1.3 Conducteur Électrique Et Charges Réparties.

1.3.1 Généralités :

À l'inverse de la théorie des charges ponctuelles ou l'on suppose que toutes les charges élémentaires sont concentrées au niveau d'un seul atome, c'est-à-dire un seul point, lorsque l'on électrise un corps conducteur, la charge se distribue de manière continue dans tout l'espace de ce corps.

1.3.2 Définitions.

a) Conducteur :

Ce sont des matériaux qui possèdent un certain nombre d'électrons libres. Par exemple dans le cas des métaux, ces électrons libres peuvent se déplacer sous l'action d'un champ électrique très faible. On qualifie ce type de matériaux de conducteurs.

Les charges électriques peuvent se déplacer librement à l'intérieur d'un **conducteur.**

b) Isolants :

Dans le cas des **isolants** les électrons **restent étroitement liés** aux atomes ou aux groupements moléculaires de la matière, même ceux qui sont engagés dans les liaisons moléculaires, aucun ne peut circuler librement.

Les charges électriques ne peuvent pas se déplacer à l'intérieur d'un **isolant.**

c) Densité De Charge.

La densité de charge électrique et désigne la quantité de charge électrique répartie par unité d'espace. Selon la **forme** géométrique du corps électrisé, On distingue trois types de densités de charges réparties.

I. Densité De Charge Linéaire :

Dans le cas particulier ou le conducteur est un fil électrique, sa forme est linéaire. La charge ramenée sur ce conducteur se distribue sur toute la longueur du corps.
On définit dans cette situation une densité de charge linéaire que l'on note $(\boldsymbol{\lambda})$. Son expression est donnée par :

$$\lambda = \frac{Q}{l} \begin{cases} \lambda : la\ densité\ de\ charge\ linéaire\ ou\ linéique. \\ l : la\ longueur\ du\ fil\ électrique \\ l'unité\ dans\ le\ système\ (S.I)\ est\ le\ \left(\frac{Coulomb}{métre}\right) \end{cases}$$

II. Densité De Charge Surfacique :

Si la forme du conducteur est aplatie, la charge ramenée sur ce corps se répartie sur toute la surface du corps.
La densité de charge sera surfacique, elle sera notée $(\boldsymbol{\sigma})$, et son expression sera :

$$\sigma = \frac{Q}{S} \begin{cases} \sigma : est\ la\ densité\ de\ charge\ surfacique. \\ S : la\ surface\ du\ conducteur. \\ l'unité\ dans\ le\ système\ (S.I)\ est\ le\ \left(\frac{Coulomb}{(métre)^2}\right) \end{cases}$$

III. Densité De Charge Volumique :

Alors que si le corps conducteur est de forme quelconque (volumique), la charge se répartie sur tout le volume du corps, et on définit une densité de charge volumique notée (ρ), son expression est :

$$\rho = \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{Volume}} \begin{cases} \rho : est\ la\ densité\ de\ charge\ volumique. \\ \mathrm{V} : le\ volume\ total\ du\ conducteur. \\ \quad l'unité\ \ est\ le\ \left(\frac{Coulomb}{(métre)^3}\right) \end{cases}$$

1.3.3 Conducteur En Équilibre Électrostatique.

1.3.3.1 Définition D'un Conducteur En Équilibre

Les électrons libres d'un conducteur, un métal par exemple, possèdent un mouvement local dans leurs orbitales. Mais si ces électrons n'ont pas de mouvement d'ensemble, le conducteur est dit en équilibre électrostatique. C'est-à-dire que leurs déplacements ne sont pas très grands par rapport aux distances interatomiques.

Donc, un conducteur est en équilibre électrostatique si ses charges électriques élémentaires sont immobiles.

1.3.3.2 Propriétés Des Conducteurs En Équilibres.

Nous nous proposons, dans ce chapitre, d'étudier les propriétés des conducteurs en équilibre électrostatique.

Un conducteur en équilibre électrostatique possède trois propriétés importantes :

a) Le champ électrique à l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique **est toujours nul.**

En effet un champ électrique moyen mettrait les électrons en mouvement et il y aurait un courant dans le conducteur contrairement à l'hypothèse faite de l'équilibre électrostatique et de l'immobilité de ces charges.

On peut montrer cette propriété par le fait que la charge est immobile, c'est-à-dire que l'intensité de la force électrique résultante que va subir cette charge est nulle :

$$\vec{\mathrm{F}}_{éle} = q_i \times \vec{\mathrm{E}}_{éle} \begin{cases} \vec{\mathrm{F}}_{éle} = la\ force\ résultante\ que\ va\ subir\ la\ charge\ (q_i) \\ \vec{\mathrm{E}}_{éle} = le\ champ\ résultant\ qui\ agit\ sur\ la\ charge\ (q_i) \end{cases}$$

Sachant que les charges (q_i) ne sont pas nulles, on déduit que, le champ résultant est nul.

Le champ électrique en tout point à l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique est nul.

Attention :

Le champ électrique à la surface d'un conducteur en équilibre électrostatique n'est pas nul, il est perpendiculaire à la surface. En effet, pour les mêmes raisons que précédemment, une composante du champ parallèle à la surface agirait sur les charges libres et entraînerait leur déplacement. Or, de tels déplacements n'existent pas dans les conditions d'équilibre électrostatique.

Le champ est normal à la surface d'un conducteur en équilibre.

b) Le potentiel électrique en tout point de ce conducteur **est constant**.

En effet, sachant que le potentiel électrique dérive du champ électrique, en déduit que le potentiel électrique dans tout le conducteur en équilibre électrostatique est constant.

$$\vec{E}_{éle} = -\overrightarrow{grad}\,(V) = 0 \rightarrow \mathrm{V} = \text{constante}$$

c) **Les charges électriques sont toujours immobiles**, et elles se **répartissent à la surface du conducteur**

- À l'intérieur du conducteur en équilibre :

La quantité d'électricité dans tout volume intérieur du conducteur est nulle, c'est-à-dire que le nombre de charges positives est égales au nombre de charge négatives.

- À l'extérieur du conducteur en équilibre :

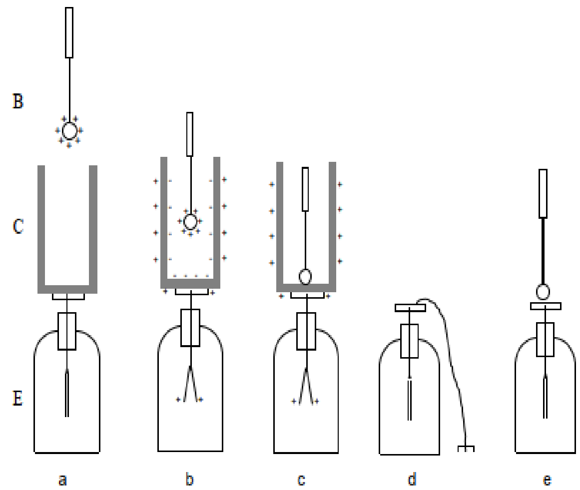
L'expérience de cylindre de Faraday met en évidence que lorsque l'on ramène une charge sur un corps conducteur, celle-ci se répartie à sa surface.

Dans l'expérience on dispose :

- D'une boule métallique (B), chargée positivement, solidaire d'une tige reliée à un manchon isolant,
- D'un cylindre de Faraday (C), c'est un cylindre métallique creux dont la hauteur est très grande par rapport à son diamètre.
- Et d'un électroscope à feuille d'or (E). Le cylindre (C) est posé sur le plateau de l'électroscope (E).

La figure ci-contre (a) montre que lorsque la boule chargée positivement se trouve hors du cylindre, l'ensemble formé par (C) et (E) ne porte aucune charge.

Lorsqu'on introduit la boule dans le cylindre, un phénomène d'électrisation par influence est décelé par l'électroscope. Des charges négatives sont induites sur la face interne de (C) et des charges positives sur sa surface externe, voir figure suivante cas (b).



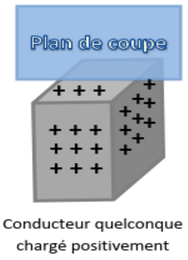
Lorsque la boule métallique (B) touche le cylindre de faraday (C), on constate, là encore, que les feuilles de l'électroscope s'écartent voir la figure ci-contre cas (c), cet écart est maintenu lorsqu'on retire la boule (B).

Pour vérifier que la boule a entièrement transmis sa charge à (C), on retire le cylindre, on décharge l'électroscope figure ci-contre (d), puis on met en contact (B) et le plateau de (E). On constate alors que les feuilles d'or restent verticales voir la même figure précédente cas (e).

En conclusion : toute la charge de la boule transmise au conducteur s'est trouvée répartie à sa surface extérieure.

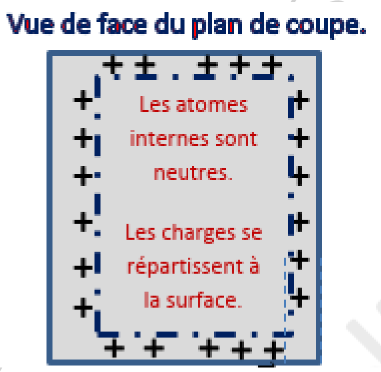
La charge électrique d'un conducteur en équilibre est entièrement répartie sur sa surface.

1.3.3.3 Champ Électrique Au Voisinage D'un Conducteur En Équilibre (Théorème De Gauss).



Considérons un conducteur de forme quelconque. On se propose d'étudier le champ électrique en un point au voisinage immédiat de la surface externe du conducteur, après avoir ramené une charge électrique positive sur ce conducteur.

Après équilibre du système, les charges élémentaires ramenées de l'extérieur du conducteur se répartissent à la surface du conducteur, c'est-à-dire que les atomes du milieu intérieur du conducteur seront neutres (autant de charges positives que de charges négatives), et que toute la charge ramenée sur ce conducteur se répartie à la surface du conducteur (ionisation de quelques atomes de surface du conducteur).



Le schéma ci-contre, explicite la répartition des charges électriques dans le conducteur.

Comme mentionné plus haut, aux points situés au voisinage immédiat de la surface du conducteur, le champ est normal à la surface. Le champ étant nul partout à l'intérieur du conducteur, il ne dépend que de la densité de charge surfacique (σ).

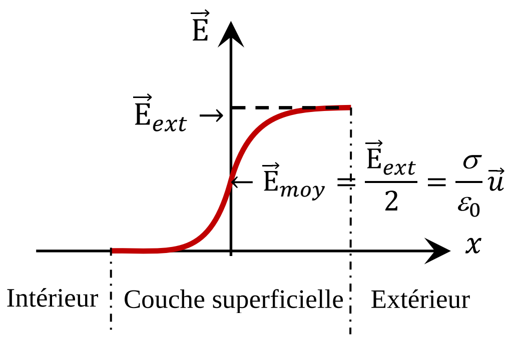
- **Théorème De Gauss :**

Le champ électrostatique à proximité immédiate d'un conducteur portant une charge de densité surfacique (σ) vaut :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \times \vec{u} \begin{cases} \sigma = Q/S \textit{ est la densité de charge surfacique.} \\ Q \textit{ la charge totale ramenée sur la conducteur.} \\ S \textit{ est la surface du conducteur.} \\ \varepsilon_0 \textit{ la permitivité du vide.} \\ \vec{u} \textit{ est le vecteur unitaire toujours normal à la surface.} \end{cases}$$

- **Évolution Du Champ À Travers Un Conducteur En Équilibre Électrostatique :**

La courbe suivante donne l'évolution du champ dans un conducteur en équilibre électrostatique.



L'axe des abscisses représente l'espace, c'est-à-dire le milieu intérieur du conducteur, son interface ou sa couche superficielle, et le milieu extérieur.

L'axe des ordonnées donne l'évolution du champ électrique dans cet espace. Le champ électrique à l'intérieur d'un conducteur en équilibre est nul, en son voisinage immédiat extérieur, il vaut $\left(\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \times \vec{u}\right)$, et à la traversée de la surface du conducteur, le champ varie de la manière indiquée sur la courbe précédente. Il faut signaler que la couche superficielle est un infiniment petite. On définit le champ électrique moyen au niveau de la couche superficielle par $\left(\vec{E} = \frac{\sigma}{2\times\varepsilon_0} \times \vec{u}\right)$, cette expression sera utilisée pour définir la pression électrostatique.

1.3.3.4 Pression Électrostatique.

La pression électrostatique que va subir une charge électrique se trouvant dans la couche superficielle est notée $(\mathbf{P})$. Elle est définie par le rapport de l'intensité de la force électrique sur la surface qui la subie, son expression est donnée par :

$$\mathbf{P} = \frac{|\vec{\mathbf{F}}|}{\mathbf{S}} \begin{cases} |\vec{\mathrm{F}}| = Q \times |\vec{\mathrm{E}}_{moy}| = Q \times \left(\dfrac{\sigma}{2 \times \varepsilon_0}\right) \textit{ étant l'intensité de la force } (\mathrm{N}). \\ \mathrm{S} : \textit{est la surface qui subit cette force en } (m^2) \end{cases}$$

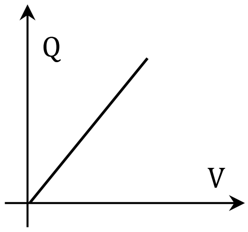
L'expression de l'intensité de la pression électrostatique peut être définie par :

$$\mathrm{P} = \frac{Q \times \left(\frac{\sigma}{2 \times \varepsilon_0}\right)}{S} \rightarrow \qquad \mathrm{P} = \frac{\sigma^2}{2 \times \varepsilon_0} \ (\mathrm{Pa})$$

1.3.3.5 Capacité D'un Conducteur :

Soit un conducteur quelconque en équilibre électrostatique, chargé uniformément d'une charge (Q) et porté au potentiel (V). Nous remarquons que lorsque l'on augmente la charge du conducteur le potentiel électrique augmente proportionnellement à la charge.

C'est-à-dire que le rapport entre la charge du conducteur et le potentiel auquel il est porté est toujours constante.

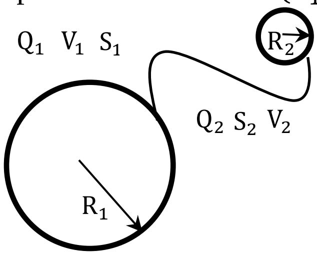


On définit la capacité d'un conducteur, notée (C), par le rapport de la charge qu'il porte au potentiel auquel il est soumis. Son unité dans le système international (M, K, S, A) est le faraday (F).

$$\mathrm{C} = \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{V}} \ (\mathrm{F})$$

1.3.4 Pouvoir De Pointe :

Pour comprendre la notion d'équilibre et le pouvoir de pointe, considérons deux sphères conductrices (C_1) et (C_2) chargées initialement de (Q_1) et (Q_2).

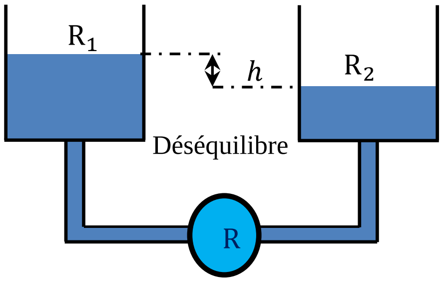


Les deux sphères sont reliées par un long fil conducteur mince de capacité négligeable, voir la figure suivante.

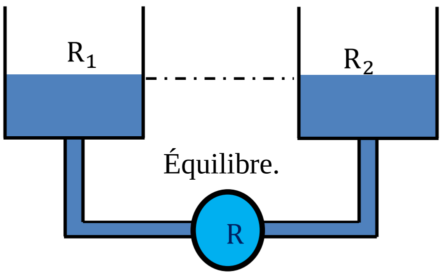
1.3.4.1 Notion D'équilibre :

a) Analogie Hydraulique :

Pour comprendre le mouvement des charges électriques entre les deux conducteurs (C_1) et (C_2), considérons deux réservoirs de volumes différents et de charges différentes reliés par une conduite (C). Le mouvement de l'eau entre ces deux réservoirs est contrôlé par un robinet (R), voir le schéma ci-contre.

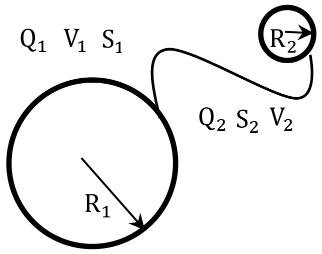


Lorsque l'on ouvre le robinet, le mouvement de l'eau se fait toujours du réservoir dont la charge est plus grande vers le réservoir dont la charge est plus faible, dans notre cas le mouvement se fait de (R_1) vers (R_2), voir schéma ci-contre.



L'équilibre sera atteint lorsque les deux niveaux d'eau seront identiques.

b) Mouvement Des Charges Électriques :



Entre les deux réservoirs précédente le mouvement de l'eau est dû à la différence de hauteur (h) qui existe entre eux, on dit que la différence de charge est à l'origine du mouvement de l'eau.

➢ Origine Du Mouvement De Charges Entre Les Deux Conducteurs.

Les deux conducteurs sphériques précédents (C_1) et (C_2), de rayons (R_1) et (R_2) tel que $(R_1 > R_2)$, portent des charges (Q_1) et (Q_2). Les surfaces des deux sphères sont respectivement (S_1) et (S_2).

Avant de relier les deux conducteurs, à l'instant initial $(t = 0)$, le premier ayant une capacité (C_1), une charge (Q_1) et est porté au potentiel (V_1), tel que :

$$C_1 = \frac{Q_1}{V_1}.$$

Le second de capacité (C_2), de charge (Q_2) et est porté au potentiel (V_2), tel que : $C_2 = \frac{Q_2}{V_2}$.

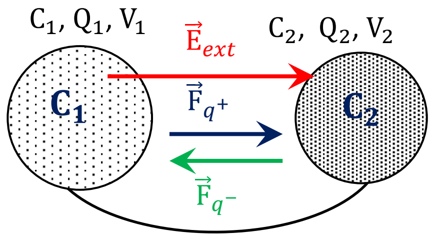
Lorsque l'on met en contact direct les deux conducteurs, un échange de charges électriques élémentaires se fera entre eux.

➢ Champ Électrique Généré Par La Différence De Potentielle :

De la relation qui existe entre le champ et la différence de potentielle, $(\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V))$, on peut déduire deux remarques très importantes :

- **La première est que** : toute variation (différence) du potentiel électrique génère un champ électrique.
- **La seconde est que :** Le champ électrique généré par la différence de potentielle est toujours orienté dans le sens des potentiels décroissants.

Donc, la différence de potentielle $(V_1 - V_2)$ existante entre les deux conducteurs génère un champ électrique $(\vec{E}_{ext})$ qui est toujours orienté dans le sens des potentiels décroissants, si l'on suppose que le potentiel $(V_1 > V_2)$, le champ généré par la différence de potentielle sera orienté du conducteur (C_1) vers le conducteur (C_2), voir schéma ci-contre.



➢ Forces Électriques Induites Par Le Champ :

Les charges libres des deux conducteurs seront soumises à l'action d'une force induite par ce champ électrique et vont se déplacer.

Les charges libres positives (q^+) seront soumises à l'action d'une force $(\vec{F}_{q^+})$ qui est orientée dans le même sens du champ. Elles se déplacent du conducteur (C_1) vers (C_2), car les charges sont positives, le sens de la force est le même que celui du champ.

Les charges libres négatives (q^-) seront soumises à l'action d'une autre force $(\vec{F}_{q^-})$ qui est orientée dans le sens opposé à celui du champ. Ces charges se déplacent du conducteur (C_2) vers (C_1), les charges étant négatives, le sens du champ et celui de la force sont opposés.

Remarque importante :

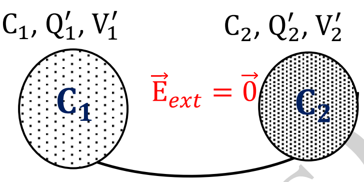
Dans le cas des conducteurs solides seules les charges négatives vont se déplacées, c'est-à-dire on aura que le mouvement des électrons libres, alors que dans le cas des électrolytes, les anions et les cations vont subirent l'action des deux forces citées précédemment $(\vec{F}_{q^+}, \vec{F}_{q^-})$ et vont migrées dans des sens opposés.

Pour qu'il y ait un mouvement de charges entre deux conducteurs, il faut que leurs potentiels électriques initiaux soient différents $(V_1 \neq V_2)$.

c) Équilibre Des Deux Conducteurs Mis En Contact :

Au bout d'un certain moment le mouvement des charges va s'arrêter. Un équilibre va s'établir entre les deux conducteurs. La force électrique précédente qui a été à l'origine du mouvement des charges s'annule.

Á l'équilibre ($t = équilibre$), la différence de potentielle s'annule, et les charges des deux conducteurs seront immobiles, elles seront notées (Q'_1) et (Q'_2) et les deux sphères seront portées aux potentiels électriques (V'_1) et (V'_2).



L'équilibre des deux conducteurs sera régi par deux équation :

- La première est donnée par la conservation de la charge totale des deux conducteurs entre l'instant initial et l'instant final d'équilibre ($Q_{tot} = Q'_{tot}$). Avec ($Q_{tot} = Q_1 + Q_2$) et ($Q'_{tot} = Q'_1 + Q'_2$). Ce qui va nous donner :

$$Q_1 + Q_2 = Q'_1 + Q'_2 \ldots\ldots\ldots\ldots (équation\ 1)$$

- La seconde équation est déduite de l'immobilité des charges à l'équilibre final. À l'équilibre le mouvement des charges va s'arrêter lorsque la différence de potentiel entre les des deux conducteurs sera nulle. Ce qui va nous donner la deuxième équation :

$$V'_1 = V'_2 \ldots\ldots\ldots\ldots (équation\ 2)$$

d) Pouvoir Des Pointes :

Considérons les deux sphères précédentes est déterminons le rapport de leurs densités de charges portées par chaque conducteur à l'équilibre.

L'expression de la densité de charge de la première sphère à l'équilibre sera donnée par :

$$\sigma'_1 = \frac{Q'_1}{S_1} \rightarrow \begin{cases} Q'_1\ est\ la\ charge\ finale\ de\ la\ sphère\ (1) \\ S_1 = 4 \times \pi \times R_1^2\ \ sa\ surface \end{cases} \rightarrow \sigma'_1 = \frac{Q'_1}{4 \times \pi \times R_1^2}$$

L'expression de la densité de charge de la deuxième sphère à l'équilibre sera donnée par :

$$\sigma'_2 = \frac{Q'_2}{S_2} \rightarrow \begin{cases} Q'_2\ est\ la\ charge\ finale\ de\ la\ sphère\ (2) \\ S_2 = 4 \times \pi \times R_2^2\ \ sa\ surface \end{cases} \rightarrow \sigma'_2 = \frac{Q'_2}{4 \times \pi \times R_2^2}$$

Le rapport des deux densités de charges (σ'_1) et (σ'_2) donne : $\frac{\sigma'_1}{\sigma'_2} = \frac{\frac{Q'_1}{4\times\pi\times R_1^2}}{\frac{Q'_2}{4\times\pi\times R_2^2}} \rightarrow \frac{\sigma'_1}{\sigma'_2} = \frac{Q'_1}{Q'_2} \times \frac{R_2^2}{R_1^2}$

L'expression du potentiel électrique d'un conducteur sphérique est donnée par :

$$V_{sphère} = K \times \frac{Q}{R} \begin{cases} Q;\ la\ charge\ répartie\ sur\ la\ sphère \\ R;\ \ son\ rayon\ de\ courbure. \end{cases}$$

À l'équilibre les deux potentiels des deux conducteurs sont égaux, on peut donc écrire :

$$V'_1 = V'_2 \rightarrow K \times \frac{Q'_1}{R_1} = K \times \frac{Q'_2}{R_2} \rightarrow \frac{Q'_1}{Q'_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Donc le rapport des densités de charges est donné par : $\frac{\sigma'_1}{\sigma'_2} = \frac{Q'_1}{Q'_2} \times \frac{R_2^2}{R_1^2} \rightarrow \frac{\sigma'_1}{\sigma'_2} = \frac{R_1}{R_2} \times \frac{R_2^2}{R_1^2} \rightarrow \frac{\sigma'_1}{\sigma'_2} = \frac{R_2}{R_1}$

Deux remarques importantes à retenir :

- Le rapport des densités de charges à l'équilibre ne dépend que du rapport des deux rayons, c'est à dire la forme des conducteurs.
- La sphère ayant le plus petit rayon porte la plus grande densité de charges. Ce résultat se généralise à un conducteur de forme quelconque et explique le pouvoir ionisant d'une pointe.

1.3.5 Influence D'un Conducteur En Équilibre Électrostatique Sur Le Milieu Externe.

1.3.5.1 Champ Électrique Généré Par Une Densité De Charge, Théorème De GAUSS.

En électromagnétisme, le théorème de Gauss permet de calculer le flux d'un champ électrique à travers une surface fermée connaissant les charges électriques qu'elle renferme et délimitées par cette surface.

Selon le théorème de Gauss, le flux du champ électrostatique créé par les charges sur la surface fermée est égal à :

$$\oiint \vec{E} \bullet \vec{dS} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

Avec :

- $(\vec{E} = |\vec{E}| \times \vec{n})$, est l'expression du champ électrique généré par la charge. $|\vec{E}|$ Étant l'expression de l'intensité du champ, et $(\vec{n})$ un vecteur unitaire orienté vers l'extérieur du conducteur.
- $(\vec{dS})$ Une portion de la surface de Gauss, elle doit envelopper toute la charge.
- $(\vec{E} \bullet \vec{dS})$ Le produit scalaire, il représente le flux du champ électrique.
- $(\sum Q_{int})$ Est la charge totale à l'intérieur de la surface de Gauss
- (ε_0) La permittivité du milieu extérieur (vide)

Le théorème de **GAUSS** sous sa forme la plus simple, permet d'exprimer aisément le champ électrique généré par une densité de charge lorsque l'on a une symétrie dans la répartition de cette charge.

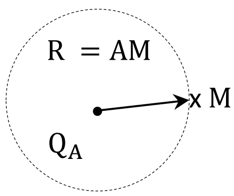
$$|\vec{E}| \times S_G \times \cos(\alpha) = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0} \begin{cases} S_G : \text{est la surface de Gauss.} \\ \alpha : \text{angle formé entre le champ et le vecteur } (\vec{n}) \end{cases}$$

L'angle formé entre la direction du champ $(\vec{E})$ et la normale à la surface $(\vec{dS})$ est nul, car le champ est toujours perpendiculaire à la surface $(\vec{dS})$, il est porté par le vecteur unitaire $(\vec{n})$.

1.3.5.2 Exemples De Calcul De Champ En Utilisant Le Théorème De GAUSS.

a) Cas D'une Charge Ponctuelle.

Soit une charge ponctuelle (Q_A) placée au point (A),déterminons l'expression du champ électrique généré par cette charge en un point (M) quelconque de l'espace, en utilisant le théorème de Gauss.



Il faut choisir une surface de Gauss qui enveloppe totalement la charge placée au point (A).

La surface de **GAUSS** (S_G) qui permet d'envelopper toute la charge est celle d'une sphère de rayon (R = AM).

La charge se trouvant à l'intérieur de cette surface de Gauss est la charge ponctuelle (Q_A) et l'expression de la surface d'une sphère est donnée par :

$$(S_G = 4 \times \pi \times R^2).$$

La direction du champ est celle de la droite (AM). En appliquant le théorème de Gauss, on aura donc :

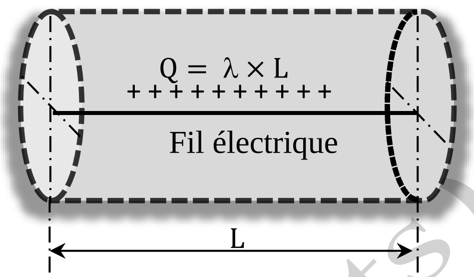
$$|\vec{E}| \times (4 \times \pi \times R^2) = \frac{Q_A}{\varepsilon_0} \rightarrow |\vec{E}| = \frac{1}{4 \times \pi \times \varepsilon_0} \times \frac{Q_A}{R^2}$$

Sachant que la constante de coulomb $\left(K = \frac{1}{4 \times \pi \times \varepsilon_0}\right)$, l'expression du champ électrique généré par une charge ponctuelle en un point quelconque de l'espace est :

$$|\vec{E}| = K \times \frac{Q_A}{R^2}$$

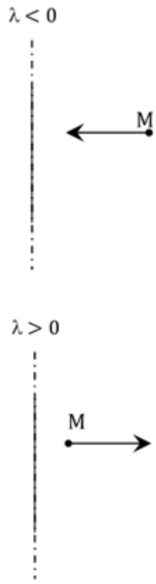
Le sens du champ est sortant si la charge est positive, rentrant si elle est négative.

b) Cas D'une Densité De Charge Linéaire.



Soit une densité de charge linéaire $(\lambda = Q/L)$ répartie uniformément en tout point d'un fil électrique de longueur (L), déterminons l'expression du champ électrique généré par cette densité de charge en un point (M) de l'espace.

La surface de **GAUSS** (S_G) qui enveloppe toute la densité de charge linéaire est un cylindre de rayon (R). La charge totale se trouvant à l'intérieur de cette surface est $(Q_A = \lambda \times L)$ et la surface latérale du cylindre est donnée par l'expression suivante, $(S_G = 2 \times \pi \times R \times L)$.



La direction du champ est perpendiculaire au fil électrique. Il est sortant si la densité de charge (λ) est positive, rentrant si elle est négative.

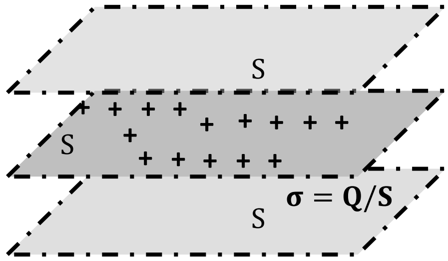
$$|\vec{E}| \times (2 \times \pi \times R \times L) = \frac{\lambda \times L}{\varepsilon_0} \rightarrow |\vec{E}| = \frac{1}{2 \times \pi \times \varepsilon_0} \times \frac{\lambda}{R}$$

En fonction de la constante de coulomb $\left(K = \frac{1}{4 \times \pi \times \varepsilon_0}\right)$, l'expression du champ électrique généré par une charge distribuée uniformément, sur un fil infini, en un point quelconque de l'espace est :

$$|\vec{E}| = 2 \times K \times \frac{\lambda}{R}$$

c) Champ Électrique Généré Par Une Densité De Charge Surfacique.

Soit un plan infini de surface (S), chargé uniformément d'une densité de charge surfacique $(\sigma = Q/S)$. L'expression du λ Négative ue généré par cette densité de charge sera calculée de la même manière que pour les répartiti... ...s par le théorème de GAUSS.



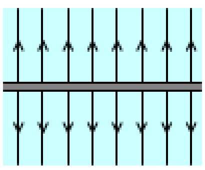
Pour envelopper la totalité de la charge surfacique, on doit choisir deux plans identiques équidistants du plan chargé. La surface de Gauss est donc formée de deux plans de même surface (S).

La direction du champ généré par une densité de charge surfacique en un point (M) étant orienté perpendiculairement au plan. Son expression se déduit facilement par :

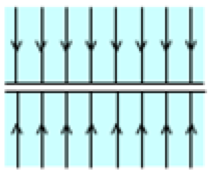
$$|\vec{E}| \times (2 \times S) = \frac{\sigma \times S}{\varepsilon_0} \rightarrow |\vec{E}| = \frac{\sigma}{2 \times \varepsilon_0}$$

d) Remarques.

- Le champ électrique généré par une densité de charge surfacique plane est uniforme, c'est-à-dire que son intensité est indépendante de la position du point (M).
- Si la densité de charge est positive, le sens du champ est sortant, sinon il est rentrant.



σ>0



σ<0

1.3.5.3 Potentiel Électrique Généré Par Une Densité De Charge.

Connaissant la relation existante entre le champ et le potentiel électrique qui est donnée par :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V)$$

On peut déduire le potentiel électrique généré par une densité de charge quelconque. Dans le cas unidimensionnel, c'est-à-dire que le champ varie uniquement selon l'axe (x), le champ s'écrit :

$$\vec{E} = -\frac{\vec{d}(V)}{dx} \rightarrow -dV = \vec{E}.\vec{d}x$$

Le champ étant normal à la surface du conducteur, l'expression du potentiel est :

$$\rightarrow V = -\int E.dx$$

1.3.5.4 Exemple De Calcul Du Potentiel Électrique :

a) Cas D'une Charge Ponctuelle.

L'expression du champ dans le cas d'une charge ponctuelle est :

$$|\vec{E}| = \frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0} \times \frac{Q_A}{R^2} = -\frac{dV}{dR} \rightarrow \int dV = V = -\int \frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0} \times \frac{Q_A}{R^2} dR \rightarrow V = -\frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0} \times \left(\frac{-Q_A}{R}\right) + c$$

$$V = \frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0} \times \frac{Q_A}{R} + C$$

b) Cas D'une Densité De Charge Linéaire.

L'expression du champ étant dans le cas d'une charge répartie linéairement est :

$$|\vec{E}| = \frac{1}{2.\pi.\varepsilon_0} \times \frac{\lambda}{R} = -\frac{dV}{dR} \rightarrow \int dV = V = -\int \frac{1}{2.\pi.\varepsilon_0} \times \frac{\lambda}{R} dR \rightarrow V = -\frac{\lambda}{2.\pi.\varepsilon_0} \times Ln(R) + c$$

$$V = \frac{\lambda}{2.\pi.\varepsilon_0} \times Ln(R) + C$$

c) Cas D'une Densité De Charge Surfacique.

L'expression du champ étant dans le cas d'une répartition de charge surfacique est :

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{2.\varepsilon_0} = -\frac{dV}{dR} \rightarrow \int dV = V = -\int \frac{\sigma}{2.\varepsilon_0} dR \rightarrow V = \frac{\sigma}{2.\varepsilon_0} \times R + c$$

$$V = \frac{\sigma}{2.\varepsilon_0} \times R + C$$

C : est la constante d'intégration.

1.4 Condensateurs

Le condensateur est un composant électronique élémentaire. Sa propriété principale est de pouvoir stocker de l'énergie électrique (réservoir de charges électriques). Les charges électriques sur ses armatures sont opposées, c'est-à-dire que l'une est positive et l'autre est négative.

1.4.1 Définition Et Notations :

On appelle condensateur un ensemble de deux conducteurs (C_1) et (C_2) très proche l'un de l'autre pour que l'influence soit totale. Ces deux conducteurs sont appelés armatures du conducteur.

L'espace (e) qui sépare les deux armatures est très petit par rapport à leurs surfaces pour que l'influence soit totale, et généralement cet espace est du vide (air) ou rempli d'un matériau diélectrique capable d'emmagasiné un maximum de charges électriques.

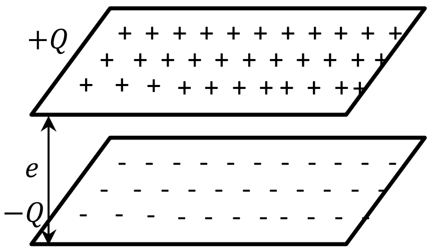
Le condensateur sera noté (C), sa charge sera notée (Q) et la différence de potentielle entre ses armatures sera notée (V).

La capacité du condensateur sera notée aussi (C), elle représente le pouvoir d'accumuler de l'énergie électrique. Plus la capacité du condensateur est grande plus il peut emmagasiner plus de charges.

En raison d'une utilisation très variée, de nombreux types de condensateurs ont étés inventés. Utilisant une variété de matériaux de plaques tel que (papier, céramique, mica, film plastique etc..), de diélectriques isolants tel que (céramique, couche d'oxyde d'aluminium, oxyde de tantale, oxyde de niobium etc..) et de formes géométriques tel que (sphérique, cylindrique, plan, etc..). Chacun de ces types de condensateurs est destiné à une gamme spécifique d'applications.

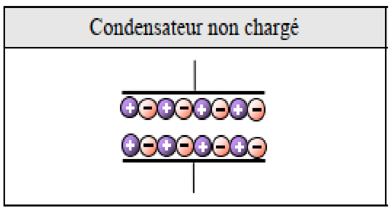
Dans la suite du cours on ne va aborder que les condensateurs plans.

1.4.2 Caractéristiques D'un Condensateur Plan :

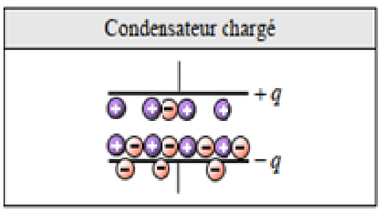


Dans le cas particulier ou les deux conducteurs sont plans, parallèles et distants de (e), le condensateur est plan.

1.4.2.1 Charge D'un Condensateur :



Un condensateur est dit neutre lorsque le nombre de charge positive est égale au nombre total de charge négative d'une même plaque. Voir le schéma suivant.



Il est dit chargé lorsque le nombre de charge positive d'une même plaque est différent au nombre total de charge négative de la même plaque. Voir le schéma ci-contre.

Lorsque l'équilibre est atteint le nombre de charge positive d'une plaque est égale au nombre total de charge négative de l'autre plaque.

Attention : Le nombre total de charge positive $(+Q)$ d'une une armature est toujours le même que celui de la charge négative $(-Q)$ de l'autre armature, influence totale à l'équilibre.

La charge d'un condensateur est la valeur absolue de la charge portée par une seule de ses armatures.

Deux remarques importantes sont à retenir.

- La première est que la charge totale du condensateur est la valeur absolue de la charge (Q), et non pas la somme algébrique des deux charges portées par chaque armature qui est nulle.

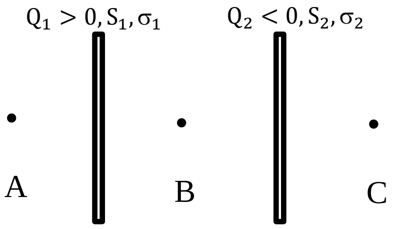
- La seconde est que le potentiel électrique entre les armatures d'un condensateur est la différence de potentielle entre ses armatures.

1.4.2.2 Champ Électrique Généré Par Les Plaques D'un Condensateur.

Soit un condensateur plan formé par deux plaques de surface (S) séparées par une distance (e).

La première plaque porte une charge positive (Q_1) répartie uniformément sur toute sa surface, sa densité de charge notée $(\sigma_1 = Q_1/S)$ est positive.

La deuxième plaque porte une charge négative de même valeur que celle de la plaque positive, elle sera notée $(Q_2 = -Q_1)$ mais de nature différente. Elle est aussi répartie uniformément sur toute sa surface, sa densité de charge notée $(\sigma_2 = Q_2/S)$.



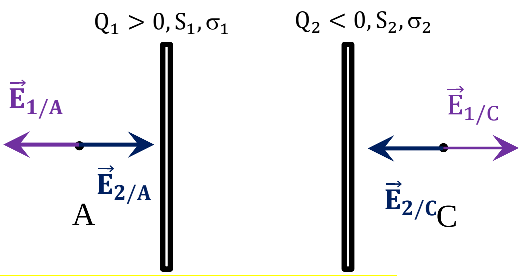
Ces deux armatures génèrent aux point (A), (B), et (C) un champ électrique résultant. Le point (B) se trouve entre les deux armatures et les point (A) et (C) se trouvent à l'extérieur des deux plaques, voir schéma ci-contre.

L'expression du champ électrique généré par une densité de charge surfacique a été démontrée précédemment. Le champ est uniforme, sa direction est perpendiculaire aux armatures, il est sortant si la plaque est positive, négative si la plaque est négative. Son expression est indépendante de la position du point (M).

$$\vec{E}_{\sigma/M} = \frac{\sigma}{2 \times \varepsilon_0}\vec{u}$$

a) Champ Électrique À L'extérieur D'un Condensateur.

Les points (A) et (C) se trouvent à l'extérieur du condensateur.



- **Le champ électrique résultant au point (A) est** :

$$\vec{E}_A = \vec{E}_{1/A} + \vec{E}_{2/A} \rightarrow \begin{cases} \vec{E}_{1/A} = \dfrac{\sigma_1}{2 \times \varepsilon_0}\vec{u}_1 \; \textit{champ généré par la charge positive.} \\ \vec{E}_{2/A} = \dfrac{\sigma_2}{2 \times \varepsilon_0}\vec{u}_2 \; \textit{champ généré par la charge négative} \end{cases}$$

La densité de charge $\left(\sigma_1 = \frac{Q_1}{S_1}\right)$ est positive, et la densité de charge $\left(\sigma_2 = \frac{Q_2}{S_2}\right)$ est négative. Sachant que les charges des deux armatures $(Q_1 = -Q_2)$, et que les deux surfaces $(S_1 = S_2)$, donc les intensités des deux champs générés respectivement par les deux charges sont égales, leurs sens sont opposés. On déduit que le champ électrique au point (A) est nul. $|\vec{E}|_A = 0$.

➢ **Le champ électrique résultant au point (C) :**

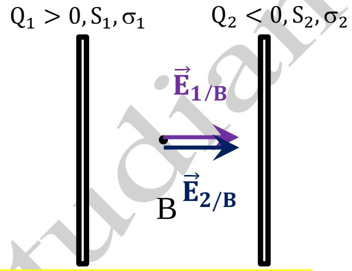
Avec le même raisonnement précédent, on montre que le champ électrique au point (C) est nul aussi. $|\vec{E}|_C = 0$.

Le champ électrique généré par les charges des armatures d'un condensateur à l'extérieur du condensateur est toujours nul.

$$|\vec{E}|_{ext} = 0.$$

b) Champ Électrique À L'intérieur D'un Condensateur.

Le point (B) se trouve à l'intérieur du condensateur, le champ électrique résultant en ce point est :



$$\vec{E}_B = \vec{E}_{1/B} + \vec{E}_{2/B} \rightarrow \begin{cases} \vec{E}_{1/B} = \dfrac{\sigma_1}{2 \times \varepsilon_0}\vec{u}_1 \ \textit{champ généré par la charge positive.} \\ \vec{E}_{2/B} = \dfrac{\sigma_2}{2 \times \varepsilon_0}\vec{u}_2 \ \textit{champ généré par la charge négative} \end{cases}$$

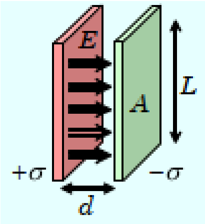
Les valeurs des densités de charges sont égales, mais de nature différente, l'une est positive l'autre est négative, $\left(\sigma_1 = -\sigma_2 = \frac{Q}{S}\right)$.

Les intensités des deux champs générés respectivement par les deux charges sont égales et de même sens.

On déduit que le champ électrique au point (B) n'est pas nul.

$$|\vec{E}|_B = 2 \times \left(\frac{\sigma_1}{2 \times \varepsilon_0}\right) \rightarrow |\vec{E}|_B = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Le champ électrique généré par les charges d'un condensateur entre ses armatures est :



- Uniforme, il dépend de la densité de charge (σ) ainsi que le la permittivité du milieu interne.
- Sa direction est perpendiculaire aux armatures, et est orienté de la charge positive vers la charge négative.
- Toutes les lignes de champs sont parallèles entres elles, orientées vers l'armature qui porte la charge négative.

1.4.2.3 Différence De Potentiel Aux Bornes D'un Condensateur.

La différence de potentielle aux bornes d'un condensateur peut être déduite par l'intégration de l'expression du champ électrique.

$$V_C = V_1 - V_2 = -\int \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.dr \rightarrow V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \times e + C.$$

e : est la distance qui sépare les deux armatures. (C) Est la constante d'intégration.

1.4.2.4 Capacité Propre D'un Condensateur :

Le condensateur est caractérisé par sa capacité (C) qui est proportionnelle à sa charge (Q) et est inversement proportionnelle au potentiel électrique (V) appliquée entre ses armatures. Son expression est donnée par l'équation suivante.

$$C = Q/V$$

Dans le système d'unité international la charge électrique est exprimée en Coulomb (C) et la tension exprimée en Volt (V), l'unité de la capacité est le Faraday (farads) (F).

On définit la capacité propre d'un condensateur par :

$$C = Q/V = \frac{\sigma \times S}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \times e} \rightarrow C = \frac{\varepsilon_0 \times S}{e}$$

La capacité propre d'un condensateur est proportionnelle à la surface des armatures (S), et est proportionnelle à la permittivité (ε) du milieu diélectrique, et inversement proportionnelle à la distance qui sépare les deux armatures (e).

1.4.2.5 Énergie Potentielle Électrique Emmagasinée Dans Un Condensateur :

Un condensateur à la capacité de stoker de l'énergie électrique sous forme chimique. Celle-ci dépend de la charge de ses armatures, de sa capacité ainsi que de sa différence de potentiel. Son expression est donnée par :

$$En = \frac{1}{2} \times C \times V^2 = \frac{1}{2} \times Q \times V = \frac{1}{2} \times \frac{Q^2}{C}$$

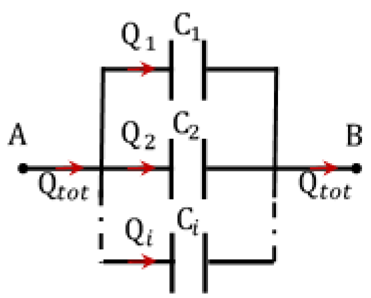
1.4.3 Groupement De Condensateurs :

Dans le but d'emmagasiner le maximum d'énergie électrique on procède à l'association de plusieurs condensateurs. Ils peuvent être groupés soit en série, soit en parallèle, et la capacité de cet assemblage dépend du montage choisi.

1.4.3.1 Montage En Parallèle.

Considérons (N) condensateurs $(C_1, C_2, .., C_i)$ montés en parallèle, tous les condensateurs seront soumis à la même différence de potentielle $(V_1 = V_2 = \cdots = V_i = V_{AB} = V_A - V_B)$. On désigne par (i) le $(i^{éme})$ condensateur.

Déterminons la capacité équivalente $(C_{équi})$ de l'ensemble de ces condensateurs.



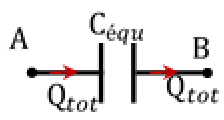
Le principe de la conservation de la charge totale (Q_{tot}) nous permet d'écrire :

$$Q_{tot} = \sum_{i=1}^{i=N} Q_i \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{équation } (1)$$

En utilisant la relation $(Q_i = C_i \times V_i)$, et sachant que toutes les différences de potentielles de tous les condensateurs sont égales à $(V = V_i)$, l'équation (1) précédente devient :

$$Q_{tot} = \sum_{i=1}^{i=N} C_i \times V_i = \sum_{i=1}^{i=N} C_i \times V_{AB} = V_{AB} \times \sum_{i=1}^{i=N} C_i \ldots\ldots\ldots \text{équation } (2)$$

Le schéma équivalent (voir schéma ci-contre), nous permet de remplacer l'ensemble des condensateurs précédents (C_i) du circuit par un seul condensateur équivalent ($C_{équ}$). Ce qui nous permet d'écrire la troisième équation :



$$Q_{tot} = C_{équi} \times V_{AB} \ldots\ldots\ldots \textit{équation } (3)$$

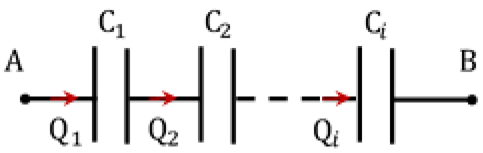
Les deux dernières équations nous permettent de déduire que la capacité équivalente d'un ensemble de condensateurs montés en parallèle est la somme algébrique de toutes les capacités prisent individuellement.

$$C_{équi} = \sum C_i$$

L'intérêt de ce montage est de pouvoir obtenir des capacités très élevées.

1.4.3.2 Montage En Série.

Considérons (N) condensateurs $(C_1, C_2, \ldots, C_i)$ montés en série. Lorsque l'on applique une différence de potentielle entre le point (A) et le point (B) qui représentant les points extrêmes du circuit, à l'équilibre et sous l'effet de l'influence totale, tous les condensateurs auront la même charge $(Q_1 = Q_2 = \cdots = Q_i = Q)$. On désigne par (i) le $(i^{éme})$ condensateur.



Déterminons la capacité équivalente ($C_{équi}$)de l'ensemble de ces condensateurs.

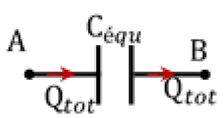
La différence de potentielle totale entre les extrémités du circuit ($V_{AB} = V_A - V_B$) est la somme algébrique de toutes les différences de potentielles de tus les condensateurs montés en séries, on peut écrire que :

$$V_{AB} = \sum_{i=1}^{i=N} V_i \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \textit{équation } (1)$$

En utilisant la relation $\left(V_i = \frac{Q_i}{C_i}\right)$, et sachant que toutes les charges $(Q_i = Q)$, l'équation (1) précédente devient :

$$V_{AB} = \sum_{i=1}^{i=N} \frac{Q_i}{C_i} = Q \times \sum_{i=1}^{i=N} \frac{1}{C_i} \ldots\ldots\ldots \textit{équation } (2)$$

La deuxième équation est déduite du schéma équivalent (voir schéma ci-contre), c'est-à-dire que tous les condensateurs seront remplacés par un seul condensateur équivalent à l'ensemble. L'équation (3) est donnée par :



$$V_{AB} = \frac{Q}{C_{équi}} \times \ldots\ldots\ldots \textit{équation } (3)$$

Les deux dernières équations nous permettent de déduire que la capacité équivalente d'un ensemble de condensateurs montés en parallèle est la somme algébrique de toutes les capacités prisent individuellement.

$$\frac{1}{C_{équi}} = \sum \frac{1}{C_i}$$

Lorsque la différence de potentiel appliquée dans un circuit est très grande et ne peut pas être supportée par un seul condensateur. On utilise ce montage en série.