

## 1.2 Dipôle Électrique.

### 2.1 Définition.

La définition la plus simple d'un dipôle électrique, est un ensemble de deux charges ponctuelles opposées ( $+q$  et  $-q$ ) de mêmes valeurs, de natures différentes et séparées par une distance ( $d$ ) très faible.

Généralement on note la charge positive par ( $q^+$ ) et la charge négative par ( $q^-$ ).

C'est une grandeur vectorielle notée ( $\vec{p}$ ) appelée **moment dipolaire** ou **dipôle électrique**, qui est caractérisée par :

- Une origine : L'origine du vecteur moment dipolaire ( $\vec{p}$ ) est toujours la charge négative, à l'inverse de la chimie où l'on considère la charge positive comme origine.
- Le sens du vecteur : le sens du vecteur est orienté vers la charge positive.
- L'intensité du moment dipolaire ( $\vec{p}$ ) donnée par :

$$|\vec{p}| = q \times d.$$

### 2.2 Influence Du Dipôle Électrique Sur Le Milieu Extérieur.

#### 2.2.1 Définition.

Un dipôle électrique est dit isolé s'il n'est pas influencé par le milieu extérieur. Il génère en tout point du milieu extérieur un potentiel électrique et un champ électrique.

#### 2.2.2 Potentiel Électrique Généré Par Un Dipôle Électrique Isolé.

Comme dans le cas des charges ponctuelles, déterminons l'expression du potentiel électrique créé par le dipôle en tout point du milieu extérieur (voir le schéma).

Soit un point (M) du milieu extérieur, ce point sera influencé d'un côté par la charge négative placée au point (A) tel que ( $q_A = -q$ ), et de l'autre par la charge positive placée au point (B) tel que ( $q_B = +q$ ). On peut écrire :

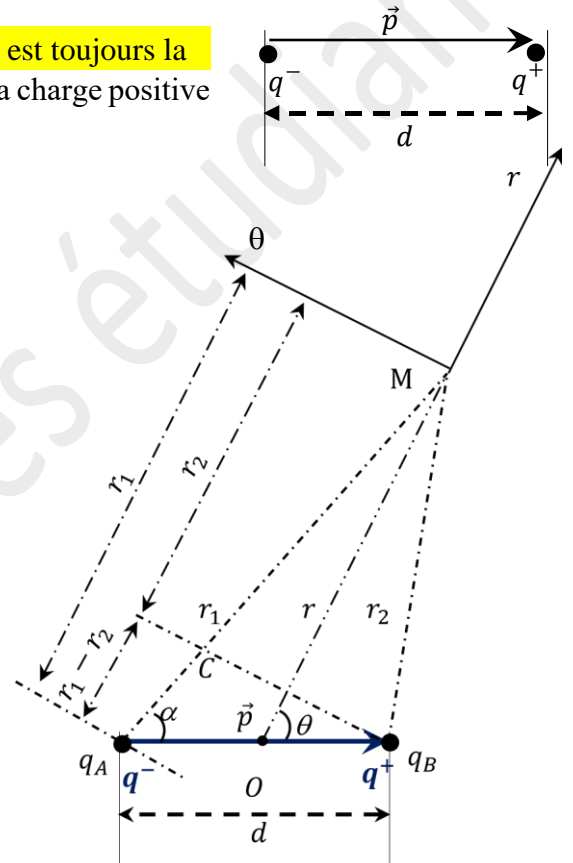
$$V_M = V_{A/M} + V_{B/M} = K \times \frac{q_A}{r_1} + K \times \frac{q_B}{r_2} \dots \dots \dots \text{équation (1)}$$

Avec :  $\begin{cases} r_1 : \text{la distance qui sépare le point (M) de la charge } (q_A = -q), (r_1 = \overline{AM}) \\ r_2 : \text{la distance qui sépare le point (M) de la charge } (q_B = +q), (r_2 = \overline{BM}) \\ r : \text{la distance qui sépare le point (M) du centre du dipôle, } (r = \overline{OM}) \end{cases}$

Après toutes simplification l'équation (1) s'écrit sous la forme :

$$V_M = K \times q \left( \frac{r_1 - r_2}{r_1 \times r_2} \right) \dots \dots \dots \text{équation (1)}$$

Déterminons l'expression du potentiel électrique en fonction de la distance ( $\overline{OM} = r$ ) et de l'angle ( $\theta$ ), angle formé par l'orientation du dipôle ( $\vec{p}$ ) et l'axe ( $r$ ).



Sachant d'un côté que la distance ( $d$ ), qui sépare la charge positive de la charge négative est très petite par rapport à la distance ( $\overline{OM} = r$ ), position du point (M), les distances ( $\overline{AM} = r_1$ ) et ( $\overline{BM} = r_2$ ) sont très proche l'une de l'autre. On peut écrire que :

$(r_1 \cong r_2 \cong r)$  Ce qui va nous donner que le produit  $(r_1 \times r_2 \cong r^2)$  ... .. équation (2).

D'un autre côté, voir le schéma ci-dessus, lorsque la distance ( $d$ ) est très petite, l'angle ( $\hat{C}$ ) tend vers la valeur limite de ( $\hat{C} \cong 90^\circ$ ), et dans le triangle (ABC) l'angle ( $\alpha$ ) se rapproche l'angle ( $\theta$ ), ( $\alpha \cong \theta$ ), car les deux côtés ( $\overline{AM}$ ) et ( $\overline{BM}$ ) sont approximativement parallèles entre eux.

L'expression du cos ( $\alpha$ ) sera donnée par :

$$\cos(\alpha) = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}; \begin{cases} \overline{AC} = r_1 - r_2 \\ \overline{AB} = d \end{cases}$$

On déduit que :

$$r_1 - r_2 = d \times \cos(\alpha) \dots \dots \dots \text{équation (3)}$$

En remplaçant les expressions des équations (2) et (3) dans l'équation (1), l'expression du potentiel électrique généré par un dipôle électrique en un point (M) quelconque de l'espace, dans un repère polaire, en fonction de la distance ( $\overline{OM} = r$ ) et de l'angle ( $\theta$ ) sera donné par :

$$V_M = K \times q \left( \frac{d \times \cos(\theta)}{r^2} \right) \rightarrow V_M = K \times \frac{|\vec{p}| \times \cos(\theta)}{r^2}$$

### 2.2.3 Champ Électrique Généré Par Un Dipôle Isolé.

L'expression du champ électrique ( $\vec{E}_{\vec{p}/M}$ ) généré par le dipôle, en un point (M) quelconque de l'espace dérive de l'expression de son potentiel électrique en ce même point.

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V).$$

Ce champ possède deux composantes, une composante radiale notée ( $\vec{E}_r$ ) et une composante tangentielle notée ( $\vec{E}_\theta$ ).

#### 2.2.3.1 La Composante Radiale :

La composante radiale est déduite de la variation du potentiel électrique par rapport à ( $r$ ), son expression est :

$$\vec{E}_r = -\frac{d(V_{\vec{p}/M})}{d(r)} = 2 \times K \times |\vec{p}| \times \frac{\cos(\theta)}{r^3} \vec{u}_r$$

#### 2.2.3.2 La Composante Tangentielle :

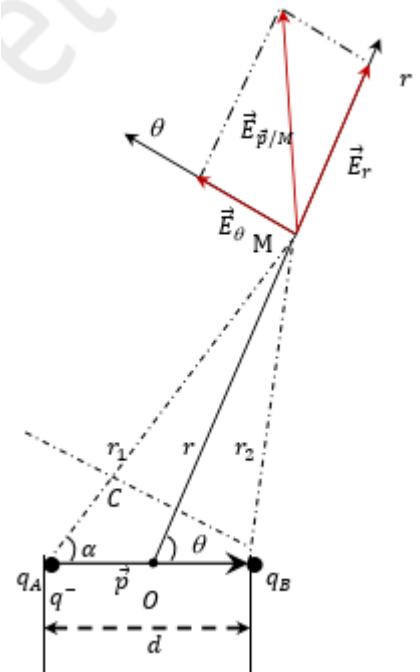
La composante tangentielle est déduite aussi de la variation du potentiel électrique par rapport à ( $\theta$ ), son expression est :

$$\vec{E}_\theta = -\frac{d(V_{\vec{p}/M})}{r \times d(\theta)} = K \times |\vec{p}| \times \frac{\sin(\theta)}{r^3} \vec{u}_\theta$$

#### 2.2.3.3 Champ Généré Par Un Dipôle En Un Point M De L'espace.

Le champ résultant se déduit de la somme vectorielle de ces deux composantes.

$$\vec{E}_{\vec{p}/M} = \vec{E}_r + \vec{E}_\theta \rightarrow |\vec{E}_{\vec{p}/M}| = \sqrt{|\vec{E}_r|^2 + |\vec{E}_\theta|^2} \rightarrow |\vec{E}_{\vec{p}/M}| = K \times \frac{|\vec{p}|}{r^3} \times \sqrt{3 \times (\cos(\theta))^2 + 1}$$

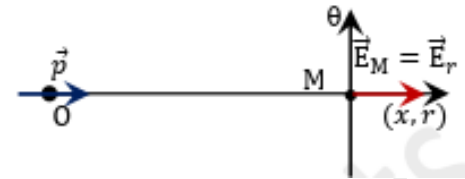


## 2.2.4 Position Particulière Du Point M.

Trois positions particulières du point (M) peuvent être déduites.

### 2.1.4.1 Le Point (M) Se Trouve L'axe (x) Tel Que ( $\theta = 0^\circ$ ) :

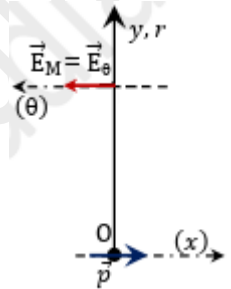
Si l'angle ( $\theta = 0^\circ$ ), le point (M) du milieu extérieur se trouve sur un axe (x) qui porte le vecteur ( $\vec{p}$ ), voir le schéma, suivant.



$$\text{Si l'angle } \theta = 0^\circ \rightarrow \begin{cases} \cos(\theta) = 1 \\ \sin(\theta) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V_{\vec{p}/M} = K \times \frac{|\vec{p}|}{r^2} \\ |\vec{E}_r| = 2 \times K \times \frac{|\vec{p}|}{r^3} \\ |\vec{E}_\theta| = 0 \end{cases} \rightarrow \vec{E}_{\vec{p}/M} = \vec{E}_r$$

### 2.1.4.2 Le Point M Se Trouve Sur L'axe (y) Tel Que ( $\theta = 90^\circ$ ) :

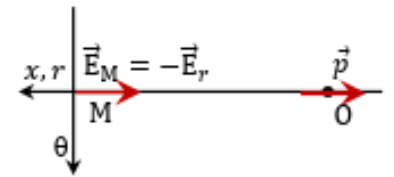
Si l'angle ( $\theta = 90^\circ$ ), le point (M) du milieu extérieur se trouve sur un axe (y) perpendiculaire à l'axe (x) qui porte le vecteur ( $\vec{p}$ ), voir le schéma, suivant.



$$\text{Si l'angle } \theta = 90^\circ \rightarrow \begin{cases} \cos(\theta) = 0 \\ \sin(\theta) = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V_{\vec{p}/M} = 0 \\ |\vec{E}_r| = 0 \\ |\vec{E}_\theta| = K \times \frac{|\vec{p}|}{r^3} \end{cases} \rightarrow \vec{E}_{\vec{p}/M} = \vec{E}_\theta$$

### 2.1.4.3 Le Point (M) Se Trouve Sur L'axe (x) Tel Que L'angle ( $\theta = 180^\circ$ ) :

Si l'angle ( $\theta = 180^\circ$ ), le point (M) du milieu extérieur se trouve sur l'axe (x) du côté des valeurs négatives, voir le schéma suivant.



$$\text{Si l'angle } \theta = 180^\circ \rightarrow \begin{cases} \cos(\theta) = -1 \\ \sin(\theta) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V_{\vec{p}/M} = -K \times \frac{|\vec{p}|}{r^2} \\ |\vec{E}_r| = 2 \times K \times \frac{|\vec{p}|}{r^3} \\ |\vec{E}_\theta| = 0 \end{cases} \rightarrow \vec{E}_{\vec{p}/M} = -\vec{E}_r$$

## 2.3 Influence D'un Champ Électrique Externe Sur L'orientation D'un Dipôle.

### 2.3.1 Définition :

Un dipôle électrique est dit **non isolé** s'il **est influencé par le milieu extérieur**. Cette influence est due à l'existence d'un champ électrique extérieur au dipôle, et qui est généré par une ou plusieurs charges très proches du dipôle. On supposera que cette influence n'affectera pas la distance qui sépare les deux charges formant ce dipôle.

### 2.3.2 Forces Électriques Appliquées Sur Les Charges Du Dipôle Électrique.

On place un dipôle dans un champ électrique extérieur ( $\vec{E}_{ext}$ ) créé par un système de charges externe au dipôle, de telle sorte que son orientation soit quelconque. Cette orientation sera donnée par l'angle ( $\theta$ ), et qui représente l'orientation du moment dipolaire à celle du champ extérieur.

Les deux charges du dipôle, soumise à l'action du champ extérieur, vont subir l'action de deux forces électriques induite par le champ extérieur.

On notera la force qui agit sur la charge positive du dipôle ( $q^+$ ) par  $(\vec{F}_{q^+})$ . Et celle qui agit sur sa charge négative ( $q^-$ ) par  $(\vec{F}_{q^-})$ , voir le schéma suivant.

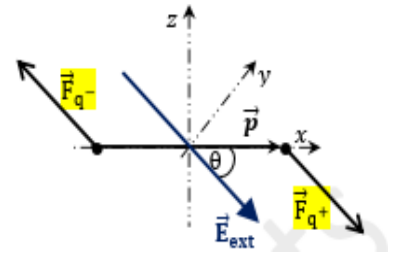
La force qui agit sur la charge positive est orientée dans le même sens du champ extérieur, son intensité est donnée par :

$$\vec{F}_{q^+} = q^+ \times \vec{E}_{ext}$$

Celle qui agit sur la charge négative sera orientée dans le sens opposé du champ et la valeur de son intensité est la même que celle qui agit sur la charge positive :

$$\vec{F}_{q^-} = q^- \times \vec{E}_{ext}$$

Ces deux forces  $(\vec{F}_{q^+})$  et  $(\vec{F}_{q^-})$ , ont la même intensité et des sens opposés, tendent à changer l'orientation du dipôle électrique. Dans la configuration choisie, elles le font tourner dans le sens opposé à celui des aiguilles d'une montre.



### 2.3.3 Moment Du Couple De Forces Appliquées Au Dipôle Électrique.

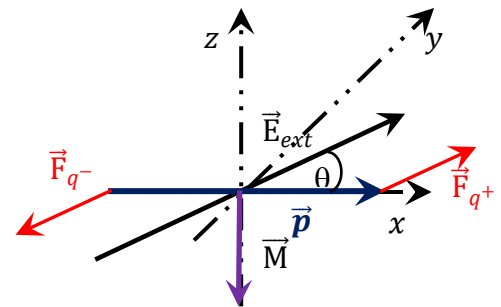
Les deux forces précédentes  $(\vec{F}_{q^+})$  et  $(\vec{F}_{q^-})$  génèrent un moment de couple de force, ce moment fait changer l'orientation du dipôle électrique.

Le moment du couple est une grandeur vectorielle notée  $(\vec{M})$  et est défini par le produit vectoriel du vecteur champ électrique externe  $(\vec{E}_{ext})$  par le vecteur moment dipolaire  $(\vec{p})$  :

$$\vec{M} = \vec{p} \wedge \vec{E}_{ext}$$

Il est caractérisé par les quatre paramètres suivants :

- L'origine du vecteur moment du couple est le centre du dipôle, les forces électriques  $(\vec{F}_{q^+})$  et  $(\vec{F}_{q^-})$  font tourner le moment dipolaire par rapport à son centre (O).
- La direction du moment du couple est perpendiculairement au plan (x,y), c'est-à-dire, perpendiculaire au plan formé par la direction du champ électrique extérieur et le plan des deux forces. L'axe (z) est la direction du moment du couple, voir le schéma ci-contre.
- Le sens de ce moment de couple dépend du sens de rotation du dipôle électrique.
  - Si le moment du couple fait tourner le dipôle dans le sens des aiguilles d'une montre, le moment du couple est dit rentrant, c'est-à-dire qu'il est orienté dans le sens opposé à celui de l'axe (z).
  - Sinon il est dit sortant, c'est-à-dire qu'il est orienté dans sens de l'axe (z). Voir le schéma ci-contre.
- L'intensité du moment du couple est donnée par l'expression suivante :



$$|\vec{M}| = |\vec{p}| \times |\vec{E}_{ext}| \times \sin(\theta)$$

### 2.3.4 Énergie Potentielle D'un Dipôle Électrique Non Isolé.

L'énergie potentielle d'un dipôle soumis à l'action d'un champ électrique extérieur est notée ( $E_p$ ), et est définie par le produit scalaire du moment dipolaire  $(\vec{p})$ , par le champ électrique extérieur  $(\vec{E}_{ext})$  qui agit sur ce dipôle.

$$E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}_{ext} \rightarrow E_p = -|\vec{p}| \times |\vec{E}_{ext}| \times \cos(\theta)$$

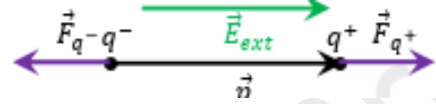
### 2.3.5 Orientations Particulières Du Moment Dipolaire.

Deux orientations particulières donnent des situations intéressantes à étudier. Ces orientations permettent de définir un état d'équilibre stable du dipôle, et son état d'équilibre d'instable.

#### 2.3.5.1 État D'équilibre Stable :

Lorsque le dipôle et le champ électrique externe ont la même direction et le même sens (même orientation) l'angle que fait l'orientation du champ extérieur avec celle du dipôle électrique est nul :

$$\theta = 0^\circ \rightarrow \begin{cases} \cos(\theta) = 1 \\ \sin(\theta) = 0 \end{cases}$$



Dans cette position les deux forces électriques qui s'appliquent sur les charges du dipôle tendent à stabiliser le dipôle électrique. Elles ont la même direction, la même intensité mais des sens orientés vers l'extérieur des deux charges. Le dipôle électrique ne va pas bouger, il est dans un état d'équilibre stable.

Dans cette situation :

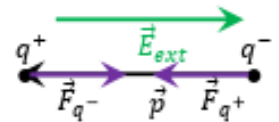
- Le moment du couple des forces est nul ( $\vec{M} = 0.$ ) car le ( $\sin(\theta) = 0$ ).
- L'énergie potentielle du dipôle est minimale ( $\cos(\theta) = 1$ ), Son expression est donnée par :

$$E_p = -|\vec{p}| \times |\vec{E}_{ext}|.$$

#### 2.3.5.2 État D'équilibre Instable :

Lorsque le dipôle électrique et le champ ont la même direction mais des sens opposés, l'angle que fait l'orientation du champ extérieur avec celle du dipôle électrique est égal à ( $\theta = 180^\circ$ ).

$$\theta = 180^\circ \rightarrow \begin{cases} \cos(\theta) = -1 \\ \sin(\theta) = 0 \end{cases}$$



Dans cette position les deux forces électriques qui s'appliquent sur les charges du dipôle tendent à déstabiliser le dipôle électrique. Elles ont la même direction, la même intensité mais des sens qui sont orientés vers l'intérieur du dipôle. Le dipôle électrique ne va pas bouger, il est dans un état d'équilibre, mais instable. Une petite impulsion lui fait changer son orientation. Cette position définit un état d'équilibre instable du dipôle.

pour cette deuxième orientation :

- Le moment du couple des forces est nul ( $\vec{M} = 0.$ ) car le ( $\sin(\theta) = 0$ ).
- L'énergie potentielle du dipôle est maximale ( $\cos(\theta) = -1$ ), Son expression est donnée par :

$$E_p = +|\vec{p}| \times |\vec{E}_{ext}|.$$

### 2.4 Travail Des Forces Électrostatiques.

Le travail des forces électrostatiques appliquées à un dipôle électrique est défini de la même manière que dans le cas des charges ponctuelles, par la variation de l'énergie potentielle entre les deux états d'orientation du dipôle électrique. Son orientation initiale et son orientation finale.

$$W_{\theta_i \rightarrow \theta_f} = E_p(\theta_i) - E_p(\theta_f) \begin{cases} \theta_i: \text{orientation initiale du dipôle.} \\ \theta_f: \text{orientation finale du dipôle.} \end{cases}$$