TSP, QAP, VRPTW:  
Resolución mediante Algoritmos MOEA: SPEA, NSGA y Algoritmos ACO: M3AS, MOACS

Marcelo Ferreira, Christian Gómez, Guido Casco,

Alida Invernizzi.

Electiva III, Inteligencia Artificial, Octavo Semestre,

{jmferreira1978, cgomezpy, guiancs82, alidainvernizzi}@gmail.com

**Resumen.** El documento presentado trata a cerca de las implementaciones realizadas para resolver los problemas del TSP, QAP, VRPTW, por medio de Algoritmos Multiobjetivos Evolucionarios tales como SPEA y NSGA, asi como también con los Algoritmos de Colonia de Hormigas tales como M3AS y MOACS.

**Palabras Claves:** Optimización multi-objetivo, colonias de hormigas

1. Introducción

Este documento muestra una comparación entre diversos algoritmos que utilizan la optimización multi-objetivo, dos de ellos con enfoque evolutivo y otros dos basados en el modelo del comportamiento de las colonias de hormigas reales, denominada metaheurística ACO (*AntColony Optimization*, u optimización basada en colonia de hormigas).

El trabajo considera algoritmos propuestos recientemente como el M-MMAS[Pinto05] y el MOACS [Paciello06]…

Se realizaron pruebas con dos instancias de cada problema. Se utilizaron reconocidos problemas de prueba de optimización multi-objetivo, el *Quadratic Assignment Problem* (QAP), definido en [Knowles03], el *Traveling Salesman Problem* (TSP) [Garcia04] y el *Vehicle Routing Problem with Time Windows* (VRPTW) [Baran03]. Estos problemas son considerados clásicos en la literatura de optimización combinatoria y del tipo NP-completos.

El trabajo está organizado como sigue: en la sección 2 se explica conceptos fundamentales sobre la optimización multiobjetivo, en la sección 3 se trata la formulación matemática de la optimización multiobjetivo y una descripción de los problemas, en la sección 4 se describen los algoritmos multi-objetivos utilizados. Los resultados experimentales de la comparación se muestran en la sección 5, y finalmente en la sección 6 se presentan algunas conclusiones y trabajos futuros

1. Conceptos de la Optimización Multiobjetivo

La optimización multi-objetivo puede ser definida como el problema de encontrar un vector de variables de decisión que satisfacen restricciones y optimiza un vector de funciones cuyos elementos representan las funciones objetivo. Estas definiciones aparecen en los trabajos de [Coello99] y [Deb99].

Optimizar

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Sujeto a

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Donde es el *vector de decisiones* con los valores para las *N* variables de decisión del problema, es el *vector solución* con las evaluaciones de las *M* funciones objetivos , y las funciones y representan respectivamente las *J* restricciones de desigualdad y las *K* restricciones de igualdad sobre el espacio de las variables de decisión. Por *optimizar* se entiende la *minimización* o *maximización* de cada una de las *M* funciones objetivas.

**Definición 1**: *Dominancia de Pareto*: Sean dos soluciones . Se dice que *u* domina a *v* (denotado como ) si es mejor o igual que *v* en cada uno de los objetivos y estrictamente mejor en al menos un objetivo. Como ejemplo, en un contexto de minimización si y solo si:

**Definición 2**: *Soluciones no comparables*: Dados , si ni , se dice que son soluciones no comparables, lo que se denota como *u ~ v*.

**Definición 3**: *Conjunto Pareto*: El conjunto de todas las soluciones no dominadas en se denomina Conjunto Pareto, lo que se denota como CP. Las soluciones que pertenecen a CP se denotarán como *x\**.

**Definición 4**: La imagen del Conjunto Pareto a través de la función se denomina Frente Pareto, denotado por *Y*.

1. Descripción de los Algoritmos
   1. MultiObjective Ant Colony System (MOACS)

MOACS, propuesto por Barán y Schaerer en [Baran03], es una extensión del MACS-VRPTW, este último propuesto por Gambardella et al. [Gambardella99]. Fue implementado considerando dos objetivos, utiliza una matriz de feromonas y dos visibilidades, una para cada objetivo del problema. La regla de transición de estados se calcula como:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

El cálculo de se realiza según:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Cada vez que una hormiga se mueve del estado *i* al estado *j*, realiza la actualización local de feromonas según la ecuación:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

con , el valor inicial para las feromonas, y representa el coeficiente de evaporación y,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

con donde por motivos de normalización los valores son divididos por un valor máximo definido a priori.

En el caso de encontrar una solución no dominada, se actualiza CP y se reinicializa la tabla de feromonas, considerando que la información fue aprendida por medio de soluciones dominadas. Si la solución encontrada es dominada se realiza la actualización de feromonas según la ecuación (6).

* 1. Multiobjective Max-Min Ant System (M-MMAS o M3AS)

Este algoritmo, propuesto por Pinto et al. en [Pinto05], extiende el Max-Min Ant System para resolver problemas multi-objetivos. Se utilizó inicialmente para resolver el problema de enrutamiento multicast multi-objetivo. Pinto et al. en su trabajo [Pinto05] optimizaron cuatro objetivos. Se mantiene una tabla de feromonas global que mantiene información de feromonas considerando todos los objetivos a optimizar. Una hormiga estando en el estado *i* escoge el siguiente estado a visitar, de acuerdo con la probabilidad *p* dada según la ecuación (5).

Las soluciones no dominadas actualizan la tabla de feromonas según la ecuación (6). Si , entonces , con y si , entonces , con , donde *m* es el número de hormigas, *k* representa la *k-ésima* solución y se calcula con la ecuación (7). De esta manera se impone una cota inferior y otra superior al nivel de feromonas en los arcos.

1. Descripción de los Problemas.
   1. TSP (biobjetivos)
   2. QAP (biobjetivos)
   3. VRPTW (biobjetivos)
2. Resultados Experimentales
   1. Descripción del Hardware Utilizada
   2. Métricas de Comparación
   3. Resultados de la Comparación
3. Conclusiones
4. Trabajos Futuros
5. Referencias

|  |  |
| --- | --- |
| [Paciello06] | J. Paciello, H. Martínez, C. Lezcano and B. Barán. Algoritmos de Optimización multi-objetivos basados en colonias de hormigas. Proceedings of CLEI’2006. Latin-American Conference on Informatics (CLEI). Santiago, Chile. |
| [Pinto05] | D. Pinto y B. Barán. “Solving Multiobjective Multicast Routing Problem with a new Ant Colony Optimization approach”. LANC’05, Cali, Colombia. 2005. |
| [Knowles013 | J. Knowles y D. Corne. “Instance generators and test suites for the multiobjective quadratic assignment problem”. In: Fonseca, C.M., et al. Editors. Proc of EMO '03, LNCS 2632 page 295-310, Springer-Verlag, 2003 |
| [Garcia04] | C. García-Martínez, O. Cordón y F. Herrera. “An Empirical Análisis of Multiple Objective Ant Colony Optimization Algorithms for the Bi-criteria TSP”. ANTS Workshop 61-72. 2004 |
| [Baran03] | B. Baran y M. Schaerer. “A multiobjective Ant Colony System for Vehicle Routing Problems with Time Window*s”.* Proc. Twenty first IASTED International Conference on Applied Informatics, pg. 97-102. Insbruck, Austria. 2003 |
| [Deb99] | K. Deb. “Evolutionary Algorithms for Multi-Criterion Optimization in Engineering Design”. In Proceedings of Evolutionary Algorithms in Engineering and Computer Science EUROGEN’99. 1999 |
| [Coello99] | C. Coello. An updated Survey of Evolutionary Multiobjective Optimization Techniques: state of the art and future trends. In Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, N. J., IEEE Service Center. 3–13. 1999 |
| [Gambardella99] | L. Gambardella, E. Taillard y G. Agazzi. “MACS-VRPTW: A Multiple Ant Colony System for Vehicle Routing  Problems with Time Windows”. In D. Corne, M. Dorigo, F. Glover (Eds.), New Ideas in Optimization, McGraw-  Hill, 73-76. 1999 |