

EFFETS ELECTROMAGNETIQUES DE LA FOUDRE SUR LES LIGNES DE TRANSMISSION AERIENNES MODELISATION ET SIMULATION

THESE No 974 (1991)

PRESENTEE AU DEPARTEMENT D'ELECTRICITE

ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES TECHNIQUES

PAR

FARHAD RACHIDI-HAERI

**Ingénieur électricien diplômé EPFL
de nationalité iranienne**

acceptée sur proposition du jury :

**Prof. M.Ianoz, rapporteur
Prof. F. Gardiol, corapporteur
Prof. A. Germond, corapporteur
Prof. M. Uman, corapporteur**

Résumé

L'objectif de ce travail est la modélisation du couplage entre une onde électromagnétique générée par un canal de foudre et une ligne de transmission. Les méthodes de simulation proposées s'inscrivent dans le cadre des études de protection du réseau électrique. En effet, les signaux perturbateurs induits peuvent être à l'origine de problèmes allant du mauvais fonctionnement jusqu'à la destruction d'un appareil. La protection correcte et efficace des systèmes électriques contre ces perturbations nécessite des études à la fois théoriques et expérimentales afin de caractériser les sources électromagnétiques et de prévoir des phénomènes perturbateurs dans le réseau.

Ce travail propose une démarche en deux étapes afin de déterminer les surtensions induites par la foudre sur une ligne de transmission aérienne. La première étape concerne la modélisation de l'éclair et le calcul numérique du champ électromagnétique associé, et la seconde l'interaction entre le champ électromagnétique ainsi déterminé et la ligne. Les modèles proposés sont validés à l'aide de différents types de données expérimentales.

Cette thèse apporte les contributions originales suivantes :

- la proposition d'un nouveau modèle spécifiant la distribution spatio-temporelle du courant le long du canal de foudre. Ce modèle améliore sensiblement les résultats de calcul et permet de reproduire d'une manière satisfaisante les observations expérimentales provenant des éclairs naturels et ceux déclenchés artificiellement, tout en ayant une structure mathématique relativement simple et facile à utiliser. Ce nouveau modèle a été conçu dans le cadre d'une étude en collaboration avec les universités de Bologne et de Rome.
- La démonstration de l'équivalence entre le modèle proposé et un autre modèle de l'arc en retour plus sophistiqué et de formulation plus complexe proposé par d'autres auteurs.
- Le développement des équations relativement simples mettant en relation le courant de foudre avec le champ électromagnétique lointain pour différents modèles. Ces relations

permettent entre autres la validation de ces modèles en utilisant des mesures simultanées de champ électromagnétique à différentes distances et la détermination des paramètres non directement mesurables des modèles.

- Une discussion des domaines de validité de quelques approximations permettant un calcul simplifié du champ électrique horizontal.
- Le développement des équations de couplage pour le cas général d'une ligne de transmission multiconductrice au-dessus d'un sol de conductivité finie.
- Proposition d'un système d'équations de couplage équivalent qui exprime les termes de source uniquement en fonction des composantes du champ magnétique.
- La proposition d'une méthode de prise en considération de la dépendance fréquentielle de l'impédance du sol dans un algorithme de résolution dans le domaine temporel; il a été montré que, dans certaines circonstances, il était possible de recourir à l'approche simplifiée consistant à considérer une valeur de cette impédance pour une fréquence fixe.
- Il a clairement été montré qu'un modèle de couplage différent, utilisé fréquemment dans la littérature scientifique, néglige un terme de source dans les équations de transmission; cette omission peut donner lieu à une prédiction erronée des intensités et des formes d'onde des surtensions induites.
- La contribution des composantes verticale et horizontale du champ électrique ainsi que le couplage avec les fils de descente verticaux aux deux extrémités de la ligne ont été mis en évidence.
- Une analyse de sensibilité des surtensions induites est effectuée en utilisant les données statistiques des paramètres du courant de foudre. L'influence bénéfique d'un câble de garde sur la réduction de l'amplitude des surtensions induites sur une ligne triphasée est illustrée.

Les théories et méthodes de calcul développées peuvent être utilisées pour la conception et la coordination des systèmes de protection des réseaux électriques contre des perturbations électromagnétiques d'origine orageuse. Elles peuvent être aussi aisément adaptées aux autres sources de perturbations électromagnétiques et au couplage de celles-ci à des structures de lignes plus complexes.

Remerciements

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Réseaux d'Energie Electrique (LRE) de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne. Je tiens à remercier le Professeur A. Germond qui m'a accueilli dans son équipe, m'a donné la possibilité de mener ce travail de recherche dans d'excellentes conditions, et m'a fait l'honneur d'être membre du jury de cette thèse.

Je tiens à exprimer mes remerciements les plus sincères au Professeur M. Ianoz pour avoir dirigé cette thèse avec une attention soutenue, pour ses grandes qualités scientifiques et humaines qui m'ont aidé et guidé tout au long de cette recherche. Qu'il trouve ici l'expression de ma plus profonde reconnaissance.

J'adresse mes sincères remerciements à :

Monsieur M. Hasler, Professeur à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, pour avoir accepté la présidence du jury.

Monsieur F. Gardiol, Professeur à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, pour l'intérêt qu'il a manifesté en honorant le jury de sa présence et en acceptant d'être l'un des corapporteurs.

Monsieur M. A. Uman, Professeur à l'Université de Floride, qui, malgré ses lourdes charges, m'a fait l'honneur d'être membre du jury. Je voudrais le remercier également pour m'avoir accepté durant plusieurs mois au sein de son équipe de recherche et m'a fait bénéficier de ses compétences scientifiques, ses suggestions et ses encouragements.

J'ai eu le plus grand plaisir d'effectuer cette recherche en étroite collaboration avec le Professeur C. Mazzetti de l'Université de Rome, et le Professeur C. A. Nucci de l'Université de Bologne. Ce travail doit beaucoup à leurs grandes compétences techniques et scientifiques. Qu'ils soient assurés de ma plus profonde reconnaissance ainsi que de ma sincère amitié. Ma gratitude va aussi au Professeur D. Zanobetti de l'Université de Bologne, pour avoir soutenu cette collaboration et prodigué ses conseils et ses encouragements.

Je remercie également tous mes collègues de l'Université de Floride, en particulier Dr. M. Rubinstein et R. Thottappillil pour leur soutien et leur apport scientifique lors de multiples discussions, ainsi que le Dr. F. Tesche, Consulting Eng., Dallas, pour son aide précieuse concernant le développement des équations de couplage électromagnétique. Mes remerciements vont aussi à H. El-Ghaziri du département des mathématiques de l'EPFL pour ses conseils quant à la résolution d'équations différentielles non conventionnelles.

Je n'oublierais pas de mentionner tous mes collègues du LRE avec lesquels ce fut toujours très agréable de travailler. J'adresse plus particulièrement un grand merci à mon collègue de bureau R. Cherkaoui pour sa bonne humeur et ses conseils, ainsi qu'à E. Hounkpatin, B. Schädeli, Dr. P. Zweicker pour leur aide importante à la préparation des campagnes de mesures, ainsi qu'à F. Arreghini et M. Emery pour la correction du manuscrit. Je tiens à remercier également tous les étudiants qui, dans le cadre de leurs projets de semestre ou de diplôme ont contribué à la réalisation d'une partie des programmes de simulation numérique.

Ce projet a été effectué en partie grâce au support financier de l'Union des Centrales Suisse (UCS). Je tiens à remercier le Dr. F. Schwab de l'Aar et Tessin Electricité (ATEL) et Monsieur M. Genier de l'Energie Ouest Suisse (EOS) pour leur intérêt et leur conseil. Mes remerciements vont aussi au Fonds National de Recherche Scientifique qui a assuré le financement de mes deux séjours à l'Université de Floride et au Kennedy Space Center sous le contrat No. 20-32160-91.

Je ne terminerais pas sans associer à mes remerciements tous mes amis et toute ma famille pour leur soutien tacite et amical. Je voudrais remercier tout particulièrement mon grand-père Gh. A. Farivar et le Dr. N. Tarass pour leur intérêt scientifique et leurs conseils toujours appréciés. Je remercie enfin mon épouse Mojgan pour sa patience et pour son tendre soutien.

Cette thèse est humblement dédiée à Eti, Homa et Davoud.

- v -

Table des matières

Chapitre I - INTRODUCTION	1
Chapitre II - LA FOUDRE ET SES EFFETS ELECTROMAGNETIQUES	3
 2.1 Introduction.....	3
 2.2 Mécanisme de la formation de l'orage.....	3
 2.3 Catégories des coups de foudre.....	4
 2.4 Décharge négative nuage-sol.....	4
 2.5 Observations expérimentales.....	7
2.5.1 Courant de l'arc en retour.....	7
2.5.2 Vitesse de l'arc en retour.....	9
2.5.3 Champ électromagnétique	10
2.5.4 Le déclenchement artificiel de la foudre.....	14
2.5.5 Surtensions induites sur des lignes aériennes	15
 2.6 Modélisation de la foudre et calcul de son rayonnement électromagnétique.....	16
 2.7 Couplage entre une onde électromagnétique et une ligne aérienne	17
Chapitre III - MODELISATION DE L'ARC EN RETOUR ET CALCUL DE SON CHAMP ELECTROMAGNETIQUE	19
 3.1 Introduction.....	19
 3.2 Géométrie du problème	20
 3.3 Equations du champ électromagnétique	22
 3.4 Approximation des équations du champ électromagnétique	24
3.4.1 Le sol considéré comme un conducteur électrique parfait.....	25
3.4.2 Calcul du champ horizontal à l'aide de la fonction "wavetilt"	26
3.4.3 Calcul du champ horizontal à l'aide de l'approche de Rubinstein.....	27

3.4.4	Calcul du champ horizontal à l'aide de l'approximation de Norton.....	28
3.4.5	Comparaison entre les différentes approches de calcul de la composante horizontale du champ électrique.....	29
3.5	Représentation analytique du courant de l'arc en retour	39
3.6	Modélisation de la distribution spatio-temporelle du courant de foudre.....	42
3.6.1	Aperçu des modèles proposés par d'autres auteurs	42
Modèle de Bruce et Golde (BG)	42	
Modèle "ligne de transmission" (Transmission Line, TL).....	43	
Modèle de Master, Uman, Lin et Standler (MULS).....	44	
Modèle "Source de courant mobile" (Traveling Current Source, TCS)....	46	
Modèle de Diendorfer et Uman (DU)	47	
3.6.2	Modèle "ligne de transmission modifié" (Modified Transmission Line, MTL) et son équivalence avec le modèle MULS.....	48
3.6.3	Comparaison entre les différents modèles de distribution du courant de l'arc en retour.....	50
3.7	Validation expérimentale du modèle MTL	52
3.7.1	Comparaison avec des mesures simultanées de champ électromagnétique à deux distances.....	52
3.7.2	Comparaison à l'aide des courbes typiques de courant et de champ électrique.....	58
3.7.3	Comparaison avec des données obtenues par le déclenchement artificiel de la foudre	60
3.8	Conclusions.....	61

Chapitre IV - COUPLAGE ELECTROMAGNETIQUE AVEC UNE LIGNE DE TRANSMISSION AERIENNE..... 63

4.1	Introduction.....	63
4.2	Géométrie du problème	64
4.3	Première équation de couplage.....	64
4.4	Deuxième équation de couplage.....	68
4.5	Paramètres d'une ligne de transmission avec pertes.....	70
4.6	Cas particulier d'une ligne sans pertes.....	72
4.7	Sur la représentation des termes de source	73

4.7.1	Equations de couplage exprimées uniquement en fonction des composantes du champ électrique excitateur	73
4.7.2	Equations de couplage exprimées uniquement en fonction des composantes du champ magnétique excitateur	75
4.8	Equations de couplage dans le domaine temporel.....	76
4.9	Equations de couplage pour une ligne multiconductrice et résolution numérique dans le domaine temporel	76
4.9.1	Equations de couplage pour le cas d'une ligne multiconductrice.....	76
4.9.2	Application de la méthode des différences finies points-centrés pour la résolution numérique des équations de couplage	77
4.10	Prise en considération de la dépendance fréquentielle	78
4.11	Validation expérimentale du modèle de couplage	79
4.12	Discussion sur une autre approche de calcul de couplage.....	80
4.13	Conclusions.....	84

Chapitre V - SURTENSIONS INDUITES PAR UNE DECHARGE DE FOUDRE PROCHE SUR UNE LIGNE AERIENNE.

UNE ANALYSE DE SENSIBILITE.....

5.1	Introduction.....	87
5.2	Spécification des outils de simulation numérique	88
5.2.1	Description des programmes	88
5.2.2	Environnement informatique	88
5.3	Analyse des surtensions induites.....	89
5.3.1	Géométrie du problème	89
5.3.2	Définition du cas de base	90
5.3.3	Influence de la valeur de crête et de la raideur du front du courant de foudre à la base du canal	92
5.3.4	Influence de la vitesse de l'arc en retour	95
5.3.5	Influence des modèles de distribution de courant de foudre sur les valeurs des surtensions induites calculées	96
5.4	Surtensions induites sur une ligne triphasée.....	98
5.4.1	Ligne triphasée sans câble de garde	98
5.4.2	Influence des câbles de garde	101
5.5	Conclusion	103

Chapitre VI - CONCLUSION	105
Annexe A - <u>Relation entre la distribution spatio-temporelle de la composante du courant de couronne et le courant à la base du canal pour le modèle MULS</u>	109
Annexe B - <u>Relation entre le courant de foudre à la base du canal et le champ électrique lointain</u>	113
B.1 Modèles MULS et MTL	113
B.2 Modèle de Diendorfer et Uman (DU)	114
B.3 Sur la résolution numérique des équations mettant en relation le courant à la base du canal et le champ lointain.....	117
Annexe C - <u>Résolution numérique des équations de couplage dans le domaine temporel</u>	119
C.1 Méthode des différences finies points-centrés appliquée à la résolution des équations de couplage	119
C.2 Prise en compte de la dépendance fréquentielle de l'impédance du sol dans un algorithme de résolution dans le domaine temporel	122
C.2.1 Développement.....	122
C.2.2 Représentation numérique par la méthode des différences finies	125
C.2.3 L'approche simplifiée de la fréquence équivalente.....	126
REFERENCES	129
Liste des symboles	139
Curriculum Vitae	143

Chapitre I

Introduction

Les réseaux électriques de distribution d'énergie électrique et de télécommunication subissent d'une manière constante les perturbations produites par des phénomènes naturels tels que la foudre. Jusqu'à ces dernières années, les études de protection des installations étaient limitées au cas d'un coup de foudre direct. L'introduction de plus en plus fréquente des équipements à composantes électroniques sensibles dans les réseaux électriques a rendu ceux-ci plus vulnérables face aux perturbations électromagnétiques engendrées par un coup de foudre tombant à proximité.

La protection correcte et efficace des systèmes électriques contre ces perturbations nécessite des études à la fois théoriques et expérimentales afin de caractériser les sources électromagnétiques et de prévoir des phénomènes perturbateurs dans le réseau.

Ce travail a pour but l'évaluation et la caractérisation des surtensions et des surintensités induites par une impulsion électromagnétique d'origine orageuse, sur des lignes aériennes.

Durant ces dernières années, plusieurs observations expérimentales ont été effectuées afin de mettre en évidence aussi bien le champ électromagnétique rayonné par un canal de foudre que les signaux induits sur des lignes expérimentales. Ces mesures concernent soit les coups de foudre naturels, soit ceux déclenchés artificiellement.

Le chapitre II, après un bref rappel de la physique de la formation des orages, présente ces données expérimentales utiles à l'élaboration des modèles, ainsi qu'à la vérification des résultats théoriques. Une revue des différents travaux de recherche concernant la modélisation de l'éclair et du couplage électromagnétique avec des lignes de transmission est aussi présentée.

L'étude du couplage avec une ligne aérienne nécessite la connaissance du champ électromagnétique généré par la décharge orageuse. La modélisation de l'éclair et le calcul numérique de son champ électromagnétique fait l'objet du chapitre III. Différentes approximations pour le calcul du champ électromagnétique sont comparées et leurs domaines de validité sont discutés. Un modèle prenant en considération d'une façon approchée la contribution au courant total des charges emmagasinées dans la gaine de couronne autour du canal est proposé. Cela constitue une modification de l'un des modèles les plus utilisés, à savoir le modèle "Ligne de Transmission". Le modèle proposé corrige quelques imperfections du modèle original tout en gardant sa relative simplicité. Il est largement discuté et testé en faisant

référence à d'autres modèles, et ses résultats sont comparés avec différents types de données expérimentales.

Le chapitre IV présente le modèle de couplage électromagnétique avec une ligne aérienne multifilaire. La méthode utilisée est basée sur la théorie des lignes de transmission. Une nouvelle formulation des équations de couplage en termes des composantes du champ magnétique est présentée. Les équations de couplage sont résolues dans le domaine temporel en utilisant la méthode des différences finies points-centrés.

La dépendance fréquentielle des paramètres de la ligne est prise en considération et intégrée dans l'algorithme de calcul. Des possibilités d'approximations de l'approche globale sont aussi présentées.

L'algorithme de couplage développé est ensuite testé en utilisant des mesures expérimentales simultanées de champs électromagnétiques et de surtensions induites sur une ligne aérienne.

Une analyse des surtensions induites et l'étude de leur sensibilité à la variation de différents paramètres liés à la décharge est effectuée au chapitre V. Cette analyse montre entre autres que les tensions induites par une décharge de foudre peuvent être dangereuses non seulement pour l'électronique et la transmission de données, mais même pour l'équipement au niveau moyenne tension des réseaux de distribution.

Les méthodes de calcul développées peuvent être utilisées pour la conception et la coordination des systèmes de protection des réseaux électriques contre des perturbations électromagnétiques d'origine orageuse.

La foudre et ses effets électromagnétiques

2.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, une revue générale des effets électromagnétiques de la foudre sera présentée. Après une brève description de la phénoménologie de la décharge de foudre, en particulier la phase dite de l'arc en retour associée à une décharge nuage-sol négative, les principales observations expérimentales relatives aux éclairs naturels et ceux déclenchés artificiellement seront revues. Les différentes caractéristiques et données expérimentales concernant le courant à la base du canal, la vitesse de l'arc en retour, ainsi que le champ électromagnétique rayonné et des surtensions induites sur des lignes de transmission aériennes seront présentées.

Nous parlerons enfin de l'aspect modélisation de l'éclair et du couplage électromagnétique avec des structures filaires, et ce en se référant aux travaux effectués par différents chercheurs dans ce domaine.

2.2 MECANISME DE LA FORMATION DE L'ORAGE [1,2,3]

La foudre a été définie par Uman [1] comme une décharge électrique d'une longueur de plusieurs kilomètres associée à une impulsion de courant transitoire de très forte amplitude. La source la plus commune de la foudre est la séparation des charges dans les nuages d'orage, les cumulo-nimbus. Les orages les plus fréquents font suite à des fronts froids. A l'arrivée d'un de ceux-ci, la masse d'air froid s'infiltre sous l'air chaud et le soulève; ceci engendre des turbulences dans l'air chaud rejeté en altitude: ainsi se forment les nuages d'orage ou les cumulo-nimbus. L'électrisation de ces nuages résulte d'un processus complexe, dont l'étude approfondie ne fait pas l'objet de ce travail.

Considérons un nuage orageux typique. La partie supérieure, constituée de glace, est chargée positivement (région P), tandis que la partie inférieure constituée de gouttelettes d'eau est chargée négativement (région N). Souvent, un îlot de charges positives (région p) est enserré dans cette masse de charges négatives.

A l'approche d'un nuage orageux, le champ électrique atmosphérique au sol qui est de l'ordre d'une centaine de volts par mètre par beau temps commence par s'inverser, puis croît dans de fortes proportions. Lorsqu'il atteint 10 à 20 kV/m, une décharge au sol est imminente.

2.3 CATEGORIES DES COUPS DE FOUDRE

Bien que les décharges inter- et intra-nuages constituent plus de la moitié des décharges de foudre, ce sont surtout les décharges nuage-sol qui ont été l'objet d'études les plus poussées; ceci dû essentiellement aux raisons d'ordre pratique (cause de blessure et mort, incendies de forêts, et perturbations des systèmes électriques de télécommunication et de transport), et aussi du fait qu'il est plus facile de mesurer les caractéristiques optiques et électriques des décharges nuage-sol [1].

Les décharges de foudre nuage-sol ont été subdivisées par Berger et al. [4] en quatre catégories. Ces catégories sont définies selon d'une part la direction, ascendante ou descendante, du *traceur* (*leader* en anglais) qui déclenche la décharge, et d'autre part le signe de la charge portée par le traceur, positive ou négative. La figure 2.1 illustre les quatre catégories des décharges nuage-sol.

Dans les régions tempérées, plus de 90% des coups de foudre nuage-sol sont de la catégorie 1 [1]. Ce type de décharges, appelées décharges négatives, peuvent par conséquent être considérées comme la forme la plus commune des décharges nuage-sol. Cette forme de décharge est déclenchée par un traceur descendant chargé négativement.

Les coups de foudre appartenant à la 3ème catégorie sont aussi déclenchés par un traceur descendant, mais chargé positivement (décharge dite positive). Cette catégorie regroupe moins de 10% des décharges nuage-sol.

Enfin, les décharges des catégories 2 et 4 qui sont déclenchées par des traceurs ascendants, sont relativement rares et apparaissent généralement aux sommets des montagnes ou des longues structures.

2.4 DECHARGE NEGATIVE NUAGE-SOL [1]

Une décharge négative (nuage-sol) typique apporte une quantité de charge négative de quelques dizaines de Coulomb à la terre. La décharge totale est appelée *éclair* et a une durée de l'ordre de 0.5 seconde. Chaque éclair est constitué de plusieurs composantes de décharge dont typiquement trois ou quatre impulsions de courant de forte amplitude dites *arcs en retour*. Chaque arc en retour dure environ 1 ms, la séparation entre deux arcs en retour successifs étant typiquement plusieurs dizaines de millisecondes.

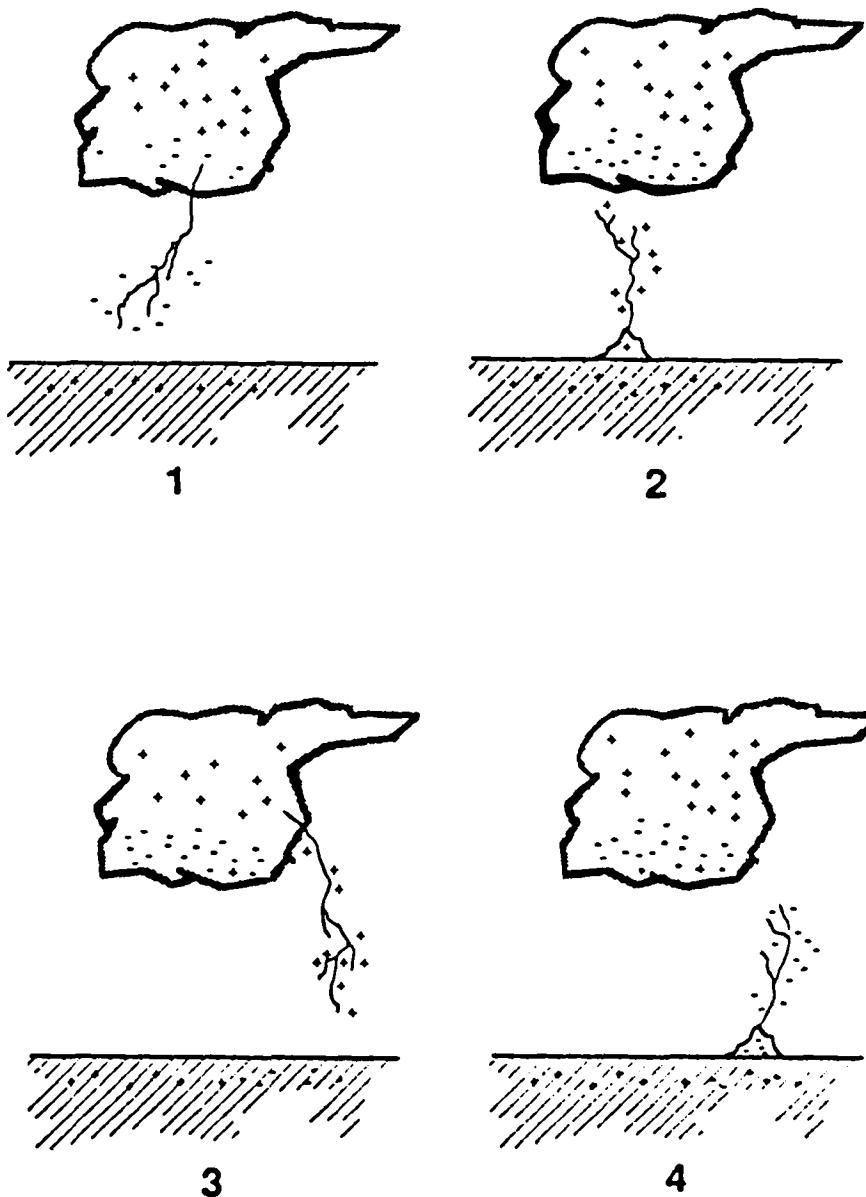


Fig. 2.1 - Catégorisation des décharges nuage-sol selon Berger et al [4].
(figure adaptée de [1])

La figure 2.2 illustre le processus d'un éclair négatif; plusieurs phases peuvent y être distinguées:

La décharge préliminaire (*preliminary breakdown*, en anglais) intervient à l'intérieur du nuage, très probablement entre les régions N et p. Cette décharge déclenche le développement d'un canal chargé négativement vers le sol appelé *traceur par pas* (*stepped leader*). La

progression de ce canal s'effectue par une série de bonds (ou pas) lumineux successifs, chaque bond ayant une longueur de quelques dizaine de mètres et une durée d'environ 1 microseconde; deux bonds successifs sont séparés par une pause de l'ordre de 500 microsecondes. Le traceur apporte une quantité de charges négatives de l'ordre de 10 Coulomb vers le sol avec une vitesse moyenne de $2 \cdot 10^5$ m/s. A chaque pas du traceur correspond une impulsion de courant d'amplitude supérieure à 1 kA. Ces dernières sont associées à des impulsions de champs électrique et magnétique d'une durée d'environ 1 microseconde et des temps de montée inférieurs à 0.1 microseconde.

A l'approche du sol, le traceur dont le potentiel par rapport à la terre est environ -10 MV provoque une intensification du champ électrique et initie une ou plusieurs décharges ascendantes (*upward-connecting leader*): cette phase est appelée le *processus d'attachement (attachment process)*. La jonction entre une des décharges ascendantes et le traceur par pas s'effectue à quelques dizaines de mètres au-dessus du sol. Le canal du traceur est alors déchargé lorsqu'une onde de potentiel de sol, le *premier arc en retour (first return stroke)*, se propage vers le nuage et neutralise le canal chargé par le traceur avec une vitesse décroissante en fonction de la hauteur de l'ordre de 1/3 de la vitesse de la lumière. Le premier arc en retour produit un courant au niveau du sol d'une valeur de pic typique de 30 kA et d'un temps de montée de l'ordre de quelques microsecondes. La durée de l'impulsion du courant (à la mi-hauteur) est de l'ordre de 50 microsecondes.

Durant cette phase, la température du canal s'élève rapidement pour atteindre des valeurs jusqu'à 30'000 °K qui génère un canal de haute pression provoquant une onde de choc appelée tonnerre.

Après la phase de l'arc en retour, l'éclair peut disparaître. Néanmoins, si une quantité résiduelle de charges est encore présente au sommet du canal, il se développe dans le canal précédemment tracé un *traceur obscur (dart leader)* à une vitesse de l'ordre de $3 \cdot 10^6$ m/s apportant une charge d'environ 1 Coulomb associée à un courant de 1 kA. Entre la fin du premier arc en retour et le début du traceur obscur, une activité électrique, désignée par les *processus J et K* [1], se manifeste; il existe cependant un doute quant à l'influence de cette activité et le déclenchement du traceur obscur.

Le traceur obscur déclenche enfin l'*arc en retour subséquent (subsequent return stroke)*. Le courant des arcs en retour subséquents mesurés à la base du canal ont généralement un temps de montée plus rapide que le courant du premier arc en retour.

De nouvelles séquences traceur-arc peuvent ensuite se produire, donnant parfois jusqu'à 15 arcs en retour. Le dernier arc en retour est souvent à l'origine d'un fort courant de l'ordre de 100 A (*continuing current*) qui draine la charge résiduelle de la cellule orageuse.

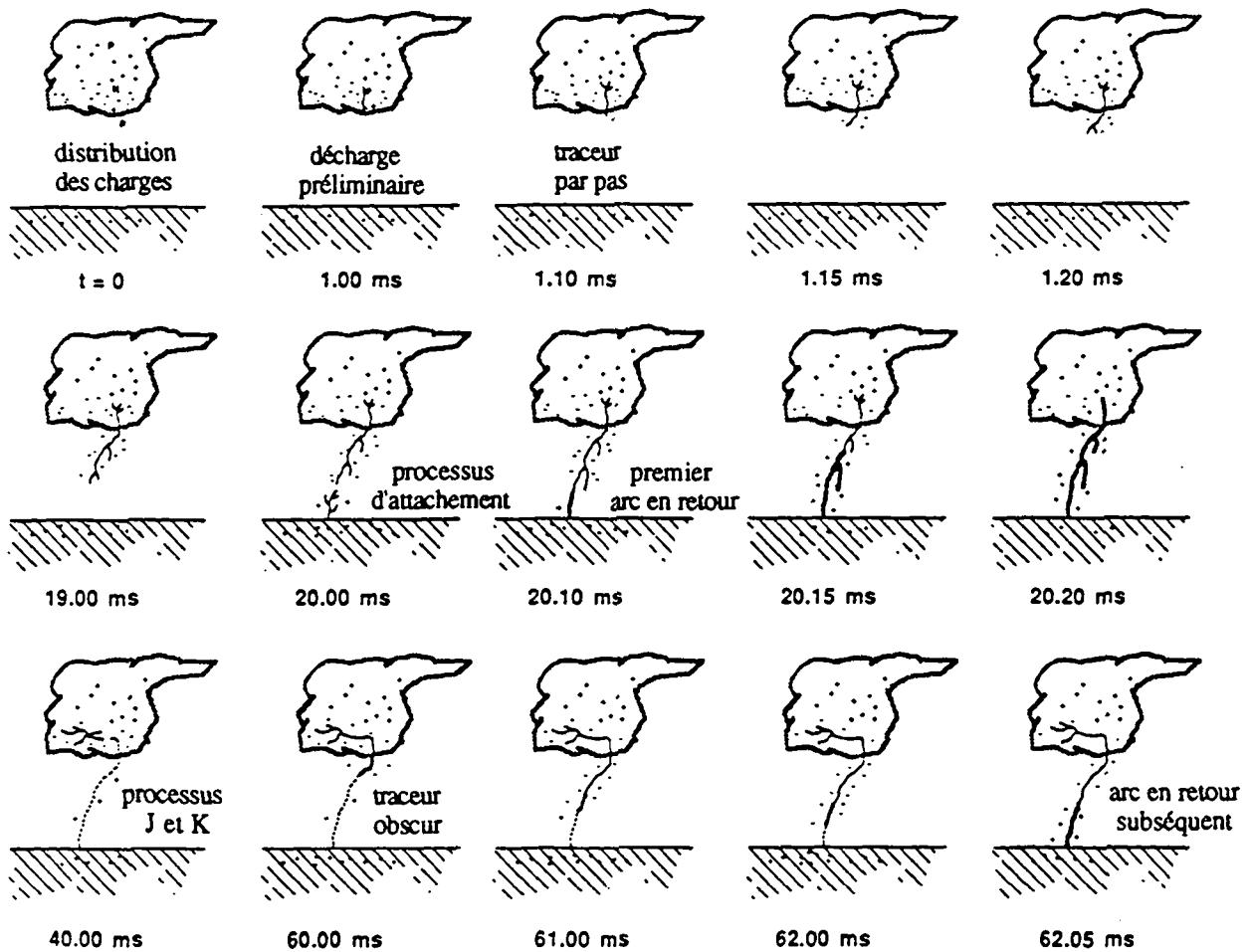


Fig. 2.2 - Illustration des différentes phases d'une décharge négative nuage-sol [1].

2.5 OBSERVATIONS EXPERIMENTALES

2.5.1 Courant de l'arc en retour

Depuis les années 50, plusieurs campagnes expérimentales ont été réalisées afin de caractériser le courant de foudre. La description la plus complète du courant de l'arc en retour est donnée par l'équipe du Professeur Berger, qui durant les années 1950-1970 a exploité une station expérimentale au Mont San Salvatore près de Lugano [5-8]. La mesure du courant a été effectuée au sommet de deux tours de 55 m de haut situées au sommet du Mont San Salvatore. Le résumé de tous les résultats obtenus concernant les caractéristiques du courant de foudre est présenté dans [4].

La figure 2.3 illustre les formes moyennes des courants typiques correspondant aux arcs en retour premier et subséquent d'une décharge négative. La distribution statistique des paramètres principaux du courant est présentée dans le tableau 2.1

Des campagnes de mesures identiques ont été effectuées en Italie [9-11]. Là aussi le courant de foudre a été mesuré au sommet d'une tour de télévision de 40 m de hauteur située dans des régions montagneuses. Les résultats de ces campagnes sont similaires à ceux obtenus par Berger et al..

D'autres mesures du courant de foudre sont effectuées par Eriksson [12] sur une tour de 60 m de hauteur située dans une région relativement plate. Bien que ces mesures soient dans l'ensemble comparables avec celles obtenues en Suisse et en Italie, des temps de montée plus rapides ont été observés.

Il est enfin important de noter que le courant d'un premier arc en retour mesuré sur une tour pourrait être différent de celui correspondant à des coups de foudre tombant sur le sol ou sur des structures de petites dimensions. La raison essentielle de cette différence est attribuée à l'existence d'une décharge ascendante (*upward-connecting leader*) [3].

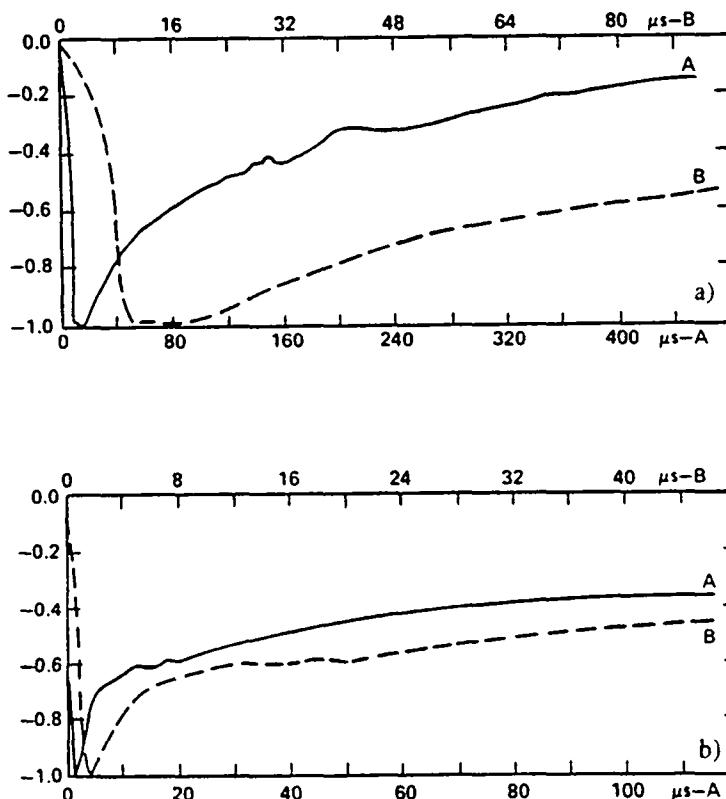


Fig. 2.3 - Forme moyenne normalisée du courant des arcs en retour premier (a) et subséquent (b) (d'après [4]).

Tableau 2.1 - Paramètres du courant des décharges négatives (d'après [4]).

nombre d'événement	Paramètre	Unité	pourcentage de cas dépassant la valeur indiquée		
			95%	50%	5%
courant de crête					
101	premier arc en retour	kA	14	30	80
135	arc en retour subséquent	kA	4.6	12	30
di/dt maximal					
92	premier arc en retour	kA/μs	5.5	12	32
122	arc en retour subséquent	kA/μs	12	40	120
temps de montée (2 kA-crête)					
89	premier arc en retour	μs	1.8	5.5	18
118	arc en retour subséquent	μs	0.22	1.1	4.5
durée de l'impulsion (2 kA-mi-amplitude)					
90	premier arc en retour	μs	30	75	200
115	arc en retour subséquent	μs	6.5	32	140

2.5.2 Vitesse de l'arc en retour

Les données expérimentales les plus récentes sont publiées par Idone et Orville [13] et Idone et al. [14] en 1982 et 1984 respectivement. Dans [13], des valeurs correspondant à 17 arcs en retour premiers et 46 arcs en retour subséquents sont présentées. La vitesse moyenne mesurée est de $0.96 \cdot 10^8$ m/s pour les premiers arcs en retour et de $1.2 \cdot 10^8$ m/s pour les arcs en retours subséquents.

D'autre part, il a été mis en évidence [13] que la vitesse de l'arc en retour, tant pour les premiers que pour les subséquents, décroît en fonction de la hauteur; cette décroissance est plus marquée pour les premiers arcs en retour.

La valeur de la vitesse de l'arc en retour pourrait être liée à celle de l'intensité du courant. En effet, ces deux grandeurs dépendent l'une et l'autre de la distribution de la charge par unité de

longueur du canal et du potentiel électrique qui en résulte [1]. Il existe plusieurs relations qui se proposent d'exprimer la dépendance entre ces deux grandeurs, en particulier celle de Rusk [15] basée sur la relation empirique de Toepler et celle présentée par Wagner [16] qui repose sur des considérations énergétiques. Cependant, les valeurs de vitesse obtenues par ces relations ne sont en relatif accord avec les mesures que pour le premier arc en retour.

2.5.3 Champ électromagnétique

Il n'existe à ce jour aucune mesure simultanée de courant de foudre et du champ électromagnétique rayonné correspondant aux éclairs naturels. Lin et al. [17] ont simultanément mesuré les champs électrique vertical et magnétique azimuthal des arcs en retour premier et subséquent à deux distances du point d'impact. Ainsi, il a été possible de caractériser les formes d'ondes du champ électromagnétique en fonction de la distance (voir figure 2.4 a et b).

Le champ électromagnétique présente pour toute distance (entre 1 km et 200 km) un premier pic dont l'intensité est approximativement inversément proportionnelle à la distance. À des distances relativement proches, le champ magnétique présente une *bosse* ("hump") à environ 30 μ s, alors que le champ électrique a une croissance en rampe après son pic initial. Les champs électrique et magnétique lointains (distance supérieure à environ 50 km) ont essentiellement la même forme d'onde, et présentent une inversion de polarité.

Les variations à l'échelle microseconde et submicroseconde du champ électrique vertical et de sa dérivée temporelle ont été l'objet de récentes études par Weidman et Krider [18,19]. Ces auteurs ont montré que les premiers arcs en retour produisent un champ électrique vertical avec un *front* qui monte en 2 à 8 μ s à environ la mi-amplitude, suivi par une *transition rapide* jusqu'à la valeur de pic en un temps de l'ordre de 90 ns.

Les arcs en retour subséquents quant à eux, présentent aussi des transitions très rapides précédées d'un front qui dure seulement 0.5 à 1 μ s, durant lequel l'intensité du champ monte à environ 20 % de la valeur de pic.

D'autre part, les mesures publiées dans [18,20] montrent des pics subsidiaires régulièrement espacés après le pic initial du champ électrique.

La figure 2.5 illustre la structure fine du champ électrique vertical des arcs en retour premiers et subséquents [18].

Une décharge orageuse verticale produit non seulement des composantes azimuthale du champ magnétique et verticale du champ électrique, mais aussi une composante horizontale du champ électrique dont la présence est en partie due à la conductivité finie du sol. Cette composante, bien qu'ayant une amplitude généralement beaucoup plus faible que la composante verticale, joue un rôle très important dans le mécanisme du couplage avec des lignes aériennes (voir chapitres 4 et 5).

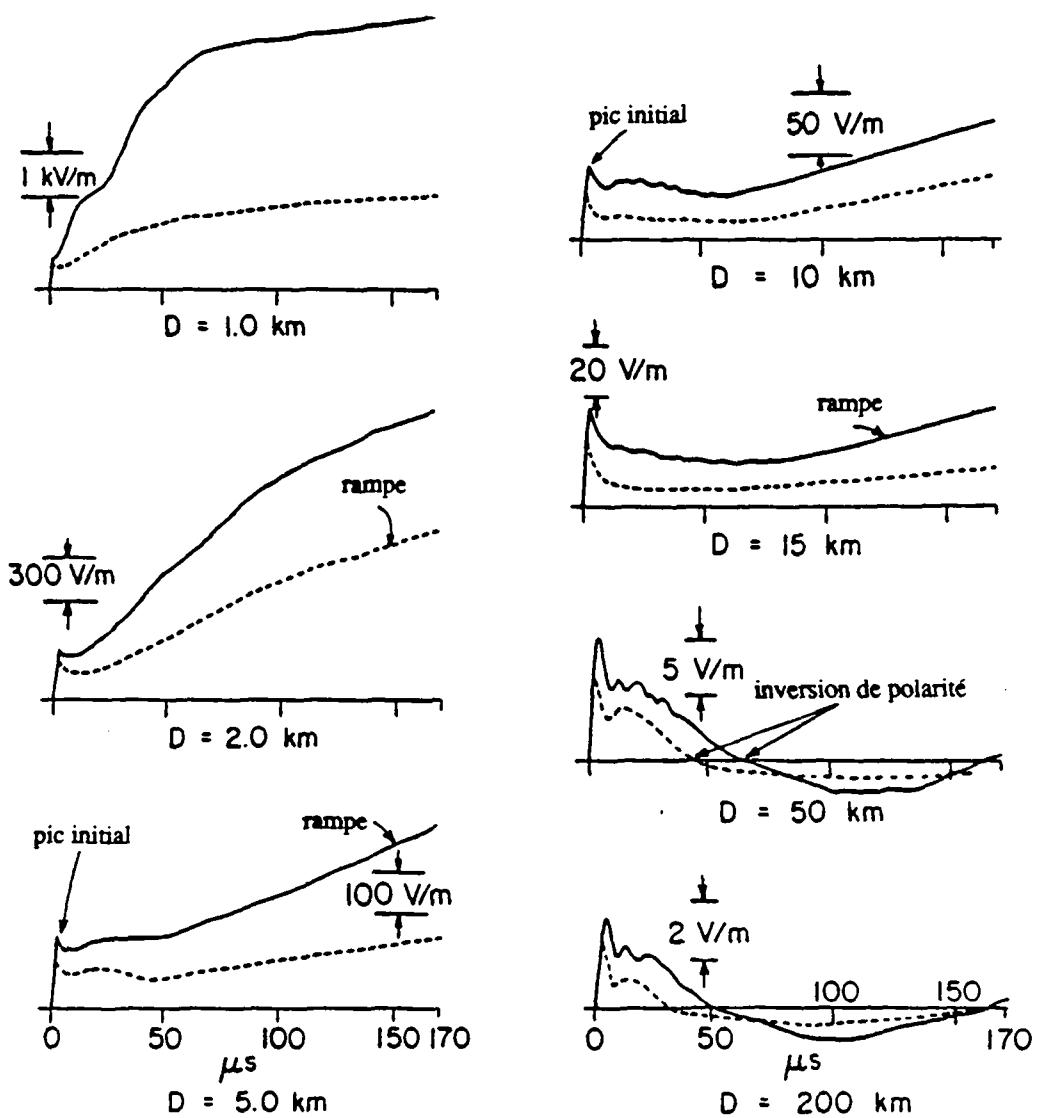


Fig. 2.4 a) - Champs électriques (composante verticale) typiques correspondant à un premier arc en retour (trait continu) et à un arc en retour subséquent (pointillés) à des distances variant de 1 km à 200 km du point d'impact (figure adaptée de [17]).

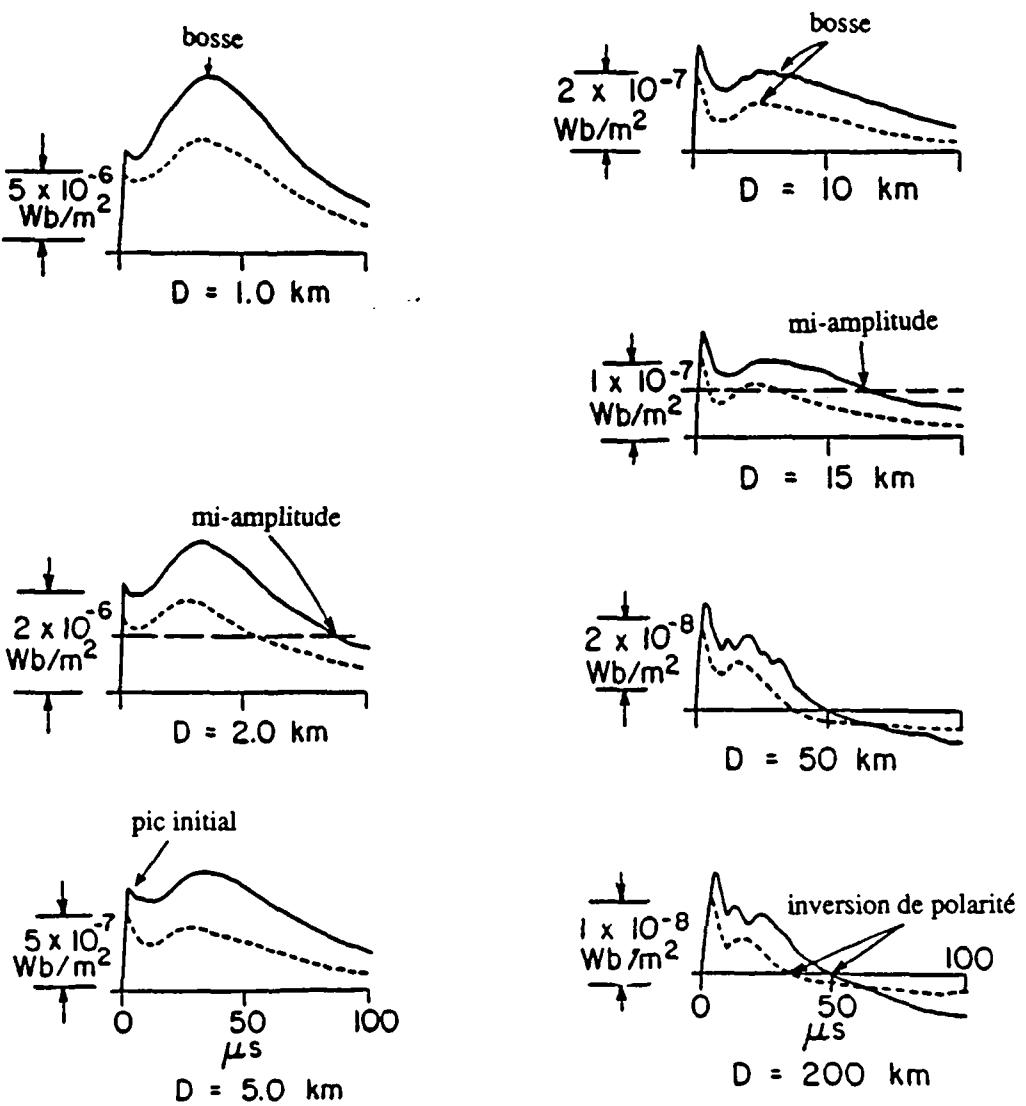


Fig. 2.4 b) - Champs d'induction magnétique typiques correspondant à un premier arc en retour (trait continu) et à un arc en retour subséquent (pointillés) à des distances variant de 1 km à 200 km du point d'impact (figure adaptée de [17]).

Thomson et al. [21] ont présenté des enregistrements simultanés des deux composantes du champ électrique mesurées à des distances lointaines du canal de foudre (entre 7 et 43 km). Cependant, à notre connaissance, il n'existe aujourd'hui aucune donnée expérimentale concernant cette composante à des distances proches (inférieures à quelques km) du point d'impact de la foudre.

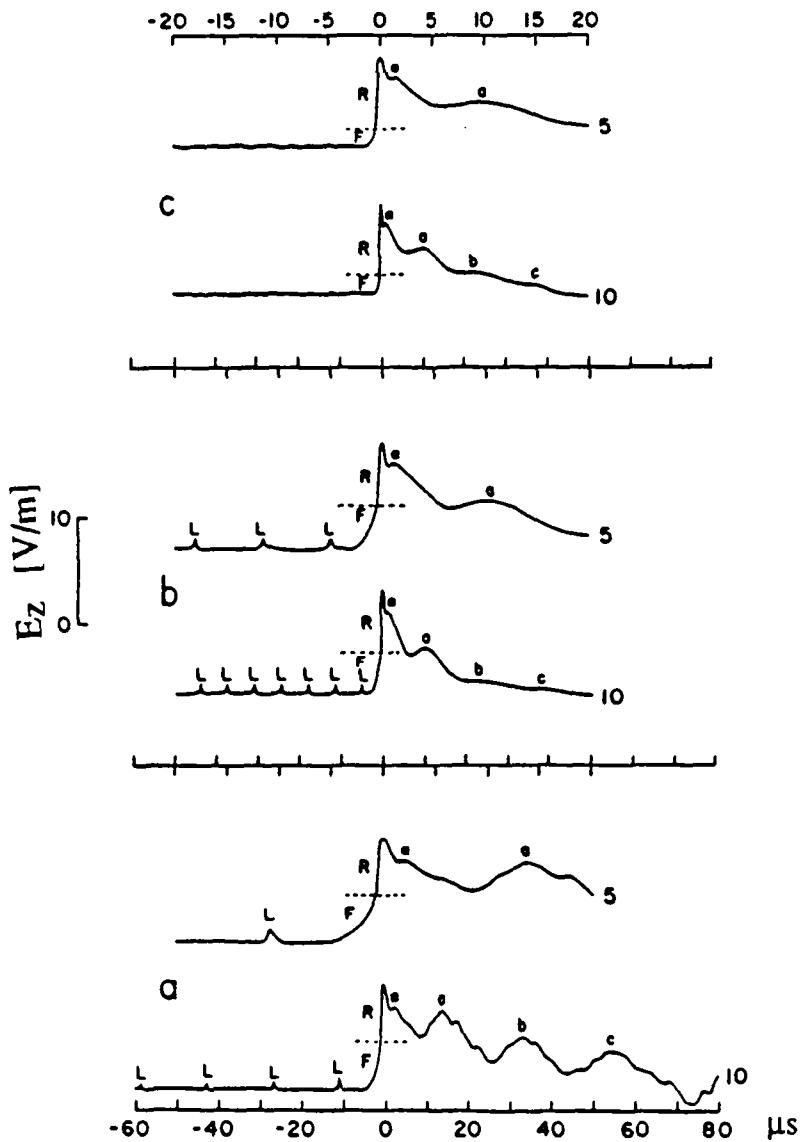


Fig. 2.5 - Formes détaillées du champ électrique rayonné normalisé à une distance de 100 km.
Les petites impulsions L correspondant au traceur par pas sont suivies d'un front lent F et une transition rapide R. Après la transition rapide, on distingue un petit pic secondaire α et les pics subsidiaires plus marqués a, b, et c.

a) premier arc en retour b) arc en retour subséquent précédé d'un traceur obscur par pas c) arc en retour subséquent précédé d'un traceur obscur. Figure adaptée de [18].

2.5.4 Le déclenchement artificiel de la foudre

La technique du déclenchement artificiel de la foudre permet de provoquer celle-ci lors de passages de nuages orageux et de l'attirer en un lieu déterminé. Le principe est d'envoyer vers les nuages une petite fusée déroulant derrière elle un fil conducteur mis à la terre. Aujourd'hui, il existe plusieurs stations expérimentales de déclenchement artificiel de la foudre dans le monde, en particulier en France, aux Etats-Unis et au Japon [1]. Cette technique est décrite en détail dans plusieurs travaux, dont particulièrement [1,22-25].

Les éclairs ainsi générés contiennent souvent des arcs en retour très similaires aux arcs en retours subséquents des éclairs naturels [26].

Le déclenchement artificiel de la foudre a offert la possibilité de réaliser des mesures corrélées du courant de l'arc en retour à la base du canal, du champ électrique, et de la vitesse de l'arc en retour mesurée à l'aide de dispositifs optiques.

Willett et al. [27] ont présenté en 1989 des mesures simultanées du courant et sa dérivée temporelle, la vitesse de l'arc en retour, le champ électrique et sa dérivée temporelle à une distance de 5 km. Un exemple de ces données expérimentales est reproduit à la figure 2.6. En 1990, Leteinturier et al. [28] ont présenté des mesures similaires mais où le champ électrique a été mesuré à une distance de 50 m du canal de foudre. Ces données, qui seront utilisées dans le chapitre suivant pour être comparées avec les résultats théoriques, sont comparables avec celles reportées dans [27] mais présentent un terme électrostatique plus significatif pour une distance d'observation plus proche.

2.5.5 Surtensions induites sur des lignes aériennes

Les surtensions induites sur une ligne aérienne par une décharge de foudre naturelle indirecte ont été l'objet de plusieurs études expérimentales, notamment au Japon, aux Etats-Unis et au Mexique [29-33].

Yokoyama et al. [32] ont mesuré des tensions induites sur une ligne aérienne, provoquées par des coups de foudre tombant sur deux tours situées à 150 m et à 200 m par rapport à la ligne. D'une façon simultanée, le courant de l'arc en retour a aussi été mesuré et reporté avec les mesures des surtensions induites [32]. Malheureusement, du fait de la configuration complexe de la ligne (composée de deux portions perpendiculaires), ces données sont très difficilement exploitables pour la validation des modèles de calcul.

Sur une ligne expérimentale installée au Kennedy Space Center en Floride, Master et al. [30] ont mesuré simultanément les surtensions induites et la composante verticale du champ électrique. Plus récemment, Rubinstein et al. [33] ont présenté des mesures de surtensions induites sur la même ligne et des deux composantes, verticale et horizontale, du champ

électrique. Ces derniers résultats (ainsi d'ailleurs que ceux reportés dans [29] et [31]) correspondent à des coups de foudre se situant à des distances de plusieurs kilomètres, voire plusieurs dizaines de kilomètres par rapport à la ligne. Des exemples d'enregistrements expérimentaux effectués par Rubinstein et al. [33] sont reproduits au chapitre 4 et utilisés pour la validation de l'algorithme de calcul du couplage.

Enfin, concernant les éclairs déclenchés artificiellement, plusieurs travaux [34,35] ont présenté des mesures de surtensions induites sur des lignes expérimentales situées à quelques centaines de mètres du canal de foudre.

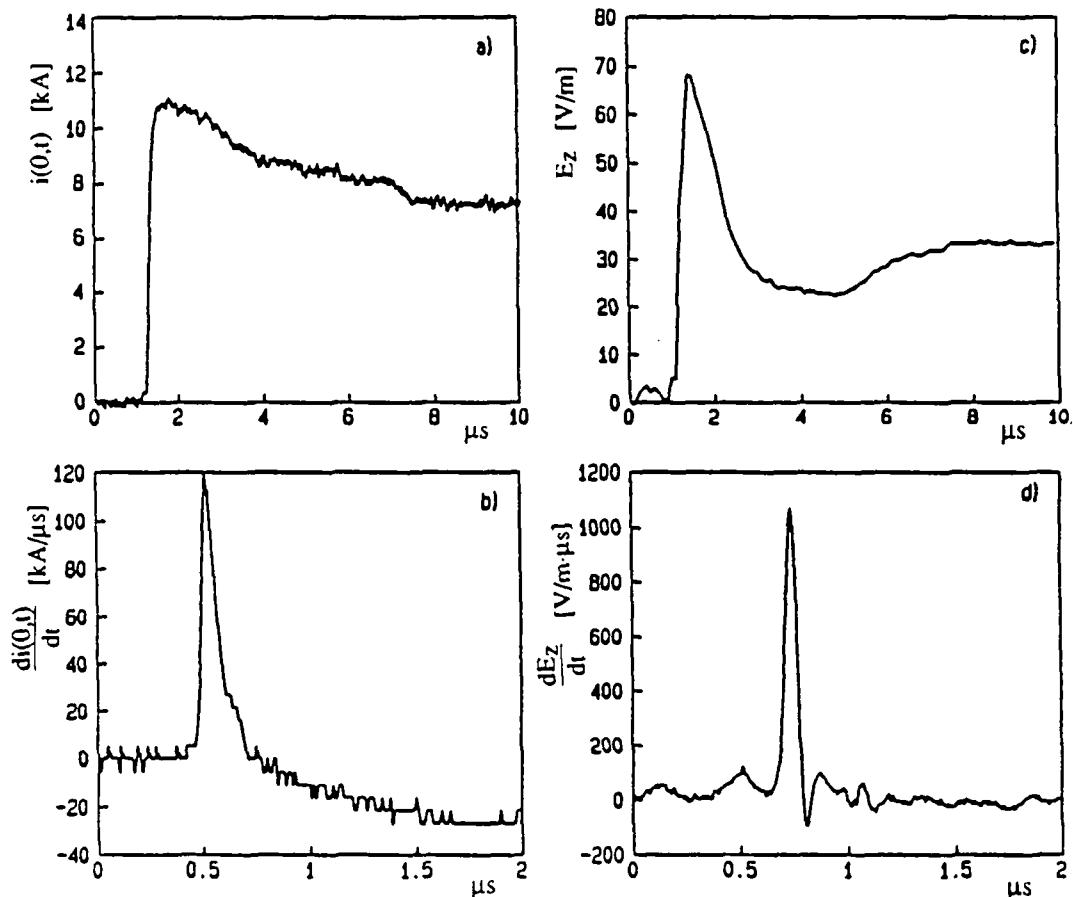


Fig. 2.6 - Mesures simultanées correspondant à un éclair déclenché artificiellement (8715L3) au Kennedy Space center, 1987.

- a) courant de l'arc en retour b) sa dérivée temporelle
 - c) composante verticale du champ électrique à 5 km d) sa dérivée temporelle
- Figure adaptée de [27].

2.6 MODELISATION DE LA FOUDRE ET CALCUL DE SON RAYONNEMENT ELECTROMAGNETIQUE

Basés sur les observations expérimentales, plusieurs modèles de l'arc en retour ont été développés ces dernières années dans le but de calculer son rayonnement électromagnétique. Ces modèles diffèrent l'un de l'autre essentiellement sur la description de la distribution spatiale et temporelle du courant de l'arc en retour le long du canal.

Plusieurs auteurs ont mis en évidence les difficultés liées au développement et à la validation d'un modèle théorique [36-41]. Il est utile de rappeler qu'un modèle adéquat est celui qui utilise comme donnée du problème le courant de foudre à la base du canal, grandeur qui est mesurable. D'autre part, un modèle peut être considéré comme raisonnable s'il permet d'obtenir à la fois une bonne approximation de toutes les grandeurs mesurables, c'est à dire le courant à la base du canal, les champs électrique et magnétique à différentes distances d'observation, et la vitesse de l'arc en retour.

Le chapitre suivant est entièrement consacré à la modélisation de l'arc en retour, en d'autres termes, à la description de la distribution du courant en fonction du temps et de la hauteur. Un nouveau modèle, spécifiant le courant à la base du canal, y est présenté et validé en utilisant différents types de données expérimentales, et en faisant référence à d'autres modèles proposés ces dernières années.

2.7 COUPLAGE ENTRE UNE ONDE ELECTROMAGNETIQUE ET UNE LIGNE AERIENNE

La modélisation du problème de couplage entre une onde électromagnétique et une ligne peut être effectuée en utilisant différentes méthodes [42]. L'approche *quasistatique* est utilisée lorsque les dimensions du système considéré (en l'occurrence la ligne) sont nettement inférieures (environ un dixième et en deçà) à la plus petite longueur d'onde du champ électromagnétique; dans ce cas, la propagation peut être négligée et un circuit équivalent à constantes localisés est alors adopté. Dans le cas général, le problème de couplage est résolu en utilisant la théorie des antennes qui fait usage de deux équations intégrales dites l'équation intégrale du champ électrique (*Electric Field Integral Equation, EFIE*) et l'équation intégrale du champ magnétique (*Magnetic Field Integral Equation, MFIE*) [43].

Une autre méthode est celle basée sur la *théorie des lignes de transmission*. Les principales hypothèses de cette méthode sont d'une part que la réponse de la ligne est quasi-TEM (Transverse ElectroMagnétique), et d'autre part que les dimensions transversales de la ligne sont petites en comparaison avec la longueur d'onde minimum du phénomène. Le modèle d'une ligne de transmission en présence d'un champ électromagnétique externe a été présenté pour la

première fois en 1965 par Taylor, Satterwhite et Harrison dans le cas d'une ligne bifilaire [44], et depuis a été largement utilisé pour traiter des problèmes de propagation, couplage et interaction électromagnétiques.

Dans le cas du couplage d'une onde électromagnétique d'origine orageuse et une ligne de transmission aérienne, la première approche n'est pas appropriée, car la longueur de la ligne est en général comparable et même plus grande que les longueurs d'ondes mises en jeu. La seconde approche est une méthode rigoureuse qui ne fait appel à aucune hypothèse restrictive, hormis le fait que les conducteurs sont supposés minces; de plus, elle a l'avantage de s'appliquer à des structures complexes [45]. Cependant, elle nécessite des temps de calcul souvent prohibitifs, surtout lorsqu'il s'agit de traiter le cas de longues lignes. La théorie des lignes de transmission est considérée comme une solution de compromis entre les deux premières méthodes; elle demande un temps de calcul relativement modéré et elle est applicable au cas de longues lignes. Cette approximation, largement utilisée ces dernières années pour estimer les effets d'une impulsion électromagnétique d'origine nucléaire (IEMN) sur des lignes, constitue un outil qui s'applique aussi aux effets électromagnétiques de la foudre, le contenu fréquentiel significatif de ce dernier étant moins étendu que celui de l'IEMN [46].

Chapitre III

Modélisation de l'arc en retour et calcul de son champ électromagnétique

3.1 INTRODUCTION

Afin de protéger d'une manière efficace les systèmes électriques et électroniques contre les perturbations engendrées par la foudre, il est nécessaire de connaître et de caractériser son champ électromagnétique impulsif. Les variations les plus brutales et de grandes amplitudes du champ électromagnétique émis par une décharge de foudre ont lieu lors de la phase de l'arc en retour. Durant ces dernières années, plusieurs modèles de l'arc en retour, avec différents degrés de complexité, ont été développés afin de permettre d'évaluer son rayonnement électromagnétique. L'une des difficultés majeures liée à la modélisation du canal de foudre réside dans le fait que le courant ne peut être mesuré qu'à la base du canal; or, pour déterminer les champs électrique et magnétique rayonnés, il est nécessaire de connaître la distribution du courant le long du canal. Les modèles de l'arc en retour proposés diffèrent essentiellement l'un de l'autre par cette description des distributions spatiale et temporelle du courant le long du canal de foudre.

Dans ce chapitre, nous allons considérer les modèles selon lesquels il existe une relation relativement simple entre la distribution du courant le long du canal et le courant à la base du canal, c'est à dire au niveau du sol. Cette catégorie de modèles permet d'utiliser le courant à la base du canal comme donnée du problème, ce qui constitue une démarche légitime étant donné que ce dernier est une grandeur mesurable. Il est à noter cependant, qu'il existe une variété de modèles de l'arc en retour dans la littérature scientifique [47-54] qui ne sera pas considérée dans ce travail, principalement à cause du fait que pour ces modèles, il est difficile, parfois impossible, d'exprimer la distribution du courant le long du canal en fonction du courant au niveau du sol.

Le modèle adopté dans le cadre de ce travail constitue une modification de l'un des modèles les plus simples et les plus utilisés. Le nouveau modèle, qui corrige certaines imperfections du modèle initial, a été développé dans le cadre de cette thèse en collaboration avec les universités de Bologne et de Rome. Il sera présenté et discuté en détail, en faisant référence à d'autres modèles de distribution de courant basés sur le courant au niveau du sol, ainsi qu'à des mesures expérimentales. Des équations relativement simples mettant en relation le courant de foudre avec le champ électromagnétique lointain sont développées pour différents modèles.

Le calcul du champ électromagnétique sera effectué en adoptant plusieurs hypothèses simplificatrices qui seront discutées et justifiées. Ces hypothèses permettront une approche de résolution numérique directement dans le domaine temporel.

3.2 GEOMETRIE DU PROBLEME

Pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par une décharge de foudre sol-nuage, la géométrie communément adoptée est celle présentée à la Fig. 3.1. Le canal de foudre est considéré comme une antenne verticale unidimensionnelle de hauteur H placée au-dessus d'un plan conducteur. L'arc en retour se propage verticalement à partir du sol avec une vitesse v . Il est parcouru par un courant dont la distribution spatio-temporelle $i(z',t)$ détermine le champ électromagnétique en un point quelconque de l'espace.

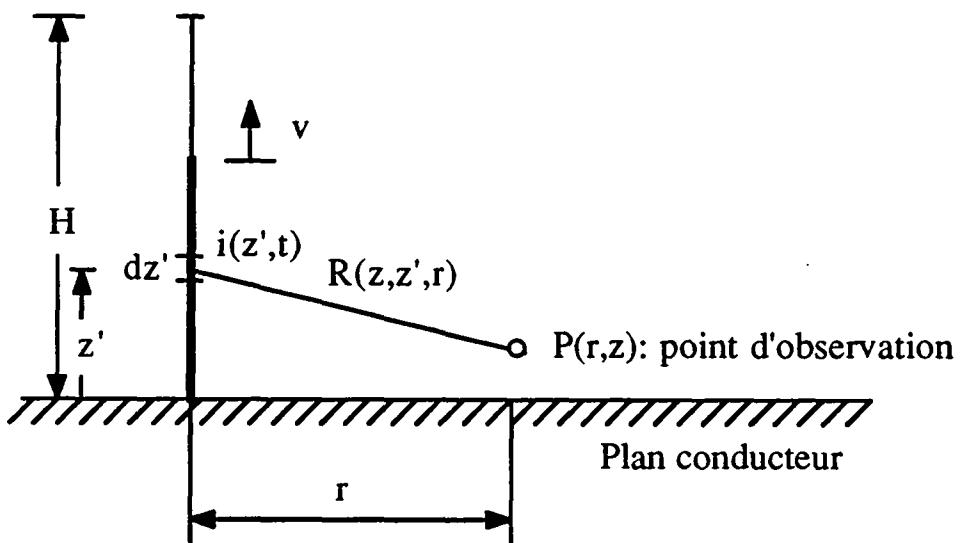


Fig. 3.1 - Géométrie adoptée pour le calcul du champ électromagnétique associé à une décharge de foudre verticale.

Une étude expérimentale de la tortuosité du canal de foudre a été effectuée par Hill [55]. Ce dernier a montré, en analysant les photographies d'un certain nombre de coups de foudre, que la distribution des changements de direction des sections du canal est de type Gaussienne; en outre, cette tortuosité semble être largement indépendante de la longueur des sections et de la longueur totale du canal de foudre. D'autre part, Le Vine et Meneghini [56-58] ont étudié théoriquement l'influence de la tortuosité du canal de foudre sur le champ électromagnétique rayonné. Ils ont présenté deux séries de résultats de simulation, chacune basée sur une

hypothèse simplificatrice: la première est l'approximation du champ lointain, et la seconde celle supposant une vitesse de propagation de l'arc en retour égale à la vitesse de la lumière c . Ils en concluent que la tortuosité se manifeste par une augmentation des composantes de haute fréquence, ce qui correspond à l'apparition de fluctuations rapides dans le domaine temporel.

Une manière relativement simple pour tenir compte de la tortuosité est de la considérer comme une suite de segments linéaires ayant une direction arbitraire dans l'espace (voir Fig. 3.2). En appliquant des changements successifs de systèmes de coordonnées, il est alors possible de ramener, pour chaque segment, le problème à la géométrie de la Fig. 3.1. Le champ total s'obtient en sommant la contribution de tous les segments formant le canal de foudre.

En suivant cette approche, le champ électromagnétique associé à un canal de foudre tortueux a été calculé [59] sans qu'il soit nécessaire de recourir aux hypothèses simplificatrices adoptées par Le Vine et Meneghini [56-58]. Les résultats de calcul selon cette approche présentent sensiblement les mêmes caractéristiques observées dans [56-58], à savoir une apparition de fluctuations dont les amplitudes dépendent de la longueur des segments formant le canal. D'autre part, il a été montré conformément aux résultats de l'étude simplifiée de Pearlman [60], que l'effet de la tortuosité est moindre sur le champ électromagnétique proche.

Etant donné le caractère aléatoire de la tortuosité du canal de foudre, nous allons nous référer pour le reste de ce chapitre à la géométrie de la Fig. 3.1. Il est aussi important de noter qu'il est fort probable que les modèles basés sur cette géométrie ne soient ni capables de prédire d'une part la structure submicroseconde initiale du champ du fait qu'ils ne tiennent pas compte correctement du processus d'attachement (ceci, surtout pour les premiers arcs en retour), ni d'autre part l'évolution du champ à des temps pour lesquels l'arc en retour a atteint le "sommet" du canal et se divise en général en plusieurs branches ionisées de disposition plutôt horizontale [61].

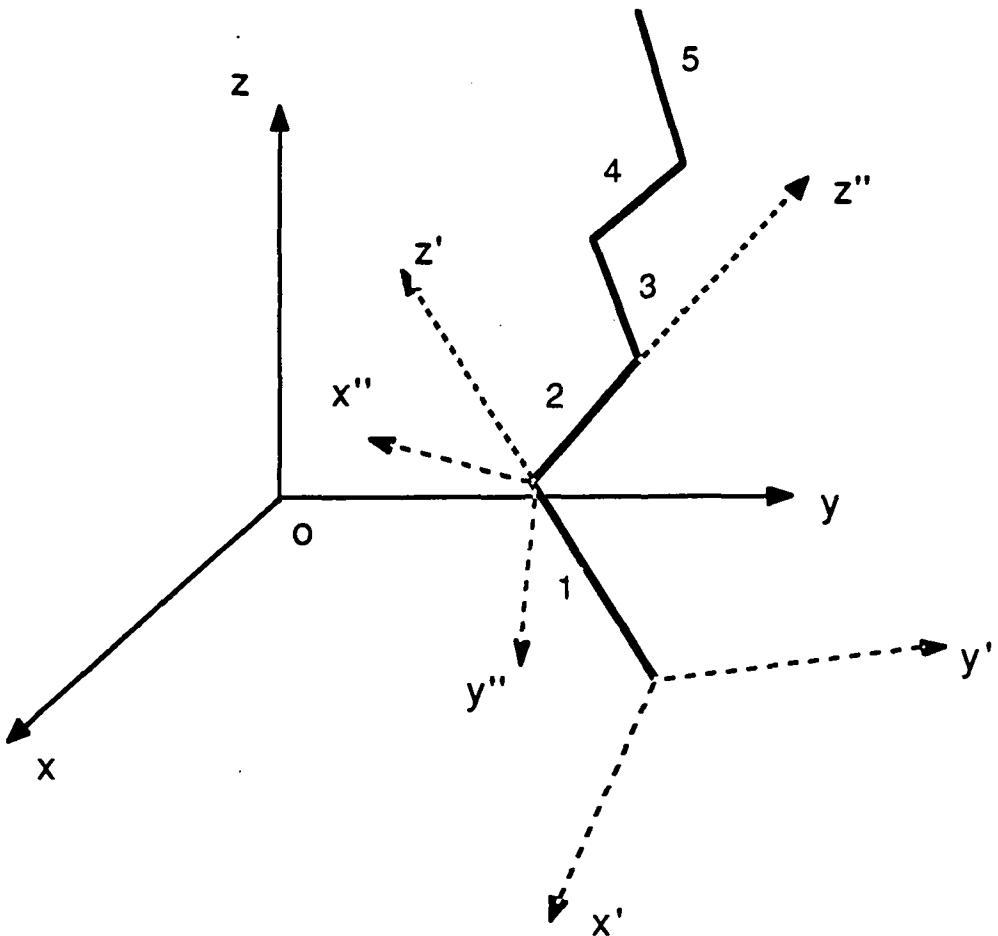


Fig. 3.2 - Prise en compte de l'effet de la tortuosité du canal de foudre par changements successifs de système de coordonnées.

3.3 EQUATIONS DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE

L'étude de l'effet d'un plan de conductivité finie sur le rayonnement électromagnétique d'un dipôle oscillant a été publiée pour la première fois par Sommerfeld en 1909 [62]. Banos [63] a traité le problème complet du rayonnement d'un dipôle en déterminant la solution des équations de Maxwell pour chaque milieu en accord avec les conditions aux limites sur l'interface air-sol.

En coordonnées cylindriques, les équations du champ créé par un dipôle électrique vertical placé à une hauteur z' sont données par les expressions suivantes dans le domaine fréquentiel [64] (voir Fig. 3.3) :

$$dE_r(r, z, j\omega) = \frac{j\omega I(z') \mu_0}{4\pi k_2^2} dz' \left[\frac{\partial^2}{\partial r \partial z} (G_{22} - G_{21} + k_1^2 V_{22}) \right] \quad (3.1)$$

$$dE_z(r, z, j\omega) = \frac{j\omega I(z') \mu_o dz'}{4\pi k_2^2} [(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_2^2)(G_{22} - G_{21} + k_1^2 V_{22})] \quad (3.2)$$

$$dH_\phi(r, z, j\omega) = \frac{-I(z') dz'}{4\pi} [\frac{\partial}{\partial r}(G_{22} - G_{21} + k_1^2 V_{22})] \quad (3.3)$$

avec

$$G_{21} = \frac{\exp(jk_2 R_r)}{R_r} = \int_0^\infty \frac{\exp(-\gamma_2(z' + z))}{\gamma_2} J_o(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (3.4)$$

$$G_{22} = \frac{\exp(jk_2 R_d)}{R_d} = \int_0^\infty \frac{\exp(-\gamma_2/z' - z/)}{\gamma_2} J_o(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (3.5)$$

$$V_{22} = \int_0^\infty \frac{\exp(-\gamma_2(z' + z))}{k_2^2 \gamma_1 + k_1^2 \gamma_2} J_o(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (3.6)$$

et

$$R_r = \sqrt{r^2 + (z' + z)^2}; \quad R_d = \sqrt{r^2 + (z' - z)^2}$$

$$\gamma_1 = \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}; \quad \gamma_2 = \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}$$

$$k_1 = \sqrt{\omega^2 \mu_g \epsilon_g + j\omega \mu_o \sigma_g}; \quad k_2 = \omega \sqrt{\mu_o \epsilon_o}$$

ϵ_g , μ_g et σ_g étant respectivement la permittivité, la perméabilité et la conductivité du sol. J_o est la fonction de Bessel d'ordre 0. $I(z')$ désigne la transformée de Fourier de la distribution du courant le long du canal $i(z', t)$, discutée dans §3.6.

Les expressions (3.4) à (3.6) sont connues sous le nom des intégrales de Sommerfeld et expriment l'interaction de la source électromagnétique avec le sol [64]. L'évaluation numérique des intégrales de Sommerfeld est une tâche délicate. Différentes techniques de calcul numérique (par ex. [64-67]) ou d'approximations analytiques (par ex. [63,68-70]) de ces intégrales ont été proposées dans la littérature. Récemment, une étude de validité de quelques-unes de ces

approximations en terme de distance d'observation, de fréquence et de la hauteur du dipôle a été effectuée et présentée dans [71].

Les composantes du champ électromagnétique total s'obtiennent en intégrant les expressions (3.1) à (3.3) le long du canal (de 0 à H). En outre, si l'on s'intéresse à l'évolution temporelle du champ, il est nécessaire d'effectuer une transformation de Fourier inverse.

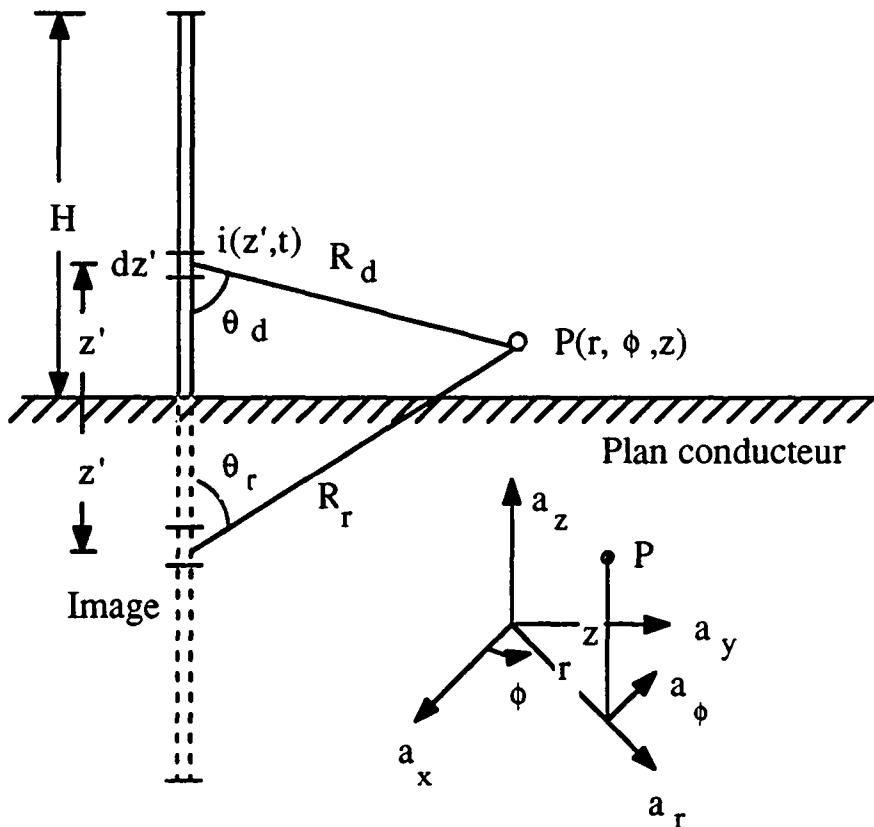


Fig. 3.3 - Illustration des grandeurs géométriques intervenant dans les équations du champ électromagnétique.

3.4 APPROXIMATION DES EQUATIONS DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE

Dans cette section, nous allons considérer différentes approximations des équations du champ électromagnétique. Chacune de ces approximations nous permettra d'évaluer avec une précision satisfaisante les composantes du champ dans un domaine défini de variation de paramètres tel que la distance d'observation ou la conductivité du sol. En outre, ces approximations pourront être facilement utilisées lors d'une approche de résolution dans le domaine temporel.

3.4.1 Le sol considéré comme un conducteur électrique parfait

En supposant un sol parfaitement conducteur, Uman et al. [72] ont établi les expressions des composantes verticale et horizontale du champ électrique et la composante azimutale du champ magnétique en partant des solutions des équations de Maxwell pour la géométrie présenté à la figure 3.1. Ces expressions s'écrivent dans le domaine temporel :

$$E_r(r,z,t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\int_{-H}^H \frac{3r(z-z')}{R^5} \int_0^t i(z',t-R/c) d\tau dz' + \int_{-H}^H \frac{3r(z-z')}{cR^4} i(z',t-R/c) dz' + \int_{-H}^H \frac{r(z-z')}{c^2 R^3} \frac{\partial i(z',t-R/c)}{\partial t} dz' \right] \quad (3.7)$$

$$E_z(r,z,t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\int_{-H}^H \frac{2(z-z')^2 - r^2}{R^5} \int_0^t i(z',t-R/c) d\tau dz' + \int_{-H}^H \frac{2(z-z')^2 - r^2}{cR^4} i(z',t-R/c) dz' - \int_{-H}^H \frac{r^2}{c^2 R^3} \frac{\partial i(z',t-R/c)}{\partial t} dz' \right] \quad (3.8)$$

$$H_\phi(r,z,t) = \frac{1}{4\pi} \left[\int_{-H}^H \frac{r}{R^3} i(z',t-R/c) dz' + \int_{-H}^H \frac{r}{cR^2} \frac{\partial i(z',t-R/c)}{\partial t} dz' \right] \quad (3.9)$$

avec

$$R = \sqrt{r^2 + (z-z')^2} \quad (3.10)$$

Leteinturier [64] a obtenu ces mêmes équations en faisant tendre la conductivité du sol vers l'infini dans les équations générales du champ électromagnétique (3.1) à (3.3).

Les trois termes intervenant dans les équations (3.7) et (3.8) représentent respectivement les champs électrostatique, d'induction et de rayonnement, tandis que le premier terme de l'équation (3.9) représente le champ d'induction et le second est le champ de rayonnement.

Alors que le champ électrique vertical et le champ magnétique sont pratiquement indépendants de la hauteur z du point d'observation (pour z variant de 0 à environ 30 m), le champ électrique horizontal qui est nul au niveau du sol, augmente quasi-linéairement avec z [73].

Comme on le verra dans le chapitre suivant, les équations de couplage avec une ligne de transmission nécessitent la connaissance préalable des composantes verticale et horizontale du champ électrique excitateur. Concernant le champ électrique vertical, Djebari et al. [37] ont montré que, jusqu'à des distances de l'ordre de quelques km, cette composante est très peu influencée par la conductivité finie du sol; en d'autres termes, elle peut être déterminée avec une bonne approximation en utilisant l'équation (3.7). Pour des distances supérieures à plusieurs km, la propagation au-dessus d'un sol de conductivité finie n'est plus négligeable et a pour conséquence majeure une atténuation des composantes hautes fréquences, qui se traduit par une diminution de la valeur de pic et de la raideur du front du champ [36,74-76]. A titre d'exemple, Uman et al. [74] ont trouvé que les temps de montée des champs électriques verticaux ont augmenté en moyenne de 1 μ s après une propagation de 200 km au-dessus du sol.

Quant à la composante horizontale du champ électrique, elle est beaucoup plus affectée par la conductivité finie du sol [37,64,71]; en effet, nous montrerons au paragraphe 3.4.5 que l'hypothèse d'un sol de conductivité infinie ne permet d'obtenir de résultats satisfaisants que pour des distances inférieures à quelques centaines de mètres (et évidemment pour des hauteurs de quelques mètres au-dessus du sol).

3.4.2 Calcul du champ horizontal à l'aide de la fonction "wavetilt"

La fonction wavetilt permet de déterminer le champ électrique horizontal apparaissant lors d'un sol de conductivité finie, à partir du champ vertical et en connaissant les paramètres électriques du sol. Cette fonction donne le rapport des transformées de Fourier des composantes horizontale et verticale du champ électrique; elle est définie par [68,77,73] :

$$W(j\omega) = \frac{E_r(j\omega)}{E_z(j\omega)} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{rg} + \sigma_g/j\omega\epsilon_0}} \quad (3.11)$$

Le champ vertical peut être préalablement calculé en supposant un sol parfaitement conducteur.

Cette approche est valable pour des champs de rayonnement ayant une direction de propagation quasi-parallèle au sol. L'emploi de cette méthode est donc raisonnable, dans le cas de la foudre, pour des points d'observation lointains; par contre son application à courte distance ne décrit correctement l'évolution de la composante horizontale du champ électrique que pendant les premières microsecondes [73].

Thomson et al. [21] ont mis en évidence l'applicabilité de la fonction wavetilt en comparant ses résultats avec des enregistrement expérimentaux de champs provenant des éclairs naturels situés à des distances variant entre 7 à 43 km.

Comme la relation (3.11) est exprimée dans le domaine fréquentiel, des transformations de Fourier directe et inverse sont nécessaires pour déterminer $E_r(t)$ à partir de $E_z(t)$. Afin de traiter le problème dans le domaine temporel, Master [78] a proposé une méthode basée sur la technique de la transformation par morceaux linéaires (en anglais "*piecewise linear transformation*"). Cette méthode consiste à subdiviser le champ électrique vertical en une succession de segments linéaires définis entre les points calculés ou mesurés, possédant des transformations de Fourier analytiques. A titre d'exemple, en considérant le champ vertical donné par :

$$E_z(t) = m(t-t_1) \epsilon(t-t_1) \quad (3.12)$$

où m est la pente de la droite, t_1 le décalage temporel et $\epsilon(t)$ est la fonction échelon unité; il est alors facile de montrer que le champ horizontal correspondant à (3.12) obtenu à partir de (3.11) s'écrit [21] :

$$E_r(t) = \frac{m}{\sqrt{\epsilon_g}} (t - t_1) \left\{ I_0[p(t-t_1)] + I_1[p(t-t_1)] \right\} \exp[-p(t-t_1)] \epsilon(t-t_1) \quad (3.13)$$

I_0 et I_1 étant respectivement les fonctions de Bessel modifiées de première espèce d'ordres 0 et 1, et $p = \sigma_g/2\epsilon_g$.

3.4.3 Calcul du champ horizontal à l'aide de l'approche de Rubinstein [79]

Récemment, Rubinstein [79] a proposé une approche selon laquelle le champ horizontal à une hauteur z au-dessus du sol peut se décomposer en deux termes: le premier représente l'effet de la conductivité finie du sol et s'obtient par une fonction similaire à wavetilt mais utilisant le champ magnétique; le second terme est le champ horizontal calculé pour un sol de conductivité infinie. Le champ horizontal total est donné par la relation suivante dans le domaine fréquentiel :

$$E_r(r, z, j\omega) = H_{\phi_p}(r, 0, j\omega) \frac{(1+j)}{\sigma_g \delta} + E_{rp}(r, z, j\omega) \quad (3.14)$$

où δ est la profondeur de pénétration dans le sol, $H_{\phi_p}(r, 0, j\omega)$ et $E_{rp}(r, z, j\omega)$ sont respectivement les transformées de Fourier du champ magnétique azimuthal au niveau du sol et du champ électrique horizontal à l'altitude z ; ces deux grandeurs sont calculées en supposant un sol parfaitement conducteur.

Le premier terme de (3.14) peut être déterminé dans le domaine temporel par une méthode similaire à celle présentée pour la fonction wavetilt.

Cette nouvelle méthode de calcul de la composante horizontale du champ électrique représente une amélioration significative par rapport aux deux autres approches présentées aux deux paragraphes précédents (voir le paragraphe 3.4.5).

3.4.4 Calcul du champ horizontal à l'aide de l'approximation de Norton [68]

Il s'agit de l'une des toutes premières approximations du champ rayonné par un dipôle électrique vertical qui fut proposée par Norton en 1937 [68]. Ce dernier a approché le champ rayonné à l'interface air-sol par des ondes planes et exprimé le potentiel de Hertz à partir des coefficients de réflexion en mode TM ainsi qu'à l'aide de la fonction d'onde de surface de Sommerfeld F_e [68,71]. L'expression de la composante horizontale du champ créé par un dipôle placé à la hauteur z' est donnée par la relation suivante dans le domaine fréquentiel (voir Fig. 3.3) :

$$\begin{aligned} dE_r(r, z, j\omega) = & \frac{j\omega\mu_0}{4\pi} I(z', j\omega) dz' \left\{ \cos\theta_d \sin\theta_d \frac{\exp(-j\beta_o R_d)}{R_d} + Rh(\theta_r) \cos\theta_r \sin\theta_r \frac{\exp(-j\beta_o R_r)}{R_r} \right. \\ & - (1 - Rh(\theta_r)) F_e \sin\theta_r \frac{\sqrt{N^2 - \sin^2\theta_r}}{N^2} \frac{\exp(-j\beta_o R_r)}{R_r} \\ & + 3 \cos\theta_d \sin\theta_d \left[\frac{1}{j\beta_o R_d} + \frac{1}{(j\beta_o R_d)^2} \right] \frac{\exp(-j\beta_o R_d)}{R_d} \\ & + 3 R_n^h \cos\theta_r \sin\theta_r \left[\frac{1}{j\beta_o R_r} + \frac{1}{(j\beta_o R_r)^2} \right] \frac{\exp(-j\beta_o R_r)}{R_r} \\ & - (1 - R^h(\theta_r)) \cos\theta_r \sin\theta_r \frac{\exp(-j\beta_o R_r)}{j\beta_o R_r^2} \\ & \left. - (1 - R^h(\theta_r)) \sin\theta_r \frac{\sqrt{N^2 - \sin^2\theta_r}}{N^2} \frac{\exp(-j\beta_o R_r)}{j2\beta_o R_r^2} \right\} \end{aligned} \quad (3.15)$$

où :

$R^h(\theta) = \frac{N^2 \cos\theta - \sqrt{N^2 - \sin^2\theta}}{N^2 \cos\theta + \sqrt{N^2 - \sin^2\theta}}$ est le coefficient de réflexion du sol d'une onde polarisée horizontalement ;

$$R_n^h = \frac{N-1}{N+1}; \quad N^2 = \epsilon_{rg} - j \frac{\sigma_g}{\omega \epsilon_0}; \quad \beta_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$$

$$F_e = F(p_e), \text{ avec } p_e = \frac{-j\beta_0 R_r}{2\sin^2\theta_r} \left(\cos\theta_r + \frac{\sqrt{N^2 - \sin^2\theta_r}}{N^2} \right)^2$$

$$\text{et } F(p) = 1 - j\sqrt{\pi p} \exp(-p) \operatorname{erfc}(j\sqrt{p})$$

erfc étant la fonction d'erreur complémentaire définie par :

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty \exp(-t^2) dt \quad \text{où } x \text{ est un argument complexe.}$$

$$\cos\theta_d = \frac{z-z'}{R_d}; \quad \sin\theta_d = \frac{r}{R_d};$$

$$\cos\theta_r = \frac{z+z'}{R_r}; \quad \sin\theta_r = \frac{r}{R_r}.$$

Zeddam [71], en effectuant des comparaisons systématiques entre les expressions rigoureuses contenant les intégrales de Sommerfeld et différents types d'approximations a montré que le formalisme de Norton permet d'obtenir de très bons résultats pour des distances ne dépassant pas 5 km avec une erreur relative qui reste inférieure à 1% pour une large gamme de fréquences.

3.4.5 Comparaison entre les différentes approches de calcul de la composante horizontale du champ électrique

La formule de Norton constitue une excellente approximation des expressions générales pour une zone de distances proches et moyennes. Elle reste cependant beaucoup plus compliquée par rapport aux autres approches simplifiées présentées dans ce chapitre et nécessite par conséquent un temps de calcul plus important. Le but de cette section est de voir dans quelle mesure il est

permis d'utiliser les approches simplifiées pour calculer le champ horizontal en comparant leurs résultats avec ceux obtenus en appliquant la formule de Norton.

Les figures 3.4 à 3.6 présentent les variations du champ $E_r(r,z,j\omega)$ (parties réelle et imaginaire) en fonction de la hauteur du dipôle, en utilisant l'approche d'un sol parfaitement conducteur, celle de Rubinstein, et la formule de Norton. Le point d'observation est situé à des distances r respectivement de 200 m, 1 km et 5 km du canal de foudre, et à une hauteur $z = 10$ m au-dessus d'un sol de conductivité $\sigma_g = 10^{-2}$ S/m, et de permittivité relative $\epsilon_r = 10$. Les calculs sont effectués pour deux valeurs de fréquence de 10 kHz et de 100 kHz.

La longueur de chaque dipôle est fixée à 1 m. La distribution du courant est définie par le modèle "ligne de transmission modifié" (voir §3.6.2) selon lequel :

$$I(z',j\omega) = I(0,j\omega) \exp(-j\omega z'/v) \exp(-z'/\lambda) \quad (3.16)$$

où v est la vitesse de l'arc en retour et λ est le taux de décroissance de l'intensité du courant. Les valeurs utilisées pour la simulation sont: $v = 1.3 \cdot 10^8$ m/s, et $\lambda = 1.7$ km. Le courant à la base du canal est simulé par une fonction double-exponentielle qui a l'avantage de présenter une transformée de Fourier analytique :

$$I(0,j\omega) = I_{01} \frac{\beta - \alpha}{(\alpha - j\omega)(\beta - j\omega)} + I_{02} \frac{\delta - \gamma}{(\gamma j\omega)(\delta - j\omega)} \quad (3.17)$$

Les paramètres de cette fonction sont ceux correspondant aux arcs en retour subséquents (voir §3.5, Tab. 3.1).

En examinant les figures 3.4 à 3.6, nous pouvons faire les remarques suivantes :

- à une distance $r = 200$ m (Fig. 3.4a et b), la formule de Rubinstein et l'approche d'un sol parfaitement conducteur donnent sensiblement les mêmes résultats; en effet, à des distances très proches, le premier terme de la formule de Rubinstein reste négligeable par rapport au second qui représente le calcul pour un sol parfaitement conducteur.
D'autre part, ces deux approches donnent des résultats qui sont assez proches de ceux obtenus en appliquant la formule de Norton, surtout pour la partie réelle du champ; il est à noter qu'à 10 kHz, la partie réelle du champ est environ dix fois plus grande que sa partie imaginaire.
- A une distance de 1 km (Fig. 3.5a et b), et pour les basses fréquences ($f = 10$ kHz), les mêmes observations restent valables. En revanche, en haute fréquence ($f = 100$ kHz), l'approximation du sol parfaitement conducteur donne des résultats assez différents de ceux obtenus avec les formules de Rubinstein et de Norton.

- A 5 km (Fig. 3.6a et b), alors que l'hypothèse d'un sol de conductivité infinie donne une sous-estimation des valeurs du champ horizontal, l'approche de Rubinstein représente une assez bonne approximation de celle de Norton; l'accord entre ces deux approches est surprenant en haute fréquence (voir Fig. 3.6b) surtout si l'on considère que les deux formules sont de nature analytique tout à fait différente.

Une comparaison dans le domaine temporel entre les différentes approches de calcul du champ horizontal est présentée à la figure 3.7.

Pour 3 distances d'observation de 200 m, 1.5 km et 12 km, les résultats de calcul selon (i) l'approche supposant un sol parfaitement conducteur, (ii) la fonction wavetilt, et (iii) la formule de Rubinstein sont comparés à ceux obtenus en utilisant des approximations appropriées des intégrales de Sommerfeld présentés dans [71].

En considérant la formule de Norton comme notre référence dans la plage de distances considérée, l'ensemble de ces comparaisons permet de tirer les conclusions suivantes :

- à une distance très proche du canal de foudre (inférieure à environ 300 m), et pour des sols de conductivité de l'ordre de 10^{-2} S/m, l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur peut être considérée comme raisonnable.
- Pour des points d'observation lointains (distances supérieures à environ 5 km), la fonction wavetilt peut être appliquée pour calculer avec une bonne précision le champ horizontal, pour des valeurs de conductivité du sol dans les limites normales de 10^{-3} à 10^{-1} S/m.
- La formule de Rubinstein permet d'obtenir des approximations satisfaisantes du champ pour toutes les distances considérées. Alors que la première approche ($\sigma_g \rightarrow \infty$) donne un champ de polarité positive et la seconde (wavetilt) de polarité négative quelle que soit la distance, la formule de Rubinstein est la seule à reproduire l'inversion de polarité du champ à moyenne distance.

De travaux plus poussés et d'autres comparaisons systématiques sont cependant nécessaires afin de définir avec précision les limites de validité (en fonction de fréquence, distance d'observation, paramètres du sol) des approximations étudiées.

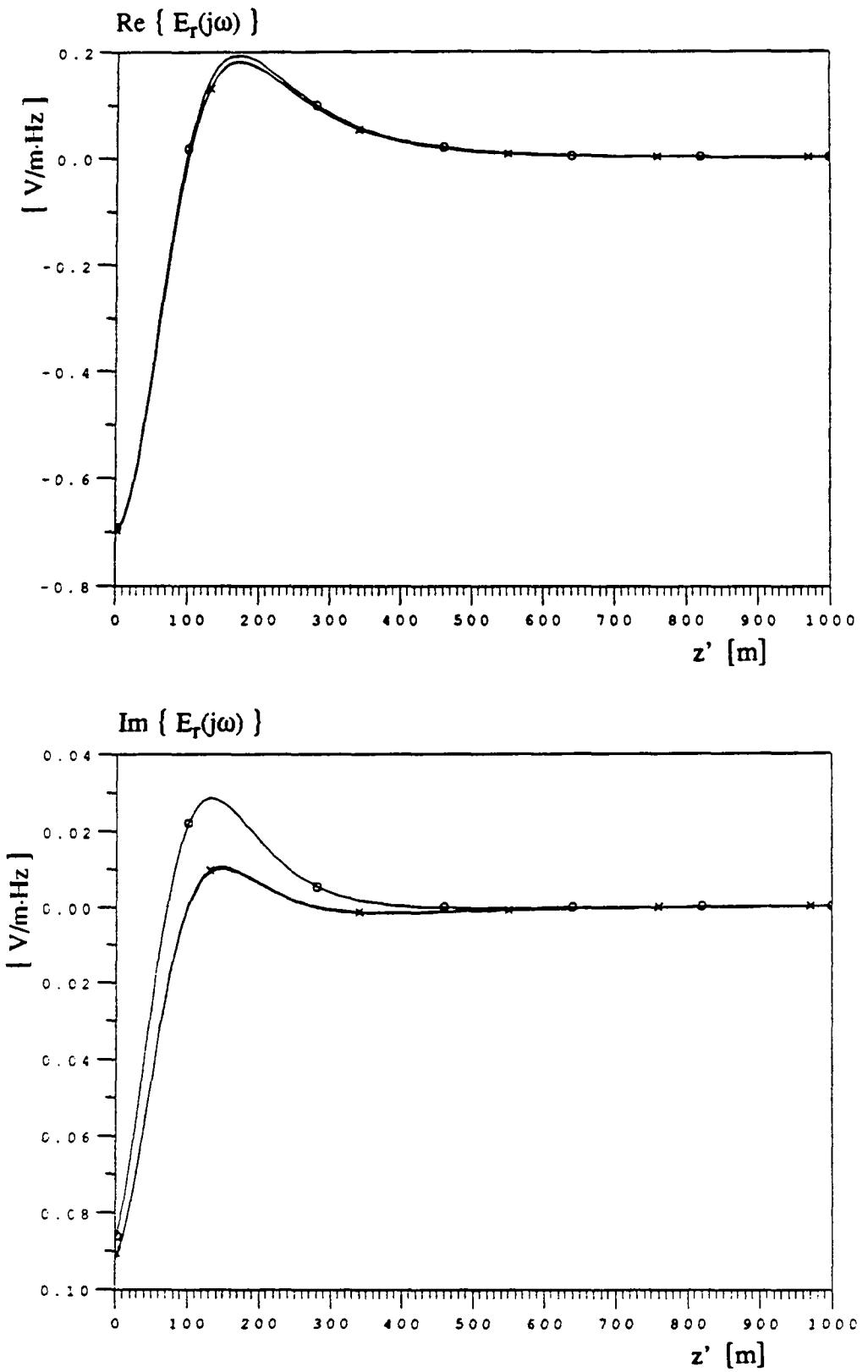


Fig. 3.4 a) - Variations du champ horizontal en fonction de la hauteur du dipôle au-dessus du sol. $r = 200 \text{ m}$, $z = 10 \text{ m}$, $f = 10 \text{ kHz}$.

— $\sigma_g \rightarrow \infty$ — \times — Rubinstein — \circ — Norton

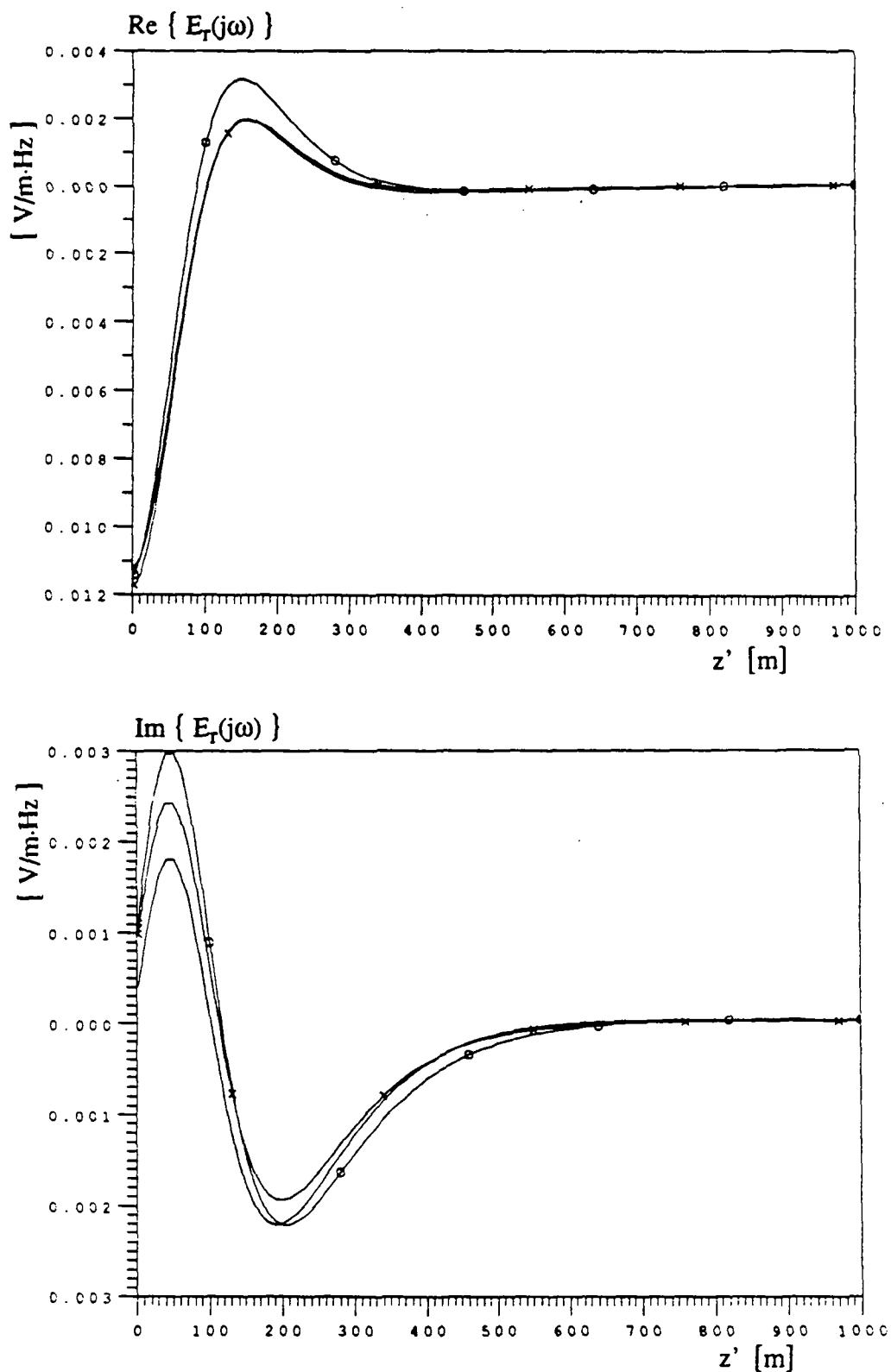


Fig. 3.4 b) - Variations du champ horizontal en fonction de la hauteur du dipôle au-dessus du sol. $r = 200$ m, $z = 10$ m, $f = 100$ kHz.

— $\sigma_g \rightarrow \infty$ —x— Rubinstein —o— Norton

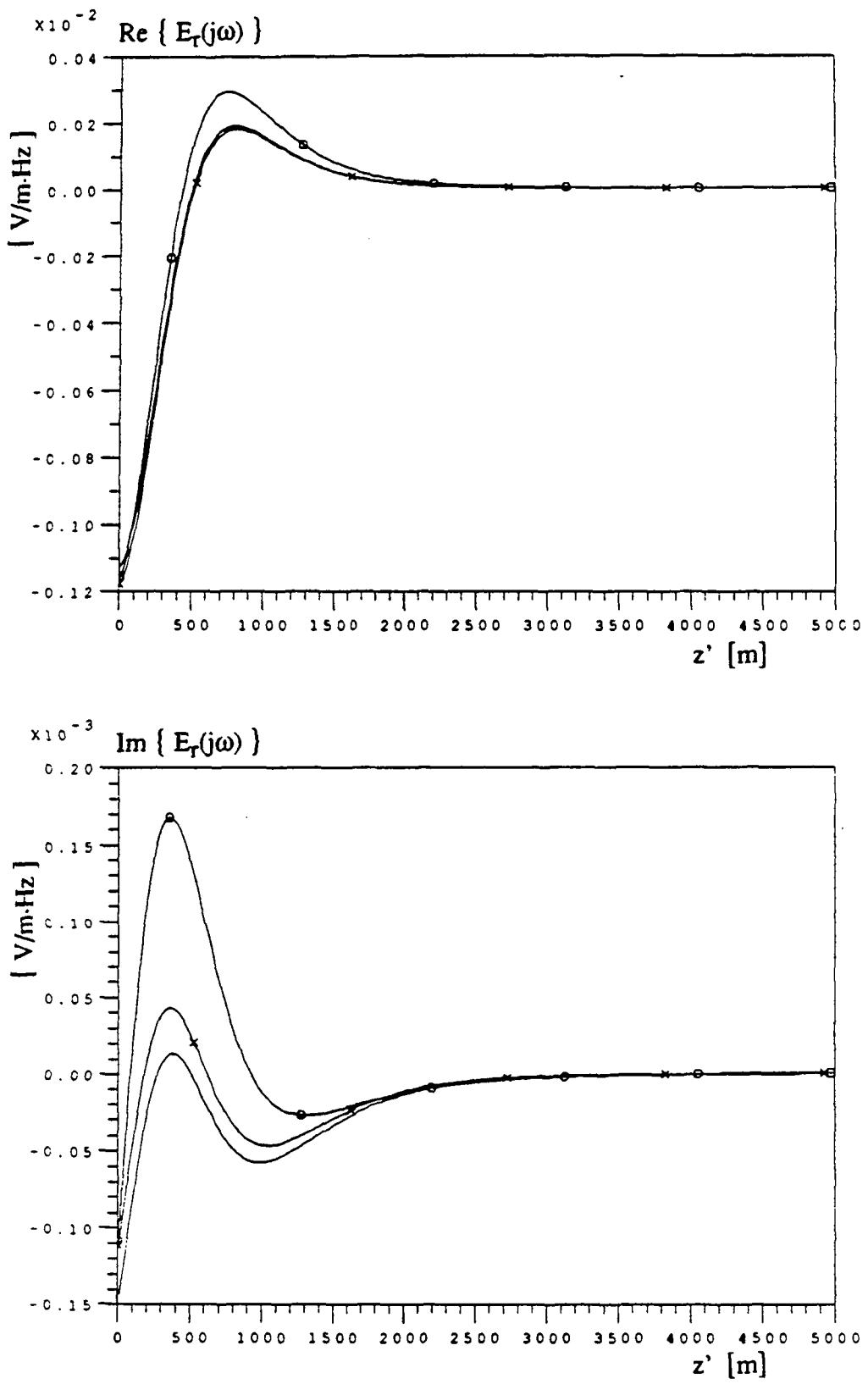


Fig. 3.5 a) - Variations du champ horizontal en fonction de la hauteur du dipôle au-dessus du sol. $r = 1 \text{ km}$, $z = 10 \text{ m}$, $f = 10 \text{ kHz}$.

— $\sigma_g \rightarrow \infty$ — X — Rubinsteïn — O — Norton

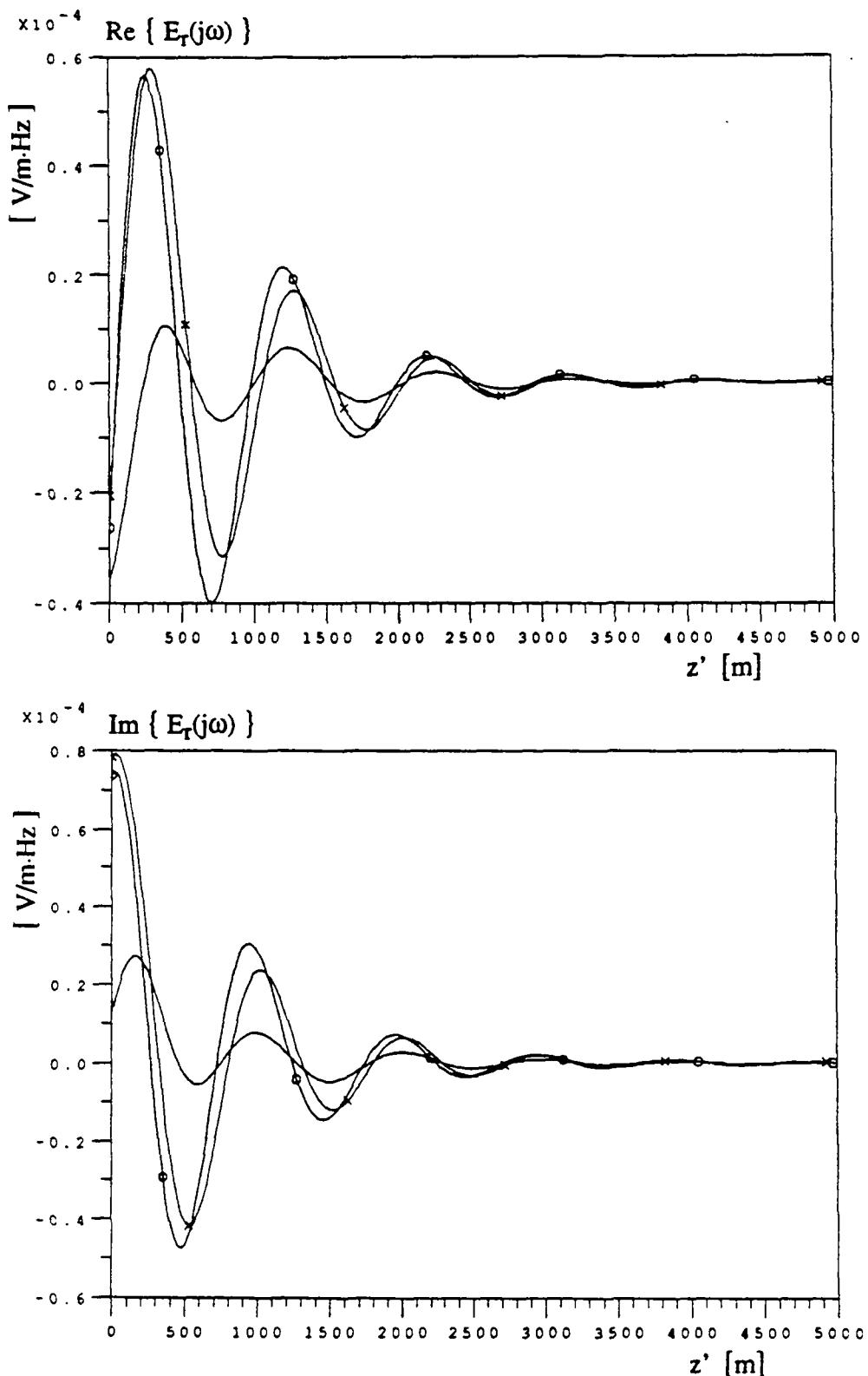


Fig. 3.5 b) - Variations du champ horizontal en fonction de la hauteur du dipôle au-dessus du sol. $r = 1 \text{ km}$, $z = 10 \text{ m}$, $f = 100 \text{ kHz}$.

— $\sigma_g \rightarrow \infty$ — \times — Rubinstein — \circ — Norton

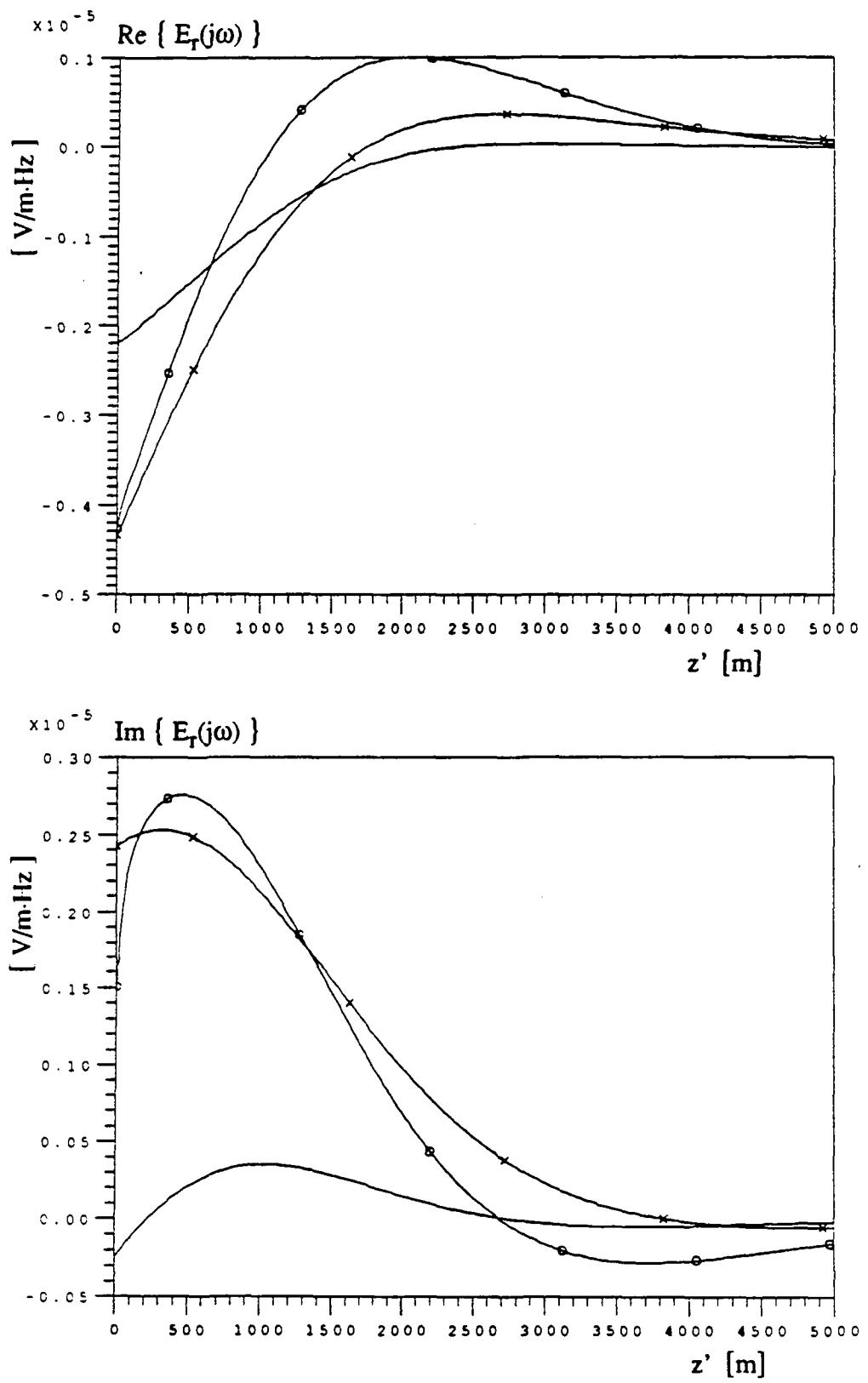


Fig. 3.6 a)- Variations du champ horizontal en fonction de la hauteur du dipôle au-dessus du sol. $r = 5 \text{ km}$, $z = 10 \text{ m}$, $f = 10 \text{ kHz}$.

— $\sigma_g \rightarrow \infty$ — x — Rubinstein — \circ — Norton

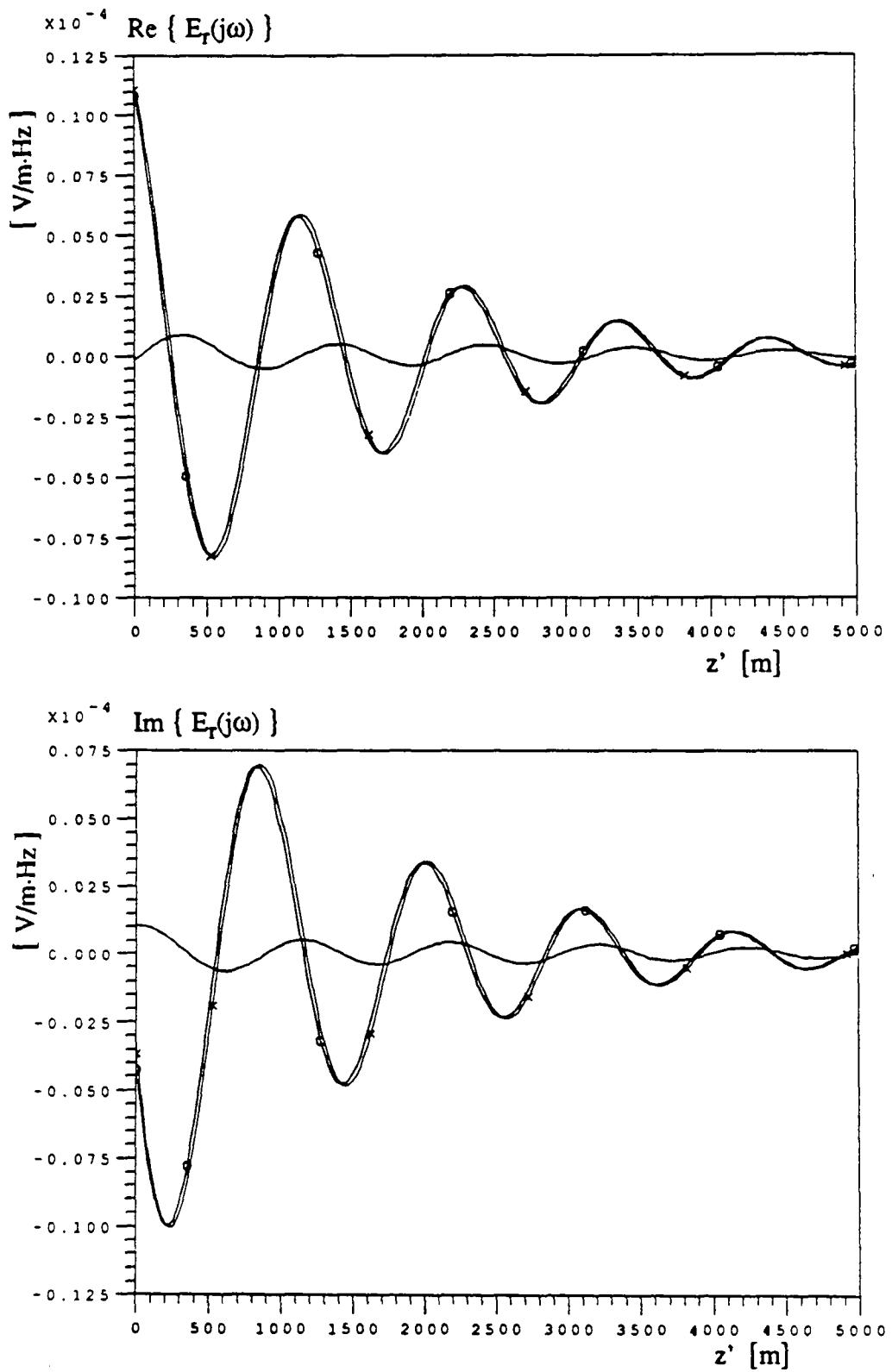


Fig. 3.6 b)- Variations du champ horizontal en fonction de la hauteur du dipôle au-dessus du sol. $r = 5 \text{ km}$, $z = 10 \text{ m}$, $f = 100 \text{ kHz}$.

— $\sigma_g \rightarrow \infty$ —x— Rubinstein —o— Norton

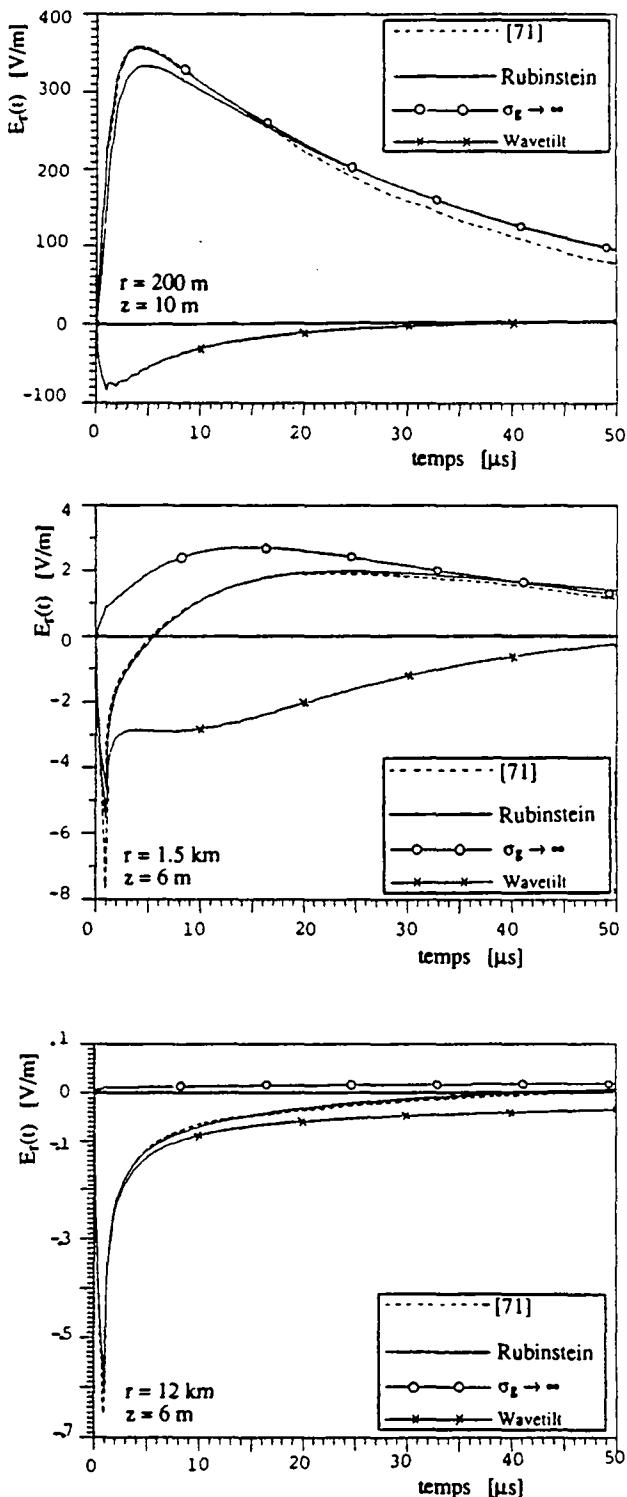


Fig. 3.7 - Comparaisons entre différentes approches simplifiées de calcul du champ horizontal avec des résultats publiés dans [71] pour trois distances d'observation.

a) $r = 200 \text{ m}$, $z = 10 \text{ m}$, b) $r = 1.5 \text{ km}$, $z = 6 \text{ m}$, c) $r = 12 \text{ km}$, $z = 6 \text{ m}$.

Les calculs sont effectués en utilisant le modèle "ligne de transmission" (voir 3.6.2) avec $v = 1.1 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, et $i(0,t) = I_0 / [\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t)]$, où $I_0 = 10 \text{ kA}$, $\alpha = 3 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$, $\beta = 10^7 \text{ s}^{-1}$, étant donné que les calculs publiés dans [71] correspondent à ces conditions. Pour la fonction wavetilt et la formule de Rubinsteine, des valeurs de $\sigma_g = 10^{-2} \text{ S/m}$ et $e_r = 10$, les mêmes utilisées dans [71] ont été adoptées.

3.5 REPRESENTATION ANALYTIQUE DU COURANT DE L'ARC EN RETOUR A LA BASE DU CANAL

Différentes expressions analytiques peuvent être utilisées afin de simuler l'allure du courant de foudre [80-82]. Parmi celles-ci, les fonctions exponentielles, utilisées par un certain nombre d'auteurs [34,36,37,83] présentent l'avantage d'avoir des transformées de Fourier analytiques, ce qui permet de faire une analyse directe dans le domaine fréquentiel.

Ainsi, l'expression suivante a été choisie pour simuler le courant du premier arc en retour :

$$i_p(0,t) = [I_{01} \cdot (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t})] \cdot \epsilon(t) \quad (3.18)$$

Quant à l'arc en retour subséquent, afin de pouvoir mieux représenter le premier pic typique des enregistrements expérimentaux [4], une expression contenant la somme de deux fonctions double exponentielles a été utilisée :

$$i_s(0,t) = [I_{01} \cdot (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) + I_{02} \cdot (e^{-\gamma t} - e^{-\delta t})] \cdot \epsilon(t) \quad (3.19)$$

où $\epsilon(t)$ désigne la fonction échelon unité.

Les paramètres de ces fonctions, liés au temps de montée, à la valeur de crête et à la durée de l'impulsion de courant, ont été déterminés de manière à reproduire le plus fidèlement possible les courbes expérimentales moyennes obtenues par Berger et al. publiées dans [4] (voir aussi Fig. 2.3 et Tab. 2.1 du chapitre II).

Tableau 3.1 - Paramètres des fonctions exponentielles simulant le courant de foudre à la base du canal [83].

	I_{01} (kA)	α (s ⁻¹)	β (s ⁻¹)	I_{02} (kA)	γ (s ⁻¹)	δ (s ⁻¹)
Premier arc en retour	33.7	$9.2 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^5$	-	-	-
Arc en retour subséquent	14.3	$18 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^6$	10	10^4	$9.4 \cdot 10^4$

Plus récemment, Heidler [82] a proposé une nouvelle expression analytique pour simuler le courant de l'arc en retour :

$$i(0,t) = \frac{I_o}{\eta} \frac{(t/\tau_1)^n}{1+(t/\tau_1)^n} \exp(-t/\tau_2) \quad (3.20)$$

où

$$\eta = \exp[-(\tau_1/\tau_2)(n\tau_2/\tau_1)^{1/n}] \quad (3.21)$$

et

I_o est l'amplitude du courant,

τ_1 est le temps de montée,

τ_2 est la durée de l'impulsion,

η est un facteur de correction d'amplitude,

n un exposant (2..10).

Par rapport à des fonctions exponentielles, l'expression (3.20) a l'avantage de présenter une dérivée nulle pour $t = 0$, ce qui correspond mieux aux observations expérimentales. D'autre part, elle permet un ajustement de l'amplitude du courant, de sa raideur du front, et de la quantité de charge transférée en variant presque indépendamment les paramètres I_o , τ_1 , et τ_2 .

Le Tableau 3.2 présente les paramètres de cette fonction pour la simulation des arcs en retour typiques premiers et subséquents.

De nouveau, afin de mieux représenter le premier pic typique du courant de l'arc en retour subséquent, une somme de deux fonctions de type (3.20) a été utilisée.

Tableau 3.2 - Paramètres des expressions simulant le courant de foudre à la base du canal.
L'exposant n est fixé égal à 2.

	I_{o1} (kA)	τ_{11} (μs)	τ_{21} (μs)	I_{o2} (kA)	τ_{12} (μs)	τ_{22} (μs)
Premier arc en retour	28	1.8	95	-	-	-
Arc en retour subséquent	10.7	0.25	2.5	6.5	2.1	230

La figure 3.8 donne à titre d'exemple la courbe expérimentale du courant à la base du canal d'un arc en retour subséquent typique [4], et son approximation analytique en utilisant l'expression (3.20).

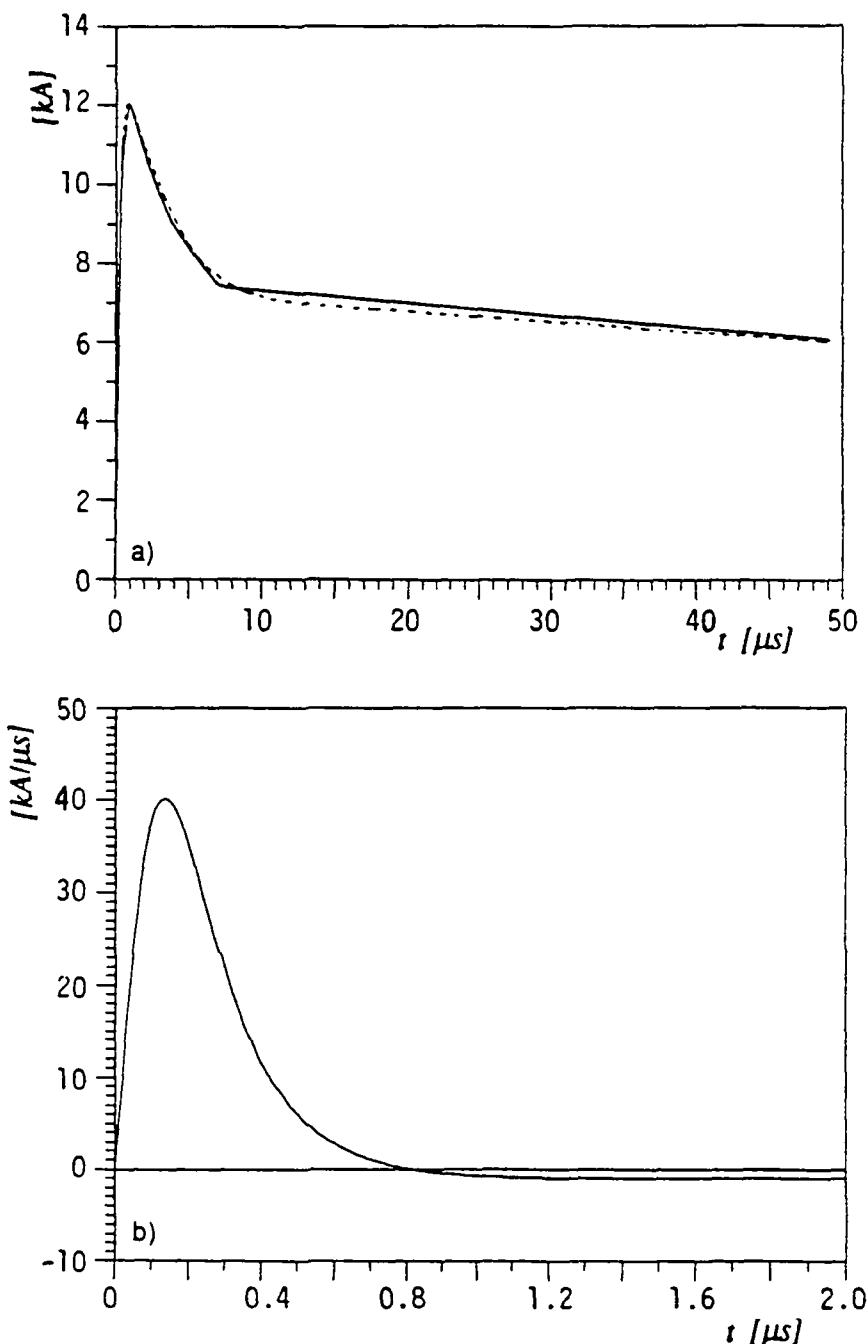


Fig. 3.8 - Courant à la base du canal d'un arc en retour subséquent typique.

- a) trait continu: données expérimentales [4], pointillés: approximation analytique en utilisant une somme de deux fonctions de type (3.20).
- b) la dérivée de l'approximation analytique pour les 2 premières microsecondes.

3.6 MODELISATION DE LA DISTRIBUTION SPATIO-TEMPORELLE DU COURANT DE FOUDRE

3.6.1 Aperçu des modèles proposés par d'autres auteurs

Depuis 1941, toute une série de modèles de distribution spatio-temporelle du courant de foudre a été proposée. Il s'agit de modèles macroscopiques qui ont été développés dans le but de calculer le rayonnement électromagnétique d'un canal de foudre. Dans ce travail, nous nous limiterons aux modèles caractérisés par une expression analytique qui décrit la distribution spatio-temporelle du courant le long du canal $i(z',t)$ en fonction du courant mesuré à la base du canal.

Le lecteur intéressé par cet aspect est encouragé à consulter les références [40,41] qui présentent une étude comparative et détaillée de ces différents modèles.

Dans toute cette section, toutes les équations relatives au champ électrique vertical sont déduites à partir de l'hypothèse d'un sol de conductivité infinie.

Modèle de Bruce et Golde (BG)

Il s'agit d'un des premiers modèles dans le genre et probablement le plus simple. Il a été développé par Bruce et Golde en 1941 [84]. Selon ce modèle, le courant $i(z',t)$ à des hauteurs inférieures au front de l'arc en retour est égal au courant à la base du canal; à des hauteurs supérieures au front de l'arc en retour, comme dans tous les autres modèles, le courant est nul :

$$\begin{aligned} i(z',t) &= i(0,t) & z' \leq vt \\ i(z',t) &= 0 & z' > vt \end{aligned} \tag{3.22}$$

où v est la vitesse de l'arc en retour.

Cette distribution du courant présente une discontinuité au front de l'arc en retour, ce qui correspond à un transfert de charge instantané du canal à l'arc en retour. Dû à cette discontinuité, les équations des champs électrique et magnétique présentent chacun un nouveau terme (en anglais, "*turn on term*") qui appartient à la composante du rayonnement [85,86].

Il est possible de déterminer le courant de l'arc en retour à partir du champ électrique lointain qui peut être assimilé à son terme de rayonnement [85] :

$$i(0,t) = -\frac{2\pi\epsilon_0c^2r}{vt} \int_0^t E_z^{far}(r, \tau + r/c) d\tau \tag{3.23}$$

où E_z^{far} représente la composante verticale du champ électrique lointain. En dérivant les deux membres de l'équation (3.23), on obtient :

$$\frac{di(0,t)}{dt} = -\frac{2\pi\epsilon_0 c^2 r}{vt} E_z^{far}(r, t+r/c) + \frac{2\pi\epsilon_0 c^2 r}{vt^2} \int_0^t E_z^{far}(r, \tau+r/c) d\tau \quad (3.24)$$

En multipliant les deux membres de l'équation (3.23) par t avant de dériver, on arrive à une forme équivalente de (3.24) :

$$E_z^{far}(r, t+r/c) = -\frac{v}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} \left[i(0,t) + t \frac{di(0,t)}{dt} \right] \quad (3.25)$$

Modèle "ligne de transmission" (*Transmission Line, TL*)

Ce modèle assimile le canal de foudre à une ligne de transmission sans pertes où une impulsion de courant se propage à partir du sol à la vitesse de l'arc en retour v . Ce modèle fut présenté par Uman et McLain en 1969 [87] et est largement utilisé jusqu'à ce jour. La distribution du courant est définie par :

$$i(z',t) = i(0, t-z'/v) \quad z' \leq vt \quad (3.26)$$

$$i(z',t) = 0 \quad z' > vt$$

Etant donné que l'intensité du courant le long du canal reste constante, le modèle TL ne permet aucun transfert de charge entre le traceur et l'arc en retour [40]. Or, les mesures des variations du champ électrique associé au traceur ont mis en évidence que le traceur est bel et bien porteur d'une certaine densité de charge [88].

L'annulation brusque du courant à l'extrémité supérieure du canal produit l'effet dit de miroir ("mirror image effect", [72]); cet effet est très rarement observé dans les enregistrements expérimentaux et seulement pour les premiers arcs en retour [17].

Le modèle TL présente une relation particulièrement simple entre le courant de l'arc en retour et le champ électrique lointain, ainsi qu'entre leurs dérivées :

$$i(0,t) = -\frac{2\pi\epsilon_0 c^2 r}{v} E_z^{far}(r, t+r/c) \quad (3.27)$$

$$\frac{di(0,t)}{dt} = -\frac{2\pi\epsilon_0 c^2 r}{v} \frac{dE_z^{far}(r,t+r/c)}{dt} \quad (3.28)$$

La relation (3.27) montre que si le champ électrique lointain présente une inversion de polarité dans les premières microsecondes, il en serait de même pour le courant; cette caractéristique est cependant rarement observée dans les mesures directes du courant à la base du canal.

Modèle de Master, Uman, Lin et Standler (MULS)

Se basant sur les observations simultanées du champ électromagnétique à deux différentes distances effectuées par Lin et al. [17] et des considérations physiques, Lin, Uman et Standler ont proposé en 1980 un modèle (LUS) selon lequel le courant de l'arc en retour a trois composantes [36] :

1. une composante de courant uniforme le long du canal I_u qui représente la continuation du courant du traceur. Cette composante peut être déduite du champ électrique proche, en mesurant la pente de la région dite de "rampe" qui succède au pic initial du champ (voir Fig. 2.4 a) [36] :

$$I_u = -\frac{2\pi\epsilon_0(H^2 + r^2)^{3/2}}{H} \frac{dE_z^{close}(r,t)}{dt} \quad (3.29)$$

2. une composante de courant impulsionale i_p ("breakdown pulse current"), qui se propage le long du canal à la vitesse de l'arc en retour. Cette composante est traitée en utilisant le modèle TL :

$$i_p(z',t) = i_p(0,t-z'/v) \quad (3.30)$$

où $i_p(0,t)$ représente le courant impulsional à la base du canal.

Afin d'être en accord avec les mesures optiques qui montrent une décroissance de l'intensité lumineuse avec la hauteur [89], et aussi, pour éliminer l'effet de miroir, Master, Uman, Lin et Standler (MULS) [90] ont proposé une modification selon laquelle la composante impulsionale subit une décroissance exponentielle le long du canal :

$$i_p(z',t) = \exp(-z'/\lambda_p) i_p(0,t-z'/v) \quad (3.31)$$

où λ_p représente le taux de décroissance de l'intensité du courant impulsional.

3. une composante de courant de couronne i_c ("corona current"), qui résulte du mouvement descendant des charges initialement emmagasinées dans la gaine de couronne autour du canal. Cette contribution a été modélisée par des sources de courant distribuées le long du canal débitant un courant représenté par une fonction double-exponentielle dont l'amplitude décroît exponentiellement avec la hauteur. Chaque source est enclenchée lorsque la valeur de crête du courant impulsif i_p atteint la hauteur correspondante. Le courant est supposé se propager vers le sol à la vitesse de la lumière.

L'expression de la source de courant $dic_s(z'',t)$ à une altitude z'' est donné par [36] :

$$dic_s(z'',t) = 0 \quad t < t' \quad (3.32)$$

$$dic_s(z'',t) = I_o \exp(-z''/\lambda_c) \{ \exp[-\alpha(t-t')] - \exp[-\beta(t-t')] \} dz'' \quad t \geq t'$$

où I_o , α et β sont les paramètres qui déterminent la forme double-exponentielle de chaque source, λ_c est le taux de décroissance du courant, $t' = z''/v + t_{on}$, et t_{on} est le temps zéro à la valeur de crête du courant impulsif.

Le courant de couronne total à une altitude z' s'obtient en intégrant la contribution de toutes les sources situées au-dessus de z' . Le résultat est exprimé par la relation suivante [41] :

$$i_c(z',t) = I_o \left\{ \frac{\exp(p_1 z_m' + p_3) - \exp(p_1 z' + p_3)}{p_1} \right. \\ \left. - \frac{\exp(p_2 z_m' + p_4) - \exp(p_2 z' + p_4)}{p_2} \right\} \quad (3.33a)$$

$$\text{où } p_1 = \alpha(1/v + 1/c) - 1/\lambda_c \quad (3.33b)$$

$$p_2 = \beta(1/v + 1/c) - 1/\lambda_c \quad (3.33c)$$

$$p_3 = -\alpha(t+z'/c - t_{on}) \quad (3.33d)$$

$$p_4 = -\beta(t+z'/c - t_{on}) \quad (3.33e)$$

$$z_m' = (t+z'/c - t_{on}) / (1/v + 1/c) \quad (3.33f)$$

Dans l'annexe A, on démontre que le courant de couronne de ce modèle peut être mathématiquement exprimé comme une impulsion de courant se propageant le long du canal avec une décroissance exponentielle de taux λ_c :

$$i_c(z',t) = \exp(-z'/\lambda_c) i_c(0,t-z'/v) \quad (3.34)$$

Le courant de couronne à la base du canal $i_c(0,t)$ est donné par :

$$i_c(0,t) = \frac{I_o}{p_1} \left\{ \exp[-t/\lambda_c(1/v+1/c)] - \exp(-\alpha t) \right\} + \frac{I_o}{p_2} \left\{ \exp(-\beta t) - \exp[-t/\lambda_c(1/v+1/c)] \right\} \quad (3.35)$$

En combinant (3.31) et (3.34), il est maintenant possible de mettre en relation la distribution spatio-temporelle du courant $i(z',t)$ du modèle MULS avec les trois composantes du courant à la base du canal :

$$i(z',t) = I_u + \exp(-z'/\lambda_p) i_p(0,t-z'/v) + \exp(-z'/\lambda_c) i_c(0,t-z'/v-t_{on}) \quad (3.36)$$

La relation entre le champ lointain et le courant de l'arc en retour à la base du canal est identique à celle du modèle MTL qui sera décrit au §3.6.2 (voir aussi l'annexe B.1).

Modèle "Source de courant mobile" (*Traveling Current Source, TCS*)

Selon ce modèle, proposé par Heidler en 1985 [91], les charges du traceur sont instantanément neutralisées à l'arrivée du front de l'arc en retour. Une source de courant est associée au front de l'arc en retour et parcourt le canal à la vitesse v de celui-ci. Le courant résultant se propage jusqu'au sol à la vitesse de la lumière c . Le courant injecté par la source mobile à une hauteur z' atteint la base du canal avec un retard de z'/c :

$$i(z',t) = i(0,t+z'/c) \quad z' \leq vt \quad (3.37)$$

$$i(z',t) = 0 \quad z' > vt$$

Il est intéressant de remarquer que pour une vitesse de propagation du courant vers le sol tendant vers l'infini, le modèle TCS tend vers le modèle BG. En outre, comme dans le modèle BG, la distribution du courant présente une discontinuité au front de l'arc en retour ($z' = vt$).

La relation courant-champ lointain s'écrit pour ce modèle [92] :

$$E_z^{far}(r,t+r/c) = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0 cr} \left[k i(0,kt) - i(0,t) \right] \quad (3.38)$$

avec $k = (1 + v/c)$.

La solution de cette équation en terme du courant à la base du canal $i(0,t)$ est présentée à l'annexe B.3.

Modèle de Diendorfer et Uman (DU)

Ce nouveau modèle de distribution du courant de foudre a été proposé par Diendorfer et Uman en 1990 [93]. Ce modèle, combinant les deux modèles MULS et TCS, suppose que les charges emmagasinées dans le canal pendant la phase du développement du traceur sont neutralisées par le front de l'arc en retour ascendant, et se propagent ensuite vers le sol à la vitesse de la lumière (TCS); cependant, le processus de la décharge à une certaine hauteur ne s'effectue pas instantanément, mais en un temps fini (MULS et MTL).

La distribution spatio-temporelle du courant, pour une décharge exponentielle de constante de temps τ_D , s'écrit [93] :

$$i(z',t) = i(0,t + z'/c) - i(0,z'/v^*) \exp[-(t-z'/v)/\tau_D] \quad z' \leq vt \quad (3.39)$$

où $v^* = v/(1 + v/c)$.

Ce modèle a ensuite été étendu en considérant deux constantes de décharge impulsionale τ_{BD} , et de couronne τ_C . Pour des arcs en retour subséquents, les valeurs typiques de ces deux paramètres sont [93]: $\tau_{BD} = 0.6 \mu\text{s}$ et $\tau_C = 5 \mu\text{s}$. La variation du courant le long du canal montre non seulement une décroissance de son intensité en fonction de la hauteur, mais aussi une augmentation du temps de montée du courant, conformément aux mesures optiques présentées par Jordan et Uman [89].

On peut démontrer, voir l'annexe B.2, que le champ lointain peut être relié au courant à la base du canal à l'aide de la relation suivante :

$$E_z^{far}(r,t + r/c) + \tau_D \frac{dE_z^{far}(r,t + r/c)}{dt} = - \frac{I}{2\pi\epsilon_0 cr} \left\{ k i(0,kt) - i(0,t) + \tau_D \frac{d}{dt} [i(0,kt) - i(0,t)] \right\} \quad (3.40)$$

où $k = (1 + v/c)$.

Cette équation permet, entre autres, l'estimation de la constante de temps τ_D par la mesure simultanée du champ lointain et du courant à la base du canal.

Diendorfer et Uman [93] ont montré que le champ électromagnétique calculé en adoptant ce nouveau modèle reproduit toutes les principales caractéristiques des observations expérimentales. Néanmoins, le fait que le courant à la base du canal comporte deux composantes rend plus délicate l'utilisation de ce modèle.

La solution de l'équation (3.40) est discutée à l'annexe B.3.

3.6.2 Modèle "ligne de transmission modifié" (Modified Transmission Line, MTL) et son équivalence avec le modèle MULS

Afin de pallier les défauts du modèle TL tout en gardant sa simplicité qui permet une utilisation aisée dans les calculs de couplage, nous avons proposé, en collaboration avec d'autres auteurs une modification de ce modèle. Cette modification est décrite dans les travaux de Nucci, Mazzetti, Rachidi et Ianoz [39] (1988), Nucci et Rachidi [94] (1989) et Rachidi et Nucci [41] (1990). La distribution spatio-temporelle du courant $i(z',t)$ est définie par :

$$\begin{aligned} i(z',t) &= \exp(-z'/\lambda) i(0,t-z'/v) & z' \leq vt \\ i(z',t) &= 0 & z' > vt \end{aligned} \tag{3.41}$$

Le paramètre λ représente le taux de décroissance de l'intensité du courant le long du canal; sa valeur, entre 1.5 et 2 km, a été déterminée en utilisant des enregistrements simultanés de champs électromagnétiques à plusieurs distances (voir §3.7).

Les équations (3.31) et (3.34), décrivant la distribution des composantes impulsionale et de couronne du modèle MULS, sont de même forme que l'équation (3.41). En choisissant les mêmes valeurs pour les taux de décroissance du modèle MTL et des deux composantes du modèle MULS ($\lambda_p = \lambda_c = \lambda$), il résulte une parfaite équivalence entre les modèles MTL et MULS sans composante uniforme. Plus précisément, en partant d'une même impulsion de courant à la base du canal, les deux modèles prédisent la même distribution spatio-temporelle du courant le long du canal, et par conséquent le même champ électromagnétique rayonné.

Bien que taux de décroissance λ_p de la composante impulsionale du modèle MULS ait été introduit afin de tenir compte de la variation de l'intensité lumineuse avec l'altitude, et que sa valeur ait été arbitrairement fixée égale au taux de décroissance des sources de courant de couronne λ_c [90], en revanche, l'atténuation du courant selon le modèle MTL a été proposée pour prendre en considération la distribution des charges emmagasinées dans le traceur et dans sa gaine de couronne neutralisées pendant la phase de l'arc en retour [39-41].

En effet, le modèle MTL peut aussi être considéré comme la généralisation de la composante de couronne du modèle MULS [41]. Dans la seconde partie de l'annexe A, on démontre que (3.34) reste valable même dans le cas où les sources de courant de couronne réparties le long du canal ne sont pas de forme double-exponentielle, comme définies dans les modèles LUS et MULS, mais exprimées sous la forme générale suivante :

$$\begin{aligned} di_{CS}(z'',t) &= 0 & t < t' \\ di_{CS}(z'',t) &= f(t-t') \exp(-z''/\lambda_c) dz'' & t \geq t' \end{aligned} \tag{3.42}$$

où $f(t)$ est une fonction choisie arbitrairement.

Par conséquent, un courant à la base d'un arc en retour dont la distribution spatiale et temporelle satisfait l'équation (3.41) peut être associé à une distribution spécifique de sources de courant de couronne réparties le long du canal exprimée par (3.42). L'expression générale mettant en relation le courant à la base du canal et les sources de courant de couronne s'écrit :

$$i(0,t) = \int_0^H f(t-t'-z''/c) \exp(-z''/\lambda_c) dz'' \quad (3.43)$$

où $f(t)$ détermine la dépendance temporelle des sources de courant distribuées le long du canal et H représente la hauteur du canal.

Dans l'annexe B.1, il est montré que pour un courant ayant une distribution spatio-temporelle décrite par (3.41), la relation entre le courant à la base du canal et le champ électrique lointain est décrite par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{di(0,t)}{dt} = -2\pi\epsilon_0 c^2 r \left[\frac{E_z^{far}(r,t+r/c)}{\lambda} + \frac{1}{v} \frac{dE_z^{far}(r,t+r/c)}{dt} \right] \quad t < \frac{H}{v} + \frac{r}{c} \quad (3.44)$$

Il est important de noter que, pour les premières microsecondes, l'équation (3.28) correspondant au modèle TL représente une très bonne approximation de (3.44), et c'est seulement après ces premiers instants que le terme $E_z^{far}(r,t+r/c)/\lambda$ prend une importance.

Puisque (3.31) et (3.34) sont de même forme que (3.41), la même relation (3.44) s'applique à chacune des deux composantes impulsionale i_p , et de couronne i_c :

$$\frac{di_p(0,t)}{dt} = -2\pi\epsilon_0 c^2 r \left[\frac{E_{p;z}^{far}(r,t+r/c)}{\lambda_p} + \frac{1}{v} \frac{dE_{p;z}^{far}(r,t+r/c)}{dt} \right] \quad t < \frac{H}{v} + \frac{r}{c} \quad (3.45)$$

et

$$\frac{di_c(0,t-t_{on})}{dt} = -2\pi\epsilon_0 c^2 r \left[\frac{E_{c;z}^{far}(r,t+r/c)}{\lambda_c} + \frac{1}{v} \frac{dE_{c;z}^{far}(r,t+r/c)}{dt} \right] \quad t < \frac{H}{v} + \frac{r}{c} \quad (3.46)$$

où $E_{p;z}^{far}$ et $E_{c;z}^{far}$ représentent les champs électriques lointains produits respectivement par les composantes impulsionale i_p et de couronne i_c .

Etant donné que la composante uniforme ne contribue pas au champ lointain, en admettant $\lambda_p = \lambda_c = \lambda$, la relation (3.44) est aussi valable pour le modèle MULS, avec un courant à la base du canal $i(0,t)$ donné par :

$$i(0,t) = I_u + i_p(0,t) + i_c(0,t-t_{on}) \quad (3.47)$$

Excepté pour la composante uniforme du modèle MULS qui doit être obtenue par (3.29), l'équation (3.44) permet de déduire directement le courant de l'arc en retour à partir du champ lointain mesuré.

Contrairement à la méthode approximative présentée dans [36], l'usage de (3.44) évite de considérer séparément les deux composantes impulsionale et de couronne, et ne fait appel qu'à deux paramètres ajustables λ et v . En outre, la procédure de détermination du paramètre α du courant de couronne, présentée dans l'annexe de [36], n'est plus nécessaire, ni d'ailleurs le choix arbitraire du paramètre β .

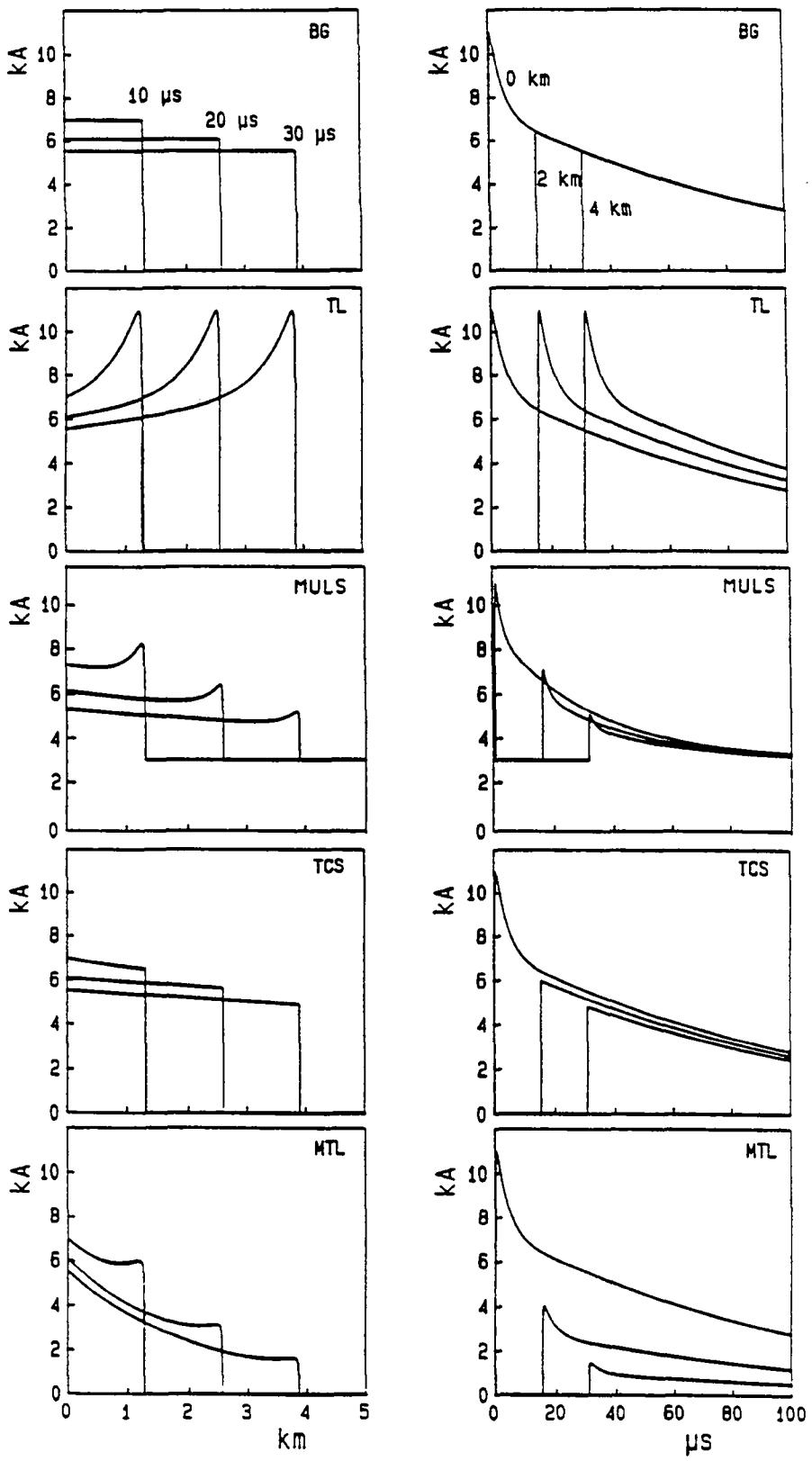
D'autres variantes de modifications au modèle TL ont aussi été présentées par l'équipe de l'Institut de recherche en haute tension de Tomsk (URSS) qui diffèrent du modèle MTL par la fonction de décroissance du courant le long du canal [61].

3.6.3 Comparaison entre les différents modèles de distribution du courant de l'arc en retour

La figure 3.9 présente la distribution spatiale et temporelle du courant pour les cinq modèles BG, TL, MULS, TCS et MTL. Afin de rendre possible la comparaison, les calculs ont été effectués en partant d'un même courant à la base du canal.

Nous pouvons observer la discontinuité au front de l'arc en retour pour les modèles BG et TCS, les autres modèles étant caractérisés par une croissance rapide du courant avec un temps de montée de durée finie et égale à celui du courant à la base du canal. Pour tous les modèles excepté TL, il y a une décroissance de l'intensité du courant avec la hauteur; la forme et l'origine de cette décroissance diffèrent d'un modèle à l'autre. Pour MTL et MULS, la décroissance est le résultat de la contribution continue des charges du traceur et est indépendante de la forme du courant à la base du canal. Par contre, pour BG et TCS, cette décroissance est due à celle du courant à la base du canal; en d'autres termes, pour un courant à la base du canal ayant une amplitude constante avec le temps, on n'observerait aucune décroissance du courant le long du canal pour les modèles BG et TCS [40].

Nucci et al. [40] ont présenté une analyse complète du champ électromagnétique à plusieurs distances, calculé en adoptant ces cinq modèles et en partant d'un même courant à la base du canal. Il a été montré que tous ces modèles, à part le modèle TL, reproduisent d'une manière satisfaisante les principales caractéristiques du champ électromagnétique rayonné par la foudre. En outre, il a été possible de les caractériser selon: 1) le traitement du front de l'arc en retour comme une discontinuité (BG, TCS) ou comme une montée rapide égale à celui du courant à la base du canal (TL, MULS, MTL), et 2) la distribution spatiale et temporelle de la charge neutralisée par l'arc en retour. Enfin, aucun des modèles considérés ne reproduit la structure fine des champs observés expérimentalement.



**Fig. 3.9 - Distribution spatiale (colonne de gauche) et temporelle (colonne de droite) du courant de l'arc en retour le long du canal pour les cinq modèles examinés.
(figure tirée de [40]).**

3.7 VALIDATION EXPERIMENTALE DU MODELE MTL

Les données expérimentales concernant le champ électromagnétique d'une décharge orageuse sont de deux sortes: mesures correspondant à des coups de foudre naturels, et celles obtenues par la technique de déclenchement artificiel de l'éclair.

Pour les coups de foudre naturels, il n'existe à ce jour aucune mesure simultanée de courant de foudre et de champ électromagnétique rayonné. Lin et al. [17] ont simultanément mesuré les champs électrique vertical et magnétique azimuthal des arcs en retour premier et subséquent à deux distances du point d'impact.

Le déclenchement artificiel de la foudre a offert la possibilité de réaliser des mesures corrélées du courant de l'arc en retour à la base du canal et du champ électrique vertical à une distance proche (p. ex. 50 m).

Concernant la composante horizontale du champ électrique, les seuls enregistrements disponibles ont été effectués par Thomson et al. [21] à des distances très grandes par rapport au point d'impact de la foudre ($r > 5-10$ km).

Au chapitre II, nous avons passé en revue les différents types de données expérimentales disponibles dans la littérature. Dans cette section, nous ferons une comparaison des résultats de calcul obtenus en adoptant le modèle proposé MTL avec des enregistrements expérimentaux. Par ailleurs, nous mettrons en évidence l'amélioration apportée par le modèle MTL par rapport au modèle initial TL.

3.7.1 Comparaison avec des mesures simultanées de champ électromagnétique à deux distances [94]

Des mesures simultanées de champs électriques et magnétiques ont été effectuées par Lin et al. [17], 1979 en Floride. Différents ensembles de mesures simultanées de champs proches et lointains provenant des arcs en retours subséquents caractérisés par un canal quasi-vertical [36] ont été utilisés afin de valider le modèle MTL (voir Figs. 3.10 à 3.12 (a,c,d)).

La procédure de test utilisée est la suivante [36,39,94] :

- en utilisant le champ électrique lointain, et en fixant les valeurs de v et de λ , le courant à la base du canal $i(0,t)$ est déterminé par les équations (3.27) et (3.44) pour les deux modèles TL et MTL;
- en partant du courant à la base du canal ainsi déterminé, et des mêmes valeurs de v et de λ , le champ électromagnétique est calculé pour la distance proche de mesure en appliquant les équations (3.8) et (3.9);
- les valeurs mesurées et calculées du champ électromagnétique sont comparées; si un accord satisfaisant n'est pas obtenu, la procédure est répétée pour de nouvelles valeurs de v et de λ .

Il est évident que le courant à la base du canal $i(0,t)$ déterminé à partir du champ lointain, ainsi que la valeur de la vitesse de l'arc en retour v doivent être concordants avec les valeurs typiques expérimentales.

Etant donné que la procédure décrite ci-haut est itérative, son usage n'est conseillé que dans le cas où la distribution du courant $i(z',t)$ est spécifiée en fonction d'un nombre limité de paramètres inconnus.

Comme les composantes à haute fréquence du champ électromagnétique sont atténuées en se propageant le long d'un sol de conductivité finie [74], les valeurs du premier pic des champs lointains ($r = 200$ km) ont été corrigées. En effet, nous pouvons admettre que le premier pic du champ est essentiellement dû au terme de rayonnement [83], et par conséquent, pour un sol parfaitement conducteur, il a une amplitude qui décroît en $1/r$. Les valeurs du pic initial des champs mesurés ont donc été corrigées en les comparant avec les valeurs normalisées du premier pic du champ proche [36,39]. Les temps de montée ont aussi été considérés égaux pour les champs proche et lointain (voir Figs. 3.10a, 3.11a et 3.12a). La valeur de la hauteur H du canal a été fixée à 7.5 km, valeur moyenne mesurée en Floride [95]; la variation de ce paramètre affecte cependant très peu les résultats, ainsi que nous l'avons prouvé dans une publication précédente [83].

Pour le modèle MTL, les calculs ont été effectués pour des valeurs de v et de λ variant respectivement de $0.1 \cdot 10^8$ - $2.8 \cdot 10^8$ m/s et de 0.3-30 km. Pour le modèle TL, la marge de variation des valeurs de v a été aussi de $0.1 \cdot 10^8$ - $2.8 \cdot 10^8$ m/s.

Les résultats du test sont représentés aux Figs. 3.10 à 3.12 et permettent de faire les remarques suivantes :

- l'accord entre les valeurs calculées et mesurées des champs proches est plus satisfaisant pour le modèle modifié. En adoptant le modèle TL, il n'a pas été possible pour chaque test de trouver un courant qui reproduise d'une manière satisfaisante à la fois les champs lointains et les champs proches;
- les courants déterminés à partir du champ lointain sont, pour le modèle MTL, tout à fait comparables en amplitude et en forme d'onde aux enregistrements des courants des arcs en retours subséquents [4], tandis que les amplitudes et l'inversion de polarité du courant obtenu par le modèle TL ne sont pas typiques des mesures expérimentales;
- pour chaque cas examiné, la vitesse de l'arc en retour déterminée par le nouveau modèle est en accord avec les valeurs mesurées. Celle obtenue par le modèle TL (de l'ordre de $4 \cdot 10^7$ m/s) est cependant beaucoup plus faible que les valeurs expérimentales typiques;
- la valeur du taux de décroissance λ est très similaire pour chaque cas et varie entre 1.5 à 2 km.

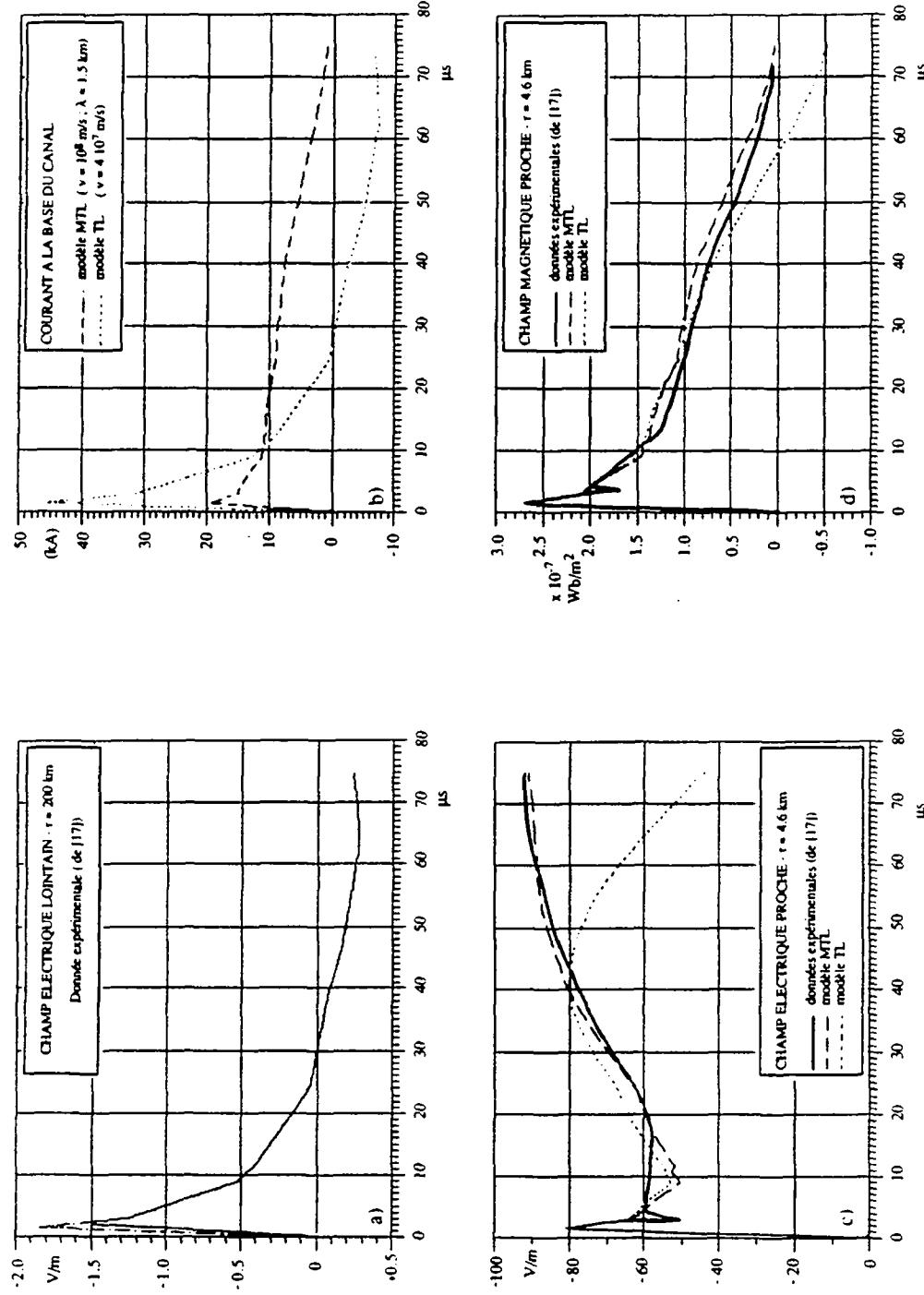


Fig. 3.10 - Test des modèles TL et MTL en utilisant les mesures simultanées de champs électromagnétiques proche et lointain. Exemple no 1.
(le pic du champ lointain a été corrigé pour tenir compte de l'atténuation de l'onde)

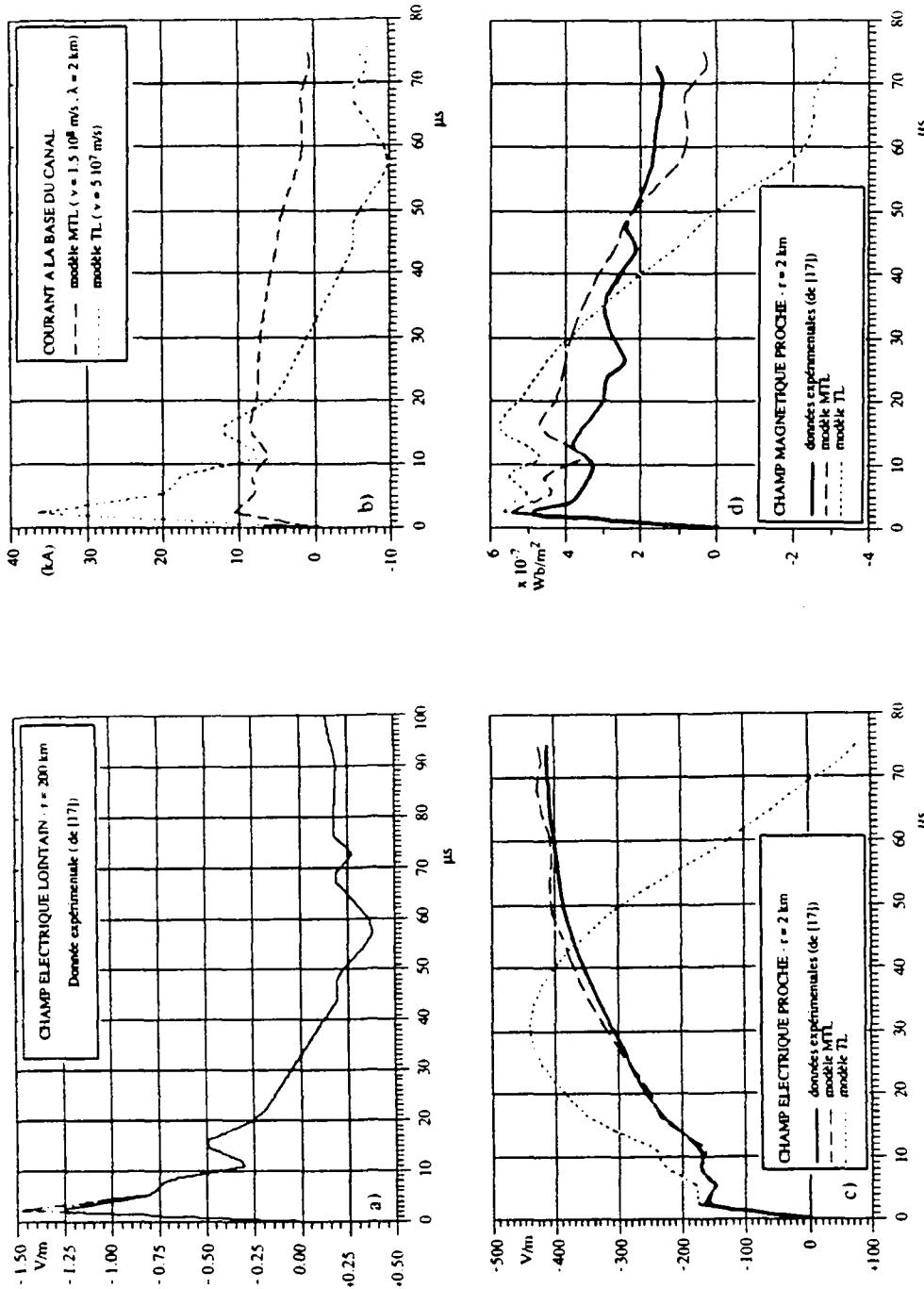


Fig. 3.11 - Test des modèles TL et MTL en utilisant les mesures simultanées de champs électromagnétiques proche et lointain. Exemple no 2.

(le pic du champ lointain a été corrigé pour tenir compte de l'atténuation de l'onde)

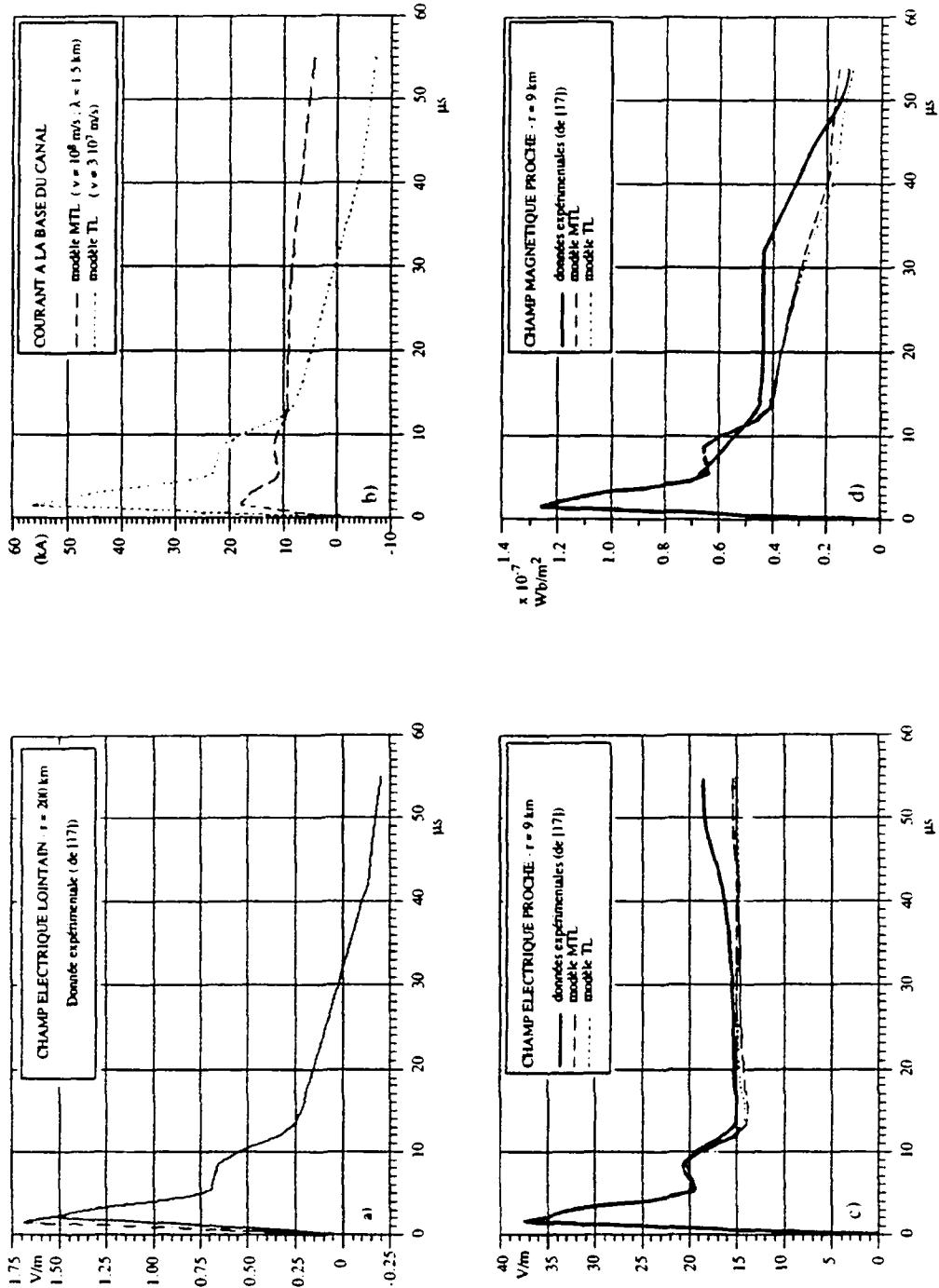


Fig. 3.12 - Test des modèles TL et MTL en utilisant les mesures simultanées de champs électromagnétiques proche et lointain. Exemple no 3.
(le pic du champ lointain a été corrigé pour tenir compte de l'atténuation de l'onde)

L'influence du taux de décroissance λ et de la vitesse de l'arc en retour v sur le courant de foudre déterminé par le champ lointain en utilisant la relation (3.44) a aussi été mise en évidence. Le champ lointain présenté à la figure 3.10a a été adopté pour les calculs.

L'influence de λ sur le courant est présentée à la figure 3.13. Le cas $\lambda \rightarrow \infty$ correspondant au modèle TL est aussi présenté. Le résultat des calculs montre que pour des valeurs de λ de l'ordre de 1 à 2 km, l'allure du courant est en accord satisfaisant avec des mesures expérimentales (voir Fig. 3.8). Pour des valeurs de λ supérieures, l'impulsion du courant est de faible durée et présente une inversion de polarité dans les premières microsecondes, en désaccord avec les données expérimentales.

L'influence de la vitesse est illustrée à la figure 3.14, où le courant est déterminé à partir du champ lointain en adoptant différentes valeurs de celle-ci (λ étant fixé à 1.5 km). Ces résultats montrent que les courants calculés sont comparables aux valeurs mesurées pour des vitesses supérieures à 10^8 m/s.

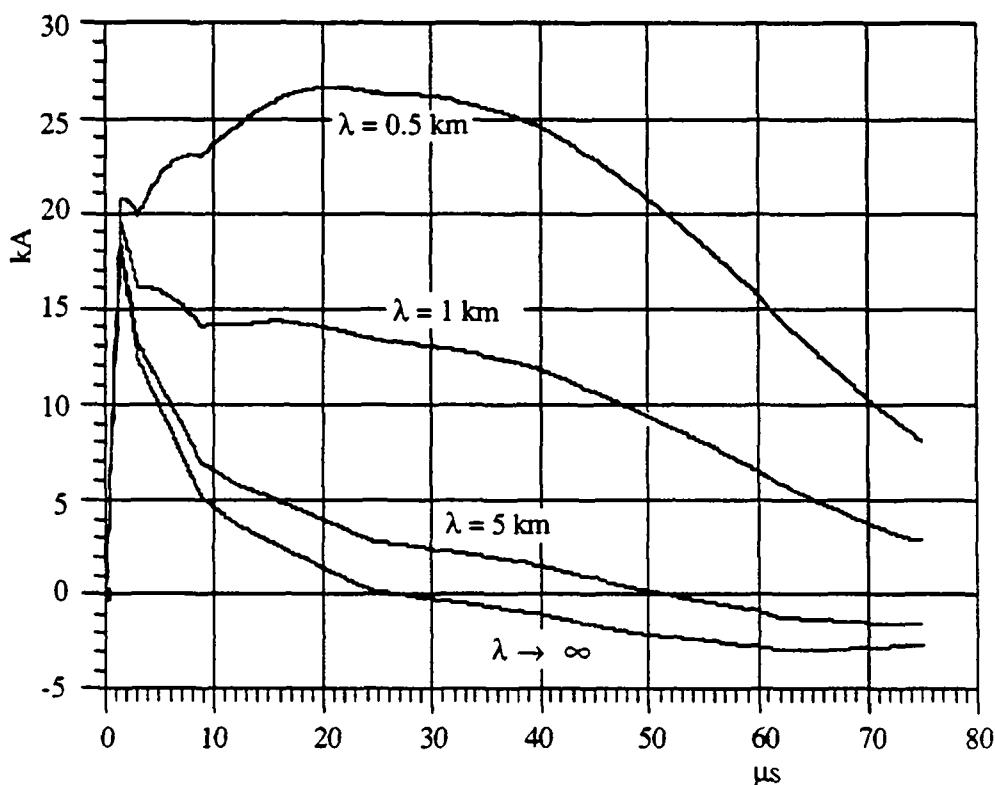


Fig. 3.13 - Influence du taux de décroissance λ sur le courant de foudre déterminé à partir du champ lointain en utilisant le modèle MTL ($v = 10^8$ m/s).

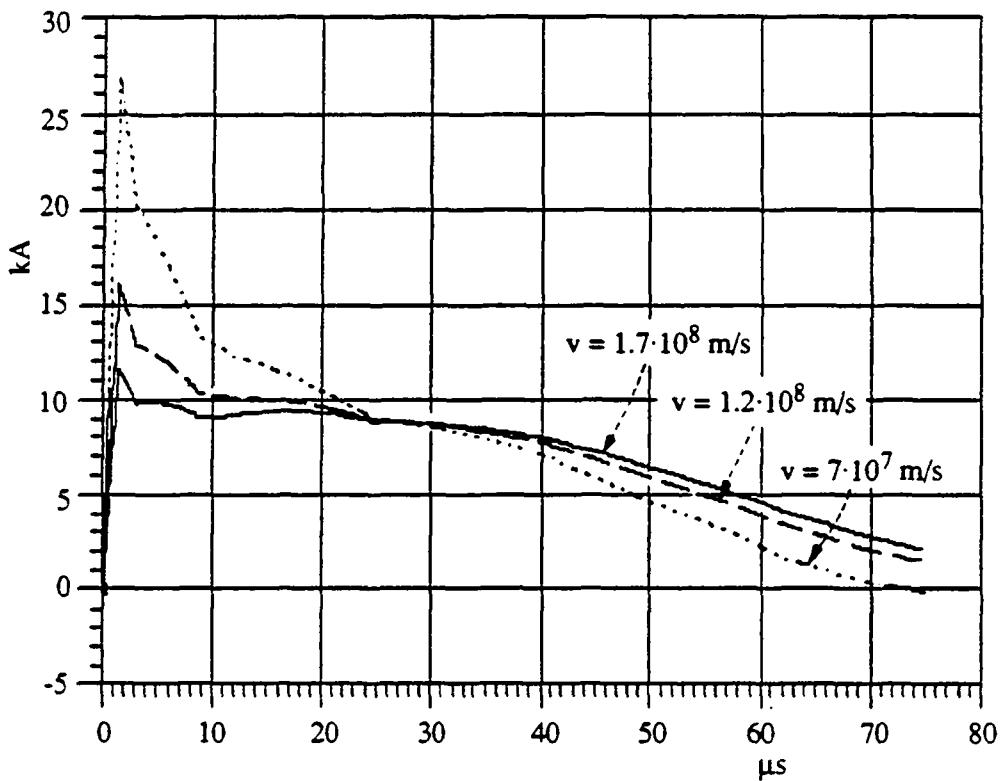


Fig. 3.14 - Influence de la vitesse de l'arc en retour v sur le courant de foudre déterminé à partir du champ lointain en utilisant le modèle MTL ($\lambda = 15$ km).

3.7.2 Comparaison à l'aide des courbes typiques de courant et de champ électrique [94]

La Fig. 3.15 présente les courbes moyennes de la composante verticale du champ électrique, mesurée à des distances de 2 et 200 km du canal de foudre [17], correspondant à des arcs en retour subséquents pour lesquels on ne dispose pas de mesure du courant de foudre. Sur la même figure, les valeurs calculées en adoptant les deux modèles "ligne de transmission" (TL) et "ligne de transmission modifié" (MTL) sont aussi représentées. Afin de calculer le champ, nous avons utilisé un courant à la base du canal correspondant à un arc en retour subséquent typique dont les paramètres sont définis dans le Tab. 3.2. Même si, de ce fait, la comparaison est à considérer comme étant qualitative, on observe néanmoins que les résultats obtenus par le modèle MTL, contrairement à ceux du modèle TL, reproduisent les caractéristiques typiques du champ mesuré, à savoir le premier pic et la croissance en rampe du champ proche et l'inversion de polarité du champ lointain. L'intense inversion de polarité du champ lointain calculé par le modèle TL est la conséquence de l'annulation brusque du courant au sommet du canal, connue sous le nom de l'effet de miroir évoqué à la section 3.6.1.

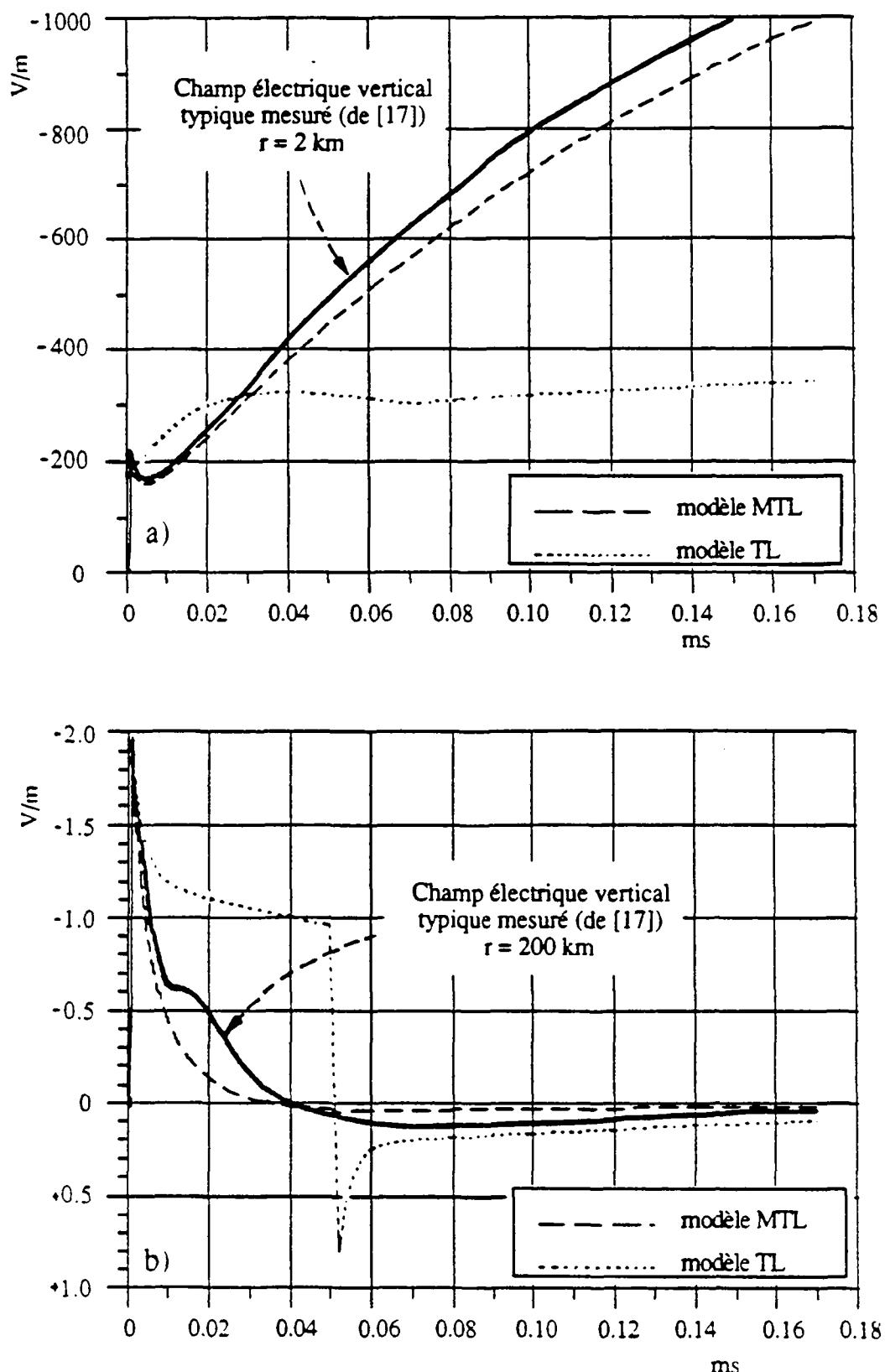


Fig. 3.15 - Champ électrique vertical typique d'un arc en retour subséquent
a) $r = 2 \text{ km}$ et b) $r = 200 \text{ km}$

3.7.3 Comparaison avec des données obtenues par le déclenchement artificiel de la foudre

Leteinturier et al. [28] ont récemment présenté des mesures simultanées de courant de l'arc en retour déclenché et de sa dérivée temporelle, ainsi que la dérivée du champ électrique vertical. Ils ont obtenu des courants d'amplitude maximum variant entre 5 et 50 kA, de dérivée maximum de 60 à 260 kA/ μ s (Floride 1985), et de 20 à 140 kA/ μ s (France 1986). Ces dérivées maxima de valeur moyenne 111 kA/ μ s (Floride) et 68 kA/ μ s (France) sont environ deux à trois fois plus grandes que celles correspondant aux arcs en retour naturels obtenues au sommet des tours (valeur moyenne de 40 kA/ μ s pour les arcs en retour subséquents).

Les formes d'onde de $di(0,t)/dt$ et de $dE_z(t)/dt$ sont très similaires, les amplitudes de crête étant quasiment proportionnelles. La vitesse de l'arc en retour, calculée en utilisant le rapport des valeurs de crête de $di(0,t)/dt$ et de $dE_z(t)/dt$ selon le modèle TL (éq. (3.28)) est en moyenne de $2.9 \cdot 10^8$ m/s (Floride) et de $3 \cdot 10^8$ m/s (France), valeurs qui sont deux fois plus importantes que les mesures optiques. Ce désaccord peut être attribué à plusieurs raisons [28,40,93]: (1) le champ a été mesuré seulement à 50 m du canal; à cette distance, même pour le premier pic du champ électrique, les contributions des termes électrostatique et d'induction ne sont pas négligeables (environ 20% selon [40]); (2) l'influence de la barre métallique verticale (*lightning strike object*), ou des décharges ascendantes de connection (*upward connecting leader*); Leteinturier et al. [28] ont observé une avance de $(di/dt)_{max}$ par rapport à $(dE/dt)_{max}$. Ils ont alors conclu que l'arc en retour commençait au point de jonction entre les traceurs descendant et ascendant; ils ont considéré deux impulsions de courant se propageant dans les deux directions contribuant chacune au champ total rayonné. D'autre part, Diendorfer et Uman [93], en incluant dans leur modèle un point de jonction situé à une certaine hauteur, ont expliqué des différences obtenues lors de deux campagnes de mesures expérimentales en 1985 et 1987.

La Fig. 3.16 présente une comparaison entre le champ électrique vertical mesuré à 50 m d'un éclair déclenché artificiellement [28], et les résultats calculés à l'aide du modèle MTL. Le courant à la base du canal mesuré simultanément avec le champ et reporté dans [28] a été numérisé et utilisé pour le calcul numérique. Nous avons aussi introduit dans le modèle MTL un point de jonction à une certaine hauteur au-dessus du sol et deux impulsions de courant se propageant dans les deux directions ascendante et descendante, comme suggéré par Leteinturier et al. [28]. La vitesse de l'impulsion descendante v_{down} , correspondant à une hauteur de jonction de 15 m (correspondant au sommet de la barre métallique), est de $2.46 \cdot 10^8$ m/s [28]; cette onde est supposée être absorbée par le sol sans produire aucune réflexion.

De nouveau, les valeurs calculées en utilisant le modèle MTL sont en accord satisfaisant avec les mesures.

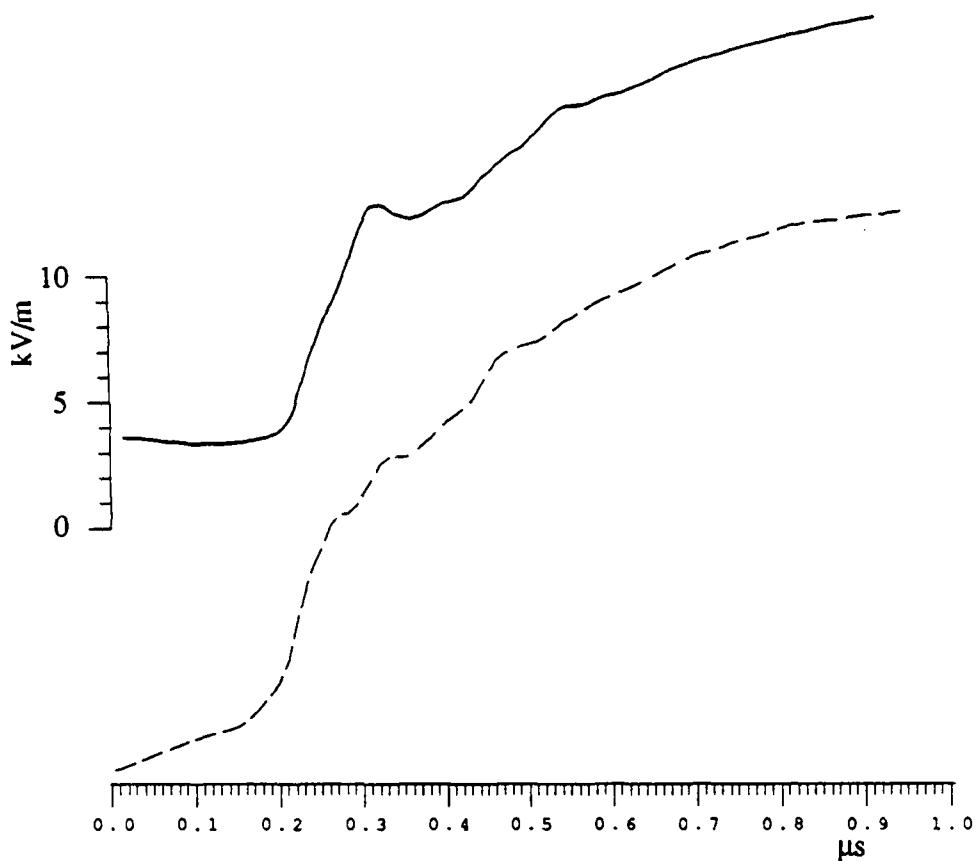


Fig. 3.16 - Comparaison entre les valeurs calculées et mesurées du champ électrique vertical à une distance de 50 m d'un éclair déclenché artificiellement.

Trait continu: mesure [28], en pointillés: calcul en utilisant le modèle MTL ($\lambda = 1.7 \text{ km}$).

3.8 CONCLUSIONS

Les expressions du champ électromagnétique rayonné par un canal de foudre font intervenir les intégrales de Sommerfeld dont l'évaluation numérique représente une tâche très délicate exigeant un temps de calcul prohibitif.

Alors que la composante verticale du champ électrique peut être calculée avec une bonne approximation en utilisant l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur, il n'en est pas toujours de même pour le champ horizontal.

Différentes approximations des expressions du champ horizontal ont été passées en revue et comparées. Les calculs présentés ont confirmé la validité de la fonction wavetilt à des distances lointaines (supérieures à environ 5 km); à des distances proches du canal ($r < 5 \text{ km}$), la formule de Norton représente l'approximation la meilleure; néanmoins, à des distances inférieures à environ 300 m, et pour des sols de conductivité de l'ordre de 10^{-2} S/m ou plus grande, l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur peut être considérée comme raisonnable.

La nouvelle formule de Rubinstein permet d'obtenir des approximations assez satisfaisantes du champ pour toutes les distances considérées. Alors que le champ obtenu par l'approche d'un sol parfaitement conducteur est de polarité positive et celui calculé à l'aide de la fonction wavetilt présente une polarité négative, la formule de Rubinstein est la seule à reproduire l'inversion de polarité du champ à moyenne distance.

La détermination des composantes du champ électromagnétique rayonné par un canal de foudre nécessite la connaissance de la distribution du courant de foudre le long du canal. Afin de tenir compte de la contribution des charges emmagasinées dans le traceur et sa gaine de couronne, une modification au modèle "ligne de transmission" a été proposée. Il a été montré que cette modification (le modèle MTL) améliore sensiblement les résultats de calcul et permet de reproduire d'une manière satisfaisante les observations expérimentales, tout en ayant une structure mathématique relativement simple et facile à utiliser.

Une parfaite équivalence entre les modèles MTL et MULS sans sa composante uniforme a été trouvée. Plus précisément, il a été montré qu'en partant d'une même impulsion de courant à la base du canal, les deux modèles prédisent la même distribution spatio-temporelle du courant le long du canal, et par conséquent le même champ électromagnétique rayonné.

Le modèle MTL peut aussi être considéré comme la généralisation de la composante de couronne du modèle MULS. En d'autres termes, le courant de foudre à une certaine altitude peut être exprimé comme le résultant des contributions d'une infinité de sources de courant réparties le long du canal modélisant l'effet des charges de couronne.

Des équations relativement simples mettant en relation le courant de foudre au champ électromagnétique lointain ont été développées pour différents modèles (MTL, MULS et DU). Les équations correspondant aux modèles TCS et DU, de formes non conventionnelles, ont été résolues d'une manière originale. Ces relations permettent entre autres la validation de ces modèles en utilisant des mesures simultanées de champ électromagnétique à plusieurs distances et la détermination des paramètres non directement mesurables.

La présence d'un objet surélevé par rapport au sol, ou des décharges ascendantes de jonction semblent avoir une grande influence sur le front de montée du champ électrique et nécessite une étude plus poussée. Le nombre d'enregistrements simultanés de grandeurs caractéristiques disponibles à ce jour est toujours insuffisant et d'autres campagnes expérimentales sont vivement encouragées.

Chapitre IV**Couplage électromagnétique avec une ligne de transmission aérienne****4.1 INTRODUCTION**

Ce chapitre présente un modèle de couplage basé sur la théorie des lignes de transmission appliquée au problème de l'interaction entre le champ électromagnétique généré par la foudre et une ligne aérienne. La théorie des lignes de transmission constitue un compromis entre l'approche quasi-statique et la théorie générale des antennes. Elle emprunte à la première la notion de schéma équivalent, familière aux ingénieurs électriciens, tout en respectant la notion de propagation d'onde contenue dans la deuxième. Les hypothèses de base nécessaires à sa mise en œuvre sont :

- le mode de propagation transverse électromagnétique (TEM) est prépondérant le long de la ligne;
- les dimensions transversales de la ligne sont plus petites que la plus petite longueur d'onde en jeu.

L'étude de la validité de cette approximation a déjà fait l'objet de plusieurs travaux (voir par exemple [42, 96-98]). Rappelons tout de même que le champ électromagnétique produit par la foudre a un spectre fréquentiel significatif jusqu'à environ quelques MHz, ce qui correspond à des longueurs d'onde de l'ordre de 100 m; dans les cas usuels, les dimensions transversales des lignes dépassent rarement les 30 m.

C'est en 1965 que le premier modèle d'une ligne aérienne (formée de deux conducteurs) excitée par une source électromagnétique externe a été présenté par Taylor, Satterwhite et Harrison [44]. Depuis lors, ce modèle a largement été utilisé pour le calcul du couplage électromagnétique.

Les équations de couplage qui seront développées dans ce chapitre sont en termes de composantes électriques et magnétiques du champ exciteur et concernent le cas d'un conducteur placé à une certaine hauteur au-dessus d'un sol de conductivité finie. La généralisation au cas d'une ligne comportant plusieurs conducteurs sera aussi traitée. Les équations correspondant à ce cas général peuvent être trouvées dans une seule référence [99], néanmoins il n'existe à ce jour aucun développement complet de ces équations dans la littérature.

Les équations de couplage sont résolues en utilisant la méthode des différences finies points-centrés dans le domaine temporel. La prise en considération de la dépendance fréquentielle des paramètres (en particulier l'impédance du sol) sera présentée et discutée.

Le programme numérique basé sur le modèle de couplage adopté est validé en utilisant des mesures expérimentales obtenues par d'autres auteurs.

Enfin, une discussion sur une autre approche de calcul des surtensions induites par la foudre utilisée dans plusieurs travaux ces dernières années est présentée.

4.2 GEOMETRIE DU PROBLEME

Considérons une ligne de transmission formée d'un long conducteur de rayon a situé à une hauteur h au-dessus d'un sol conducteur. Cette ligne est en présence d'un champ électromagnétique non-uniforme d'origine externe.

Les composantes du champ électromagnétique excitateur E^e et B^e sont définies comme la somme des champs incidents E^{inc} , B^{inc} et des champs réfléchis par le sol E^{ref} , B^{ref} , ceci en l'absence du conducteur aérien. Les champs totaux s'obtiennent en faisant la somme des champs excitateurs E^e , B^e et les champs diffractés ("scattered" en anglais) E^s , B^s , qui représentent la réaction du conducteur au champ excitateur.

Dans les développements mathématiques qui suivent, nous allons considérer les grandeurs dans le domaine fréquentiel (la dépendance temporelle sera $\exp(j\omega t)$). Les expressions dans le domaine temporel seront présentées et discutées séparément.

4.3 PREMIERE EQUATION DE COUPLAGE

En partant de l'équation de Maxwell, $\text{curl } \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B}$ et en appliquant le théorème de Stokes, on obtient

$$\int_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -j\omega \int_{\Delta S} \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{i}}_x \cdot dS \quad (4.1)$$

Afin de tenir compte de la conductivité finie du sol, auquel cas le courant circulant dans le sol est distribué d'une façon non-uniforme entre l'interface air-sol et l'infini, un contour d'intégration ad-hoc a été défini (voir. Fig. 4.1).

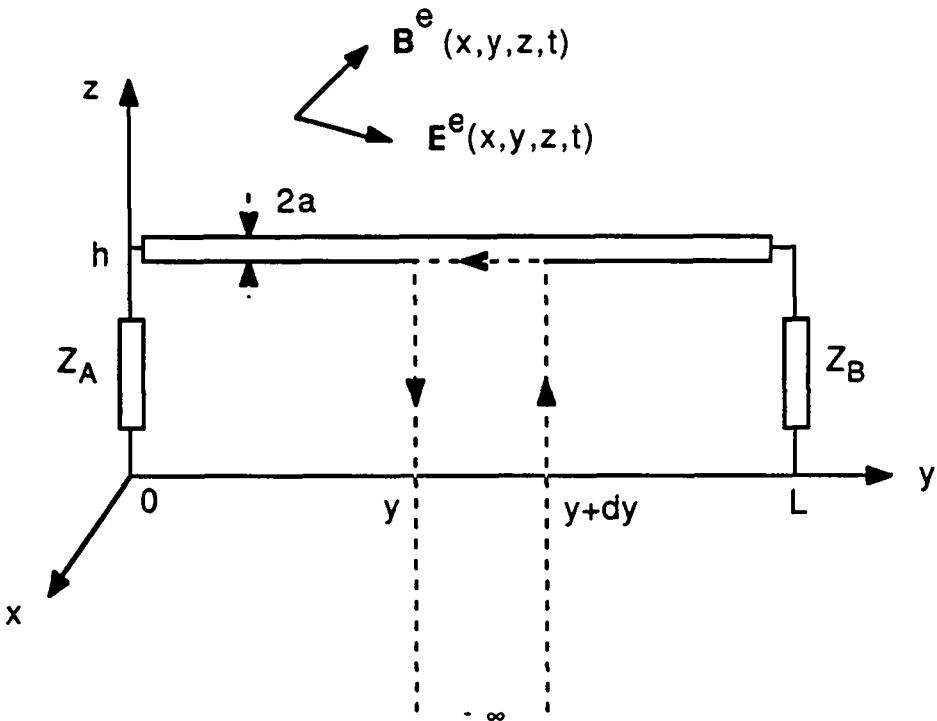


Fig. 4.1 - Géométrie d'une ligne formée d'un conducteur aérien au-dessus du sol illuminée par un champ électromagnétique non-uniforme - contour d'intégration.

Selon ce contour d'intégration, l'équation (4.1) peut s'écrire comme :

$$\int_{-\infty}^h [E_z(y+\Delta y, z) - E_z(y, z)] dz - \int_y^{y+\Delta y} [E_y(y, h) - E_y(y, -\infty)] dy = -j\omega \int_y^{y+\Delta y} \int_{-\infty}^h B_x(y, z) dz dy \quad (4.2)$$

En divisant par Δy et en prenant la limite lorsque $\Delta y \rightarrow 0$, on obtient

$$\frac{\partial}{\partial y} \int_{-\infty}^h E_z(y, z) dz - E_y(y, h) + E_y(y, -\infty) = -j\omega \int_{-\infty}^h B_x(y, z) dz \quad (4.3)$$

L'équation (4.3) est obtenue en supposant implicitement que $a \ll h$. Si ce n'est pas le cas, le contour d'intégration dans (4.1) devrait être défini depuis le sol jusqu'à un certain point sur la surface du conducteur. Dans ce cas, les champs propres du conducteur doivent inclure d'autres composantes qui rendent très complexes l'analyse du couplage. Ce problème est traité d'une manière exhaustive dans les références [100,101].

D'autre part, afin d'obtenir des équations de couplages en termes de tensions et de courants le long de la ligne, nous sommes amenés à faire d'autres hypothèses qui sont :

- 1) la longueur d'onde minimum du champ est petite comparée aux dimensions transversales de la ligne;
- 2) la réponse de la ligne est quasi-TEM.

Etant donné que $E_y(y, -\infty) = 0$, et en définissant la tension transverse totale entre le conducteur et le sol comme :

$$U(y) = - \int_{-\infty}^h E_z(y, z) dz \quad (4.4)$$

l'équation (4.3) s'écrit

$$\frac{dU(y)}{dy} + E_y(y, h) = j\omega \int_{-\infty}^h B_x(y, z) dz \quad (4.5)$$

Si le conducteur n'est pas parfaitement conducteur, le champ électrique tangentiel total sur la surface du conducteur est non nul. L'impédance de surface du conducteur Z'_w met en relation ce champ au courant total circulant dans le conducteur $I(y)$ [102] :

$$E_y(y, h) = Z'_w I(y) \quad (4.6)$$

L'expression de l'impédance de surface Z'_w sera donnée à la section 4.5. Le dernier terme de l'éq. (4.5) peut être écrit en termes des champs diffracté et excitateur :

$$\begin{aligned} j\omega \int_{-\infty}^h B_x(y, z) dz &= j\omega \int_{-\infty}^h B_x^S(y, z) dz + j\omega \int_{-\infty}^h B_x^E(y, z) dz \\ &= j\omega \int_{-\infty}^0 B_x^S(y, z) dz + j\omega \int_0^h B_x^S(y, z) dz + j\omega \int_{-\infty}^h B_x^E(y, z) dz \end{aligned} \quad (4.7)$$

En supposant que la distribution du courant est uniforme autour de la circonférence du conducteur ($h \gg a$), et que la hauteur h est électriquement petite ($h \ll \lambda_{min}$), le flux d'induction magnétique dans l'air peut être évalué en utilisant la loi de Biot-Savart. Ceci a pour conséquence une relation linéaire entre le flux du champ d'induction magnétique propre entre le conducteur et le sol, et le courant de la ligne, le facteur de proportionnalité étant l'inductance linéique de la ligne. Ceci est exprimé par :

$$\phi = - \int_0^h B_x^s(y, z) dz = L_e' I(y) \quad (4.8)$$

Il est à noter que le signe (-) vient du fait que le courant circulant dans la direction de l'axe y est compté positivement selon notre convention, et le champ d'induction magnétique résultant entre le conducteur et le sol est dans la direction $-x$.

Le flux d'induction magnétique à l'intérieur du sol $\int_{-\infty}^0 B_x^s(y, z) dz$ peut être exprimé en termes

du produit du courant de ligne $I(y)$ par une inductance équivalente (voir la section 4.5). En définissant l'impédance du sol comme suit :

$$Z_g' = \left(-j\omega \int_{-\infty}^0 B_x^s(y, z) dz \right) / I(y) \quad (4.9)$$

et en introduisant (4.6), (4.7), (4.8) et (4.9) dans (4.5), il vient :

$$\frac{dU(y)}{dy} + (Z_w' + Z_g' + j\omega L_e') I(y) = j\omega \int_0^h B_x^e(y, z) dz + j\omega \int_{-\infty}^0 B_x^t(y, z) dz \quad (4.10)$$

où B_x^e représente le champ excitateur (incident + réfléchi) au-dessus du sol, et B_x^t le champ d'induction magnétique transmis à l'intérieur du sol par le champ incident. Pour une onde incidente de type plane, ces deux expressions peuvent être évaluées à l'aide des coefficients de réflexion et de transmission de Fresnel [102].

En utilisant le théorème de Stokes, il est possible d'exprimer l'intégrale du champ d'induction magnétique transmis à l'intérieur du sol en fonction du champ électrique tangentiel total à l'interface air-sol. Ceci est fait en appliquant l'éq. (4.1) aux champs transmis :

$$\int_{-\infty}^0 [E_z^t(y + \Delta y, z) - E_z^t(y, z)] dz - \int_y^{y + \Delta y} E_y^t(y, 0) dy = -j\omega \int_y^{y + \Delta y} \int_{-\infty}^0 B_x^t(y, z) dz dy \quad (4.11)$$

En divisant de nouveau par Δy et en prenant la limite lorsque Δy s'approche de zéro, et en supposant que la composante verticale du champ électrique transmis $E_z^t(y, z)$ dans le sol est très petite [102], nous arrivons à l'expression suivante :

$$E_y^t(0,y) = j\omega \int_{-\infty}^0 B_x^t(y,z) dz \quad (4.12)$$

Sachant que le champ électrique tangentiel est continu à l'interface air-sol, $E_y^t(0,y) = E_y^e(0,y)$, l'équation (4.10) devient :

$$\frac{dU(y)}{dy} + Z' I(y) = j\omega \int_0^h B_x^e(y,z) dz + E_y^e(y,0) \quad (4.13)$$

où Z' désigne l'impédance linéique longitudinale donnée par :

$$Z' = Z_w' + Z_g' + j\omega L_e' \quad (4.14)$$

L'équation (4.13) représente la première équation de couplage pour le cas général d'un conducteur au-dessus d'un sol avec pertes, en présence d'une perturbation électromagnétique externe non-uniforme. Il est important de noter que pour la plupart des problèmes pratiques de couplage avec des lignes de télécommunication ou de transmission d'énergie, l'impédance de surface du câble Z_w' peut être négligée par rapport à l'impédance du sol Z_g' .

4.4 DEUXIEME EQUATION DE COUPLAGE

Ecrivant l'équation de Maxwell $\text{curl } H = J + j\omega\epsilon_0 E$ pour la composante z , et utilisant la loi d'Ohm $J = \sigma_{air}E$, où σ_{air} est la conductivité du milieu, on obtient :

$$j\omega E_z(y,z) = \frac{1}{\mu_0\epsilon_0} \left(\frac{\partial B_y(y,z)}{\partial x} - \frac{\partial B_x(y,z)}{\partial y} \right) - \frac{\sigma_{air}}{\epsilon_0} E_z(y,z) \quad (4.15)$$

Intégrons (4.15) de $-\infty$ à h le long de l'axe z en exprimant le champ d'induction magnétique en termes des composantes excitateur et propre :

$$\begin{aligned} j\omega U(y) &= \frac{1}{\mu_0\epsilon_0} \int_{-\infty}^h \frac{\partial B_x^s(y,z)}{\partial y} dz - \frac{1}{\mu_0\epsilon_0} \int_{-\infty}^h \frac{\partial B_y^s(y,z)}{\partial x} dz \\ &\quad + \frac{1}{\mu_0\epsilon_0} \int_{-\infty}^h \frac{\partial B_x^e(y,z)}{\partial y} dz - \frac{1}{\mu_0\epsilon_0} \int_{-\infty}^h \frac{\partial B_y^e(y,z)}{\partial x} dz - \frac{\sigma_{air}}{\epsilon_0} U(y) \end{aligned} \quad (4.16)$$

L'équation de Maxwell (4.15) s'applique aussi aux champs excitateurs; en l'intégrant de $-\infty$ à h , il vient :

$$\frac{I}{\mu_0 \epsilon_0} \int_{-\infty}^h \frac{\partial B_x^e(y,z)}{\partial y} dz - \frac{I}{\mu_0 \epsilon_0} \int_{-\infty}^h \frac{\partial B_y^e(y,z)}{\partial x} dz = -j\omega \int_{-\infty}^h E_z^e(y,z) dz - \frac{\sigma_{air}}{\epsilon_0} \int_{-\infty}^h E_z^e(y,z) dz \quad (4.17)$$

En utilisant (4.8), (4.9) et (4.17), et sachant que $\mu_0 \epsilon_0 = L_e' C'$, C' étant la capacité linéique de la ligne calculée pour un sol parfaitement conducteur, $\sigma_{air}/\epsilon_0 = G'/C'$, et considérant le fait que la propagation le long de la ligne est de type transverse magnétique ($B_y^s(y,z) = 0$), (4.16) devient

$$\frac{dI(y)}{dy} + Y' U(y) = -Y' \int_0^h E_z^e(y,z) dz \quad (4.18)$$

La relation ci-dessus a été obtenue en supposant que la composante $E_z^t(y,z)$ à l'intérieur du sol est négligeable [102].

L'équation (4.18) représente la deuxième équation de couplage dans laquelle Y' est l'admittance linéique transversale de la ligne donnée par l'expression suivante :

$$Y' = \frac{(G' + j\omega C') Y_g'}{G' + j\omega C' + Y_g'} \quad (4.19)$$

avec

$$Y_g' = \frac{j\omega L_e' (G' + j\omega C')}{Z_g'} \quad (4.20)$$

Le schéma équivalent d'une section infinitésimale de la ligne, traduisant les deux équations de couplage (4.13) et (4.18) est représenté à la figure 4.2. Les expressions des deux sources de tension et de courant $V_s(y)$ et $I_s(y)$ (appelées termes de sources) sont données par les termes de second membre des équations (4.13) et (4.18).

Les conditions aux limites sont exprimées par les deux équations suivantes :

$$U(0) = -Z_A I(0) \quad (4.21)$$

$$U(L) = Z_B I(L) \quad (4.22)$$

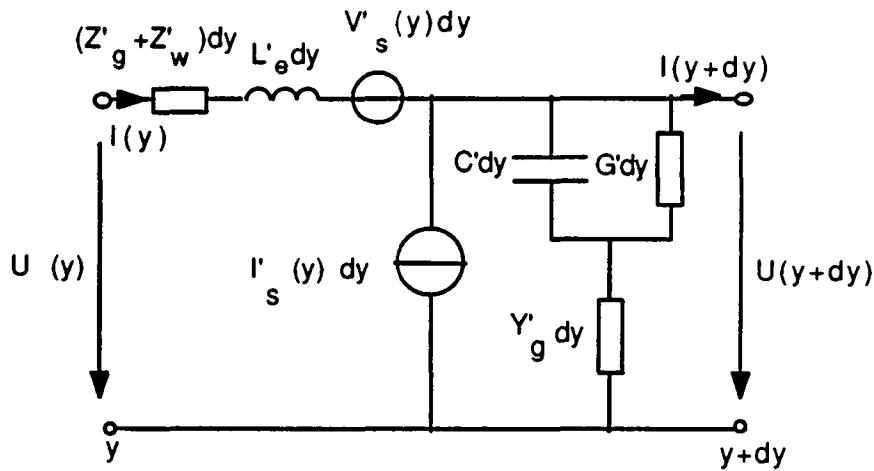


Fig. 4.2 - Schéma équivalent d'une longueur infinitésimale d'une ligne aérienne en présence d'un champ électromagnétique perturbateur.

4.5 PARAMETRES D'UNE LIGNE DE TRANSMISSION AVEC PERTES

Pour un sol de conductivité finie, le courant de retour pénètre à l'intérieur du sol; la puissance correspondant aux pertes est absorbée par le sol et les ondes se propageant le long de la ligne sont atténuées. Dans ce cas, une section différentielle de la ligne de transmission peut être modélisée par un schéma équivalent présenté à la figure 4.2. Selon ce modèle qui tient compte des pertes, l'impédance linéique longitudinale comprend plusieurs termes donnés par (4.13), et qui sont L'_e , Z_w et Z_g . L'inductance linéique externe de la ligne L'_e , comme déjà mentionné à la section 3.2, peut être déterminée en appliquant la loi de Biot-Savart :

$$L'_e = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln(2h/a) \quad (4.23)$$

L'expression de l'impédance de surface du conducteur Z'_w , grandeur qui met en relation le champ électrique tangentiel total sur la surface et le courant circulant à l'intérieur du conducteur $I(y)$, s'écrit [102] :

$$Z'_w = E_y(y, h)/I(y) = \frac{\gamma_w}{2\pi a \sigma_w} \frac{I_0(\gamma a)}{I_1(\gamma a)} \quad (4.24)$$

où I_0 et I_1 sont les fonctions de Bessel modifiées, σ_w la conductivité du matériau du conducteur, et γ_w est la constante de propagation à l'intérieur du conducteur donnée par :

$$\gamma_w = \sqrt{j\omega\mu_w (\sigma_w + j\omega\epsilon_w)} \quad (4.25)$$

avec $\mu_w = \mu_{rw}\mu_0$, et $\epsilon_w = \epsilon_{rw}\epsilon_0$ respectivement la perméabilité et la permittivité du matériau du conducteur.

Différentes approximations de l'expression (4.24) ont été proposées [102]. Si δ_w désigne la profondeur de pénétration dans le conducteur métallique, pour des valeurs de $\delta_w \gg a$, cette impédance s'écrit :

$$Z'_w \approx \frac{1}{\pi a^2 \sigma_w} \quad (4.26)$$

et pour $\delta_w \ll a$, nous avons :

$$Z'_w \approx \frac{1+j}{2\pi a \sigma_w \delta_w} \quad (4.27)$$

Différents auteurs ont exprimé le flux d'induction magnétique dans le sol $\int_{-\infty}^0 B_x^S(y, z) dz$ en

terme du produit du courant de ligne $I(y)$ par une inductance équivalente. Récemment, Chen [103], en appliquant la théorie appropriée de King [43], a développé l'expression de l'impédance due au flux d'induction magnétique dans le sol :

$$Z'_g = \left(-j\omega \int_{-\infty}^0 B_x^S(y, z) dz \right) / I(y) = -j\omega \frac{\mu_g}{2\pi} \Delta \quad (4.28)$$

avec

$$\Delta = \frac{1}{2(\gamma_g h)^2} + 2j \int_0^1 \sqrt{1-x^2} \exp(-j2\gamma_g h x) dx - \frac{K_1(j2\gamma_g h)}{j\gamma_g h} \quad (4.29)$$

où K_I désigne la fonction de Bessel modifiée de seconde espèce, et γ_g est la constante de propagation dans le sol donnée par $\sqrt{\omega\mu_g(j\sigma_g + \omega\epsilon_0\epsilon_{rg})}$, σ_g , μ_g et ϵ_{rg} étant respectivement la conductivité, la perméabilité et la permittivité relative du sol..
 Z_g' est aussi appelée l'impédance du sol.

Plusieurs approximations de l'impédance du sol ont été présentées dans la littérature scientifique. Sunde [104] a proposé l'approximation suivante pour exprimer Δ :

$$\Delta = \ln\left(\frac{1-j\gamma_g h}{-j\gamma_g h}\right) \quad (4.30)$$

En comparant les deux formules (4.29) et (4.30), Chen et Damrau [105] ont démontré que la formule simplifiée de Sunde constitue une excellente approximation de la formule exacte. D'autres approximations similaires ont été proposées par d'autres auteurs (par ex. Vance [102], Fontaine et al. [106]).

L'admittance linéaire transversale comporte deux éléments en série (voir Fig. 4.2); le premier est la capacité linéaire entre le conducteur et le sol, et le second est l'admittance équivalente du sol donnée par (4.20).

Si la hauteur du conducteur au-dessus du sol est grande en comparaison avec son rayon ($h \gg a$), C' est déterminé en utilisant la formule classique de la capacité d'un conducteur cylindrique au-dessus d'un plan parfaitement conducteur :

$$C' = 2\pi\epsilon_0 / \ln(2h/a) \quad (4.31)$$

Quant à l'admittance du sol Y_g' , elle peut être calculée par (4.20) en partant de l'impédance de sol. Il a été montré [107] que ce paramètre peut être négligé par rapport à $\omega C'$, au moins pour les basses fréquences. Fontaine et al. [106], en calculant directement la valeur de Y_g' , sont arrivés à la même conclusion.

4.6 CAS PARTICULIER D'UNE LIGNE SANS PERTES

Pour un conducteur et un sol parfaitement conducteurs, les champs électriques tangentiels totaux $E_y(h,y)$ et $E_y(0,y)$ sont identiquement nuls. Dans ce cas, il est facile de montrer que les deux équations de couplage se réduisent à :

$$\frac{dU(y)}{dy} + j\omega L_e I(y) = j\omega \int_0^h B_x^e(y,z) dz \quad (4.32)$$

$$\frac{dI(y)}{dy} + (G' + j\omega C') U(y) = - (G' + j\omega C') \int_0^h E_z^e(y, z) dz \quad (4.33)$$

$G' = \frac{\sigma_{air}}{\epsilon_0}$ C' étant la conductance linéique transversale de la ligne.

4.7 SUR LA REPRESENTATION DES TERMES DE SOURCES

4.7.1 Equations de couplage exprimées uniquement en fonction des composantes du champ électrique excitateur

Il est intéressant de noter que les équations (4.13) et (4.18) peuvent être écrites sous une autre forme tout à fait équivalente qui ne fait intervenir qu'un seul terme de source, fonction de la composante tangentielle du champ électrique excitateur [97]. Dans cette formulation que nous allons détailler par la suite, les équations de couplage sont en termes de tensions dites diffractées (en anglais "scattered voltage") et de courants totaux.

La tension totale induite sur la ligne $U(y)$ peut être exprimée en fonction des tensions diffractées $U^s(y)$ et des tensions excitatrices $U^e(y)$ par la relation suivante :

$$U(y) = U^s(y) + U^e(y) = U^s(y) - \int_0^h E_z^e(y, z) dz \quad (4.34)$$

En écrivant l'équation de Maxwell (4.1) pour les champs excitateurs et en adoptant un contour d'intégration avec y variant entre y et $y+\Delta y$, et z entre 0 et h , une relation analogue à (4.3) peut être obtenue :

$$\frac{\partial}{\partial y} \int_0^h E_z^e(y, z) dz - E_y^e(h, y) + E_y^e(0, y) = -j\omega \int_0^h B_x^e(y, z) dz \quad (4.35)$$

En substituant (4.34) dans (4.13) et (4.18) et en combinant avec (4.35), nous arrivons à la formulation équivalente des équations de couplage :

$$\frac{dU^s(y)}{dy} + Z' I(y) = E_y^e(y, h) \quad (4.36)$$

$$\frac{dI(y)}{dy} + Y' U^s(y) = 0 \quad (4.37)$$

Dans les nouvelles équations (4.36) et (4.37), un seul terme de source, $E_y^e(h,y)$, apparaît.

Pour une ligne de longueur finie, les conditions aux limites, qui font intervenir les courants et tensions totaux, doivent être considérées et exprimées avec soin. En termes des tensions diffractées et des courants totaux, grandeurs utilisées dans (4.36) et (4.37), les conditions aux limites sont les suivantes :

$$U^s(0) = -Z_A I(0) + \int_0^h E_z^e(y,z) dz \quad (4.38)$$

$$U^s(L) = Z_B I(L) + \int_0^h E_z^e(y,z) dz \quad (4.39)$$

Cela équivaut à deux sources de tension équivalentes à chaque extrémité de la ligne, représentant l'interaction de la composante verticale du champ électrique exciteur avec les deux extrémités verticales de la ligne [108]. Le circuit équivalent décrit par (4.36), (4.37), (4.38) et (4.39) est représenté à la figure 4.3.

Il est intéressant de remarquer que les deux équations (4.36) et (4.37) peuvent aussi être développées en partant de la théorie des antennes [43].

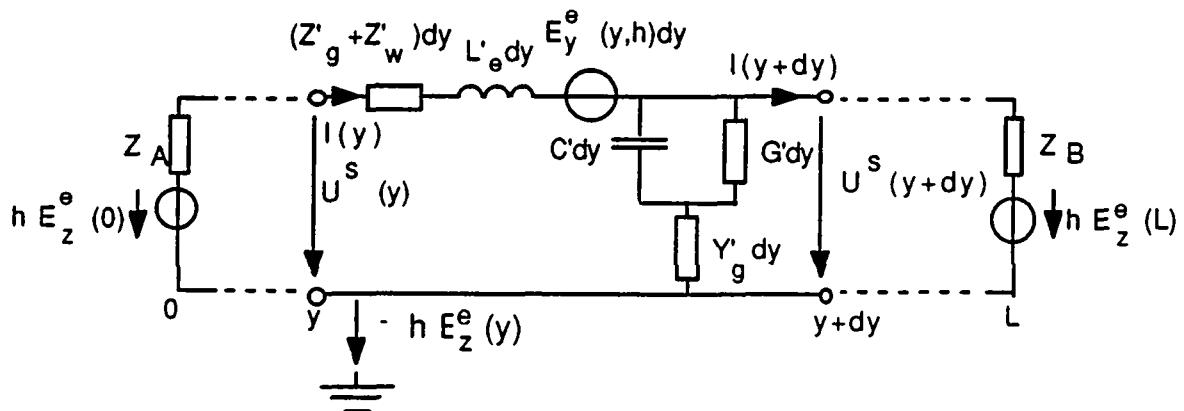


Fig. 4.3 - Circuit équivalent d'une ligne avec pertes (conducteur aérien+sol) en présence d'un champ électromagnétique perturbateur. Circuit correspondant à la formulation équivalente définie par (4.36), (4.37), (4.38) et (4.39).

4.7.2 Equations de couplage exprimées uniquement en fonction des composantes du champ magnétique excitateur

Dans ce paragraphe, nous allons démontrer en utilisant les équations de Maxwell qu'il est aussi possible d'exprimer les deux termes de source des équations de couplage (équations (4.13) et (4.18)) en fonction du champ magnétique excitateur uniquement.

Le terme $E_y^e(0,y)$ apparaissant dans la première équation de couplage peut être écrit en fonction du champ magnétique excitateur en faisant usage de la deuxième équation de Maxwell :

$$\operatorname{curl} H^e = J^e + j\omega \epsilon E^e = (\sigma_{air} + j\omega \epsilon_0) E^e \quad (4.40)$$

Ecrivons (4.40) pour la composante y et au niveau du sol ($z=0$) :

$$E_y^e(y,0) = \frac{1}{\mu_0(\sigma_{air} + j\omega \epsilon_0)} \left[\frac{\partial B_x^e(y,0)}{\partial z} - \frac{\partial B_z^e(y,0)}{\partial x} \right] \quad (4.41)$$

En utilisant (4.41), la première équation de couplage devient :

$$\frac{dU(y)}{dy} + Z' I(y) = j\omega \int_0^h B_x^e(y,z) dz + \frac{1}{\mu_0(\sigma_{air} + j\omega \epsilon_0)} \left[\frac{\partial B_x^e(y,0)}{\partial z} - \frac{\partial B_z^e(y,0)}{\partial x} \right] \quad (4.42)$$

Afin d'exprimer le terme de source de la seconde équation de couplage, nous appliquons de nouveau l'équation de Maxwell (4.40), mais cette fois-ci pour la composante z :

$$E_z^e(y,z) = \frac{1}{\mu_0(\sigma_{air} + j\omega \epsilon_0)} \left[\frac{\partial B_y^e(y,z)}{\partial x} - \frac{\partial B_x^e(y,z)}{\partial y} \right] \quad (4.43)$$

En introduisant (4.43) dans (4.18), nous obtenons la deuxième équation de couplage en termes du champ magnétique excitateur :

$$\frac{dI(y)}{dy} + Y' U(y) = - \frac{Y'}{\mu_0(\sigma_{air} + j\omega \epsilon_0)} \int_0^h \left[\frac{\partial B_y^e(y,z)}{\partial x} - \frac{\partial B_x^e(y,z)}{\partial y} \right] dz \quad (4.44)$$

4.8 EQUATIONS DE COUPLAGE DANS LE DOMAINE TEMPOREL

Pour le cas d'une ligne sans pertes ou avec des paramètres linéaires (impédance et admittance du sol) indépendants de la fréquence, les équations de couplage (4.32) et (4.33) peuvent être aisément converties dans le domaine temporel :

$$\frac{\partial u(y,t)}{\partial y} + R' i(y,t) + L'_e \frac{\partial i(y,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h B_x^e(y,z,t) dz \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial i(y,t)}{\partial y} + G' u(y,t) + C' \frac{\partial u(y,t)}{\partial t} = -G' \int_0^h E_z^e(y,z,t) dz - C' \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h E_z^e(y,z,t) dz \quad (4.46)$$

En termes de tensions diffractées, ces équations deviennent :

$$\frac{\partial u^s(y,t)}{\partial y} + R' i(y,t) + L'_e \frac{\partial i(y,t)}{\partial t} = E_y^e(y,h,t) \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial i(y,t)}{\partial y} + G' u^s(y,t) + C' \frac{\partial u^s(y,t)}{\partial t} = 0 \quad (4.48)$$

Dans ces équations R' désigne la résistance linéaire de la ligne donnée par $R' = R'_w + R'_g$, où R'_w et R'_g sont les impédances linéaires du conducteur et du sol calculées à une fréquence fixe.

La section 4.10 traite le problème de la prise en considération de la dépendance fréquentielle des paramètres de la ligne.

4.9 EQUATIONS DE COUPLAGE POUR UNE LIGNE MULTICONDUCTRICE ET RESOLUTION NUMERIQUE DANS LE DOMAINE TEMPOREL

4.9.1 Equations de couplage pour le cas d'une ligne multiconductrice

La généralisation des équations de couplage obtenues aux sections précédentes pour le cas d'une ligne aérienne comportant plusieurs conducteurs est immédiate. En effet, il est facile à montrer qu'en utilisant la formulation équivalente en termes de tensions propres, les équations (4.47) et (4.48) s'écrivent pour une ligne multiconductrice [97] :

$$\frac{\partial}{\partial y} [u_i^s(y,t)] + [R'_{ijl}] \cdot [i_l(y,t)] + [L'_{ijl}] \frac{\partial}{\partial t} [i_l(y,t)] = [E_y^e(y,h_i,t)] \quad (4.49)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} [i_i(y,t)] + [G_{ij}] \cdot [u_i^S(y,t)] + [C_{ij}] \frac{\partial}{\partial t} [u_i^S(y,t)] = 0 \quad (4.50)$$

où

- $[E_y^e(y, h_i, t)]$ est le vecteur contenant la composante tangentielle du champ électrique exciteur à la hauteur de chaque conducteur;
- $[R'_{ij}], [L'_{ij}], [G'_{ij}],$ et $[C'_{ij}]$ sont respectivement les matrices des résistances, des inductances, des conductances, et des capacités linéaires de la ligne;
- $[i_i(y,t)]$ est le vecteur des courants de ligne;
- $[u_i^S(y,t)]$ est le vecteur des tensions diffractées; le vecteur des tensions totales s'obtient par la relation suivante :

$$[u_i(y,t)] = [u_i^S(y,t)] + [u_i^e(y,t)] = [u_i^S(y,t)] - \left[\int_0^{h_i} E_z^e(y,z,t) dz \right] \quad (4.51)$$

avec

- $[u_i^e(y,t)] = - \left[\int_0^{h_i} E_z^e(y,z,t) dz \right] \approx - [h_i \cdot E_z^e(y,0,t)]$ défini comme le vecteur des tensions excitatrices.

Les conditions aux limites, exprimées en termes des vecteurs de tensions diffractées $[u_i^S(y,t)]$, en tenant compte du couplage du champ électrique vertical avec les fils de descente verticaux s'écrivent :

$$[u_i^S(0,t)] = - [Z_A] \cdot [i_i(0,t)] + [h_i \cdot E_z^e(y=0, z=0, t)] \quad (4.52)$$

$$[u_i^S(L,t)] = [Z_B] \cdot [i_i(L,t)] + [h_i \cdot E_z^e(y=L, z=0, t)] \quad (4.53)$$

où $[Z_A]$ et $[Z_B]$ sont les matrices des impédances de terminaison.

4.9.2 Application de la méthode des différences finies points-centrés pour la résolution numérique des équations de couplage

Le système d'équations décrivant le couplage électromagnétique avec une ligne aérienne multiconductrice (équations (4.49) à (4.53)) peut être résolu en utilisant différentes approches. Une méthode de résolution dans le domaine temporel permet de traiter le problème d'une manière plus directe que celle basée sur une approche fréquentielle. L'inconvénient majeur

d'une telle approche réside dans la difficulté de prise en considération de la dépendance fréquentielle des paramètres, en particulier de l'impédance du sol. En revanche, elle permet de tenir compte facilement des phénomènes non-linéaires tels que l'effet de couronne ou de l'appareillage de protection à caractère non-linéaire placés aux extrémités de la ligne.

Dans le cadre de ce travail, nous avons utilisé la méthode des différences finies points-centrés pour résoudre numériquement les équations de couplage. La représentation en différences finies des équations de couplage est reportée à l'annexe C.1.

4.10 PRISE EN CONSIDERATION DE LA DEPENDANCE FREQUENTIELLE

L'influence des pertes (ayant une dépendance fréquentielle) dans une représentation dans le domaine temporel des équations de couplage peut être prise en compte par le théorème de convolution. Les relations (4.36) et (4.37) exprimées dans le domaine temporel s'écrivent rigoureusement :

$$\frac{\partial u^s(y,t)}{\partial y} + L'_e \frac{\partial i(y,t)}{\partial t} + \int_0^t z'(\tau) i(t-\tau) d\tau = E_y^e(h,y,t) \quad (4.54)$$

$$\frac{\partial i(y,t)}{\partial y} + \int_0^t y'(\tau) u^s(t-\tau) d\tau = 0 \quad (4.55)$$

où $z'(t)$ et $y'(t)$ sont respectivement les transformées de Fourier inverse de $Z'_w + Z'_g$ et Y' .

Il est à noter que pour des cas pratiques, l'équation (4.48) est une excellente approximation de (4.55); c'est pour cette raison que, dans ce qui suit, on s'intéressera plus particulièrement à l'équation (4.54).

Bien que ce problème soit relativement simple pour être décrit mathématiquement, il existe une difficulté pratique pour implémenter numériquement cette technique [109,110]. Dans un algorithme temporel, il est généralement nécessaire de mémoriser les fonctions inconnues (en l'occurrence tensions et courants induits) pour un nombre limité de pas antérieurs. Cependant, la présence de l'intégrale de convolution exige que tout le passé des fonctions inconnues soit retenu et réutilisé à chaque pas temporel. Ceci augmente considérablement le temps de calcul et l'espace-mémoire nécessaires pour effectuer une analyse directe dans le domaine temporel.

Plusieurs auteurs (par ex. [33, 97,111]) ont utilisés des valeurs constantes (calculées à une fréquence fixe) pour les impédances du sol, ceci pour éviter l'utilisation des intégrales de convolution. L'annexe C.2 présente une méthode de résolution dans le domaine temporel qui prend en compte la dépendance fréquentielle du sol; il a été montré en outre que sous certaines

conditions, il est possible de recourir à l'utilisation de l'impédance du sol calculée à une fréquence fixe.

Enfin, il faut ajouter que les conditions aux limites sont généralement plus faciles à exprimer dans le domaine fréquentiel où il est plus aisé de trouver une relation directe entre la tension et le courant. Néanmoins, pour une terminaison de type RLC, une relation différentielle peut être obtenue dans le domaine temporel. Une formulation dans le domaine temporel est spécialement avantageuse lorsqu'il s'agit de modéliser des terminaisons -et d'une façon générale- des phénomènes non-linéaires.

4.11 VALIDATION EXPERIMENTALE DU MODELE DE COUPLAGE

Les équations (4.49) à (4.53) ont été résolues par un programme numérique utilisant la méthode des différences finies points-centrés. Dans le but de valider le modèle et le programme numérique du couplage, des données expérimentales obtenues par d'autres auteurs en 1985 et 1986 sur une installation d'essais expérimentaux au Kennedy Space Center en Floride [33] ont été utilisées. Cette installation comprend une ligne aérienne de test hors tension, de longueur $L=487$ mètres ayant trois conducteurs disposés verticalement que nous appellerons par la suite nappe verticale; les distances de séparation entre les conducteurs du haut et du milieu, respectivement du milieu et du bas sont 0,86 et 0,63 mètres. La mesure de la tension induite a été effectuée aux extrémités du conducteur supérieur ($h = 9,5$ m), alors que les deux autres phases étaient en circuit ouvert. Simultanément avec les surtensions induites, le champ électrique vertical, ainsi que l'angle d'incidence horizontale ϕ (voir Fig. 5.1) de l'onde ont aussi été mesurés.

Pour tous les cas examinés (environ 20), nous avons obtenu un accord jugé relativement satisfaisant pour les formes d'ondes et les amplitudes des surtensions induites mesurées et calculées. Deux exemples de comparaison sont présentés aux Figs. 4.4 et 4.5. La procédure utilisée pour la comparaison est la suivante (pour plus de détails sur l'installation expérimentale et d'autres exemples de comparaison, consulter [33, 112]) :

Les composantes du champ ont été considérées constantes en amplitude sur toute la longueur de la ligne. En effet, la faible valeur mesurée du champ vertical (voir Figs. 4.4.a et 4.5.a) permet de supposer que le point d'impact de la foudre se trouvait à une distance relativement grande (quelques dizaines de km) par rapport à la longueur de la ligne; pour la même raison, la composante horizontale du champ électrique a été calculée en utilisant la fonction wavetilt (voir §3.4.2), approximation valable pour des distances lointaines par rapport au canal de foudre (Figs. 4.4.b et 4.5.b). La valeur de la conductivité σ_g du sol a été choisie égale à $1,6 \cdot 10^{-2}$ S/m correspondant à la valeur moyenne mesurée sur le site. La permittivité relative du sol ϵ_{rg} a été fixée égale à 10.

Les deux composantes (verticale et horizontale) du champ électrique ont été utilisées pour le calcul numérique des surtensions induites. Du fait de la difficulté de la prise en considération de la dépendance en fréquence de la résistance du sol R_g lors d'une résolution dans le domaine temporel, une valeur fixe lui a été attribuée; cette valeur est de 0,05 ohm/m et semble correspondre à la décroissance des oscillations résonnantes des signaux observés expérimentalement sur la ligne en circuit ouvert [33].

On remarque que les valeurs de surtensions calculées à l'extrémité de la ligne (Figs. 4.4.d et 4.5.d) sont en bon accord avec les valeurs mesurées (Figs. 4.4.c et 4.5.c), surtout si l'on considère les différentes sources d'erreur: non uniformité de la conductivité du sol, modélisation des terminaisons comme résistances pures, et le fait de négliger la dépendance fréquentielle du sol.

4.12 DISCUSSION SUR UNE AUTRE APPROCHE DE CALCUL DE COUPLAGE

Dans la littérature technique traitant des effets électromagnétiques de la foudre, d'autres équations de couplage introduites par Rusk [15] ont été adoptées dans plusieurs travaux afin d'évaluer les surtensions induites sur une ligne aérienne de distribution d'énergie (par ex. [32,113-115]). Comme cette approche n'est pas équivalente à celle utilisée dans ce travail, une discussion supplémentaire est présentée dans ce qui suit. Sans perte de généralités, nous allons considérer une ligne sans pertes formée d'un conducteur au-dessus d'un sol, car les équations de Rusk ont été formulées et utilisées pour ce cas particulier. Ce système d'équations s'écrit [15,32,113-115] :

$$\frac{\partial u(y,t)}{\partial y} + L_e' \frac{\partial i(y,t)}{\partial t} = 0 \quad (4.56)$$

$$\frac{\partial i(y,t)}{\partial y} + C' \frac{\partial}{\partial t} (u(y,t) - u^i(y,t)) = 0 \quad (4.57)$$

où $u(y,t)$ et $i(y,t)$ sont les tensions et courants totaux le long de la ligne, et $u^i(y,t)$ appelée la tension inductrice (en anglais "*inducing voltage*") est définie par

$$u^i(y,t) = - \int_0^h E_z^e(y,z,t) dz = -h E_z^e(y,z,t) \quad (4.58)$$

Notez que cette définition est identique à celle de la tension excitatrice donnée par (4.34).

Les équations de couplage en termes des tensions totales (4.45) et (4.46) s'écrivent pour une ligne sans pertes :

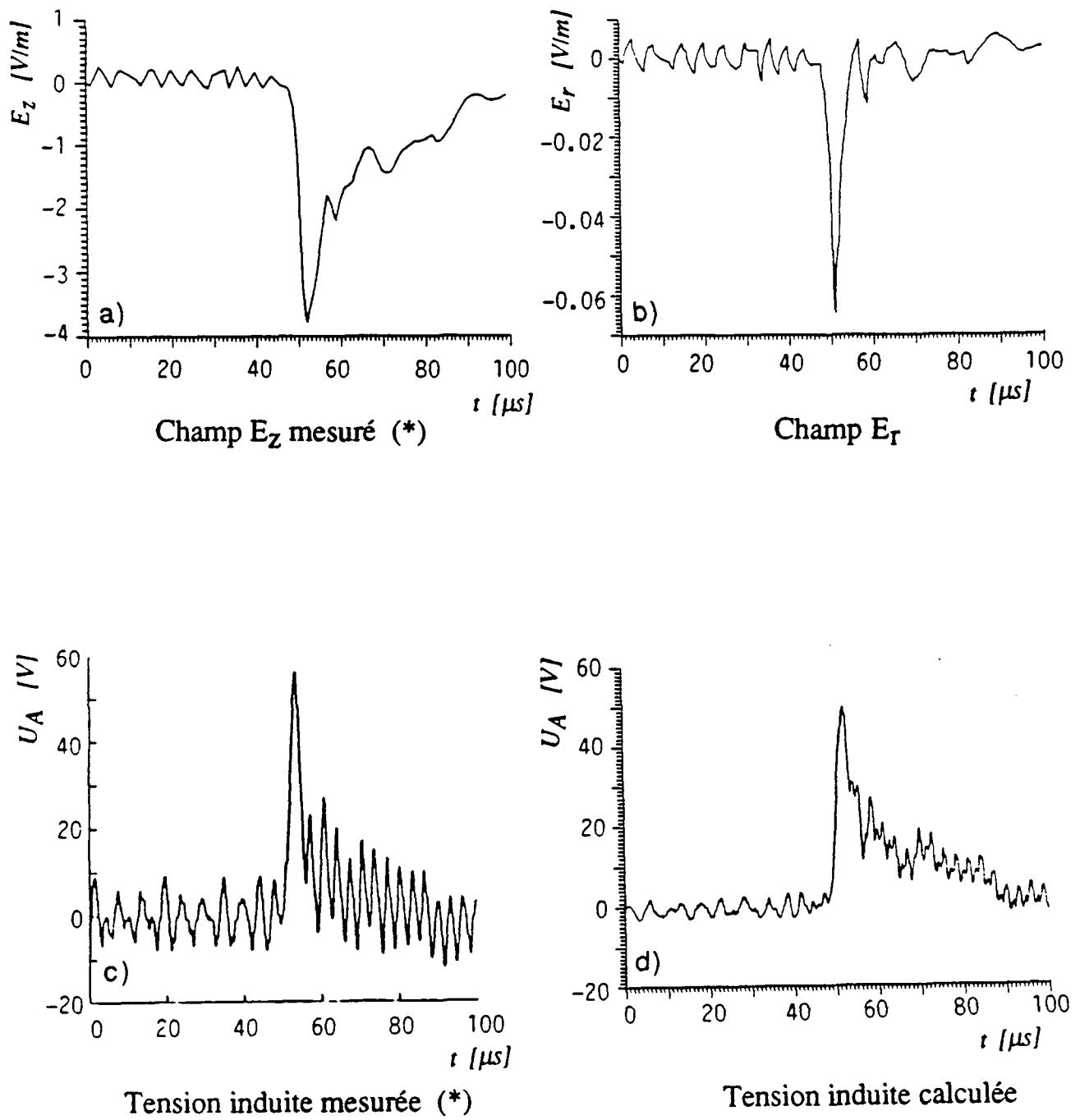


Fig. 4.4 - Exemple de comparaison entre les valeurs mesurées et calculées des surtensions induites par une décharge de foudre. $\phi = 45.40^\circ$; le conducteur en circuit ouvert aux deux extrémités. (*) les mesures expérimentales ont été fournies par le "Lightning Research Group" de l'Université de Floride.

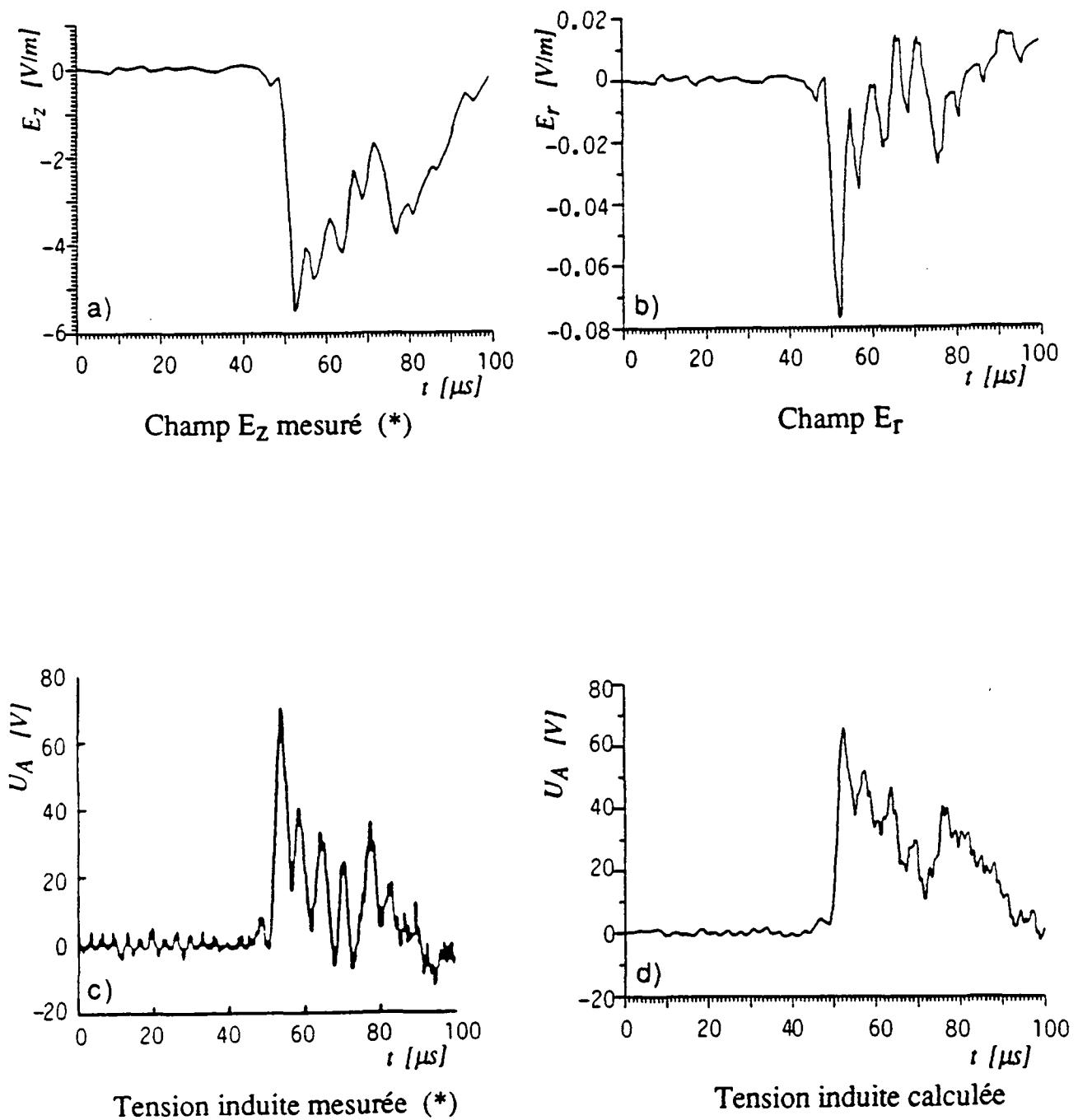


Fig. 4.5 - Exemple de comparaison entre les valeurs mesurées et calculées des surtensions induites par une décharge de foudre. $\phi = 60^\circ$; le conducteur en circuit ouvert aux deux extrémités. (*) les mesures expérimentales ont été fournies par le "Lightning Research Group" de l'Université de Floride.

$$\frac{\partial u(y,t)}{\partial y} + L_e' \frac{\partial i(y,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h B_x^e(y,z,t) dz \quad (4.59)$$

$$\frac{\partial i(y,t)}{\partial y} + C' \frac{\partial u(y,t)}{\partial t} = -C' \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h E_z^e(y,z,t) dz \quad (4.60)$$

En comparant les équations de Rusk (4.56) à (4.58) aux équations (4.59) et (4.60), nous déduisons que (4.57) est tout à fait équivalent à (4.60), tandis que dans (4.56), le terme de source représentant l'effet du flux d'induction magnétique est absent. Le fait de négliger ce terme de source peut avoir comme conséquence une mauvaise estimation, voire dans certains cas une sous-estimation des surtensions induites. Ceci est montré par l'exemple de la Fig. 4.6, où les surtensions induites sur une ligne de longueur infinie reportées dans [116] et calculées en adoptant le modèle de couplage décrit par les équations (4.56) et (4.57) ont été comparées avec les valeurs calculées en utilisant les équations (4.59) et (4.60). Pour la comparaison, le même modèle de courant de foudre adopté dans [116] a été utilisé, ainsi que le même courant de foudre à la base du canal qui comprend une montée linéaire avec le temps de montée $t_f = 5 \mu s$, suivi d'un courant constant d'amplitude $I_o = 30 \text{ kA}$.

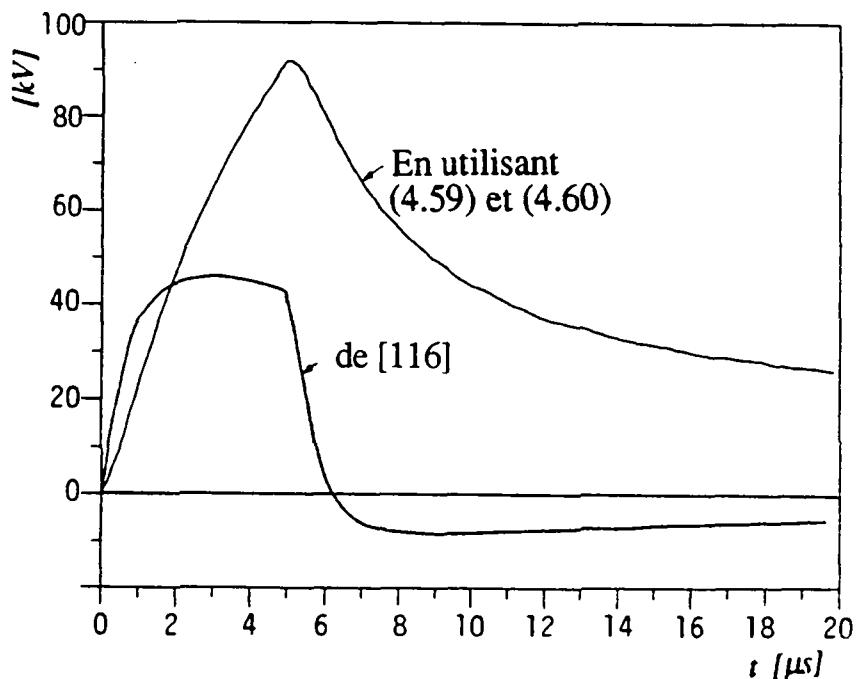


Fig. 4.6 - Comparaison entre les surtensions induites au milieu d'une ligne sans pertes de longueur infinie reportées dans [116] et celles calculées en utilisant (4.59) et (4.60).
L'impulsion du courant de foudre à la base du canal: $t_f = 5 \mu s$, $I_o = 30 \text{ kA}$; la vitesse de l'arc en retour $v = 10^8 \text{ m/s}$; distance du point d'impact 100 m. Pour faciliter la comparaison, la polarité de la surtension reporté dans [116] a été renversée.

Il est important de mentionner que l'auteur a trouvé une forme d'onde très similaire à celle reportée dans [73] en négligeant les termes d'électrostatique et d'induction du champ électrique et en ne considérant que le terme de rayonnement.

Le terme de source dû à l'action du flux d'induction magnétique dans (4.59) peut aussi être exprimé uniquement en fonction des composantes du champ électrique excitateur; ceci est montré par la relation suivante qui est dérivée des équations de Maxwell [117] :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^{h_i} B_x^e(y, z, t) dz = E_y^e(y, h_i, t) + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^{h_i} E_z^e(y, z, t) dz \quad (4.61)$$

Chowdhuri, dans les discussions de [115], a affirmé que le système d'équations de couplage (4.56) à (4.58) néglige l'effet de la composante horizontale du champ électrique. Or, l'équation (4.61) montre clairement que l'absence du terme dû à l'action du flux d'induction magnétique ne peut pas être considérée comme équivalent à négliger la contribution du champ horizontal.

4.13 CONCLUSIONS

Dans ce chapitre, un modèle de couplage basé sur la théorie des lignes de transmission a été appliqué au problème de l'interaction entre le champ électromagnétique généré par la foudre et une ligne aérienne. Les équations de couplage ont été développées à partir des équations de Maxwell pour le cas d'une ligne aérienne avec pertes. Il a été montré que ces équations peuvent s'exprimer par trois systèmes d'équations tout à fait équivalents. Dans le premier système, les termes de sources sont fonctions des champs électrique et magnétique excitateurs; dans le second, les termes de source se trouvent nettement simplifiés et ne font intervenir que les composantes du champ électrique. Ces deux systèmes, déjà présentés dans la littérature, ont été adaptés au cas où le retour du courant est assuré par un sol de conductivité finie. Enfin le dernier système d'équations développé dans le cadre de ce travail a comme originalité d'exprimer les termes de source uniquement en fonction des composantes du champ magnétique. Cette approche pourrait être intéressante lorsqu'on dispose de mesures expérimentales de champ magnétique.

Les équations de couplage ont été résolues par un algorithme utilisant la méthode des différences finies points-centrés dans le domaine temporel.

La dépendance fréquentielle de l'impédance du sol a été prise en compte et il a été montré que, dans certaines circonstances, il était possible de recourir à l'approche simplifiée consistant à calculer une valeur de cette impédance pour une fréquence fixe.

Le programme numérique basé sur le modèle de couplage adopté a été validé en utilisant des mesures expérimentales. L'accord entre les valeurs calculées et mesurées a été satisfaisant.

Il a aussi été montré qu'un modèle de couplage différent utilisé fréquemment dans la littérature scientifique, et qui néglige un terme de source dans les équations de transmission, peut donner lieu à une prédition erronée des intensités et des formes d'onde des surtensions induites.

Le modèle de couplage développé dans ce chapitre, associé avec celui de l'arc en retour présenté au chapitre III, peuvent être utilisés pour évaluer les surtensions induites par une décharge de foudre sur une ligne aérienne, pour une configuration donnée.

Surtensions induites par une décharge de foudre proche sur une ligne aérienne. Une analyse de sensibilité

5.1 INTRODUCTION

En se basant sur des modèles de l'arc en retour et de couplage électromagnétique présentés aux chapitres III et IV, des programmes de simulation numérique des surtensions induites par la foudre sur une ligne aérienne ont été développés.

Le but de ce chapitre est de présenter une analyse de sensibilité afin de déterminer quels sont les paramètres qui affectent d'une façon significative les surtensions induites par une décharge de foudre sur une ligne de transmission aérienne. Le but d'une telle analyse serait de définir des cas extrêmes typiques sur la base desquels il est possible de concevoir la coordination des isolements et des éléments de protection.

L'analyse des surtensions commence par l'illustration et la discussion de la contribution des composantes verticale et horizontale du champ électrique. L'influence de différents paramètres qui caractérisent la décharge (la valeur de crête et la raideur du front du courant de l'arc en retour et la vitesse de l'arc en retour) sur la forme d'onde et l'amplitude des surtensions induites sera présentée par la suite.

L'analyse est complétée par une comparaison des surtensions calculées en utilisant différents modèles de distribution de courant de foudre proposés dans la littérature.

La dernière partie de ce chapitre est consacrée à l'étude des surtensions induites sur une ligne triphasée et à l'influence d'un câble de garde.

Toutes les simulations présentées dans ce chapitre correspondent à des coups de foudre proches dont la distance par rapport à la ligne ne dépasse pas quelques centaines de mètres. De ce fait, l'hypothèse d'un sol de conductivité infinie peut être considérée comme raisonnable pour le calcul des composantes du champ électrique.

5.2 SPECIFICATION DES OUTILS DE SIMULATION NUMERIQUE

5.2.1 Description des programmes

Basés sur la théorie présentée aux chapitres III et IV, différents programmes de simulation numérique sur ordinateur ont été réalisés. Ces programmes permettent:

- de déterminer le champ électromagnétique produit par un canal de foudre, en partant du courant de l'arc en retour à la base du canal et en adoptant un des modèles de distribution de courant présentés au chapitre III. Le courant à la base du canal peut être spécifié soit à l'aide d'une fonction analytique, soit par une suite numérique;
- de déduire le courant de foudre à la base du canal à partir du champ électrique (ou magnétique) lointain;
- de calculer les surtensions induites en un point quelconque d'une ligne à plusieurs conducteurs située à proximité de la décharge. La donnée du problème est soit le courant de foudre à la base du canal, soit le champ électromagnétique rayonné (par exemple valeurs provenant des mesures expérimentales); la ligne est spécifiée par ses paramètres géométriques, ses terminaisons qui peuvent être résistives, capacitives, inductives ou non-linéaires, ainsi que par sa position relative par rapport au point d'impact de la foudre;
- d'effectuer une analyse fréquentielle du champ électromagnétique, ainsi que des surtensions induites par des routines adéquates de transformation de Fourier rapide.

5.2.2 Environnement informatique

Les versions initiales des programmes ont été réalisées sur l'ordinateur Vax 8600 du département d'électricité de l'EPFL. Le language utilisé est le FORTRAN-77.

Dû à la complexité des équations à résoudre, ces programmes exigent parfois des temps de calcul importants. C'est la raison pour laquelle des versions similaires ont été implémentées sur l'ordinateur vectoriel Cray-2 du centre de calcul de l'EPFL, ce qui a permis une réduction spectaculaire des temps de calcul.

5.3 ANALYSE DES SURTENSIONS INDUITES

5.3.1 Géométrie du problème

La figure 5.1 présente la géométrie du problème: le canal de foudre, assimilé à une antenne unidimensionnelle verticale, est placée sur l'axe z. Une ligne électrique multiconductrice de télécommunication ou de distribution d'énergie dirigée selon l'axe des x est située à proximité du point d'impact de la foudre. La position de la ligne est repérée par les coordonnées d'une de ses extrémités A(x_o, y_o).

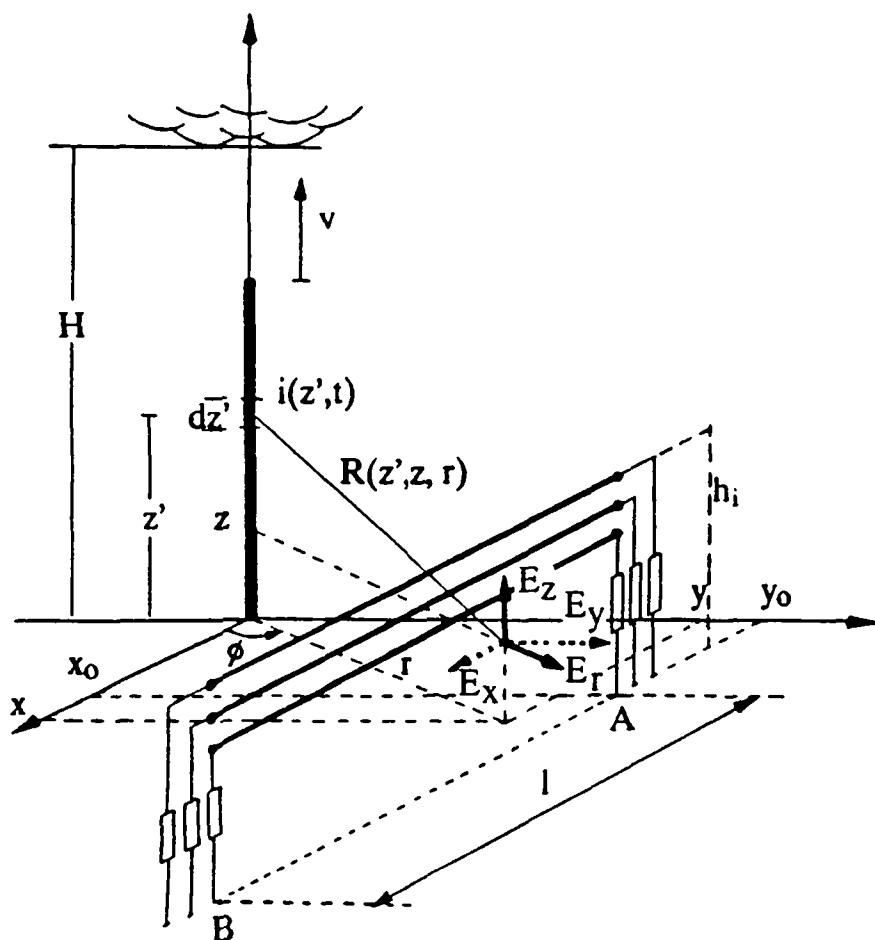


Fig. 5.1 - Géométrie utilisée pour le calcul des surtensions induites par la foudre sur une ligne aérienne multiconductrice.

5.3.2 Définition du cas de base

Nous considérons un conducteur aérien de 1 km de long, à une hauteur de 10 m au-dessus du sol. La ligne est supposée être terminée sur son impédance caractéristique à ses deux extrémités, ceci pour éviter les phénomènes de réflexions multiples qui rendent moins évidente la discussion des résultats. Le point d'impact est considéré symétrique par rapport aux deux terminaisons et à une distance de 50 m de la ligne (sa position est définie par $x_o = -500 \text{ m}$, et $y_o = 50 \text{ m}$, voir Fig. 3.1) [111,120].

Comme le point de la ligne le plus éloigné du point d'impact de la foudre se trouve à environ 500 m , l'hypothèse d'un sol de conductivité infinie a été admise pour le calcul du champ. D'autre part, la résistance de la ligne, ainsi que sa conductance transversale ont été négligées.

Pour le cas de base, un courant correspondant à un arc en retour subséquent typique a été adopté. Celui-ci a une valeur de crête de 12 kA , une raideur de front (dérivée temporelle maximum) de $40 \text{ kA}/\mu\text{s}$ [5]. Il est simulé par une fonction analytique présentée au chapitre III (équation (3.20) et Tableau 3.2, Fig. 3.8).

Le champ électromagnétique a été calculé en partant du courant à la base du canal défini ci-haut, et en utilisant le modèle "ligne de transmission modifiée" (MTL) avec une valeur typique de vitesse de l'arc en retour $v = 1.3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ [13], et un taux de décroissance de l'intensité du courant $\lambda = 1.7 \text{ km}$. Enfin, la hauteur du canal de foudre a été fixée à une valeur de 7.5 km ; il a été montré que ce paramètre n'affecte pas d'une façon significative le champ rayonné et les surtensions induites [83].

La figure 5.2 a, b, et c représente les surtensions induites en trois points de la ligne ($x_{o1} = -500 \text{ m}$; $x_{o2} = -250 \text{ m}$; $x_{o3} = 0 \text{ m}$). Dans cette figure, les contributions de la composante horizontale E_x^E , la tension excitatrice $-h \cdot E_z^E$, et la contribution des fils de descente verticaux couplés avec le champ vertical E_z^E ont aussi été représentées. Il est à noter que ces deux dernières composantes forment la contribution du champ vertical.

Cette figure montre que les composantes verticale et horizontale du champ électrique sont toutes deux d'une importance fondamentale dans le mécanisme du couplage. Il est utile d'observer que l'amplitude de la composante horizontale du champ électrique est relativement faible par rapport à la composante verticale: à environ 50 m du canal, l'intensité du champ horizontal calculé à 10 m au-dessus du sol est environ un cinquième de celle du champ vertical, et ce rapport diminue au fur et à mesure que le point d'observation s'éloigne du canal. Néanmoins, l'effet de cette composante sur les surtensions induites reste extrêmement important, ceci en accord avec les résultats de [117].

Les surtensions totales le long de la ligne se présentent sous la forme d'une onde unipolaire positive. Tandis que la contribution du champ électrique vertical à la surtension totale le long de la ligne est toujours positive, le couplage avec le champ horizontal peut être à l'origine d'une polarité positive (Fig. 5.2 a), bipolaire (Fig. 5.2 b), ou négative (Fig. 5.2 c).

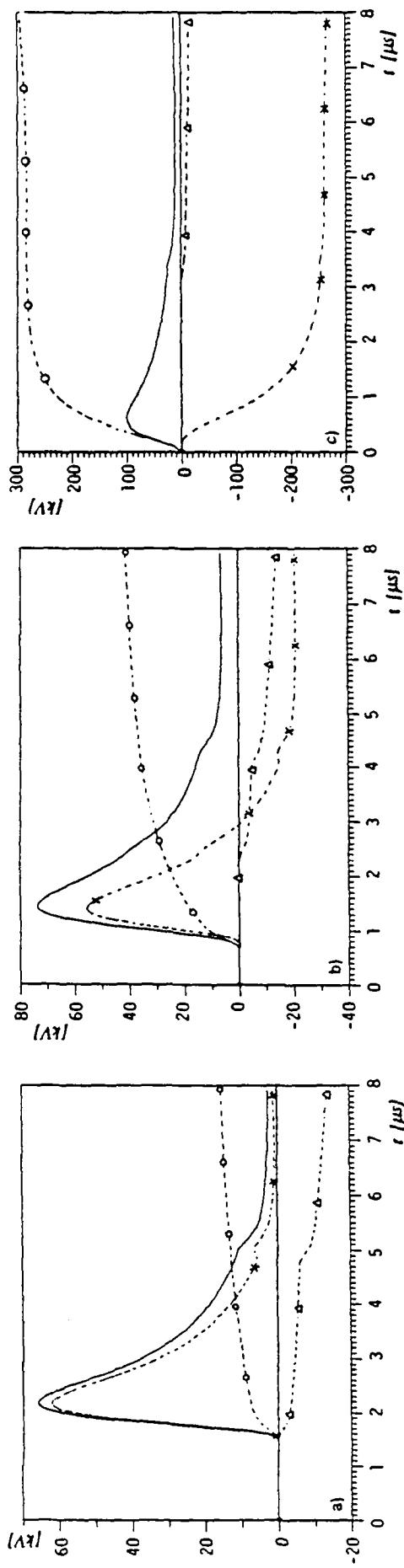


Fig. 5.2 - Surtensions induites en différents points le long d'une ligne aérienne de 1 km de long par un arc en retour subséquent typique.
Le point d'impact de la foudre est à 50 m de distance, symétrique par rapport à la ligne ($x_0 = -500$ m, $y_0 = 50$ m).

a) aux extrémités; b) à 250 m des extrémités; c) au milieu de la ligne.

Le courant à la base du canal est celui présenté à la figure 3.8. L'origine du temps est décalée de y_0/c .

Il faut mentionner que d'autres configurations (terminaisons non adaptées, autres positions du point d'impact de la foudre, etc.) peuvent conduire à des surtensions de polarité négative ou bipolaire.

La Fig. 5.3 présente la distribution de la composante tangentielle du champ horizontal le long de la ligne. Cette distribution résulte des effets d'une part de la décroissance de l'amplitude du champ avec la distance, et d'autre part de l'augmentation de sa projection dans la direction de la ligne. La forme de cette distribution est réconfortante quant à l'hypothèse d'un sol de conductivité infinie. En effet, cette hypothèse est valable à des distances très proches du point d'impact; or, la Fig 5.3 montre, en accord avec [117], que c'est précisément la partie centrale de la ligne (la partie la plus proche du point d'impact) qui joue le rôle prépondérant dans le couplage avec la composante horizontale du champ électrique.

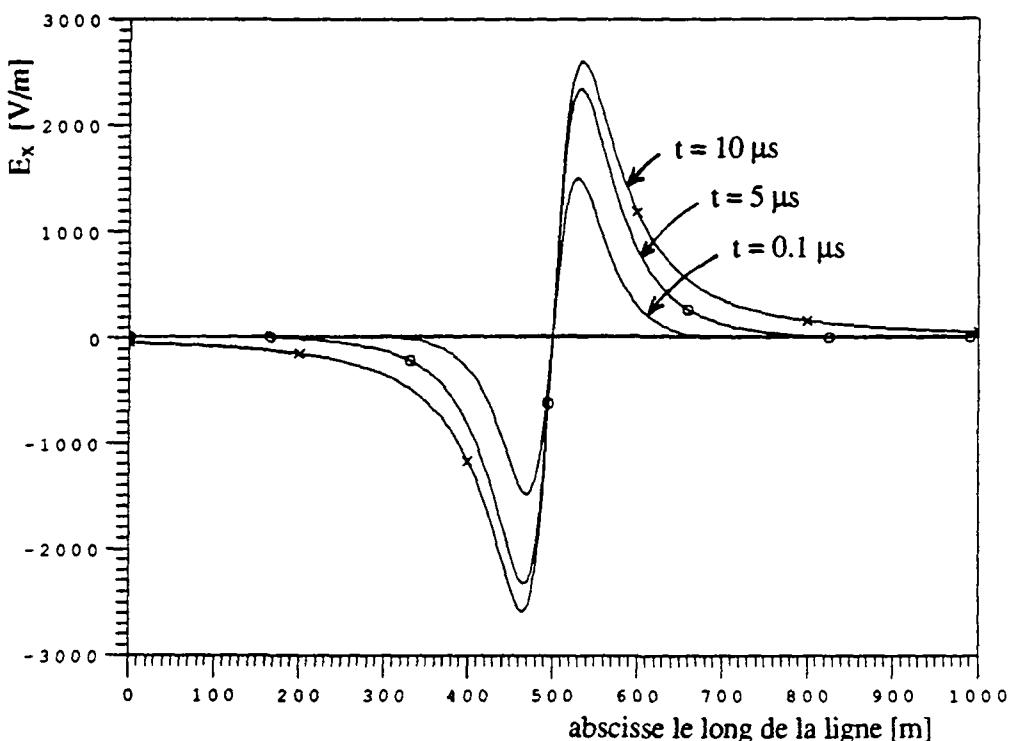


Fig. 5.3 - Distribution du champ électrique horizontal dans la direction de la ligne.

5.3.3 Influence de la valeur de crête et de la raideur du front du courant de foudre à la base du canal

Afin de mettre en évidence l'influence de la valeur de crête et de la raideur du front (dérivée maximum) du courant de l'arc en retour sur les surtensions induites, nous utiliserons les

valeurs statistiques présentées par Berger et al. [4] (voir Tableau 2.1, chapitre II) et reproduites dans le Tableau 5.1.

Tableau 5.1 - Distribution statistique de la valeur de crête et de la dérivée maximum du courant correspondant à un arc en retour subséquent [4].

Paramètre	Pourcentage de cas dépassant la valeur indiquée		
	95%	50%	5%
Valeur de crête [kA]	4.6	12	30
Dérivée maximum [kA/ μ s]	12	40	120

D'après les équations (3.7), (3.8) et (3.20), il est évident que les deux composantes verticale et horizontale du champ électrique sont proportionnelles à l'intensité du courant; d'autre part, comme les équations du couplage sont des équations linéaires, il résulte qu'une augmentation d'un facteur N de l'intensité du courant entraîne la même augmentation pour la valeur de crête et la dérivée maximum des surtensions induites.

Toutefois, pour évaluer séparément l'influence de la valeur de crête et la raideur du front du courant de l'arc en retour, ces deux paramètres ont été variés indépendamment l'un de l'autre. Pour chaque cas, les valeurs adéquates pour les coefficients intervenant dans l'expression du courant (3.20) ont été choisies afin de reproduire les valeurs présentées dans le Tableau 5.1.

L'influence de la valeur de crête du courant sur les surtensions induites est présentée à la Fig. 5.4 (voir aussi le Tableau 5.2 pour des valeurs numériques). Ce paramètre a été varié en maintenant constante la valeur de la raideur du front ($= 40 \text{ kA}/\mu\text{s}$); de ce fait, on peut remarquer que l'augmentation de l'amplitude des surtensions induites est moins forte que celle du courant de l'arc en retour.

La Fig. 5.5 illustre l'effet de la variation de la raideur du front du courant sur les surtensions induites (l'amplitude du courant étant fixée à 12 kA). Pour une augmentation d'un facteur 10 dans la marge de variation examinée, on remarque une augmentation de la raideur du front de la surtension d'un facteur 4, tandis que sa valeur de crête augmente seulement d'un facteur 1.4 (voir Tableau 4.2).

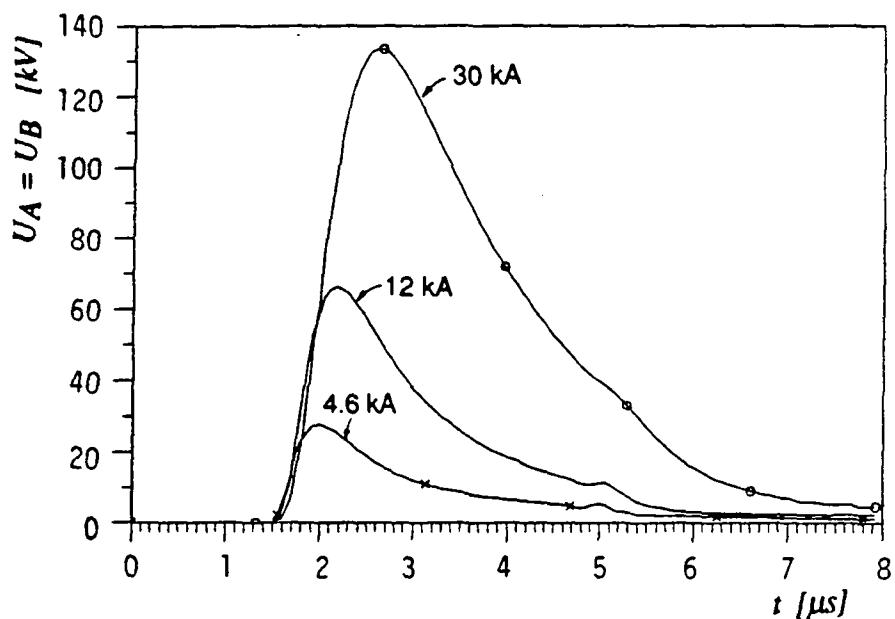


Fig. 5.4 - Influence de la valeur de crête du courant de l'arc en retour sur les surtensions induites.

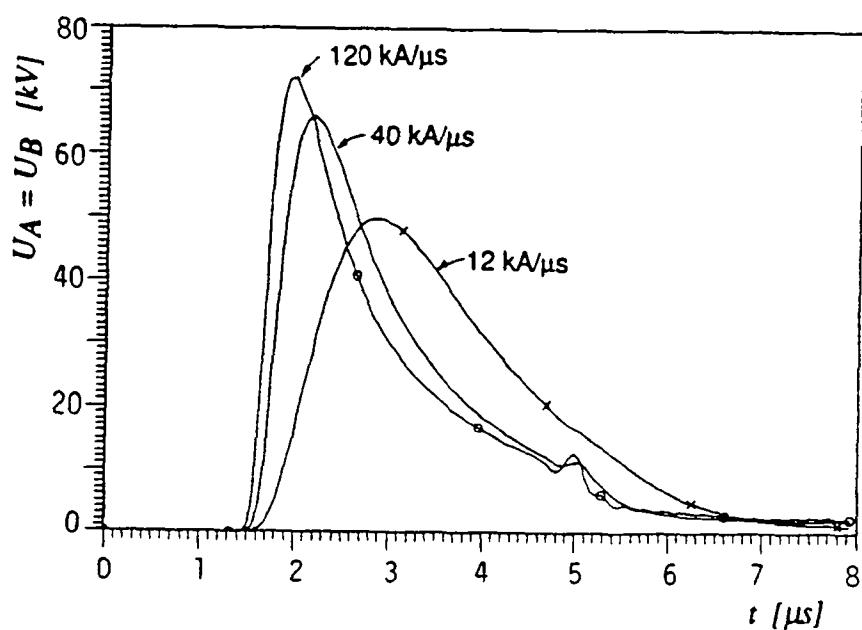


Fig. 5.5 - Influence de la raideur du front (dérivée maximum) du courant de l'arc en retour sur les surtensions induites.

5.3.4 Influence de la vitesse de l'arc en retour

Trois valeurs représentatives de vitesses de l'arc en retour ont été choisies pour illustrer l'influence de ce paramètre sur les surtensions induites. Ces valeurs sont: $0.6 \cdot 10^8$ m/s, $1.3 \cdot 10^8$ m/s, et $2 \cdot 10^8$ m/s. Les calculs sont représentés à la Fig. 5.6.

Il est à noter que les calculs ont été faits en admettant la même valeur de l'intensité du courant; en réalité cette grandeur ne semble pas être totalement indépendante de la vitesse de l'arc en retour et il existe plusieurs relations qui se proposent d'exprimer cette dépendance (voir par exemple [16]).

La Fig. 5.6 montre que, pour la configuration donnée, une augmentation de la vitesse de l'arc en retour provoque une augmentation marquée de la raideur du front de la surtension, mais n'affecte que très peu sa valeur de crête. Ce résultat peut être expliqué en considérant la contribution des différents termes (électrostatique, induction et rayonnement) du champ électrique. À des distances très proches du canal de foudre, le terme du rayonnement est uniquement responsable de la montée rapide initiale du champ. Durant cette période, ce terme augmente presque proportionnellement en fonction de la vitesse de l'arc en retour v , après quoi, le terme électrostatique dont l'amplitude diminue légèrement avec v devient prédominant [83].

Le Tableau 5.2 récapitule l'influence des paramètres de la décharge sur les surtensions induites.

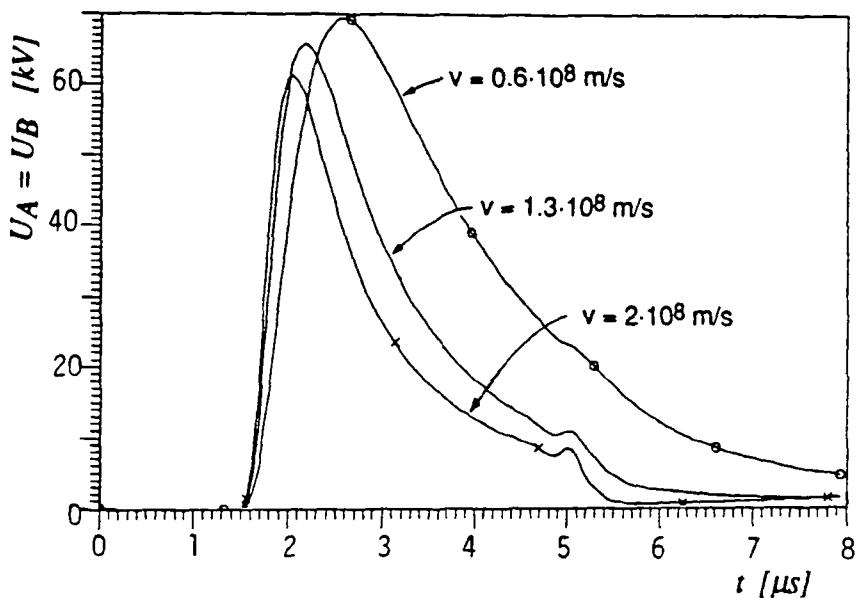


Fig. 5.6 - Influence de la vitesse de l'arc en retour sur les surtensions induites.

Tableau 5.2 - Influence des paramètres du courant de foudre sur la valeur de crête U_p , la raideur du front $(dU/dt)_{max}$, le temps de montée $t_{30-90\%}$, et la durée t_d de la surtension induite.

CAS	U_p [kV]	(dU/dt) max [kV/ μ s]	$t_{30-90\%}$ [μ s]	t_d [μ s]
BASE				
($I_p=12\text{kA}$, $(di/dt)_{max}=40\text{kA}/\mu\text{s}$, $v = 1.3 \cdot 10^8\text{ m/s}$)	66	190	0.5	1.4
$I_p = 4.6\text{ kA}$	28	105	0.3	1.1
$I_p = 30\text{ kA}$	133	225	0.7	2.1
$(di/dt)_{max}=12\text{kA}/\mu\text{s}$	50	65	0.8	2.2
$(di/dt)_{max}=120\text{kA}/\mu\text{s}$	72	290	0.3	1.1
$v = 0.6 \cdot 10^8\text{ m/s}$	69	120	0.7	2.2
$v = 2 \cdot 10^8\text{ m/s}$	61	220	0.3	0.8

5.3.5 Influence des modèles de distribution de courant de foudre sur les valeurs des surtensions induites calculées

Plusieurs modèles spécifiant la distribution du courant le long du canal de foudre et proposés dans la littérature ces dernières années ont été passés en revue dans le chapitre III (voir aussi [40,41]). Il s'agit des modèles de Bruce et Golde (BG, 1941), de ligne de transmission (TL, 1969), de Master et al. (MULS, 1981), le modèle "source de courant mobile" (TCS, 1985), et enfin le modèle "ligne de transmission modifié" (MTL, 1987).

Il a été montré que tous ces modèles, à part le modèle TL reproduisent d'une manière satisfaisante les caractéristiques du champ électromagnétique rayonné par la foudre. En outre, nous rappelons qu'il a été possible de les classifier en deux groupes selon: 1) le traitement du

front du courant de l'arc en retour comme une discontinuité (BG, TCS) ou comme une montée rapide égale à celui du courant à la base du canal (TL, MULS, MTL), et 2) la distribution de la charge neutralisée par l'arc en retour en forme d'une décroissance exponentielle (MTL, MULS) ou de même allure que celui du courant à la base du canal (BG, TCS) [40].

Afin de montrer comment ces différences peuvent influer sur les surtensions induites, un modèle représentatif de chaque groupe, TCS et MTL, a été considéré pour la comparaison.

Les surtensions induites calculées pour le cas de base et en partant du même courant à la base du canal sont représentées à la Fig. 5.7. On peut voir que les formes d'ondes des surtensions calculées en utilisant les deux modèles sont très similaires. En revanche, la valeur de crête et la raideur du front résultant du modèle TCS sont supérieures à celles calculées en utilisant le modèle MTL (voir Tableau 5.3). Cette différence s'explique par le fait que le modèle TCS prédit un champ électrique ayant un pic initial plus intense et plus raide que celui calculé en utilisant le modèle MTL [40].

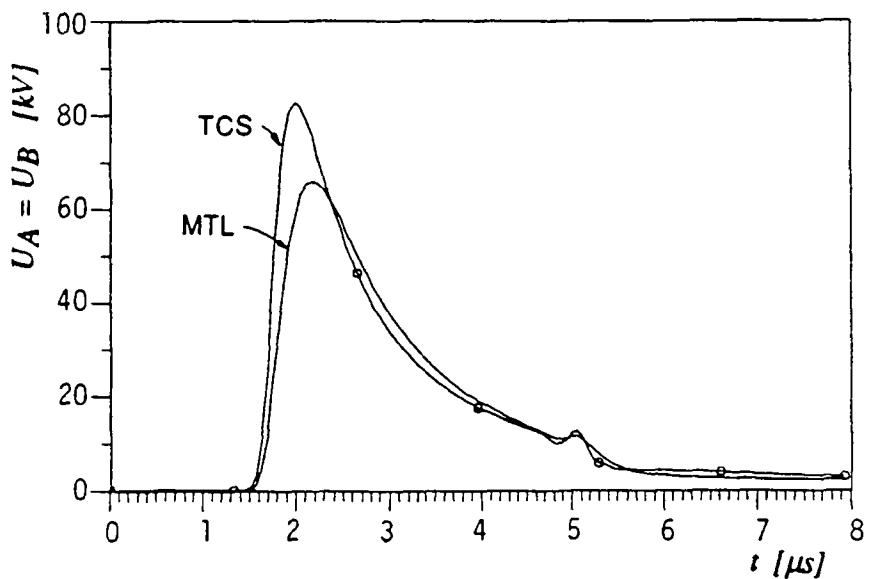


Fig. 5.7 - Surtensions induites calculées en adoptant deux différents modèles de courant de foudre (MTL et TCS), en partant du même courant à la base du canal.

Pour les mêmes conditions, les surtensions calculées en utilisant les autres modèles (BG,MULS) présentent des valeurs de crête et des raideurs de front pratiquement identiques (pour le modèle MULS) ou plus grandes (pour le modèle BG) que celles obtenues par le modèle MTL, sans jamais dépasser les valeurs obtenues en adoptant le modèle TCS.

Par conséquent, en comparant les deux Tableaux 5.2 et 5.3, on peut conclure que les différences entre les surtensions calculées en adoptant différents modèles sont du même ordre de grandeur que celles résultant de la variation statistique des paramètres de la décharge.

Tableau 5.3 - Paramètres des surtensions induites calculées en adoptant deux modèles différents de courant de foudre (MTL et TCS) en partant du même courant à la base du canal.

MODELE	U_p [kV]	(dU/dt) max [kV/ μ s]	$t_{30-90\%}$ [μ s]	t_d [μ s]
MTL	66	190	0.5	1.4
TCS	82	320	0.2	1.1

5.4 SURTENSIONS INDUITES SUR UNE LIGNE TRIPHASEE

5.4.1 Ligne triphasée sans câble de garde

La surtension induite sur un conducteur appartenant à une ligne multiconductrice est affectée par la présence des autres conducteurs. Cet effet se traduit dans les équations de couplage (4.49) et (4.50) par des termes de couplage mutuel dans les matrices des capacités et des inductances linéaires.

Afin de mettre en évidence cet effet, deux configurations de ligne triphasée ont été considérées [121]. La première est la configuration en nappe verticale où les trois conducteurs de phase sont placés sur un même axe vertical à des hauteurs différentes au-dessus du sol. La seconde configuration est en nappe horizontale. Les paramètres géométriques de ces deux configurations sont présentés dans le Tableau 5.4.

Les surtensions ont été calculées pour une configuration qui correspond au cas de base défini à la section 5.2.2 sauf que la ligne est de type triphasée, chaque phase étant terminée sur une résistance égale à son impédance caractéristique. La Fig. 5.8 représente les surtensions induites sur les 3 phases de la ligne aérienne pour les deux types de configuration considérés.

Le Tableau 5.5 donne les rapports entre les amplitudes des surtensions induites sur les trois phases, et celles correspondant à un conducteur seul placé à la même hauteur.

En examinant le Tableau 5.5, on peut dire que la présence d'autres conducteurs de phase se traduit essentiellement par une diminution d'environ 15 à 20% des amplitudes des surtensions. La diminution maximale est de 20% pour la configuration en nappe verticale et de 17% pour la configuration en nappe horizontale et correspond à la deuxième phase.

Chowdhuri [121], en utilisant une théorie incomplète de couplage (discutée au §4.6), a conclu que pour une configuration de type horizontal, la présence des autres conducteurs n'affecte pas les surtensions induites tant que les distances entre conducteurs restent inférieures à la distance entre le point d'impact et la ligne. Cette affirmation est en contradiction avec nos résultats obtenus en adoptant les équations adéquates exprimant le couplage.

Tableau 5.4 - Paramètres géométriques de la ligne triphasée pour deux configurations en nappe verticale et horizontale.

Paramètres de la ligne	Configuration en nappe verticale	Configuration en nappe horizontale
Rayon du conducteur de phase [mm]	9.14	9.14
Hauteur par rapport au sol h_1 [m]	10.	10.
Hauteur par rapport au sol h_2 [m]	13.66	10.
Hauteur par rapport au sol h_3 [m]	17.31	10.
Distance entre conducteurs d_{12} [m]	3.66	3.66
Distance entre conducteurs d_{23} [m]	3.66	3.66
Distance entre conducteurs d_{31} [m]	7.32	7.32

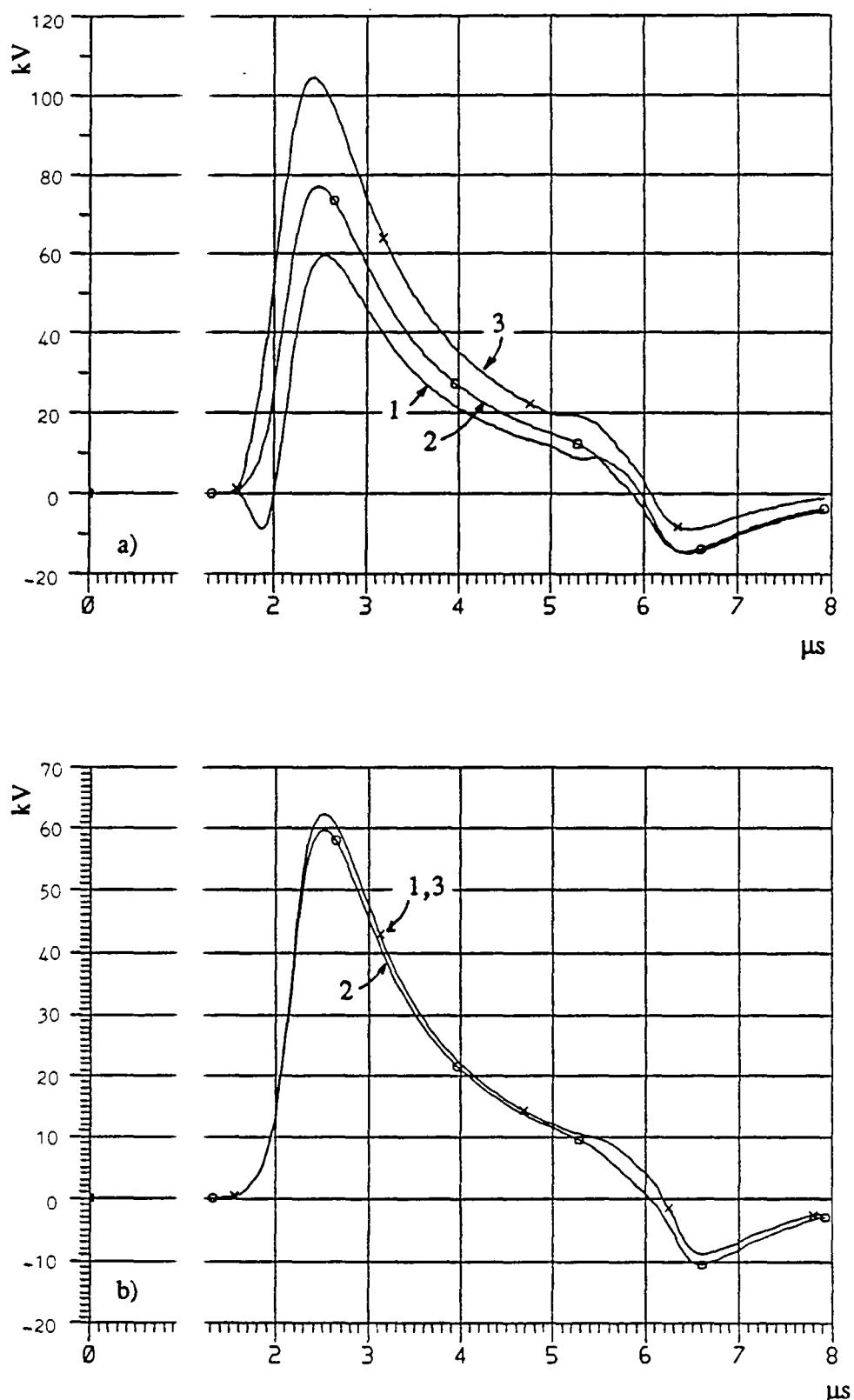


Fig. 5.8 - Surtensions induites sur les 3 conducteurs d'une ligne triphasée.
a) configuration en nappe verticale b) configuration en nappe horizontale

Tableau 5.5 - Valeurs de crête des surtensions induites U_i sur les 3 phases de la ligne sans câble de garde. Valeurs en p. u. par rapport aux valeurs correspondant à un conducteur seul placé à la même hauteur $U(h_i)$.

Paramètre	Configuration en nappe verticale	Configuration en nappe horizontale
$U_1/U(h_1)$	0.83	0.86
$U_2/U(h_2)$	0.80	0.83
$U_3/U(h_3)$	0.87	0.86

5.4.2 Influence des câbles de garde

Pour illustrer l'effet réducteur d'un câble de garde, nous avons considéré les deux lignes triphasées en présence des câbles de garde (le conducteur 4 pour la configuration en nappe verticale et les conducteurs 4 et 5 pour celle en nappe horizontale, voir Tableau 5.6); les câbles de gardes sont mis à la terre aux deux extrémités de la ligne.

Tableau 5.6 - Paramètres géométriques des câbles de garde de la ligne triphasée pour deux configurations en nappe verticale et horizontale.

Paramètres de la ligne	Configuration en nappe verticale	Configuration en nappe horizontale
Rayon du conducteur de garde [mm]	3.96	3.96
Hauteur par rapport au sol h_4 [m]	20.36	13.05
Hauteur par rapport au sol h_5 [m]	-	13.05
Distance entre conducteurs d_{45} [m]	-	3.66

La Fig. 5.9 présente les surtensions induites sur la troisième phase avec et sans câble de garde. On remarque que la présence de câbles de garde entraîne une diminution des amplitudes des surtensions; en même temps elle crée des oscillations supplémentaires dues aux réflexions sur le conducteur de garde qui se manifestent sur les autres conducteurs par le couplage mutuel.

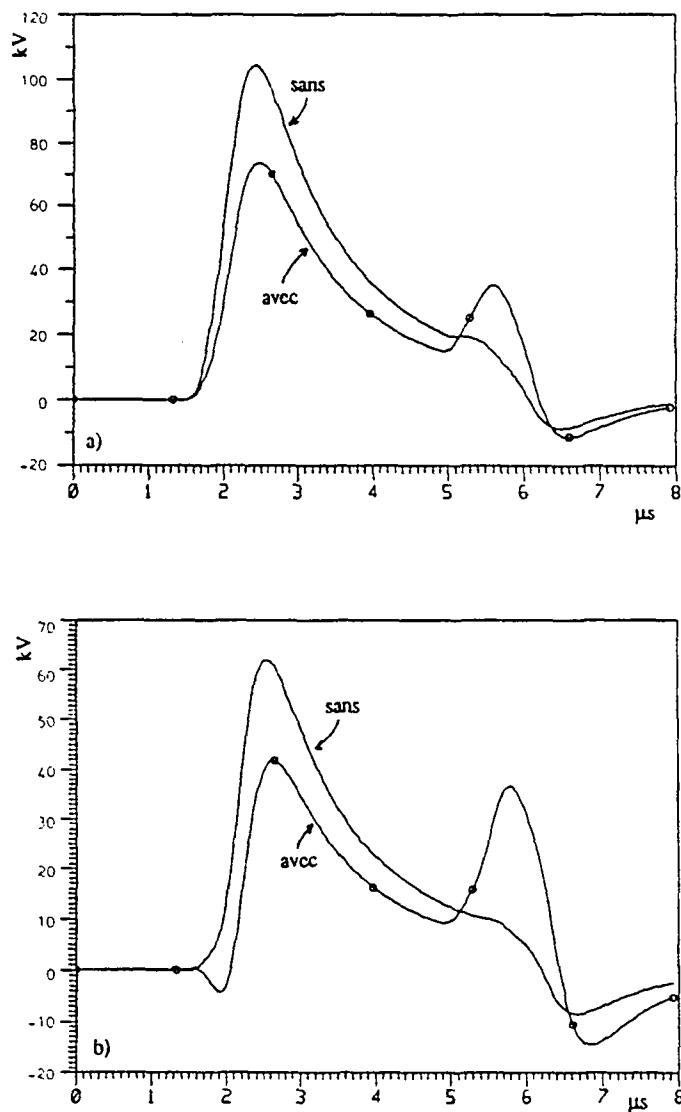


Fig. 5.9 - Surtensions induites sur la phase 3 d'une ligne triphasée avec et sans conducteur de garde.

- a) *configuration en nappe verticale sans et avec un conducteur de garde*
- b) *configuration en nappe horizontale sans et avec deux conducteurs de garde*

Pour quantifier le rôle de protection joué par le câble de garde, on définit le coefficient de protection CP_i comme le rapport de l'amplitude de la surtension induite sur le conducteur de la phase i lorsque la ligne est protégée à celle résultant en l'absence du câble de garde [121]. Les valeurs des coefficients de protection pour les deux types de configuration sont présentées dans Tableau 5.7.

La configuration en nappe horizontale, avec deux câbles de garde, présente une meilleure protection que celle en nappe verticale avec un seul câble de garde.

Les conducteurs les mieux protégés sont le conducteur 3 (conducteur supérieur) pour la configuration verticale, et le conducteur 2 (conducteur du milieu) pour la configuration horizontale, ce qui apparaît aussi comme raisonnable, d'un point de vue de la physique du phénomène.

Tableau 5.7 - Coefficients de protection par les conducteurs de garde pour les 3 conducteurs de phase, et pour les 2 types de configuration.

Phase	Paramètre	Configuration en nappe verticale	Configuration en nappe horizontale
1	CP_1	0.84	0.67
2	CP_2	0.78	0.60
3	CP_3	0.71	0.67

5.5 CONCLUSION

Dans ce chapitre, les modèles développés et présentés aux chapitres précédents ont été appliqués à des cas pratiques et l'influence de plusieurs paramètres sur la sévérité des surtensions induites sur une ligne aérienne a été analysée.

La contribution des différentes composantes du champ électrique intervenant dans le mécanisme du couplage a été mise en évidence; il a été montré que les composantes verticale et horizontale du champ électrique sont toutes deux d'une importance fondamentale dans le mécanisme du couplage.

Les résultats obtenus permettent de conclure que les surtensions induites par une décharge de foudre peuvent être dangereuses non seulement pour l'électronique et la transmission de données, mais même pour l'équipement au niveau moyenne tension des réseaux de distribution.

La variation de la valeur de crête et de la raideur du front du courant de l'arc en retour affecte considérablement les amplitudes et la raideur du front des surtensions induites. Quant à la vitesse de l'arc en retour, pour la configuration considérée, sa variation n'influence d'une manière significative que la pente maximum de la surtension.

Les valeurs de crête et les raideurs du front des surtensions induites calculées en adoptant d'autres modèles de l'arc en retour diffèrent. Ces différences sont du même ordre de grandeur que celles résultant de la variation statistique des paramètres de la décharge.

Le problème des lignes à plusieurs conducteurs a été abordé dans la dernière partie du chapitre. Il a été montré que les surtensions induites sur une phase d'une ligne multiconductrice sont généralement plus faibles que celles que l'on mesurerait sur une ligne monophasée placée à la même hauteur.

La présence de conducteurs de garde permet de réduire les amplitudes des surtensions d'environ 20% (nappe verticale avec un conducteur de garde) à 40% (nappe horizontale avec deux conducteurs de garde).

Le travail exposé dans cette thèse concerne la modélisation du couplage entre une onde électromagnétique générée par un canal de foudre et des lignes de transmission. Les théories et méthodes de simulation proposées s'inscrivent dans le cadre des études de protection du réseau électrique. En effet, les dispositifs de protection ne peuvent être efficacement définis et optimisés sans la caractérisation des amplitudes et des formes d'onde des signaux parasites induits.

L'évaluation des surtensions induites sur une ligne de transmission nécessite la connaissance du champ électromagnétique exciteur. La première partie de cette thèse a été consacrée à la modélisation de la phase de l'arc en retour et au calcul numérique du champ rayonné.

Alors que la composante verticale du champ électrique peut être calculée avec une bonne approximation en utilisant l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur, le calcul numérique du champ horizontal est plus délicat. Différentes approximations des expressions du champ horizontal ont été passées en revue et comparées. Les calculs présentés ont confirmé la validité de la fonction wavetilt à des distances lointaines (supérieures à environ 5 km); à des distances proches du canal ($r < 5$ km), la formule de Norton représente l'approximation la meilleure; néanmoins, à des distances inférieures à environ 300 m, et pour des sols de conductivité de l'ordre de 10^{-2} S/m ou plus grande, l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur peut être considérée comme raisonnable.

La nouvelle formule de Rubinstein permet d'obtenir des approximations satisfaisantes du champ pour toutes les distances considérées. Alors que le champ obtenu par l'approche d'un sol parfaitement conducteur est de polarité positive et celui calculé à l'aide de la fonction wavetilt présente une polarité négative, la formule de Rubinstein est la seule à reproduire l'inversion de polarité du champ à moyenne distance.

L'une des difficultés majeures liée à la modélisation du canal de foudre réside dans le fait que le courant ne peut être mesuré qu'à la base du canal; or, pour déterminer le champ électromagnétique rayonné, il est nécessaire de connaître la distribution du courant le long du canal de foudre. Les modèles de l'arc en retour proposés diffèrent essentiellement l'un de l'autre par cette description des distributions spatiale et temporelle du courant le long du canal.

Dans ce travail, nous avons considéré les modèles selon lesquels il existe une relation relativement simple entre la distribution du courant le long du canal et le courant au niveau du sol. Cette catégorie de modèles permet d'utiliser le courant à la base du canal comme donnée du problème, ce qui constitue une démarche légitime étant donné que ce dernier est une grandeur mesurable.

Afin de tenir compte de la contribution des charges emmagasinées dans le traceur et sa gaine de couronne, une modification au modèle "ligne de transmission" a été proposée. Il a été montré que cette modification améliore sensiblement les résultats de calcul et permet de reproduire d'une manière satisfaisante les observations expérimentales provenant des éclairs naturels et ceux déclenchés artificiellement, tout en ayant une structure mathématique relativement simple et facile à utiliser.

La deuxième partie de la thèse aborde le problème de l'interaction entre le champ électromagnétique généré par la foudre et une ligne aérienne. Dans ce but, un modèle de couplage basé sur la théorie des lignes de transmission a été adopté et appliqué. Les équations de couplage ont été développées à partir des équations de Maxwell pour le cas d'une ligne aérienne avec pertes. Il a été montré que ces équations peuvent s'exprimer par trois systèmes d'équations tout à fait équivalents. Dans le premier système, les termes de source sont fonctions des champs électrique et magnétique excitateurs; dans le second, les termes de source se trouvent nettement simplifiés et ne font intervenir que les composantes du champ électrique. Ces deux systèmes ont été déjà présentés dans la littérature; ils ont été adaptés au cas où le retour du courant est assuré par un sol de conductivité finie. Enfin le dernier système d'équations proposé a comme originalité d'exprimer les termes de source uniquement en fonction des composantes du champ magnétique. Cette approche pourrait être intéressante lorsqu'on dispose de mesures expérimentales de champ magnétique.

Les équations de couplage ont été résolues par un algorithme utilisant la méthode des différences finies points-centrés dans le domaine temporel.

La dépendance fréquentielle de l'impédance du sol a été prise en compte et il a été montré que, dans certaines circonstances, il était possible de recourir à l'approche simplifiée consistant à utiliser une valeur de cette impédance pour une fréquence fixe.

Le programme numérique basé sur le modèle de couplage adopté a été validé en utilisant des mesures expérimentales. L'accord entre les valeurs calculées et mesurées a été satisfaisant.

Il a aussi été montré qu'un modèle de couplage différent, utilisé fréquemment dans la littérature scientifique, néglige un terme de source dans les équations de transmission; ceci peut donner lieu à une prédiction erronée des intensités et des formes d'onde des surtensions induites.

L'analyse des surtensions induites par une décharge de foudre proche sur une ligne aérienne est effectuée à la dernière partie de cette étude; le modèle de couplage associé à celui de l'arc en retour y ont été utilisés pour évaluer les surtensions induites pour une configuration donnée.

La contribution des composantes verticale et horizontale du champ électrique ainsi que le couplage avec les fils de descente verticaux aux deux extrémités de la ligne ont été mis en évidence.

Les résultats obtenus permettent de conclure que les surtensions induites par une décharge de foudre peuvent être dangereuses non seulement pour l'électronique et la transmission de données, mais même pour l'équipement au niveau moyenne tension des réseaux de distribution.

En outre, il a été montré que :

- La variation de la valeur de crête et de la raideur du front du courant de l'arc en retour affecte considérablement les amplitudes et la raideur du front des surtensions induites. Quant à la vitesse de l'arc en retour, pour la configuration considérée, sa variation n'influence d'une manière significative que la pente maximum de la surtension.
- Les valeurs de crête et les raideurs du front des surtensions induites calculées en adoptant d'autres modèles de l'arc en retour diffèrent. Ces différences sont néanmoins du même ordre de grandeur que celles résultant de la variation statistique des paramètres de la décharge.
- Les surtensions induites sur une phase d'une ligne multiconductrice sont généralement plus faibles que celles que l'on mesurerait sur une ligne monophasée placée à la même hauteur.
- La présence de conducteurs de garde permet de réduire les amplitudes des surtensions d'environ 20% (nappe verticale avec un conducteur de garde) à 40% (nappe horizontale avec deux conducteurs de garde).

Plusieurs perspectives de recherche restent ouvertes à l'issue de ce travail. Quelques-unes des directions intéressantes à explorer peuvent être les suivantes :

- La présence d'un objet surélevé par rapport au sol ou des décharges ascendantes de connexion semblent avoir une grande influence sur le front de montée du champ électrique et nécessitent une étude plus poussée. A titre d'exemple, la présence d'arbres peut attirer la foudre à proximité immédiate d'une ligne, ce qui peut engendrer des surtensions de très grandes amplitudes.
- Dans le cadre du problème de couplage, l'étude de l'influence de l'effet de couronne et de la mise à la terre périodique du câble de garde est intéressante pour les applications dans le domaine des réseaux d'énergie électrique.
- L'usage d'une valeur constante de l'impédance du sol correspondant à une fréquence fixe représente une simplification significative et un gain considérable en temps de calcul du couplage dans le domaine temporel. Il a été montré que, dans bien des cas, une telle simplification aurait une influence peu significative sur le résultat final; il s'agit de trouver

des critères simples et efficaces pour déterminer la valeur de la fréquence équivalente en fonction de la géométrie de la ligne et du contenu fréquentiel du champ excitateur.

- Le nombre d'enregistrements simultanés de grandeurs caractéristiques (courant de foudre, vitesse de l'arc en retour, champ électromagnétique à plusieurs distances, surtensions induites sur une ligne située à proximité de la décharge, etc.) disponible à ce jour est toujours insuffisant et d'autres campagnes expérimentales sont vivement encouragées.

Les méthodes de calcul développées dans cette thèse peuvent être utilisées pour la conception et la coordination des systèmes de protection des réseaux électriques contre des perturbations électromagnétiques d'origine orageuse. Elles peuvent être aussi aisément adaptées à d'autres sources de perturbations électromagnétiques et au couplage de celles-ci à des structures de lignes plus complexes.

Annexe A

Relation entre la distribution spatio-temporelle de la composante du courant de couronne et le courant à la base du canal pour le modèle MULS

Soit v^* défini par :

$$v^* = 1/(1/v + 1/c) \quad (\text{A.1})$$

En introduisant les expressions de p_1 , p_3 , et z'_m , nous pouvons écrire le terme $(p_1 z'_m + p_3)$ contenu dans (3.33a) comme :

$$\begin{aligned} p_1 z'_m + p_3 &= (\alpha - \frac{v^*}{\lambda_c}) (t + z'/c - t_{on}) - \alpha (t + z'/c - t_{on}) \\ &= -\frac{v^*}{\lambda_c} (t - t_{on} - z'/v) - \left(\frac{v^*}{\lambda_c c} + \frac{v^*}{\lambda_c v} \right) z' \end{aligned}$$

Puisque $\left(\frac{v^*}{\lambda_c c} + \frac{v^*}{\lambda_c v} \right) = \frac{1}{\lambda_c}$, on obtient :

$$p_1 z'_m + p_3 = -\frac{v^*}{\lambda_c} (t - t_{on} - z'/v) - \frac{1}{\lambda_c} z' \quad (\text{A.2})$$

$(p_1 z'_m + p_3)$ ne dépendant pas de α , le terme $(p_2 z'_m + p_4)$ contenu dans (3.33a) peut s'écrire par analogie sous la forme suivante :

$$p_2 z'_m + p_4 = p_1 z'_m + p_3 = -\frac{v^*}{\lambda_c} (t - t_{on} - z'/v) - \frac{1}{\lambda_c} z' \quad (\text{A.3})$$

En introduisant les expressions de p_1 and p_3 , et après quelques petites manipulations mathématiques, on peut écrire le terme $(p_1 z' + p_3)$ de l'équation (3.33a) sous la forme :

$$p_1 z' + p_3 = -\alpha(t - t_{on} - z'/v) - z'/\lambda_c \quad (\text{A.4})$$

En substituant α et β , on trouve l'expression du terme $(p_2 z' + p_4)$ de (3.33a) :

$$p_2 z' + p_4 = -\beta(t-t_{on}-z'/v) - z'/\lambda_c \quad (A.5)$$

En introduisant (A.2), (A.3), (A.4) et (A.5) dans l'expression (3.33a) du courant de couronne, il vient :

$$\begin{aligned} i_C(z',t) = I_o e^{-z'/\lambda_c} & \left\{ \left(\frac{I}{p_1} - \frac{I}{p_2} \right) e^{-(t-t_{on}-z'/v)v^*/\lambda_c} - \frac{I}{p_1} e^{-\alpha(t-t_{on}-z'/v)} \right. \\ & \left. + \frac{I}{p_2} e^{-\beta(t-t_{on}-z'/v)} \right\} \end{aligned} \quad (A.6)$$

Le courant de couronne $i_C(z',t)$ peut donc s'exprimer de la façon suivante :

$$i_C(z',t) = \exp(-z'/\lambda_c) i_C(0,t-z'/v-t_{on})$$

où $i_C(0,t)$ est donné par (3.35).

Si l'on considère maintenant une expression plus générale des sources de courant de couronne réparties le long du canal donnée par (3.42), le courant de couronne à une altitude z' dû à une source individuelle placée à une hauteur z'' s'écrit :

$$\begin{aligned} di_C(z',z'',t) &= 0 \quad \text{pour } t < \frac{z''}{v} + t_{on}, \text{ et } z'' < z' \\ di_C(z',z'',t) &= \exp(-z''/\lambda_c) f(t - \frac{z''}{v} - t_{on} - \frac{z''-z'}{c}) dz'' \quad \text{pour } t \geq \frac{z''}{v} + t_{on}, \text{ et } z'' \geq z' \end{aligned} \quad (A.7)$$

Le courant de couronne total à une altitude z' s'obtient en intégrant la contribution de toutes les sources placées au-dessus de z' :

$$i_C(z',t) = \int_{z'}^H f(t - \frac{z''}{v} - t_{on} - \frac{z''-z'}{c}) \exp(-z''/\lambda_c) dz'' \quad (A.8)$$

et le courant à la base du canal est donné par l'expression suivante :

$$i_C(0,t) = \int_0^H f(t - \frac{z''}{v} - t_{on} - \frac{z''}{c}) \exp(-z''/\lambda_c) dz'' \quad (A.9)$$

Evaluons le courant de couronne à la base du canal pour $t - z'/v$ et multiplions le par e^{-z'/λ_c} ; nous obtenons alors :

$$\begin{aligned} \exp(-z'/\lambda_c) i_C(0, t - \frac{z'}{v}) &= \int_0^H f(t - \frac{z'' + z'}{v} - t_{on} - \frac{z''}{c}) \exp[-(z' + z'')/\lambda_c] dz'' \\ &= \int_{z'}^{H+z'} f(t - \frac{z''}{v} - t_{on} - \frac{z'' - z'}{c}) \exp(z''/\lambda_c) dz'' \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Etant donné que la fonction $f(t - \frac{z''}{v} - t_{on} - \frac{z'' - z'}{c})$ est nulle pour des valeurs de $z'' > H$, alors :

$$\exp(-z'/\lambda_c) i_C(0, t - \frac{z'}{v}) = \int_{z'}^H f(t - \frac{z''}{v} - t_{on} - \frac{z'' - z'}{c}) \exp(-z''/\lambda_c) dz'' \quad (\text{A.11})$$

En comparant (A.8) et (A.11), il vient :

$$i_C(z', t) = \exp(-z'/\lambda_c) i_C(0, t - \frac{z'}{v}) \quad (\text{A.12})$$

Annexe B**Relation entre le courant de foudre à la base du canal et le champ électrique lointain****B.1 Modèles MULS et MTL**

A grande distance du canal de foudre, le champ électromagnétique est essentiellement de type rayonnement et aussi $R \approx r$ (voir Fig. 3.1). L'expression du champ électrique vertical (équation (3.7)) pour un point d'observation lointain s'écrit alors pour $t < H/v + r/c$:

$$E_z^{far}(r,t) = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} \int_0^{v(t-r/c)} \exp(-z'/\lambda) \frac{\partial i(0,t-z'/v-r/c)}{\partial t} dz' \quad (\text{B.1})$$

La borne supérieure d'intégration $v(t - r/c)$ représente la hauteur atteinte par l'arc en retour au temps t , perçue par un observateur situé à une distance r du canal.

En supposant une vitesse v constante, (B.1) peut s'écrire :

$$E_z^{far}(r,t) = \frac{v}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} \int_0^{v(t-r/c)} \exp(-z'/\lambda) \frac{\partial i(0,t-z'/v-r/c)}{\partial z'} dz' \quad (\text{B.2})$$

Intégrons cette équation par partie, il vient :

$$E_z^{far}(r,t) = -\frac{v}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} \left[i(0,t-r/c) - \frac{1}{\lambda} \int_0^{v(t-r/c)} \exp(-z'/\lambda) i(0,t-z'/v-r/c) dz' \right] \quad (\text{B.3})$$

La dérivée temporelle du champ électrique lointain donné par (B.3) à une distance r du canal de foudre s'écrit :

$$\frac{dE_z^{far}(r,t)}{dt} = -\frac{v}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} \left[\frac{di(0,t-r/c)}{dt} - \frac{1}{\lambda} \frac{d}{dt} \int_0^{v(t-r/c)} \exp(-z'/\lambda) i(0,t-z'/v-r/c) dz' \right] \quad (\text{B.4})$$

En utilisant la formule de Leibnitz qui donne la dérivée d'une intégrale dont les bornes sont fonctions du temps, le dernier terme de (B.4) peut s'exprimer en fonction du champ électrique :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_0^{v(t-r/c)} \exp(-z'/\lambda) i(0, t-z'/v-r/c) dz' &= \int_0^{v(t-r/c)} \exp(-z'/\lambda) \frac{\partial i(0, t-z'/v-r/c)}{\partial t} dz' \\ &= -2\pi\epsilon_0 c^2 r E_z^{far}(r,t) \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Introduisant (B.4) dans (B.5), nous arrivons à l'équation différentielle mettant en relation le courant à la base du canal au champ électrique vertical lointain :

$$\frac{di(0, t - r/c)}{dt} = -2\pi\epsilon_0 c^2 r \left[\frac{E_z^{far}(r,t)}{\lambda} + \frac{I}{v} \frac{dE_z^{far}(r,t)}{dt} \right] \quad (\text{B.6})$$

Pour des temps $t > \frac{H}{v} + \frac{r}{c}$, en suivant la même démarche, on peut montrer que cette relation devient :

$$\frac{di(0, t - r/c)}{dt} \cdot \exp(-H/\lambda) \frac{di(t-r/c-H/v)}{dt} = -2\pi\epsilon_0 c^2 r \left[\frac{E_z^{far}(r,t)}{\lambda} + \frac{I}{v} \frac{dE_z^{far}(r,t)}{dt} \right] \quad (\text{B.7})$$

B.2 Modèle de Diendorfer et Uman (DU)

Selon ce modèle, la distribution spatio-temporelle du courant est donnée par :

$$i(z', t) = i(0, t + z'/c) - i(0, z'/v^*) \exp[-(t - z'/v)/\tau_D] \quad (\text{B.8})$$

où $v^* = v/(1 + v/c)$.

Le premier terme du second membre de l'équation (B.8) correspond à la distribution du courant selon le modèle TCS. La relation entre ce courant et le champ lointain obtenue par Heidler [92] est donnée par l'équation (3.38).

Décomposons alors le champ lointain en deux termes $E_1(r,t)$ et $E_2(r,t)$ tels que :

$$E_z^{far}(r,t) = E_1(r,t) - E_2(r,t) \quad (\text{B.9})$$

où $E_I(r,t)$ correspond au terme $i(0,t + z'/c)$, et $E_2(r,t)$ au terme $i(0,z'/v^*) \exp\{-(t - z'/v)/\tau_D\}$ de l'équation (B.8).

Ces deux termes de courant présentent tous deux une discontinuité au front de l'arc en retour; cette discontinuité fait apparaître un terme additif dans l'expression du champ électromagnétique appelé en anglais "turn-on term" [85,86]. Cependant, comme la distribution du courant total $i(z',t)$ est continue au front de l'arc en retour, dans le développement qui suit, nous n'allons pas considérer ces termes additifs du fait qu'ils se compensent mutuellement.

La relation entre $E_I(r,t)$ et le courant à la base du canal s'obtient par :

$$E_I(r,t + r/c) = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} \int_0^{vt} \frac{\partial i(0,t+z'/c)}{\partial t} dz' \quad (\text{B.10})$$

Etant donné la transformation suivante

$$\frac{\partial i(0,t+z'/c)}{\partial t} = c \frac{\partial i(0,t+z'/c)}{\partial z'}$$

l'équation (B-10) devient :

$$E_I(r,t + r/c) = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0 cr} \int_0^{vt} \frac{\partial i(0,t+z'/c)}{\partial z'} dz'$$

et donc

$$E_I(r,t + r/c) = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0 cr} [i(0,kt) - i(0,t)] \quad (\text{B.11})$$

où $k = (1 + v/c)$.

En notant

$$i_2(z',t) = i(0,z'/v^*) \exp\{-(t - z'/v)/\tau_D\} \quad (\text{B.12})$$

la relation entre $i_2(z',t)$ et son champ électrique lointain $E_2(r,t)$ s'écrit :

$$E_2(r,t + r/c) = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} \int_0^{vt} \frac{\partial i_2(z',t)}{\partial t} dz' \quad (\text{B.13})$$

Or,

$$\begin{aligned} \frac{\partial i_2(z',t)}{\partial t} &= i(0,z'/v*) \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \exp[-(t - z'/v)/\tau_D] \right\} \\ &= -\frac{1}{\tau_D} i_2(z',t) \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

En introduisant (B.14) dans (B.13), et en dérivant par rapport au temps les deux membres de l'égalité, nous obtenons :

$$\frac{dE_2(r,t + r/c)}{dt} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 c^2 r \tau_D} \frac{d}{dt} \int_0^{vt} i_2(z',t) dz' \quad (\text{B.15})$$

La formule de Leibnitz permet d'évaluer la dérivée temporelle du second membre de (B.15) :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_0^{vt} i_2(z',t) dz' &= v i_2(vt,t) + \int_0^{vt} \frac{\partial i_2(z',t)}{\partial t} dz' \\ &= v i(0,kt) - 2\pi\epsilon_0 c^2 r E_2(r,t + r/c) \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

En introduisant (B.16) dans (B.15), nous arrivons à la relation finale entre $E_2(r,t)$ et le courant à la base du canal :

$$E_2(r,t + r/c) + \tau_D \frac{dE_2(r,t + r/c)}{dt} = \frac{v}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} i(0,kt) \quad (\text{B.17})$$

Les relations (B.9), (B.11) et (B.17) permettent d'établir une liaison entre le courant à la base du canal $i(0,t)$ et le champ lointain $E_z^{\text{far}}(r,t)$.

Afin de trouver une solution, il est nécessaire d'avoir une relation unique entre le champ lointain et le courant. En multipliant (B.11) par τ_D et après dérivation par rapport au temps, on obtient :

$$\tau_D \frac{dE_1(r,t + r/c)}{dt} = -\frac{\tau_D}{2\pi\epsilon_0 cr} \frac{d}{dt} [i(0,kt) - i(0,t)] \quad (\text{B.18})$$

En ajoutant terme par terme les équations (B.11) et (B.18), et en soustrayant (B.17), nous obtenons l'équation désirée :

$$E_z^{far}(r,t + r/c) + \tau_D \frac{dE_z^{far}(r,t + r/c)}{dt} = - \frac{1}{2\pi\epsilon_0 cr} \left\{ k i(0,kt) - i(0,t) + \tau_D \frac{d}{dt} [i(0,kt) - i(0,t)] \right\} \quad (B.19)$$

B.3 Sur la résolution numérique des équations mettant en relation le courant à la base du canal et le champ lointain

Les équations (B.6) et (B.19) permettent l'évaluation des différents paramètres tels que la vitesse de l'arc en retour v , le taux de décroissance λ pour les modèles MTL et MULS, et la constante de la décharge τ_D pour le modèle DU, lorsque l'on dispose des mesures simultanées du courant et du champ lointain.

La relation (B.6) relative aux modèles MTL et MULS se présente sous la forme d'une équation différentielle ordinaire de premier ordre à coefficients constants et sa résolution numérique pour déterminer le courant de l'arc en retour à la base du canal par des mesures de champ électrique lointain ne pose aucun problème particulier.

En revanche, l'équation (B.19) relative au modèle DU, du fait qu'elle comporte des termes $i(0,t)$ et $i(0,kt)$ simultanément, se prête mal à une résolution numérique en vue de déterminer le courant. Dans le développement qui suit, nous allons reformuler cette équation sous une forme qui convient à une résolution numérique à l'ordinateur.

Afin de simplifier l'écriture, écrivons l'équation (B.19) sous la forme compacte suivante :

$$k i(kt) - i(t) + \tau_D \frac{d}{dt} [i(kt) - i(t)] = f(t) \quad (B.20)$$

dans lequel $i(t)$ désigne $i(0,t)$ et la fonction $f(t)$ est définie par :

$$f(t) = -2\pi\epsilon_0 cr \left[E_z^{far}(r,t + r/c) + \tau_D \frac{dE_z^{far}(r,t + r/c)}{dt} \right] \quad (B.21)$$

Si une fonction $F(t)$ est définie de manière suivante :

$$F(t) = \frac{d}{dt} [G(t)], \text{ nous avons alors } F\left(\frac{t}{k}\right) = k \frac{d}{dt} [G\left(\frac{t}{k}\right)] \quad (B.22)$$

En utilisant (B.22), nous pouvons écrire (B.20) sous les formes suivantes:

$$\frac{1}{k} f\left(\frac{t}{k}\right) = i(t) - \frac{1}{k} i\left(\frac{t}{k}\right) + \tau_D \frac{d}{dt} \left[i(t) - i\left(\frac{t}{k}\right) \right]$$

$$\frac{1}{k^2} f\left(\frac{t}{k^2}\right) = \frac{1}{k} i\left(\frac{t}{k}\right) - \frac{1}{k^2} i\left(\frac{t}{k^2}\right) + \tau_D \frac{d}{dt} \left[i\left(\frac{t}{k}\right) - i\left(\frac{t}{k^2}\right) \right]$$

$$\frac{1}{k^3} f\left(\frac{t}{k^3}\right) = \frac{1}{k^2} i\left(\frac{t}{k^2}\right) - \frac{1}{k^3} i\left(\frac{t}{k^3}\right) + \tau_D \frac{d}{dt} \left[i\left(\frac{t}{k^2}\right) - i\left(\frac{t}{k^3}\right) \right]$$

.

$$\frac{1}{k^n} f\left(\frac{t}{k^n}\right) = \frac{1}{k^{n-1}} i\left(\frac{t}{k^{n-1}}\right) - \frac{1}{k^n} i\left(\frac{t}{k^n}\right) + \tau_D \frac{d}{dt} \left[i\left(\frac{t}{k^{n-1}}\right) - i\left(\frac{t}{k^n}\right) \right]$$

En ajoutant terme par terme les relations ci-dessus, et en considérant la limite lorsque n tend vers l'infini, nous obtenons :

$$i(t) + \tau_D \frac{d}{dt} i(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{k^i} f\left(\frac{t}{k^i}\right) \quad (\text{B.23})$$

car $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{k^n} i\left(\frac{t}{k^n}\right) \rightarrow 0$, k étant supérieur à 1, et $i(0) = 0$.

Cette nouvelle équation (B.23) est une équation différentielle ne faisant intervenir que $i(t)$ et peut être relativement aisément résolue par une routine numérique. Le terme du second membre de cette équation différentielle se construit à partir de la fonction $f(t)$ définie par (B.20).

En ce qui concerne les autres modèles présentés au chapitre III, la résolution de l'équation reliant le champ lointain au courant à la base du canal est immédiate pour les modèles BG et TL (voir les équations (3.23) et (3.27)). Pour le modèle TCS, en suivant le même développement mathématique présenté ci-haut pour le modèle DU, la solution de l'équation (3.38) s'écrit :

$$i(0,t) = -2\pi\epsilon_0 cr \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{k^i} E_z^{far}(r, \frac{t}{k^i} + \frac{r}{c}) \quad (\text{B.24})$$

Annexe C**Résolution numérique des équations de couplage dans le domaine temporel**

C.1 Méthode des différences finies points-centrés appliquée à la résolution des équations de couplage

Les équations de couplage avec une ligne aérienne multiconductrice s'écrivent dans le domaine temporel :

$$\frac{\partial}{\partial y} [u_i^S(y,t)] + [R'_{ij}] \cdot [i_j(y,t)] + [L'_{ij}] \frac{\partial}{\partial t} [i_j(y,t)] = [E_y^e(y, h_i, t)] \quad (\text{C.1})$$

$$\frac{\partial}{\partial y} [i_j(y,t)] + [G'_{ij}] \cdot [u_i^S(y,t)] + [C'_{ij}] \frac{\partial}{\partial t} [u_i^S(y,t)] = 0 \quad (\text{C.2})$$

où

- $[E_y^e(y, h_i, t)]$ est le vecteur contenant la composante tangentielle du champ électrique excitateur à la hauteur de chaque conducteur;
- $[R'_{ij}], [L'_{ij}], [G'_{ij}],$ et $[C'_{ij}]$ sont respectivement les matrices des résistances, des inductances, des conductances, et des capacités linéaires de la ligne;
- $[i_j(y,t)]$ est le vecteur des courants de ligne;
- $[u_i^S(y,t)]$ est le vecteur des tensions diffractées; le vecteur des tensions totales s'obtient par la relation suivante :

$$[u_i(y,t)] = [u_i^S(y,t)] + [u_i^e(y,t)] = [u_i^S(y,t)] - \left[\int_0^{h_i} E_z^e(y,z,t) dz \right] \quad (\text{C.3})$$

avec

$$[u_i^e(y,t)] = \left[\int_0^{h_i} E_z^e(y,z,t) dz \right] \approx - [h_i \cdot E_z^e(y, 0, t)] \text{ défini comme le vecteur des tensions excitatrices.}$$

Les conditions aux limites, exprimées en termes des vecteurs de tensions diffractées $[u_i^\delta(y,t)]$, en tenant compte du couplage du champ électrique vertical avec les fils de descente verticaux s'écrivent :

$$[u_i^\delta(0,t)] = -[Z_A] \cdot [i_i(0,t)] + [h_i \cdot E_z^e(y=0,z=0,t)] \quad (C.4)$$

$$[u_i^\delta(L,t)] = [Z_B] \cdot [i_i(L,t)] + [h_i \cdot E_z^e(y=L,z=0,t)] \quad (C.5)$$

où $[Z_A]$ et $[Z_B]$ sont les matrices des impédances de terminaison.

Le schéma de la Fig. C.1 illustre l'application de la méthode des différences finies points centrés [97]: chaque conducteur est subdivisé alternativement en des nœuds de courant et de tension; deux nœuds consécutifs d'un même type sont séparés d'un intervalle Δy , et les deux extrémités de chaque conducteur sont définies comme des nœuds de tension.

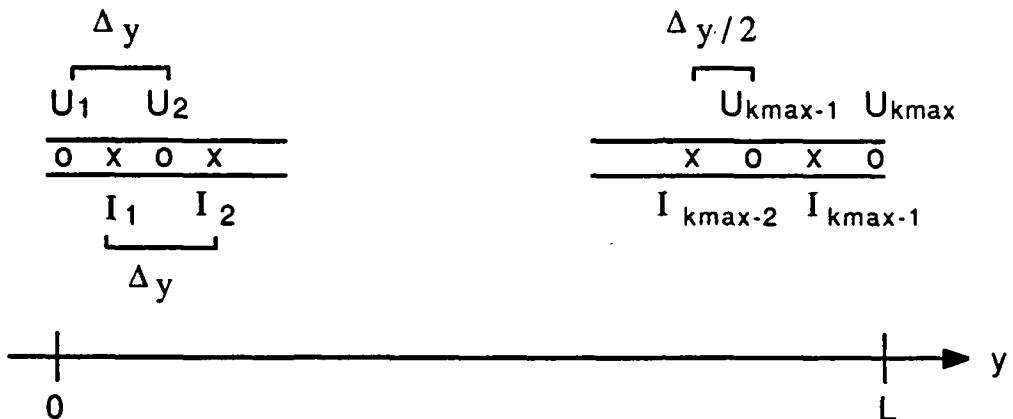


Fig. C.1 - Méthode des différences finies points centrés appliquée au problème de couplage.
Définition des nœuds de tension et de courant; $L = (K_{\max}-1) \Delta y$.

En reprenant la démarche présentée dans les références [97] et [118], la représentation par la méthode des différences finies points-centrés des équations (C.1) et (C.2) s'écrit :

$$\left[\frac{u_{k+1}^{sn+1} - u_k^{sn+1}}{\Delta y} \right] + [R'_{ij}] \left[\frac{i_k^{n+1} + i_k^n}{2} \right] + [L'_{ij}] \left[\frac{i_k^{n+1} - i_k^n}{\Delta t} \right] = \left[\frac{E_y^{n+1} + E_y^n}{2} \right] \quad (C.6)$$

$$\left[\frac{i_{k+1}^n - i_k^n}{\Delta y} \right] + [G'_{ij}] \left[\frac{u_{k+1}^{sn+1} + u_{k+1}^{sn}}{2} \right] + [C'_{ij}] \left[\frac{u_{k+1}^{sn+1} - u_{k+1}^{sn}}{\Delta t} \right] = 0 \quad (C.7)$$

où k et n dénotent respectivement les incrément de position et de temps avec :

$$[u_k^{sn}] = [u^s((k-1)\Delta y, n\Delta t)]$$

$$[i_k^n] = [i((k-\frac{1}{2})\Delta y, (n+\frac{1}{2})\Delta t)]$$

$$[E_{yk}^n] = [E_y^e((k-1)\Delta y, n\Delta t)]$$

(Notez que cette dernière équation (C.7) n'est pas exactement semblable à l'équation (41) de [97]; en effet, l'équation publiée dans l'article respectif est entachée d'une regrettable erreur au niveau des indices qui se répercute d'ailleurs sur le résultat final, soit l'équation (43).)

Les solutions des équations (C.6) et (C.7) sont pour N allant de 0 à N_{max} :

$$[i_k^{n+1}] = \left[\frac{L_{ij}}{\Delta t} + \frac{R_{ij}'}{2} \right]^{-1} \left[\frac{E_{yk}^{n+1} + E_{yk}^n}{2} - \frac{u_{k+1}^{sn+1} - u_k^{sn+1}}{\Delta y} + \left[\frac{L_{ij}'}{\Delta t} - \frac{R_{ij}'}{2} \right] [i_k^n] \right] \quad (C.8)$$

pour K allant de 1 à K_{max-1} , et

$$[u_k^{sn+1}] = \left[\frac{C_{ij}}{\Delta t} + \frac{G_{ij}'}{2} \right]^{-1} \left[\frac{i_{k-1}^n - i_k^n}{\Delta y} + \left[\frac{C_{ij}'}{\Delta t} - \frac{G_{ij}'}{2} \right] [u_k^{sn}] \right] \quad (C.9)$$

pour K allant de 1 à K_{max} . La matrice des tensions totales le long de la ligne s'obtient par la relation suivante :

$$[u_k^{n+1}] = [u_k^{sn+1}] - [h_i E_{zk}^n] \quad (C.10)$$

où

$$[E_{zk}^n] = E_z^e[(k-1)\Delta y, n\Delta t].$$

A chaque valeur discrète du temps, les deux équations aux différences (C.8) et (C.9) sont appliquées à tous les points intermédiaires de la ligne. Une fois l'incrément spatial Δy fixé, le pas temporel Δt doit satisfaire la condition de stabilité [97] :

$$\Delta t < \frac{\Delta y}{v_p} \quad (C.11)$$

où v_p représente la vitesse de propagation des ondes le long de la ligne.

Pour des terminaisons résistives, les conditions aux limites sont exprimées par :

$$[u_{k=0}^{sn+1}] = [h_i E_{zk=0}^n] - [R_{ij}^A] [i_{k=0}^{n+1}] \quad (C.12)$$

$$[u_{kmax}^{sn+1}] = [h_i E_{zkmax}^n] + [R_{ij}^B] [i_{kmax}^{n+1}] \quad (C.13)$$

où $[R_{ij}^A]$ et $[R_{ij}^B]$ sont les matrices de terminaisons aux deux extrémités de la ligne.

Comme les courants sont calculés à une distance de $\Delta y/2$ des deux extrémités (voir Fig. C.1), les valeurs des courants à l'entrée et à la sortie de la ligne ($k=0$ et $k=k_{max}$) sont déterminées en extrapolant les valeurs des deux nœuds adjacents.

Pour des terminaisons non-résistives (de type RLC) ou non-linéaires, une relation numérique courant-tension peut être aisément mise en œuvre.

C.2 Prise en compte de la dépendance fréquentielle de l'impédance du sol dans un algorithme de résolution dans le domaine temporel

C.2.1 Développement

Par souci de clarté, nous allons considérer sans perte de généralité une ligne comportant un seul conducteur à une hauteur h au-dessus du sol.

En négligeant l'admittance du sol [107], les deux équations de couplage dans le domaine temporel s'écrivent :

$$\frac{\partial u^s(y,t)}{\partial y} + L_e' \frac{\partial i(y,t)}{\partial t} + \int_0^t z'(\tau) i(t-\tau) d\tau = E_y^e(h,y,t) \quad (C.14)$$

$$\frac{\partial i(y,t)}{\partial y} + G'u^s(y,t) + C' \frac{\partial u^s(y,t)}{\partial t} = 0 \quad (C.15)$$

où $z'(t)$ est la transformée de Fourier inverse de $Z'_w + Z'_g$. Dans les cas pratiques, l'impédance du conducteur Z'_w est souvent négligeable par rapport à l'impédance du sol Z'_g [102]. L'expression générale de Z'_g (éq. 4.28) n'a pas de transformée de Fourier inverse analytique. C'est pourquoi nous allons considérer une approximation de (4.28) pour laquelle une transformée inverse analytique existe. Il s'agit d'une approximation donnée par Vance [102] et valable pour des valeurs de profondeur de pénétration δ telles que $\delta \ll 2h$ (moyenne et haute fréquences) :

$$Z'_g \approx \frac{1}{2\pi h} \sqrt{j\omega\mu_0/\sigma_g} \quad (C.16)$$

La transformée de Fourier inverse de (C.16) est :

$$z'_g(t) = -\frac{1}{2\pi h} \sqrt{\frac{\mu_0}{4\sigma_g\pi^3}} \quad (C.17)$$

L'expression de $z'_g(t)$ présente une singularité au temps $t=0$. Tesche [109] a suggéré de traiter cette singularité par la transformation suivante :

$$Z'_g(\omega) \cdot I(y) = \frac{Z'_g(\omega)}{j\omega} [j\omega I(y)] \quad (C.18)$$

dans le domaine temporel cela correspond à :

$$\int_0^t \zeta_g(t-\tau) \frac{\partial}{\partial t} i(y, \tau) d\tau \quad (C.19)$$

avec

$$\zeta_g(t) = \frac{1}{2\pi h} \sqrt{\mu_0/\sigma_g\pi} \quad (C.20)$$

L'équation (C.14) devient alors

$$\frac{\partial u^s(y,t)}{\partial y} + L'_e \frac{\partial i(y,t)}{\partial t} + \int_0^t \zeta_g(t-\tau) \frac{\partial i(y,\tau)}{\partial \tau} d\tau = E_y^e(h,y,t) \quad (\text{C.21})$$

Afin d'éviter la singularité au temps $t=\tau$, l'intégrale de convolution dans (C.21) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\int_0^t \zeta_g(t-\tau) \frac{\partial i(y,\tau)}{\partial \tau} d\tau = \int_0^{t-\Delta t} \zeta_g(t-\tau) \frac{\partial i(y,\tau)}{\partial \tau} d\tau + \int_{t-\Delta t}^t \zeta_g(t-\tau) \frac{\partial i(y,\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (\text{C.22})$$

En considérant une valeur de Δt assez petite telle que $\partial i(y,\tau)/\partial \tau$ puisse être considéré comme constant dans l'intervalle $t - \Delta t \leq \tau \leq t$, et en tenant compte de l'équation (C.20), la dernière intégrale de (C.22) s'écrit :

$$u''(y,t) \approx \frac{\partial i(y,t)}{\partial t} \int_{t-\Delta t}^t \zeta_g(t-\tau) d\tau \approx \frac{i(y,t) - i(y,t-\Delta t)}{\Delta t} \cdot \int_{t-\Delta t}^t \frac{1}{2\pi h} \sqrt{\frac{\mu_o}{\pi \sigma_g(t-\tau)}} d\tau \quad (\text{C.23})$$

En résolvant l'intégrale, (C.23) devient

$$u''(y,t) \approx 2 \cdot [i(y,t) - i(y,t-\Delta t)] \cdot \zeta_g(\Delta t) \quad (\text{C.24})$$

En définissant $u'(y,t)$ par la relation suivante :

$$u'(y,t) = \int_0^{t-\Delta t} \zeta_g(t-\tau) \frac{\partial i(y,\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (\text{C.25})$$

la première équation de couplage (C.21) peut s'écrire sous la forme appropriée pour une résolution numérique :

$$\frac{\partial u^s(y,t)}{\partial y} + L'_e \frac{\partial i(y,t)}{\partial t} + u'(y,t) + u''(y,t) = E_y^e(h,y,t) \quad (\text{C.26})$$

C.2.2 Représentation numérique par la méthode des différences finies

L'équation (C.26), contenant la dépendance fréquentielle de l'impédance du sol, peut être résolue par la méthode des différences finies points-centrés. L'équation aux différences associée à (C.26) est :

$$\frac{u^{sn+1}_{k+1} - u^{sn+1}_k}{\Delta y} + L'_e \frac{i^{n+1}_k - i^n_k}{\Delta t} + \frac{u'^{n+1}_k + u'^n_k}{2} + \frac{u''^{n+1}_k + u''^n_k}{2} = \frac{E^{n+1}_{yk} + E^n_{yk}}{2} \quad (\text{C.27})$$

avec

$$u'^n_k = \sum_{j=0}^{n-1} \zeta_g((n-j)\Delta t) \frac{i^{j+1}_k - i^j_k}{\Delta t} \Delta t \quad (\text{C.28})$$

et

$$u''^n_k = 2(i^n_k - i^{n-1}_k) \zeta_g(\Delta t) \quad (\text{C.29})$$

et par conséquent :

$$\begin{aligned} \frac{u'^{n+1}_k + u'^n_k}{2} &= \frac{1}{2} \zeta_g(\Delta t) (i^{n+1}_k - i^n_k) + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{n-1} \{ \zeta_g((n-j)\Delta t) + \zeta_g((n+1-j)\Delta t) (i^{j+1}_k - i^j_k) \} \end{aligned} \quad (\text{C.30})$$

et

$$\frac{u''^{n+1}_k + u''^n_k}{2} = (i^{n+1}_k - i^{n-1}_k) \zeta_g(\Delta t) \quad (\text{C.31})$$

En introduisant (C.30) et (C.31) dans la relation (C.27), et en exprimant cette dernière sous forme itérative, on obtient la forme numérique de l'équation (C.26) :

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{L'}{\Delta t} + \frac{3}{2} \zeta_g(\Delta t) \right) i_k^{n+1} = & \frac{E_{yk}^{n+1} + E_{yk}^n}{2} \cdot \frac{u_{k+1}^{sn+1} - u_k^{sn+1}}{\Delta y} + \\
 & + \left(\frac{L'_e}{\Delta t} + \frac{1}{2} \zeta_s(\Delta t) \right) i_k^n + \zeta_g(\Delta t) i_k^{n-1} \\
 & - \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{n-1} \left\{ \zeta_g((n-j)\Delta t) + \zeta_g((n+1-j)\Delta t) \left(i_{k+1}^{j+1} - i_k^j \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{C.32}$$

C.2.3 L'approche simplifiée de la fréquence équivalente

L'usage d'une valeur constante de Z_g' correspondant à une fréquence fixe représente une simplification significative et un gain considérable en temps de calcul du couplage dans le domaine temporel. Il est donc intéressant de rechercher une fréquence équivalente pour laquelle le fait de négliger la dépendance fréquentielle de l'impédance du sol aurait une influence peu significative sur le résultat final.

La faisabilité d'une telle approche est montrée par l'exemple suivant. Considérons une ligne aérienne de longueur $L = 500$ m à une hauteur $h = 10$ m au-dessus d'un sol de conductivité $\sigma_g = 1.6 \cdot 10^{-2}$ mhos/m; les deux terminaisons sont en circuit-ouvert ($R_A = R_B = 1 \text{ M}\Omega$). Cette ligne est en présence d'un champ électromagnétique d'origine orageuse ayant un angle d'incidence de 45° par rapport à ligne et à une distance beaucoup plus grande que la longueur L de celle-ci.

Le champ électrique vertical est modélisé par une impulsion triangulaire caractérisée par son temps de montée $t_r = 0.1 \mu\text{s}$ et sa durée totale $t_D = 5 \mu\text{s}$. La composante horizontale est déterminée en appliquant la fonction wavetilt (voir §3.4.2).

La comparaison présentée à la Fig. C.2 montre que les valeurs des surtensions induites calculées en considérant une impédance constante (calculée pour une fréquence égale à 300 kHz) représentent une très bonne approximation de celles calculées en tenant compte de la dépendance fréquentielle du sol. La valeur de cette fréquence équivalente correspond, pour ce cas particulier, à la fréquence de résonance de la ligne (définie comme le rapport $c/2L$).

Dans la plupart des exemples étudiés, il a été toujours possible d'obtenir une approximation satisfaisante moyennant une valeur de fréquence donnée. Malheureusement, le choix de cette valeur n'est pas toujours évident; des travaux de recherche sont cependant en cours afin de définir des critères simples et efficaces pour déterminer la valeur de cette fréquence équivalente [119].

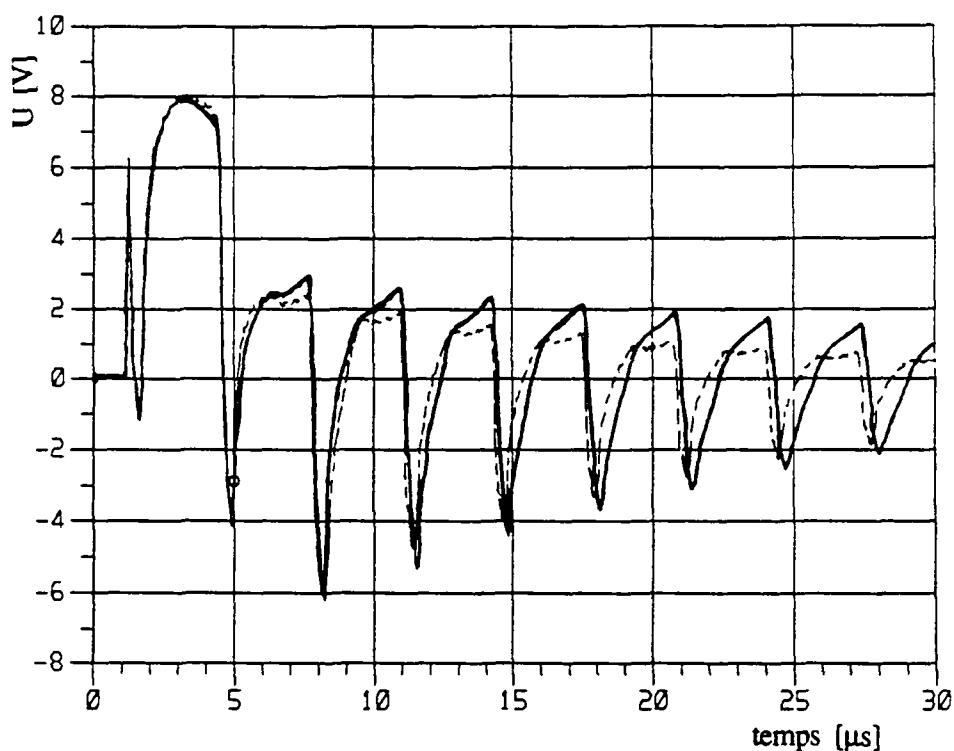


Fig.C.2 - Surtensions induites calculées

— en tenant compte de la dépendance fréquentielle du sol

- - - en considérant une impédance fixe correspondant à la fréquence de résonance de la ligne

Références

- [1] **M. A. Uman**, "The lightning discharge", *Academic Press*, 1987.
- [2] **C. Gary, A. Cimador, R. Fieux**, "La foudre: étude du phénomène - application à la protection des lignes de transport", *Revue Générale d'Electricité*, tome 84, no 1, Jan. 1975.
- [3] **M. A. Uman, E. P. Krider**, "A review of natural lightning: experimental data and modeling", *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol EMC-24, no 2, May 1982.
- [4] **K. Berger, R. B. Anderson, H. Kroninger**, "Parameters of lightning flashes", *Electra*, no 41, pp. 23-27, 1975.
- [5] **K. Berger**, "Resultate der Blitzmessungen der Jahr 1947-1954 auf dem Monte San Salvatore", *Bull. SEV*, no 9, pp. 193-232, 1955.
- [6] **K. Berger, E. Vogelsanger**, "Messungen und Resultate der Blitzforschung der Jahr 1955-1963 auf dem Monte San Salvatore", *Bull. SEV*, no 1, pp. 2-22, 1965.
- [7] **K. Berger**, "Novel observations on lightning discharges: results of research on Mount San Salvatore", *Journal of Franklin Institute*, vol. 283, no 6, June 1967.
- [8] **K. Berger**, "Methoden und Resultate der Blitzforschung auf dem Monte San Salvatore bei Lugano in den Jahren 1963-1971", *Bull. SEV*, no 24, pp. 1403-1422, 1972.
- [9] **E. Garbagnati, G. B. Lo Piparo**, "Stazione sperimentale per il rilievo delle caratteristiche dei fulmini", *L'Elettrotecnica*, LVII, pp. 288-297, 1970.
- [10] **E. Garbagnati, G. B. Lo Piparo**, "Nuova stazione automatica per il rilievo delle caratteristiche dei fulmini", *L'Energia Elettrica*, no 6, pp. 375-383, 1973.
- [11] **E. Garbagnati, G. B. Lo Piparo**, "Parameter von Blitzströmen", *Elektrotech. Z. ETZ-A*, vol. 103, pp. 61-65, 1982.
- [12] **A. J. Eriksson**, "Lightning and tall structures", *Trans. South Afr. IEE*, vol 69, pp. 238-252, 1978.
- [13] **V. P. Idone, R. E. Orville**, "Lightning return stroke velocities in the thunderstorm research international program (TRIP)", *Journal of Geophysical Research*, vol 87, pp. 4905-4915, 1982.
- [14] **V. P. Idone, R. E. Orville, P. Hubert, L. Barret, A. Eybert-Berard**, "Correlated observations of three triggered lightning flashes", *Journal of Geophysical Research*, vol. 89, pp. 1385-1394, 1984.

- [15] S. Rusk, "Induced lightning overvoltages on power transmission lines with special reference to the overvoltage protection of low-voltage networks", *Trans. Royal Institute of Technology*, vol. 120, Stockholm, 1958.
- [16] C. F. Wagner, "The relation between stroke current and the velocity of the return stroke", *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, pp. 609-617, Oct. 1963.
- [17] Y. T. Lin, M. A. Uman, J. A. Tiller, R. D. Brantley, W. H. Beasley, E. P. Krider, C. D. Weidman, "Characterization of lightning return stroke electric and magnetic fields from simultaneous two-station measurements", *Journal of Geophysical Research*, vol. 84, pp. 6307-6314, 1979.
- [18] C. D. Weidman, E. P. Krider, "The fine structure of lightning return stroke waveforms", *Journal of Geophysical Research*, vol. 83, pp. 6239-6247, 1978. Correction, vol. 87, pp. 7351, 1982.
- [19] C. D. Weidman, E. P. Krider, "Submicrosecond risetimes in lightning return stroke fields", *Journal of Geophysical Research letters*, vol. 7, pp. 955-958, 1980. Correction, *J. Geophys. Res.*, vol. 87, pp. 7351, 1982.
- [20] V. Cooray, S. Lundquist, "Characteristics of the radiation fields from lightning in Sri Lanka in the tropics", *Journal of Geophysical Research*, vol. 90, pp. 6099-6109, 1985.
- [21] E. M. Thomson, P. J. Medelius, M. Rubinstein, M. A. Uman, J. Johnson, J. W. Stone, "Horizontal electric fields from lightning return strokes", *Journal of Geophysical Research*, vol. 93, pp. 2429-2441, 1988.
- [22] R. P. Fieux, C. H. Gary, B. P. Hutzler, A. R. Eybert-Berard, P. L. Hubert, A. C. Meesters, P. H. Perroud, J. H. Hamelin, J. M. Person, "Research on artificially triggered lightning in France", *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-97, pp. 725-733, 1978.
- [23] P. Hubert, P. Laroche, A. Eybert-berard, L. Barret, "Triggered lightning in New Mexico", *Journal of Geophysical research*, vol. 89, pp. 2511-2521, 1984.
- [24] K. Horii, "Experiment of artificial lightning triggered with rocket", Mem. Fac. Eng., Nagoya University, Japan, vol. 34, pp. 77-112, 1982.
- [25] M. A. Uman, E. P. Krider, "Natural and artificially initiated lightning", *Science*, vol. 246, pp. 457-464, Oct. 1989.
- [26] D. M. Le Vine, J. T. Willett, J. C. Bailey, "Comparison of fast electric field changes from subsequent return strokes of natural and triggered lightning", *Journal of Geophysical research*, vol. 94, pp. 13259-13265, 1989.
- [27] J. C. Willett, J. C. Bailey, V. P. Idone, A. Eybert-Berard, L. Barret, "Submicrosecond intercomparison of radiation fields and currents in triggered lightning return strokes based on the transmission-line model", *Journal of Geophysical research*, vol. 94, pp. 13275-13286, 1989.

- [28] **C. Leteinturier, C. Weidman, J. Hamelin**, "Current and electric field derivatives in triggered lightning return strokes", *Journal of Geophysical Research*, vol. 95, pp. 811-828, 1990.
- [29] **H. Koga, T. Motomitsu, M. Taguchi**, "Lightning surge waves induced on overhead lines", *The Transactions of the IECE of Japan*, vol. E 62, no 4, April 1979.
- [30] **M. J. Master, M. A. Uman, W. Beasley, M. Darveniza**, "Lightning induced overvoltages on power lines: experiment", *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-103, no 9, pp. 2519-2529, September 1984.
- [31] **F. de la Rosa, R. Valdivia, H. Perez, J. Loza**, "Discussion about the inducing effects of lightning in an experimental power distribution line in Mexico", *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 3, no 3, July 1988.
- [32] **S. Yokoyama, K. Miyake, S. Fukui**, "Advanced observations of lightning induced voltage on power distribution lines", *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 4, no 4, October 1989.
- [33] **M. Rubinstein, A. Y. Tzeng, M. A. Uman, P. J. Medelius, E. M. Thomson**, "Lightning-induced voltages on an overhead wire", *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. 31, no 4, November 1989.
- [34] **A. Zeddam, P. Degauque**, "Current and voltage induced on telecommunications cable by a lightning return stroke", *Lightning Electromagnetics*, Edited by R. L. Gardner, Hemisphere publishing corporation, pp.377-400, 1990.
- [35] **M. Rubinstein, M. A. Uman, E. M. Thomson, P. Medelius**, "Voltages induced on a test distribution line by artificially initiated lightning at close range: measurement and theory", *Proc. 20th International Conference on Lightning Protection*, Interlaken, 1990.
- [36] **Y. T. Lin, M. A. Uman, R. B. Standler**, "Lightning return stroke models", *Journal of Geophysical Research*, vol. 85, pp. 1571-1583, 1980.
- [37] **B. Djebari, J. Hamelin, C. Leteinturier, J. Fontaine**, "Comparison between experimental measurements of the electromagnetic field emitted by lightning and different theoretical models. Influence of the upward velocity of the return stroke", *Proc. 4th International Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, Zürich, 1981.
- [38] **P. Hubert**, "Lightning subsequent strokes. Theoretical model predictions compared with observations on a triggered lightning event", *Proc. 18th International Conference on Lightning Protection*, Munich, 1985.
- [39] **C. A. Nucci, C. Mazzetti, F. Rachidi, M. Ianoz**, "On lightning return stroke models for LEMP calculations", *Proc. 19th International Conference on Lightning Protection*, Graz, 1988.

- [40] **C. A. Nucci, G. Diendorfer, M. A. Uman, F. Rachidi, M. Ianoz, C. Mazzetti**, "Lightning return stroke current models with specified channel-base current: a review and comparison", *Journal of Geophysical Research*, vol., pp., 1990.
- [41] **F. Rachidi, C. A. Nucci**, "On the Master, Uman, Lin, Standler and the modified transmission line lightning return stroke current models", *Journal of Geophysical research*, vol., pp., 1990.
- [42] **M. Ianoz, C. A. Nucci, F. M. Tesche**, "Transmission line theory for field-to-transmission line coupling calculations", *Electromagnetics*, vol. 8, no 2-4, pp. 171-211, 1988.
- [43] **R. P. W. King**, "Transmission line theory", *Dover Publications*, New York, 1965.
- [44] **C. D. Taylor, R. S. Satterwhite, W. Jr. Harrison**, "The response of a terminated two-wire transmission line excited by a nonuniform electromagnetic field", *IEEE Trans. on Antenna Propagation*, vol. AP-13, pp. 987-989, 1965.
- [45] **A. Zeddam**, "Couplage d'une onde électromagnétique rayonnée par une décharge orageuse à un câble de télécommunications", *Thèse présentée à l'université des sciences et techniques de Lille*, 1988.
- [46] **M. A. Uman, M. J. Master, E. P. Krider**, "A comparison of lightning electromagnetic fields with the nuclear electromagnetic pulse in the frequency range 10^4 - 10^7 Hz", *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. EMC-24, no 4, pp. 410-416.
- [47] **A. S. Dennis, E. T. Pierce**, "The return stroke of lightning flash to earth as a source of VLF atmospherics", *Journal of Geophysical Research NBS*, vol. 68D (Radio Science), pp. 777-794, 1964.
- [48] **G. H. Price, E. T. Pierce**, "The modeling of channel current in the lightning return stroke", *Radio Science*, vol. 12, pp. 381-388, 1977.
- [49] **J. A. Leise, W. L. Taylor**, "A transmission line model with general velocities for lightning", *Journal of Geophysical Research*, vol. 82, pp. 391-396, 1977.
- [50] **P. F. Little**, "Transmission line representation of a lightning return stroke", *Journal of Physics D: Appl. Phys.*, vol. 11, 1978.
- [51] **D. F. Strawe**, "Non-linear modeling of lightning return strokes", *Proc. Fed. Aviation Admin.*, Rep. FAA-RD-79-6, pp. 9-15, 1979.
- [52] **P. Hubert**, "A new model of lightning subsequent stroke. Confrontation with triggered lightning observations", *10th International Aerospace and Ground Conference on Lightning and Static Electricity (ICOLSE)*, Les éditions de Physique, Les Ulis, pp. 211-215, 1985.
- [53] **C. E. Baum, L. Baker**, "Return stroke transmission line model", *Electromagnetics*, vol. 7, pp. 205-228, 1987.

- [54] **M. André, C. Christopoulos**, "A nonlinear transmission line model of the lightning return stroke", *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. EMC-31, no 1, pp. 21-33, 1989.
- [55] **R. D. Hill**, "Analysis of irregular paths of lightning channels", *Journal of Geophysical Research*, vol. 73, no 6, pp. 1897-1906, March 1968.
- [56] **D. M. Le Vine, R. Meneghini**, "Radiation from a current filament driven by a travelling wave", *NASA technical note*, TN D8302, 1976.
- [57] **D. M. Le Vine, R. Meneghini**, "Electromagnetic fields radiated from a lightning return stroke: applications of an exact solution to Maxwell's equations", *Journal of Geophysical Research*, vol. 83, pp. 2377-2384, May 1978.
- [58] **D. M. Le Vine, R. Meneghini**, "Simulation of radiation from lightning return strokes: the effects of tortuosity", *Radio Science*, vol. 13, pp. 801-809, Sept. 1978.
- [59] **H. Ramezani**, "Effet de la tortuosité du canal de foudre sur le champ électromagnétique rayonné", Projet de 7ème semestre, LRE, EPFL, 1987.
- [60] **R. A. Pearlman**, "Lightning near fields generated by return stroke models", *International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, IEEE, San Diego, California, 1979.
- [61] **V. A. Rakov, A. A. Dulzon**, "A modified transmission line model for lightning return stroke field calculations", *Proc. 9th International Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, Zürich, 1991.
- [62] **A. Sommerfeld**, "Über die ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie", *Ann. Phys.*, vol. 28, 665, 1909.
- [63] **A. Banos**, ""Dipole radiation in the presence of a conducting half-space", *Pergamon Press*, 1966.
- [64] **C. Leteinturier**, "Champ électromagnétique émis par une décharge orageuse. Modèle théorique intégrant les variations de la résistivité du sol", *Centre National d'Etude de Télécommunications*, Note technique NT/LAA/RLM/66, Nov. 1980.
- [65] **W. C. Kuo, K. K. Mei**, "Numerical approximations of the Sommerfeld integral for fast convergence", *Radio Science*, vol. 13, no 3, pp. 407-415, May-June 1978.
- [66] **P. Parhami, Y. Rahmat-Samii, R. Mittra**, "An efficient approach for evaluating Sommerfeld integrals encountered in the problem of a current element radiating over lossy ground", *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. AP-28, no 1, pp. 100-104, Jan. 1980.
- [67] **J. R. Mosig**, "Integral equation technique", in *Numerical Techniques for Microwave and Millimeter Wave Passive Structures*, Edited by T. Itoh, pp. 132-213, New York, 1989.

- [68] **K. A. Norton**, "The propagation of radio waves over the surface of the earth and in the upper atmosphere", *Proc. of the Institute of Radio Engineers*, vol. 25, no 9, pp. 1203-1236, Sept. 1937.
- [69] **T. K. Sarkar**, "Analysis of arbitrarily oriented thin wire antenna arrays over imperfect ground planes", *Proc. IEEE*, pp. 4-13, Dec. 1975.
- [70] **P. R. Bannister**, "New formulas that extend Norton's far field elementary dipole equations to the quasi-near field range", *NUSC*, technical report 59007, 1984.
- [71] **A. Zeddam**, "Couplage d'une onde électromagnétique rayonnée par une décharge orageuse à un câble de télécommunication", *thèse de doctorat*, Université de Lille, France, 1988.
- [72] **M. A. Uman, D. K. McLain, E. P. Krider**, "The electromagnetic radiation from a finite antenna", *American Journal of Physics*, vol. 43, pp. 33-38, 1975.
- [73] **M. J. Master, M. A. Uman**, "Lightning induced voltages on power lines: theory", *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-103, no 9, pp. 2502-25-18, September 1984.
- [74] **M. A. Uman, C. E. Swanberg, J. A. Tiller, Y. T. Lin, E. P. Krider**, "Effects of 200 km propagation on lightning return stroke electric fields", *Radio Science*, vol. 11, pp. 985-990, 1976.
- [75] **V. Cooray, S. Lundquist**, "Effects of propagation on the rise times and the initial peaks of radiation fields from return strokes", *Radio Science*, vol. 18, no 3, pp. 409-415, May-June 1983.
- [76] **V. Cooray**, "Effects of propagation on the return stroke radiation fields", *Radio Science*, vol. 22, no 5, pp. 757-768, Sept.-Oct. 1987.
- [77] **J. Zenneck**, "Wireless telegraphy", English translation by A. E. Seelig, *Mc Graw Hill*, 1915.
- [78] **M. J. Master**, "Lightning induced voltages on power lines: theory and experiment", Ph. D. thesis dissertation, *University of Florida*, Gainesville, 1982.
- [79] **M. Rubinstein**, "Voltages induced on a test power line from artificially initiated lightning: theory and experiment", Ph. D. thesis dissertation, *University of Florida*, Gainesville, 1991.
- [80] **M. Wik**, "Double exponential pulse models for comparison of lightning, nuclear and electrostatic discharge spectra", *Proc. 6th International Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, Zürich, 1985.
- [81] **R. L. Gardner, L. Baker, C. E. Baum, D. J. Andersh**, "Comparison of lightning with public domain HEMP waveforms on the surface of an aircraft", *Proc. 6th International Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, Zürich, 1985.

- [82] **F. Heidler**, "Analytische Blitzstromfunktion zur LEMP-Berechnung", *Proc. 18th International Conference on Lightning Protection*, Munich, 1985.
- [83] **C. A. Nucci, C. Mazzetti, F. Rachidi, M. Ianoz**, "Analyse du champ électromagnétique dû à une décharge de foudre dans les domaines temporel et fréquentiel", *Annales de Télécommunication*, vol. 43, no 11-12, pp. 625-637, 1988.
- [84] **C. E. R Bruce, R. M. Golde**, "The lightning discharge", *Journal of IEE*, vol. 88, pp. 487-520, 1941.
- [85] **M. A. Uman, D. K. McLain**, "Lightning return stroke current from magnetic and radiation field measurement", *Journal of Geophysical Research*, vol. 75, pp. 5143-5147, 1970.
- [86] **M. Rubinstein, M. A. Uman**, "On the radiation field turn-on term associated with traveling current discontinuities in lightning", *Journal of Geophysical Research*, vol. 95, pp. 3711-3713, 1990.
- [87] **M. A. Uman, D. K. McLain**, "Magnetic field of lightning return stroke", *Journal of Geophysical Research*, vol. 74, pp. 6899-6909, 1969.
- [88] **W. H. Beasley, M. A. Uman, P. L. Rustan**, "Electric fields preceding cloud-to-ground lightning flashes", *Journal of Geophysical Research*, vol. 87, pp. 4883-4902, 1982.
- [89] **D. M. Jordan, M. A. Uman**, "Variation in light intensity with height and time from subsequent lightning return strokes", *Journal of Geophysical Research*, vol. 88, pp. 6555-6562, 1983.
- [90] **M. Master, M. A. Uman, Y. T. Lin, R. B. Standler**, "Calculations of lightning return stroke electric and magnetic fields above ground", *Journal of Geophysical Research*, vol. 86, pp. 12127-12132, 1983.
- [91] **F. Heidler**, "Traveling current source model for LEMP calculation", *Proc. 6th International Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, Zürich, 1985.
- [92] **F. Heidler**, "Lightning electromagnetic impulse. Theorie und Messungen", Ph. D. thesis dissertation, Fakultät der Elektrotechnik, *Univ. der Bundeswehr*, Munich, 1987.
- [93] **G. Diendorfer, M. A. Uman**, "An improved return stroke model with specified channel-base current", *Journal of Geophysical Research*, vol. 95, pp. 13621-13644, 1990.
- [94] **C. A. Nucci, F. Rachidi**, "Experimental validation of a modification to the Transmission Line model for LEMP calculations", *Proc. 8th International Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, Zürich, 1989.
- [95] **E. A. Jacobson, E. P. Krider**, "Electrostatic field changes produced by Florida lightning", *Journal of Atmos. Science*, vol. 33, pp. 103-107, 1976.

- [96] **G. E. J. Bridges, L. Shafai**, "Plane wave coupling to multiple conductor transmission lines above a lossy earth", *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. EMC-31, no 4, pp. 396-397, 1989.
- [97] **A. K. Agrawal, H. J. Price, S. H. Gurbaxani**, "Transient response of multiconductor transmission lines excited by a nonuniform electromagnetic field", *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. EMC-22, no 2, pp. 119-129, 1980.
- [98] **F. M. Tesche**, "Comparison of the transmission line and scattering models for computing the HEMP response of overhead cables", submitted to *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, 1991.
- [99] **L. W. Rickets, S. E. Bridges, S. Mileta**, "EMP radiation and protective techniques", *Wiley-Interscience*, New York, 1976.
- [100] **K. S. Lee**, "Two parallel terminated conductors in external fields", *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. EMC-20, no 2, pp. 288-296, 1978.
- [101] **F. M. Tesche, T. K. Liu, S. K. Chang, D. V. Giri**, "Field excitation of multiconductor transmission lines", *Interaction note 351*, AFWL-TR-79-402, 1979.
- [102] **E. F. Vance**, "Coupling to shielded cables", *Wiley Interscience*, New York, 1978.
- [103] **K. C. Chen**, "Time harmonic solutions for a long horizontal wire over the ground with grazing incidence", *IEEE Trans. on Antennas & Propagation*, vol. AP-33, no 3, pp. 233-243, 1985.
- [104] **E. D. Sunde**, "Earth conduction effects in transmission systems", *Dover publications*, New York, 1968.
- [105] **K. C. Chen, K. M. Damrau**, "Accuracy of approximate transmission line formulas for overhead wires", *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. EMC-31, no 4, pp. 396-397, 1989.
- [106] **J. M. Fontaine, A. Umbert, B. Djebari, J. Hamelin**, "Ground effects in the response of a single wire transmission line illuminated by an EMP", *Proc. 4th International Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, Zürich, 1981.
- [107] **W. Blummer, M. Ianoz**, "Sur les méthodes de calcul de l'exposant linéique de propagation et d'impédance caractéristique des câbles aériens et enterrés", *Annales des télécommunications*, tome 39, no 9-10, 1984.
- [108] **P. Degauque, A. Zeddam**, "Remarks on the transmission line approach to determine the current induced on above ground cables", *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. EMC-30, no 1, pp. 77-80, 1988.
- [109] **F. M. Tesche**, "On the inclusion of loss in time-domain solutions of electromagnetic interaction problems", *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, vol. EMC-32, no 1, pp. 1-4, 1990.

- [110] **W. S. Meyer, H. W. Dommel**, "Numerical modelling of frequency-dependant transmission line parameters in an electromagnetic transient program", *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, pp. 1401-1409, 1974.
- [111] **M. Ianoz, C. Mazzetti, C. A. Nucci, F. Rachidi**, "Induced overvoltages on overhead transmission lines by indirect lightning return strokes: a sensitivity analysis", *Proc. 20th International Conference on Lightning Protection*, Interlaken, 1990.
- [112] **M. Ianoz, C. Mazzetti, C. A. Nucci, F. Rachidi**, "Tension induite par une décharge de foudre sur une ligne aérienne. Modélisation et validation expérimentale", *5ème Colloque International en Langue Française sur la Compatibilité Electromagnétique*, Evian, 1989.
- [113] **A. J. Eriksson, M. F. Stringfellow, D. V. Meal**, "Lightning-induced overvoltages on overhead distribution lines", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-101, pp.960-969, April 1982.
- [114] **P. Chowdhuri, E. T. B. Gross**, "Voltage surges induced on overhead lines by lightning strokes", *Proc. IEE*, vol. 114, pp. 1899-1907, December 1967.
- [115] **P. Chowdhuri**, "Analysis of lightning-induced voltages on overhead lines", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 4, pp. 479-492, January 1989.
- [116] **P. Chowdhuri**, "Parametric effects on the induced voltages on overhead lines by lightning strokes to nearby ground", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 4, pp. 1185-1194, April 1989.
- [117] **G. Diendorfer**, "Induced voltage on an overhead line due to nearby lightning", *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 32, pp. 292-299, November 1990.
- [118] **D. E. Merewether**, "A numerical solution for the response of a strip transmission line over a ground plane excited by ionizing radiation", *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. NS-18, August 1971.
- [119] **F. Rachidi, M. Ianoz, C. A. Nucci**, "On the inclusion of loss in time-domain solutions of field-to-transmission line coupling", *Nuclear Electromagnetic meeting*, Albuquerque, New Mexico, May 21-24, 1990.
- [120] **C. A. Nucci, F. Rachidi, M. Ianoz, C. Mazzetti**, "Lightning-induced overvoltages on overhead power lines", submitted to *IEEE Power Delivery Winter Meeting*, 1992.
- [121] **P. Chowdhuri**, "Lightning-induced voltages on multiconductor overhead lines", *IEEE Transactions on Power delivery*, vol. 5, pp. 658-667, April 1990.

Liste des symboles

a	: rayon du conducteur aérien
B	: champ d'induction magnétique
BG	: modèle de Bruce et Golde
B^e	: champ d'induction magnétique excitateur
B^{inc}	: champ d'induction magnétique incident
B^{ref}	: champ d'induction magnétique réfléchi par le sol
B^s	: champ d'induction magnétique diffracté (<i>scattered</i> en anglais)
B^t	: champ d'induction magnétique transmis dans le sol
c	: vitesse de la lumière dans le vide
CP	: coefficient de protection par un câble de garde (§5.4.2)
C'	: capacité d'un conducteur aérien
DU	: modèle de Diendorfer et Uman
E	: champ électrique
E^e	: champ électrique excitateur
E^{inc}	: champ électrique incident
E^{ref}	: champ électrique réfléchi par le sol
E^s	: champ électrique diffracté (<i>scattered</i> en anglais)
E^t	: champ électrique transmis dans le sol
E_z^{far}	: composante verticale du champ électrique lointain
$erfc$: fonction d'erreur complémentaire
G'	: conductance transversale linéique
G_{21}, G_{22}	: intégrales de Sommerfeld
H	: hauteur du canal de foudre
H_ϕ	: champ magnétique azimutal
h	: hauteur du conducteur aérien
$i(z', t)$: distribution du courant de l'arc en retour
$I(z')$: transformée de Fourier de $i(z', t)$
$i(y, t)$: courant induit le long de la ligne
$I(y)$: transformée de Fourier de $i(y, t)$
I'_s	: terme de source (courant), deuxième équation de couplage
I_u	: composante uniforme du courant de l'arc en retour selon le modèle MULS
i_c	: composante de couronne du courant de l'arc en retour selon le modèle MULS
i_p	: composante impulsionnelle du courant de l'arc en retour selon le modèle MULS

I_0, I_1	: fonctions de Bessel modifiées d'ordre 0 et 1
j	: $\sqrt{-1}$
J_0	: fonction de Bessel d'ordre 0
k_1, k_2	: constantes de propagation dans le sol et dans l'air (§3.3)
k	: $1 + v/c$
K_1	: fonction de Bessel modifiée de seconde espèce
L	: longueur de la ligne de transmission
L'_e	: l'inductance linéique externe de la ligne
LUS	: modèle de Lin, Uman et Standler
MTL	: modèle de ligne de transmission modifié (<i>Modified Transmission Line</i>)
MULS	: modèle de Master, Lin, Uman et Standler
R	: distance entre un dipôle élémentaire et le point d'observation (chapitre III)
R'	: résistance linéique longitudinale
r	: distance entre le point d'impact de la foudre et le point d'observation
TCS	: modèle de source de courant mobile (<i>Traveling Current Source</i>)
TL	: modèle de ligne de transmission (<i>Transmission Line</i>)
t_{on}	: temps zéro à la valeur de crête du courant i_p
$u(y,t)$: tension transverse le long de la ligne
$U(y)$: transformée de Fourier de $u(y,t)$
U_e	: tension excitatrice
U_s	: tension diffractée
U_i	: tension inductrice
V_{22}	: intégrale de Sommerfeld
V'_s	: terme de source (tension), première équation de couplage
v	: vitesse de l'arc en retour
v^*	: $v/(1 + v/c)$
W	: fonction "wavetilt"
Y'	: admittance linéique transversale
Y'_g	: admittance linéique du sol
$y'(t)$: transformée de Fourier inverse de Y'_g
Z'	: impédance linéique longitudinale ($= Z'_g + Z'_w$)
Z'_g	: impédance linéique du sol
Z'_w	: impédance linéique du conducteur aérien
Z_A, Z_B	: impédances de terminaison aux deux extrémités de la ligne
z	: hauteur du point d'observation (chapitre III)
z'	: hauteur d'un dipôle élémentaire
$z'(t)$: transformée de Fourier inverse de Z'

β_0	: $\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$
γ_g	: constante de propagation dans le sol
γ_w	: constante de propagation dans le conducteur aérien
δ	: profondeur de pénétration
δ_w	: profondeur de pénétration dans le conducteur aérien
ϵ_0	: permittivité du vide
ϵ_g	: permittivité du sol
ϵ_r	: permittivité relative
ϵ_w	: permittivité du conducteur aérien
λ	: taux de décroissance de l'intensité du courant, modèle MTL
λ_c	: taux de décroissance de la composante de courant de couronne, modèle MULS
λ_p	: taux de décroissance de la composante de courant impulsional, modèle MULS
μ_0	: perméabilité du vide
μ_g	: perméabilité du sol
μ_r	: perméabilité relative
μ_w	: perméabilité du conducteur aérien
σ_{air}	: conductivité de l'air
σ_w	: conductivité du conducteur aérien
σ_g	: perméabilité du sol
ϕ	: angle d'incidence horizontale
ω	: pulsation

Curriculum Vitae

Nom : Rachidi-Haeri
Prénom : Farhad
Date et lieu de naissance : 22 août 1962 à Genève, Suisse.
Nationalité : iranienne

FORMATION :

- 1973 - 1980 : Etudes secondaires au lycée Franco-Iranien Razi de Téhéran
 Baccalauréat de fin d'études secondaires en mathématiques
 et physique obtenu en juillet 1980.
- 1980 - 1981 : Cours de Mathématiques Spéciales (CMS)
 Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- 1981-1985 : Etudes d'ingénieur électricien
 Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
 Diplôme d'ingénieur électricien obtenu en janvier 1986.

EXPERIENCE PROFESSIONNELLE :

- 1986-1991 : Assistant au Laboratoire de Réseaux d'Energie Electrique de l'EPFL.
 Auteur ou co-auteur de plus de 15 publications présentées dans des conférences internationales ou publiées dans des revues scientifiques.
- 1990 : Séjour de recherche de trois mois au "Lightning Research Laboratory"
 de l'Université de Floride, USA.
- 1991 : Participation à la campagne de mesure sur le déclenchement artificiel de la foudre, été 1991, Kennedy Space Center, USA.

