \times \frac{(2\ 10^{-6})^2}{(5\sqrt{2}\ 10^{-2})^2} = 7{,}2\ (N)$$

- La force générée par la charge (Q_O) sur (Q_B) est :

$$\vec{F}_{O/B} = K\frac{Q_B \times Q_O}{(\overline{BO})^2}\vec{u}_2.$$

Les deux charges (Q_B et Q_O) sont de même nature, il y aura donc aussi une autre force de répulsion entre elles, voir le schéma ci-dessus, son intensité est :

$$\left|\vec{F}\right|_{B/O} = 9\ 10^9 \times \frac{(2\ 10^{-6})^2}{(5\ 10^{-2})^2} = 14{,}4\ (N)$$

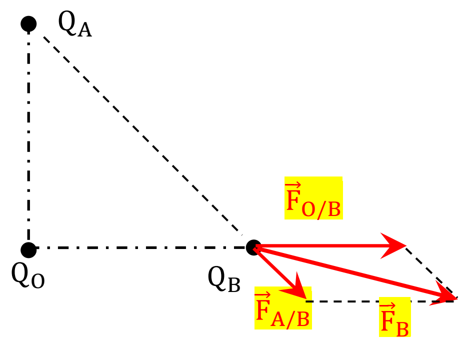
- La force que va subir la charge (Q_O) est la résultante des deux forces précédentes. Son intensité est déterminée par :

$$\left|\vec{F}_B\right| = \sqrt{\left(\left|\vec{F}_{A/B}\right|\right)^2 + \left(\left|\vec{F}_{O/B}\right|\right)^2 + 2 \times \left(\left|\vec{F}_{A/B}\right|\right) \times \left(\left|\vec{F}_{O/B}\right|\right) \times \cos(\alpha)}$$

$$\rightarrow \left|\vec{F}_B\right| = 20{,}14(N)$$

L'angle (α) vaut : $(\alpha = 45°)$

La force résultante est de direction orientée de $(45°)$ par rapport à la droite $(\overline{OB})$. Son sens est représenté sur le schéma ci-contre.

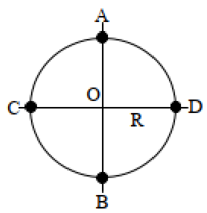


Exercice 8 :

Quatre charges ponctuelles électriques sont disposées comme l'indique la figure suivante :

1- Représentez les différents champs électriques au point O.
2- Quel est le champ électrique résultant en O. Que vaut le potentiel électrique en O.
3- On enlève les charges Q_C et Q_D. Calculez les champ et potentiel électriques résultants au point C.

AN : $Q_A = Q_B = -Q_C = Q_D$ avec $Q_A = 4$ nC et $R = 2$ cm.



<u>Réponse exercice 8 :</u>

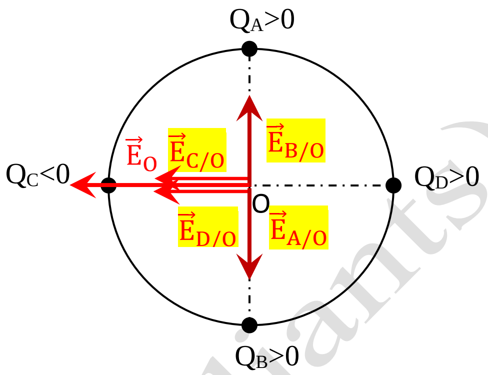
1. Représentation des différents champs générés par les quatre charges au point (O). Ils sont donnés par :

$\vec{E}_{A/O} = K \times \frac{Q_A}{AO^2}\vec{u}_1$, ce champ est sortant car $(Q_A > 0)$.

$\vec{E}_{B/O} = K \times \frac{Q_B}{BO^2}\vec{u}_2$, ce champ est aussi sortant car $(Q_B > 0)$.

$\vec{E}_{C/O} = K \times \frac{Q_C}{CO^2}\vec{u}_3$, ce champ est rentrant car $(Q_C < 0)$.

$\vec{E}_{D/O} = K \times \frac{Q_D}{DO^2}\vec{u}_4$, ce champ est sortant car $(Q_D > 0)$.



2. Le champ et le potentiel résultant au point (O).

a. Le champ résultant au point O :

Le champ électrique résultant au point (O) est la somme vectorielle des vecteurs champs générés par les quatre charges au point (O).

$$\vec{E}_O = \vec{E}_{A/O} + \vec{E}_{B/O} + \vec{E}_{C/O} + \vec{E}_{D/O}$$

Les deux vecteurs champs $(\vec{E}_{A/O})$ et $(\vec{E}_{B/O})$ ont la même direction, le même module et des sens opposés, leur somme s'annule. $\vec{E}_{A/O} + \vec{E}_{B/O} = \vec{0}$

Alors que les deux vecteurs champs $\vec{E}_{C/O}$ et $\vec{E}_{D/O}$ ont la même direction, le même module et le même sens, on déduit que l'intensité du champ résultant au point (O) est la somme des deux intensités :

$$\vec{E}_O = 2 \times \vec{E}_{C/O} = 2 \times \vec{E}_{D/O} = 2 \times K \times \frac{Q_C}{(OC)^2}$$

$$|\vec{E}_{C/O}| = 2 \times 9\,10^9 \times \frac{4\,10^{-9}}{(2\,10^{-2})^2} = 18\,10^4 (V/m) \rightarrow |\vec{E}_O| = 18\,10^4 (V/m).$$

b. Le potentiel électrique résultant au point (O).

Le potentiel électrique résultant est la somme algébrique des potentiels électriques générés par les quatre charges au même point (O).

Sachant que toutes les charges ont la même valeur, et quelles sont à équidistances du point (O), le potentiel électrique résultant sera donc :

$$V_O = V_{A/O} + V_{B/O} + V_{C/O} + V_{D/O} \rightarrow \begin{cases} V_{A/O} = K \times \frac{Q_A}{AO}; AO = R \\ V_{B/O} = K \times \frac{Q_B}{BO}; BO = R \\ V_{C/O} = K \times \frac{Q_C}{CO};\ CO = R \\ V_{D/O} = K \times \frac{Q_D}{DO};\ DO = R \end{cases} \rightarrow V_O = \frac{K}{R} \times (Q_A + Q_B - Q_C + Q_D)$$

On trouve comme résultat : $V_O = 36\,10^2\ (V).$

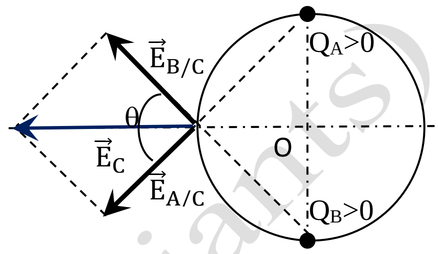
3. Le champ et le potentiel électrique résultant au point (C) lorsque l'on enlève les charges (Q_C) et (Q_D).

a. Le champ résultant au point (C) : le champ résultant est calculé par la somme vectorielle :

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A/O} + \vec{E}_{B/O}$$

La distance $\overline{AC} = R \times \sqrt{2}$, et l'angle $(\theta = 45°)$ formé entre les vecteurs $(\vec{E}_{A/C})$ et $(\vec{E}_{B/C})$.

La distance $\overline{AC} = \overline{BC} = \sqrt{\overline{AO}^2 + \overline{OC}^2} = \sqrt{2} \times R$



- Le champ généré par la charge (Q_A) au point (C) est :

$|\vec{E}_{A/C}| = K \times \frac{Q_A}{\overline{AC}^2} = 4{,}5\ 10^4 (V/m)$, ce champ est sortant.

- Le champ généré par la charge (Q_B) au point (C) est :

$$|\vec{E}_{B/C}| = K \times \frac{Q_B}{\overline{BC}^2} = 4{,}5\ 10^4 (V/m),$$ ce champ est sortant.

On déduit la norme du champ résultant au point (C) par :

$$|\vec{E}_C| = \sqrt{\left(|\vec{E}_{A/C}|\right)^2 + \left(|\vec{E}_{B/C}|\right)^2}, \rightarrow |\vec{E}_C| = 6{,}36\ 10^4 (V/m)$$

b. Le potentiel résultant au point (C) est calculé simplement par la somme algébrique :

$$V_C = V_{A/C} + V_{B/C}\ avec \begin{cases} V_{A/C} = K \times \frac{Q_A}{\overline{AC}} \rightarrow V_{A/C} = 1{,}27\ 10^3\ (V) \\ V_{B/C} = K \times \frac{Q_B}{\overline{BC}} \rightarrow V_{B/C} = 1{,}27\ 10^3\ (V) \end{cases}$$

Ce qui donne : $V_C = 2{,}54\ 10^3\ (V)$

Exercice 9 :

Calculez et représentez qualitativement le champ électrique au point d'abscisse (x), pour :

1- $x > d$
2- $0 < x < d$
3- En déduire la position du point (A) pour laquelle le champ est nul.

Avec $q_1 = 10^{-6}$ C ; $q_2 = 3.10^{-6}$ C

Réponse exercice 9 :

1. L'expression du champ dans le cas où le point (A) se trouve à l'extérieur de (OB) tel que $(x > d)$.

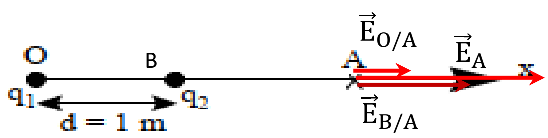
Le point (A) est influencé respectivement par la charge $(Q_O = Q_1)$ et par la charge $(Q_B = Q_2)$ simultanément, donc on peut écrire :

$$\vec{E}_A = \vec{E}_{O/A} + \vec{E}_{B/A} \begin{cases} \vec{E}_{O/A} = K \times \dfrac{Q_O}{(OA)^2} \ (Q_O > 0, \text{le sens du champ est sortant}) \\ \vec{E}_{B/A} = K \times \dfrac{Q_B}{(BA)^2} \ (Q_B > 0, \text{le sens du champ est sortant}) \end{cases}$$

Les deux vecteurs champ **<u>ont la même direction et le même sens</u>** **<u>le module de la somme de ces deux vecteurs est la somme de leurs modules.</u>**

Sachant que la distance $(OA = x)$ et que la distance $(OB = d)$ on pose $(Q_2 = 3 \times Q_1)$, donc :

$$\rightarrow \begin{cases} \vec{E}_{O/A} = K \times \dfrac{Q_1}{(x)^2} \\ \vec{E}_{B/A} = K \times \dfrac{3 \times Q_1}{(x-d)^2} \end{cases} \rightarrow |\vec{E}_A| = K \times \frac{Q_1}{(x)^2} + K \times \frac{3 \times Q_1}{(x-d)^2}$$

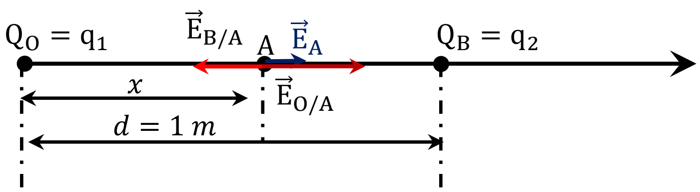


L'expression de l'intensité du champ électrique résultant au point (A) est donc donnée à :

$$|\vec{E}_A| = K \times Q_1 \times \left(\frac{1}{(x)^2} + \frac{3}{(x-d)^2}\right)$$

2. L'expression du champ dans le cas où le point (A) se trouve entre les deux points (O) et (B) tel que $(0 < x < d)$.

Le point (A) est aussi influencé respectivement par la charge $(Q_O = Q_1)$ et par $(Q_B = Q_2)$, donc :



Les vecteurs champs ont la même direction et des sens opposés, le module de la somme est égal à la différence des deux modules

$$|\vec{E}_A| = |\vec{E}_{O/A}| - |\vec{E}_{B/A}| \quad \text{Avec : } \begin{cases} |\vec{E}_{O/A}| = K \times \frac{Q_1}{(x)^2} \ (sortant) \\ |\vec{E}_{B/A}| = K \times \frac{3 \times Q_1}{(d-x)^2} \ (sortant) \end{cases} \rightarrow |\vec{E}_A| = K \times \frac{Q_1}{(x)^2} - K \times \frac{3 \times Q_1}{(d-x)^2}$$

L'expression de l'intensité du champ au point (A) est : $|\vec{E}_A| = K \times Q_1 \times \left(\frac{1}{(x)^2} - \frac{3}{(d-x)^2}\right)$

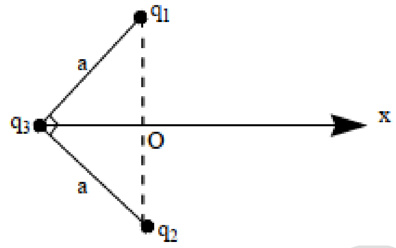
3. Le champ électrique s'annule en un point qui se trouve forcément entre les deux point (O) et (B).

$$|\vec{E}_A| = K \times Q_1 \times \left(\frac{1}{(x)^2} - \frac{3}{(d-x)^2}\right) = 0 \rightarrow \frac{1}{(x)^2} = \frac{3}{(d-x)^2} \rightarrow x = 0{,}36\ (m)$$

Exercice 10 :

Soit la figure suivante : (avec $q_1 = q_2 = q$ et $q_3 = 2q$)

1- Calculez le champ électrique créé par les trois charges sur l'axe Ox (x > 0).
2- On place une charge $q_4 = -3q$ au point O. Calculez la force qui s'exerce sur cette charge.
3- Donner le potentiel électrique créé par les 4 charges en tout point de l'axe Ox (x > 0).

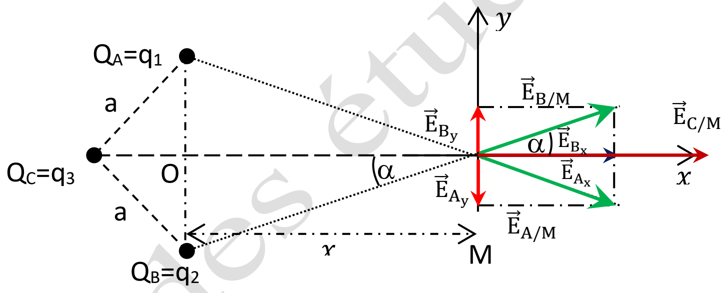


Réponse exercice 10 :

1. L'expression du champ électrique créé par les trois charges au point (M) sur l'axe (x):

Le point (M) est soumis à l'action des trois charges $(Q_1, Q_2 \text{ et } Q_3)$, l'expression du champ électrique résultant en ce point, est donné par :

$$\vec{E}_M = \vec{E}_{A/M} + \vec{E}_{B/M} + \vec{E}_{C/M}$$



Les expressions des différents champs sont données par : $\begin{cases} \vec{E}_{A/M} = K \times \frac{Q_A}{\overline{AM}^2}\vec{u} \\ \vec{E}_{B/M} = K \times \frac{Q_B}{\overline{BM}^2}\vec{u} \\ \vec{E}_{C/M} = K \times \frac{Q_C}{\overline{CM}^2}\vec{u} \end{cases}$

Déterminons les différentes expressions des distances $(\overline{AM})$; $(\overline{BM})$; $(\overline{CM})$ ainsi que celles du $(\sin(\alpha))$ et du $(\cos(\alpha))$ en fonction de (x). Voir le schéma.

Les distance $(\overline{AM})$ et $\overline{BM}$ sont égales, et leurs expressions sont données par :

$$\overline{AM}^2 = \overline{BM}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{OM}^2 \rightarrow \begin{cases} \overline{AO} = \overline{BO} = a \times \sin(45°) = a \times \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \overline{AM}^2 = \overline{BM}^2 = \left(a\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2 \\ \overline{CM} = a \times \cos(45°) + x = a \times \frac{\sqrt{2}}{2} + x \\ \cos(\alpha) = \frac{\overline{OM}}{\overline{BM}} = \frac{x}{\sqrt{\left(a\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2}} \\ \sin(\alpha) = \frac{\overline{BO}}{\overline{BM}} = \frac{\left(a\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{\sqrt{\left(a\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2}} \end{cases}$$

Afin de simplifier les différentes expressions des champs générés par les trois charges au point (M), considérons un repère orthonormé (M, x, y), et écrivons les composantes des champs dans ce repère.

$$\vec{E}_M = \left|\vec{E}_{M_x}\right| \times \vec{\imath} + \left|\vec{E}_{M_y}\right| \times \vec{\jmath} + \text{avec :}$$

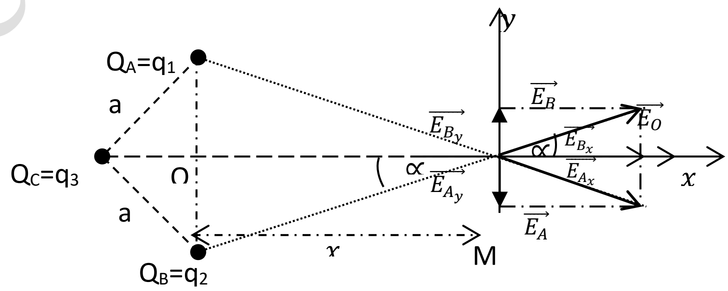
$$\begin{cases} \vec{E}_{M_x} = \left(\left|\vec{E}_{A_x}\right| + \left|\vec{E}_{B_x}\right| + \left|\vec{E}_{C_x}\right|\right) \times \vec{\imath} \\ \vec{E}_{M_y} = \left(-\left|\vec{E}_{A_y}\right| + \left|\vec{E}_{B_y}\right| + \left|\vec{E}_{C_y}\right|\right) \times \vec{\jmath} \end{cases}$$

$$\left\{ \vec{E}_{M_x} = \left(\left|\vec{E}_{A_x}\right| + \left|\vec{E}_{B_x}\right| + \left|\vec{E}_{C_x}\right|\right) \times \vec{\imath}\ avec \begin{cases} \left|\vec{E}_{A_x}\right| = \left|\vec{E}_{A/M}\right| \times \cos(\alpha) = K \times \dfrac{q}{\left(a\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2} \times \dfrac{x}{\sqrt{\left(a\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2}} \\ \left|\vec{E}_{B_x}\right| = \left|\vec{E}_{B/M}\right| \times \cos(\alpha) = K \times \dfrac{q}{\left(a\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2} \times \dfrac{x}{\sqrt{\left(a\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2}} \\ \left|\vec{E}_{C_x}\right| = \left|\vec{E}_{C/M}\right| = K \times \dfrac{2 \times q}{\left(a \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} + x\right)^2} \end{cases} \right.$$

$$\left\{ \vec{E}_{M_y} = \left(-\left|\vec{E}_{A_y}\right| + \left|\vec{E}_{B_y}\right| + \left|\vec{E}_{C_y}\right|\right) \times \vec{\imath}\ avec \begin{cases} \left|\vec{E}_{A_y}\right| = \left|\vec{E}_{A/M}\right| \times \sin(\alpha) = K \times \dfrac{q}{\left(a\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2} \times \dfrac{\left(a\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)}{\sqrt{\left(a\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2}} \\ \left|\vec{E}_{B_y}\right| = \left|\vec{E}_{B/M}\right| \times \sin(\alpha) = K \times \dfrac{q}{\left(a\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2} \times \dfrac{\left(a\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)}{\sqrt{\left(a\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2}} \\ \left|\vec{E}_{C_y}\right| = 0 \end{cases} \right.$$

Les deux composantes sur l'axe (y) s'annulent, elles sont égales en modules de signes opposés donc :

$$\vec{E}_M = \vec{E}_{M_x} + \vec{E}_{M_y}$$



Après avoir fait toutes les simplifications, les expressions des composantes du champ résultant au point (M) sont :

$$\begin{cases} \left|\vec{E}_{M_x}\right| = 2 \times K \times q \times \left(\dfrac{x}{\left(\left(a\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \dfrac{1}{\left(a \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} + x\right)^2} \right) \\ \left|\vec{E}_{M_y}\right| = 0 \end{cases}$$

2. La force qui s'exerce sur une charge (Q_4), placée au point (O)

La force qui s'exerce sur une charge $(Q_4 = -3 \times Q)$ peut être déduite de la relation :

$$\vec{F}_O = Q_O \times \vec{E}_O\ .$$

Le champ résultant $(\vec{E}_O)$ est déduit de l'expression générale précédente au point (M) lorsque $(x = 0)$.

$$\vec{E}_O = \vec{E}_M(x = 0) = 2.K\frac{q}{(\frac{a\sqrt{2}}{2.})^2} \times \vec{i} = 4 \times K\frac{q}{(a)^2} \times \vec{i}$$

L'expression de la force qui s'applique sur la charge (Q_O) est de même direction que celle du champ, de sens opposé à celui du champ, et son intensité est donc :

$$|\vec{F}_O| = Q_O \times |\vec{E}_O| = 12 \times K \times \frac{q^2}{(a)^2}.\vec{i}$$

3. Le potentiel résultant en tout point sur l'axe (x) .

Le potentiel résultant en tous points sur l'axe (x), est la somme algébrique de tous les potentiels générés par les différentes charges en ce point. Son expression est :

$$V_M = V_{A/M} + V_{B/M} + V_{C/M} + V_{O/M}, avec \begin{cases} V_{A/M} = K \times \frac{Q_A}{AM} = K \times \frac{q}{\sqrt{\left(a\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2}} \\ V_{B/M} = K \times \frac{Q_B}{BM} = K \times \frac{q}{\sqrt{\left(a\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2}} \\ V_{C/M} = K \times \frac{Q_C}{CM} = 2 \times K \times \frac{q}{a \times \frac{\sqrt{2}}{2} + x} \\ V_{O/M} = K \times \frac{Q_O}{OM} = -3 \times K \times \frac{q}{x} \end{cases}$$

Ce qui donne : $V_M = K \times \frac{q}{\sqrt{\left(a\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2}} + K \times \frac{q}{\sqrt{\left(a\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2}} + 2 \times K \times \frac{q}{a \times \frac{\sqrt{2}}{2} + x} - 3 \times K \times \frac{q}{x}$

$$\rightarrow V_M = K \times q \times \left(\frac{2}{\sqrt{\left(a\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + x^2}} + \frac{2}{a \times \frac{\sqrt{2}}{2} + x} - \frac{3}{x} \right)$$

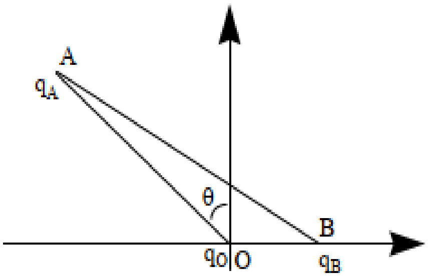
Dans le cas particulier ou la distance $(x = 2 \times a)$, l'expression du potentiel électrique résultant en ce point sera donnée par :

$$V = K \times q \left(\frac{2}{\sqrt{\left(a\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (2 \times a)^2}} - \frac{2}{a \times \frac{\sqrt{2}}{2} + (2 \times a)} - \frac{3}{(2 \times a)} \right)$$

Exercice 11 :

Soit trois charges électriques Q_O, Q_A, Q_B. Celles-ci sont placées comme l'indique la figure ci-après :

1- Quelle est l'énergie interne du système ?
2- Calculer et représenter la force qui s'exerce sur la charge Q_O, en déduire la valeur, la direction et le sens du champ électrique au point O.
3- Quel est le travail fourni par cette force pour déplacer cette charge Q_O du point O à l'infini ?



Données : [OA = 20 cm ; OB = 15 cm ; AB = 30 cm ; $Q_A = 5\ 10^{-6}$ C ; $Q_B = 3\ 10^{-6}$ C ; $Q_O = -10^{-6}$ C ; θ = 60°]

Réponse exercice 11 :

1. L'énergie interne du système des trois charges (U)

L'énergie interne est définie par l'expression suivante : $U_i = \frac{1}{2} \times \sum\sum k\frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \sum Ep_i$.

$$U_i = Ep(A,B) + Ep(A,O) + Ep(O,B),\ \begin{cases} Ep(A,B) = K \times \frac{Q_A \times Q_B}{AB} \rightarrow Ep(A,B) = +0{,}45\ (J) \\ Ep(A,O) = K \times \frac{Q_A \times Q_O}{AO} \rightarrow Ep(A,O) = -0{,}225\ (J). \\ Ep(O,B) = K \times \frac{Q_O \times Q_B}{OB} \rightarrow Ep(O,B) = -0{,}18\ (J) \end{cases}$$

$$\rightarrow U_i = 45\ 10^{-3}\ (J)$$

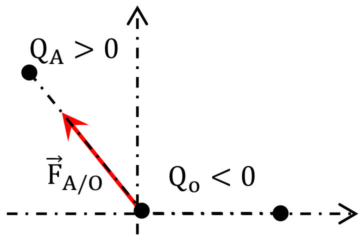
2. La force électrostatique qui s'applique sur la charge (Q_O).

a. La charge (q_O) est influencée par les deux autres charges (Q_A) et (Q_B), on déduit que :

$$\vec{F}_O = \vec{F}_{A/O} + \vec{F}_{B/O}$$

Calculons séparément les deux forces qui vont agir sur la charge (Q_O)

- La force générée par (q_A) sur (q_O) est : $\vec{F}_{A/O} = K \times \frac{Q_A \times Q_O}{AO^2}\vec{u}_1$.



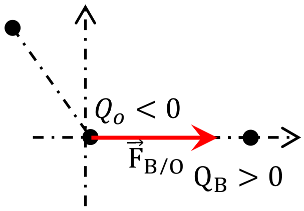
Les forces sont **attractives** car les deux charges (Q_A) et (Q_O) sont de natures différentes. Son intensité est égale à :

$$\left|\vec{F}_{A/O}\right| = 9\ 10^9 \times \frac{5\ 10^{-6} \times 1\ 10^{-6}}{(0{,}2)^2} \rightarrow \left|\vec{F}_{A/O}\right| = 1{,}125\ (N)$$

- La force générée par (q_B) sur (q_O) est : $\vec{F}_{B/O} = K \times \frac{Q_B \times Q_O}{BO^2}\vec{u}_2$.

Les forces sont **<u>attractives</u>** car les deux charges (Q_B et Q_O) sont de natures différentes, et son intensité est de :

$$\left|\vec{F}_{B/O}\right| = 9.10^9 \times \frac{3.10^{-6} \times 1.10^{-6}}{(0{,}15)^2} \rightarrow \left|\vec{F}_{B/O}\right| = 1{,}2\ (N)$$

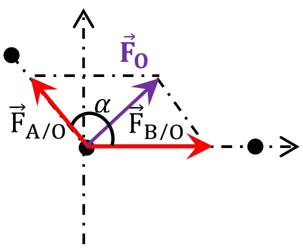


- L'intensité de la force résultante sur la charge (Q_O) est :

$$\left|\vec{F}_O\right| = \sqrt{\left(\left|\vec{F}_{\frac{A}{O}}\right|\right)^2 + \left(\left|\vec{F}_{\frac{B}{O}}\right|\right)^2 + 2 \times \left|\vec{F}_{\frac{A}{O}}\right| \times \left|\vec{F}_{\frac{B}{O}}\right| \times \cos(\alpha)}$$

Sachant que l'angle (α = 90° − 30 = 60°). On déduit que :

$$\left|\vec{F}_O\right| = 0{,}6\ (N)$$

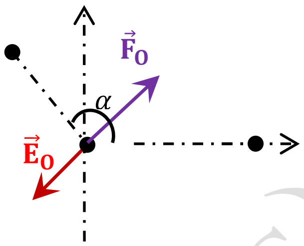


b. On déduit le champ résultant au point (O) par la relation : $|\vec{F}_O| = Q_O \times |\vec{E}_O|$.

La **direction** du champ est la **même que celle de la force**, mais son **sens est opposé** *à* celui de la force car la charge influencée (Q_O) **est négative**.

L'intensité du champ est *:*

$$|\vec{E}_O| = \frac{|\vec{F}_O|}{Q_O} = \frac{0{,}6}{1\ 10^{-6}} \rightarrow |\vec{E}_O| = 0{,}6\ 10^{6} (N/C).$$



3. Le travail des forces électrostatiques pour déplacer la charge (Q_O) du point (O) à l'infini.

Les forces électriques sont des forces qui dérivent du **potentiel électrique**, il dépend de la variation de l'énergie cinétique ou de la variation de l'énergie potentielle.

$$W_{dep\rightarrow arr} = \Delta(Ec) = -\Delta(Ep) = -(Ep_{dép} - Ep_{arr}).$$

Le point de départ de la charge est le point (O) et le point d'arrivée est l'infini, et sachant que le potentiel à l'infini est nul, on déduit que le travail des forces électriques par :

$$W_{O\rightarrow\infty} = -(Q_O \times V_O - Q_\infty \times V_\infty) = -Q_O \times V_O$$

Calculons le potentiel électrique au point (O). Le potentiel électrique résultant généré par les charges Q_A et Q_B au point (O),

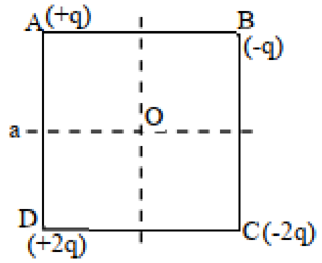
$$V_O = V_{A/O} + V_{B/O} = K \times \frac{Q_A}{\overline{\overline{AO}}} + K \times \frac{Q_B}{\overline{\overline{BO}}} = 9\ 10^{9} \times \frac{5\ 10^{-6}}{(0{,}2)} + 9\ 10^{9} \times \frac{3\ 10^{-6}}{(0{,}15)} \rightarrow V_O = 4{,}05\ 10^{5}\ (V).$$

Le travail nécessaire pour déplacer la charge (Q_O) du point (O)à l'infini est égal :

$$W_{O\rightarrow\infty} = -Q_O \times V_O = 4{,}05\ 10^{5} \times -10^{-6} = -0{,}405\ (J).$$

Exercice 12 :

Dans l'assemblage de charges (figure ci-dessous).

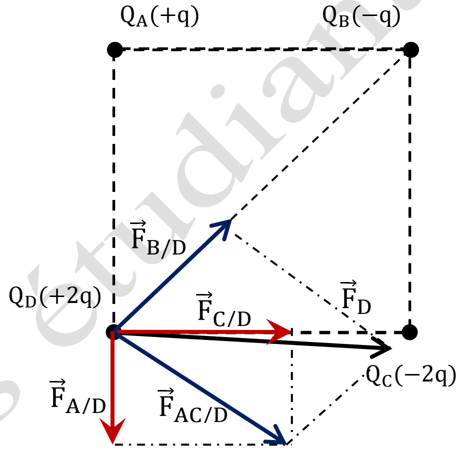


1- Quelle est la force qui s'applique sur la charge Q_D ?
2- Calculez le champ électrique au point O, centre du carré.
3- Calculez le potentiel électrique O.
4- Calculez l'énergie potentielle au point O d'une charge -q.

Réponse exercice 12 :

1. La force électrique qui s'applique sur la charge (Q_D).

La charge (Q_D) est influencée simultanément par les trois charges $(Q_A), (Q_B)$ et (Q_C). Donc la force résultante $(\vec{F}_D)$ est :



$$\vec{F}_D = \vec{F}_{A/D} + \vec{F}_{B/D} + \vec{F}_{C/D}$$

Calculons séparément les expressions de ces trois forces qui agissent sur cette charge.

Les distances $\left(\overline{AC} = \overline{BD} = a \times \sqrt{2}\right)$.

- La force, $\vec{F}_{A/D} = K \times \frac{Q_A \times Q_D}{AD^2} \vec{u}_1$. ; Les forces sont **<u>répulsives</u>**, $\left|\vec{F}_{A/D}\right| = K \times \frac{2 \times q^2}{a^2}$ (N).

- La force, $\vec{F}_{B/D} = K \times \frac{Q_B \times Q_D}{BD^2} \vec{u}_2$. ; Les forces sont **<u>attractives</u>**, $\left|\vec{F}_{B/D}\right| = K \times \frac{2 \times q^2}{(a\sqrt{2})^2} = K \times \frac{q^2}{a^2}$ (N).

- La force, $\vec{F}_{C/D} = K \times \frac{Q_C \times Q_D}{CD^2} \vec{u}_3$. ; Les forces sont **attractives**, $\left|\vec{F}_{C/D}\right| = K \times \frac{4 \times q^2}{a^2}$ (N).

Pour calculer la force résultante, on doit procéder par étapes.

<u>Dans une première étape,</u> on calcul la force résultante des deux forces $(\vec{F}_{A/D})$, et $(\vec{F}_{C/D})$ qui agissent sur la charge (Q_D) :

$$\vec{F}_{AC/D} = \vec{F}_{A/D} + \vec{F}_{C/D}$$

Sachant que l'angle qui existe entre ces deux forces est égal à 90°, l'intensité de la force résultante est :

$$\left|\vec{F}_{AC/D}\right| = \sqrt{\left(K \times \frac{2 \times q^2}{a^2}\right)^2 + \left(K \times \frac{4 \times q^2}{a^2}\right)^2} = \sqrt{20} \times K \times \frac{q^2}{a^2}.$$

Calculons l'angle que fait la résultante $\left|\vec{F}_{AC/D}\right|$ avec l'horizontale.

$$tg\,(\alpha) = \frac{\left|\vec{F}_{\frac{A}{D}}\right|}{\left|\vec{F}_{\frac{C}{D}}\right|} = \frac{K \times \frac{2 \times q^2}{a^2}}{K \times \frac{4 \times q^2}{a^2}} = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 26{,}56°$$

Dans une deuxième étape, on calcul la force résultante totale qui agit sur la charge (Q_D), elle est donnée par :

$$\vec{F}_D = \vec{F}_{AC/D} + \vec{F}_{B/D}.$$

L'angle (θ) que fait la force $(\vec{F}_{AC/D})$ et $(\vec{F}_{B/D})$ est égal à $(\theta = 45° + 26{,}56° = 71{,}56°)$.

Donc l'intensité de la force est :

$$|\vec{F}_D| = \sqrt{\left(\sqrt{20}\times K\times\frac{q^2}{a^2}\right)^2 + \left(K\times\frac{q^2}{a^2}\right)^2 + 2\times\left(\sqrt{20}\times K\times\frac{q^2}{a^2}\right)\times\left(K\times\frac{q^2}{a^2}\right)\times\cos(71{,}56)}$$

$$\rightarrow |\vec{F}_D| = 4{,}88\times K\times\frac{q^2}{a^2}.$$

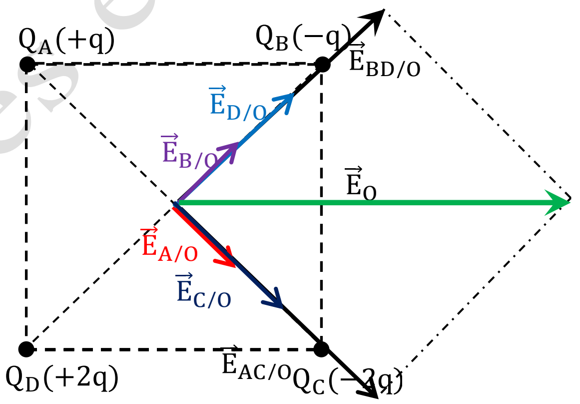
2. Le champ électrique résultant au point O, centre du carré.

$$\vec{E}_O = \vec{E}_{A/O} + \vec{E}_{B/O} + \vec{E}_{C/O} + \vec{E}_{D/O}$$

Sachant que les charges sont à équidistance du point (O), elle est de : $\overline{OA}^2 = \overline{OB}^2 = \overline{OC}^2 = \overline{OD}^2 = \frac{a^2}{2}$

Les différentes expressions des champs électriques qui agissent sur le point (O).

$$\begin{cases} |\vec{E}_{A/O}| = K\times\dfrac{q}{(a^2/2)} = 2\times K\times\dfrac{q}{a^2};\, sortant. \\ |\vec{E}_{B/O}| = K\times\dfrac{q}{(a^2/2)} = 2\times K\times\dfrac{q}{a^2};\, rentrant. \\ |\vec{E}_{C/O}| = K\times\dfrac{2\times q}{(a^2/2)} = 4\times K\times\dfrac{q}{a^2};\, rentrant. \\ |\vec{E}_{D/O}| = K\times\dfrac{2\times q}{(a^2/2)} = 4\times K\times\dfrac{q}{a^2};\, sortant. \end{cases}$$



On doit procéder par étapes pour calculer le champ résultant au point (O).

La première étape consiste à choisir les champs qui ont la même direction, par exemple les champs produits par les charges (Q_A) et (Q_C) au point (O), **ont la même direction, le même sens**. L'intensité du champ résultant $(\vec{E}_{AC/O})$générés par ces deux charges est :

$$\vec{E}_{AC/O} = \vec{E}_{A/O} + \vec{E}_{C/O},\quad |\vec{E}_{AC/O}| = 6\times K\times\frac{q}{a^2}$$

La deuxième étape consiste à choisir les champs produits par les charges (Q_B) et (Q_D) au point (O), car ils ont **la même direction, le même sens**. L'intensité du champ résultant $(\vec{E}_{BD/O})$générés par ces deux charges est :

$$\vec{E}_{BD/O} = \vec{E}_{B/O} + \vec{E}_{D/O},\quad |\vec{E}_{BD/O}| = 6\times K\times\frac{q}{a^2}$$

La dernière étape permet de calculer le champ résultant généré par les quatre charges au point (O) par :

$$\vec{E}_O = \vec{E}_{AC/O} + \vec{E}_{BD/O}$$

L'angle que fait la force $(\vec{F}_{AC/O})$ et $(\vec{F}_{BD/O})$ est égal à 90°. Donc l'intensité du champ est :

$$|\vec{E}_O| = \sqrt{\left(6\times K\times\frac{q}{a^2}\right)^2 + \left(6\times K\times\frac{q}{a^2}\right)^2} = \sqrt{72}\times K\times\frac{q}{a^2}.$$

3. Le potentiel électrique résultant au point (O).

Le potentiel électrique étant une grandeur scalaire, donc :

$$V_O = V_{A/O} + V_{B/O} + V_{C/O} + V_{D/O} \begin{cases} V_{A/O} = K \times \dfrac{Q_A}{\overline{\overline{AO}}} = K \times \dfrac{q}{\frac{a \times \sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2} \times K \times \dfrac{q}{a} \\ V_{B/O} = K \times \dfrac{Q_B}{\overline{\overline{BO}}} = K \times \dfrac{-q}{\frac{a \times \sqrt{2}}{2}} = -\sqrt{2} \times K \times \dfrac{q}{a} \\ V_{C/O} = K \times \dfrac{Q_C}{\overline{\overline{CO}}} = K \times \dfrac{-2 \times q}{\frac{a \times \sqrt{2}}{2}} = -2 \times \sqrt{2} \times K \times \dfrac{q}{a} \\ V_{D/O} = K \times \dfrac{Q_D}{\overline{\overline{DO}}} = K \times \dfrac{2 \times q}{\frac{a \times \sqrt{2}}{2}} = 2 \times \sqrt{2} \times K \times \dfrac{q}{a} \end{cases}$$

On déduit le potentiel électrique résultant généré par les quatre charges au point (O) par leur somme algébrique, et on déduit que son expression est :

$$V_O = 0 \text{ (V)}$$

4. L'énergie potentielle d'une charge (q) placée au centre du carré :

L'expression de l'énergie potentielle d'une charge (q placée au point O et soumise à l'action des quatre charges précédentes est donnée par :

$$Ep_O = Q_O \times V_O = 0 \text{ (J)}$$