

# Análisis Principal

Manuela Lopez Cambron, 1673688

2026-01-18

```
df <- read.csv("prado_variables.csv", stringsAsFactors = TRUE)

df$sop_montaje <- as.factor(df$sop_montaje)
df$serie <- as.factor(df$serie)

str(df)
```

```
## 'data.frame': 7035 obs. of 12 variables:
## $ exito : int 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 ...
## $ area : num 81423 81423 52600 37000 44955 ...
## $ tam_cat : Factor w/ 3 levels "grande","mediano",...: 1 1 1 1 1 1 1 1 2 1 ...
## $ orientacion: Factor w/ 3 levels "cuadrado","horizontal",...: 2 2 2 3 2 2 1 2 3 2 ...
## $ soporte_grp: Factor w/ 5 levels "Lienzo","Metal",...: 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 ...
## $ sop_montaje: Factor w/ 2 levels "0","1": 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 ...
## $ tecnica : Factor w/ 3 levels "mixta","oleo",...: 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 ...
## $ tipo_autor : Factor w/ 4 levels "anonimo","hombre",...: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
## $ serie : Factor w/ 2 levels "0","1": 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 ...
## $ fecha_est : int 1150 1150 1150 1150 1150 1150 1150 1150 1150 1150 ...
## $ fecha_ancho: int 99 99 99 99 99 99 99 99 99 99 ...
## $ tema : Factor w/ 10 levels "bodegon_floral",...: 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 ...
```

## ANÁLISIS PRINCIPAL

Primeramente generamos la submuestra de la población aplicando la regla estructural de ‘cuadrado’.

```
# 0) Regla estructural: excluir "cuadrado"
df <- subset(df, orientacion != "cuadrado")
df$orientacion <- droplevels(df$orientacion)
dim(df)
```

```
## [1] 7002 12
```

Continuamos con un total de 7002 pinturas

Fijamos también los niveles de referencia para las variables factor. El nivel más frecuente como referencia para todos los factores a excepción de “tam\_cat” donde por interpretabilidad se define la referencia en ‘pequeno’ y las variables binarias “sop\_montaje” y “serie” donde se fija el valor “no”

```

# 1) Niveles de los factores binarios
df$sop_montaje <- factor(df$sop_montaje, levels = c(0, 1), labels = c("no", "si"))
df$serie <- factor(df$serie, levels = c(0, 1), labels = c("no", "si"))

# 2) tam_cat nominal con referencia "pequeno"
df$tam_cat <- factor(df$tam_cat, levels = c("pequeno", "mediano", "grande"))
df$tam_cat <- relevel(df$tam_cat, ref = "pequeno")

# 3) Binarios con referencia "no"
df$sop_montaje <- relevel(df$sop_montaje, ref = "no")
df$serie <- relevel(df$serie, ref = "no")

# 4) Referencias = nivel más frecuente (para el resto de factores)
ref_orientacion <- names(sort(table(df$orientacion), decreasing = TRUE))[1]
df$orientacion <- relevel(df$orientacion, ref = ref_orientacion)

ref_soporte <- names(sort(table(df$soporte_grp), decreasing = TRUE))[1]
df$soporte_grp <- relevel(df$soporte_grp, ref = ref_soporte)

ref_tecnica <- names(sort(table(df$tecnica), decreasing = TRUE))[1]
df$tecnica <- relevel(df$tecnica, ref = ref_tecnica)

ref_autor <- names(sort(table(df$tipo_autor), decreasing = TRUE))[1]
df$tipo_autor <- relevel(df$tipo_autor, ref = ref_autor)

ref_tema <- names(sort(table(df$tema), decreasing = TRUE))[1]
df$tema <- relevel(df$tema, ref = ref_tema)

str(df)

```

```

## 'data.frame': 7002 obs. of 12 variables:
## $ exito : int 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 ...
## $ area : num 81423 81423 52600 37000 44955 ...
## $ tam_cat : Factor w/ 3 levels "pequeno","mediano",...: 3 3 3 3 3 3 3 2 3 3 ...
## $ orientacion: Factor w/ 2 levels "vertical","horizontal": 2 2 2 1 2 2 2 1 2 2 ...
## $ soporte_grp: Factor w/ 5 levels "Lienzo","Metal",...: 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 ...
## $ sop_montaje: Factor w/ 2 levels "no","si": 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 ...
## $ tecnica : Factor w/ 3 levels "oleo","mixta",...: 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 ...
## $ tipo_autor : Factor w/ 4 levels "hombre","anonimo",...: 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 ...
## $ serie : Factor w/ 2 levels "no","si": 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 ...
## $ fecha_est : int 1150 1150 1150 1150 1150 1150 1150 1150 1150 1150 ...
## $ fecha_ancho: int 99 99 99 99 99 99 99 99 99 99 ...
## $ tema : Factor w/ 10 levels "religioso","bodegon_floral",...: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...

```

## Efectos principales

Para determinar los efectos principales del modelo se seguirá la estructura por bloques definida en la sección de metodología.

### Modelo nulo

Como punto de partida se ajustó un modelo nulo (solos intercepto), sin covariables. Este modelo proporcionará la referencia sobre el cual iremos cuantificando el aporte de los bloques que se añadirán sucesivamente.

En un modelo binario como el nuestro, el intercepto del modelo nulo estima la probabilidad media de éxito en la muestra. Recordemos que estaremos trabajando en todo momento con la sub-muestra no-cuadrado.

```
# Modelo nulo (solo intercepto)
m0 <- glm(exito ~ 1, data = df, family = binomial(link = "logit"))

# Resumen del modelo
cat("\nResumen del modelo:\n")

##
## Resumen del modelo:

summary(m0)

##
## Call:
## glm(formula = exito ~ 1, family = binomial(link = "logit"), data = df)
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept) -1.98064    0.03661  -54.1   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##      Null deviance: 5173.2  on 7001  degrees of freedom
## Residual deviance: 5173.2  on 7001  degrees of freedom
## AIC: 5175.2
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 4

# Probabilidad media estimada de éxito (a partir del intercepto)
cat("\nProbabilidad estimada de éxito:\n")

##
## Probabilidad estimada de éxito:

p0 <- plogis(coef(m0)[1])
p0

## (Intercept)
##    0.1212511
```

## Bloque 1: Datación y control de incertidumbre

Se incorpora la variable “fecha\_est” y su covariable de incertidumbre “fecha\_ancho”, comparando especificación lineal vs flexible (spline) en ambas variables.

Comenzaremos decidiendo la especificación del control “fecha\_ancho”.

```

library(splines)

# Transformación loglp(fecha_ancho)
df$log_ancho <- loglp(df$fecha_ancho)

# Modelo A: control lineal en log_ancho
m1_lin <- glm(exito ~ ns(fecha_est, 3) + log_ancho,
              data = df, family = binomial(link = "logit"))

# Modelo B: control flexible (spline) en log_ancho
m1_spl <- glm(exito ~ ns(fecha_est, 3) + ns(log_ancho, 3),
              data = df, family = binomial(link = "logit"))

## Warning in ns(log_ancho, 3): moviendo los nudos 'interiores' que coinciden con
## los nudos de límite hacia adentro

# Resúmenes (por si aparecen warnings / coeficientes raros / SE enormes)
cat("\nResumen del modelo m1_lin (control lineal):\n")

##
## Resumen del modelo m1_lin (control lineal):

summary(m1_lin)

##
## Call:
## glm(formula = exito ~ ns(fecha_est, 3) + log_ancho, family = binomial(link = "logit"),
##      data = df)
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)   -2.196862    0.566571  -3.877 0.000106 ***
## ns(fecha_est, 3)1  0.281381    0.368057   0.765 0.444567
## ns(fecha_est, 3)2  0.558190    1.192596   0.468 0.639751
## ns(fecha_est, 3)3  1.153682    0.297870   3.873 0.000107 ***
## log_ancho       0.005883    0.022782   0.258 0.796244
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##      Null deviance: 5173.2  on 7001  degrees of freedom
## Residual deviance: 5120.5  on 6997  degrees of freedom
## AIC: 5130.5
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 4

cat("\nResumen del modelo m1_spl (control flexible spline):\n")

##
## Resumen del modelo m1_spl (control flexible spline):

```

```
summary(m1_spl)
```

```
##
## Call:
## glm(formula = exito ~ ns(fecha_est, 3) + ns(log_ancho, 3), family = binomial(link = "logit"),
##      data = df)
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)   -2.235466   0.571676  -3.910 9.22e-05 ***
## ns(fecha_est, 3)1  0.276625   0.369477   0.749 0.454041
## ns(fecha_est, 3)2  0.730706   1.206027   0.606 0.544596
## ns(fecha_est, 3)3  1.135879   0.300691   3.778 0.000158 ***
## ns(log_ancho, 3)1 -0.283268   0.340571  -0.832 0.405553
## ns(log_ancho, 3)2  0.009094   0.236265   0.038 0.969298
## ns(log_ancho, 3)3  0.431797   0.283258   1.524 0.127410
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##      Null deviance: 5173.2  on 7001  degrees of freedom
## Residual deviance: 5117.3  on 6995  degrees of freedom
## AIC: 5131.3
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 4
```

Comprobamos la aportación del bloque comparando ambas especificaciones con el modelo nulo:

```
# Comparación --> aporte del Bloque 1

# Información
cat("\nAporte de información del Bloque 1 (control lineal):\n")
```

```
##
## Aporte de información del Bloque 1 (control lineal):
```

```
anova(m0, m1_lin, test="Chisq")
```

```
## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ 1
## Model 2: exito ~ ns(fecha_est, 3) + log_ancho
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance  Pr(>Chi)
## 1      7001      5173.2
## 2      6997      5120.5  4    52.682 9.933e-11 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
cat("\nAporte de información del Bloque 1 (control flexible spline):\n")
```

```
##  
## Aporte de información del Bloque 1 (control flexible spline):
```

```
anova(m0, m1_spl, test="Chisq")
```

```
## Analysis of Deviance Table  
##  
## Model 1: exito ~ 1  
## Model 2: exito ~ ns(fecha_est, 3) + ns(log_ancho, 3)  
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance  Pr(>Chi)  
## 1      7001      5173.2  
## 2      6995      5117.3  6    55.875 3.085e-10 ***  
## ---  
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
# Complejidad
```

```
cat("\nAporte de complejidad:\n")
```

```
##  
## Aporte de complejidad:
```

```
AIC(m0, m1_lin, m1_spl)
```

```
##      df      AIC  
## m0      1 5175.221  
## m1_lin  5 5130.540  
## m1_spl  7 5131.346
```

```
BIC(m0, m1_lin, m1_spl)
```

```
##      df      BIC  
## m0      1 5182.075  
## m1_lin  5 5164.809  
## m1_spl  7 5179.324
```

Comparamos también las dos formas funcionales del control mediante modelos anidados:

```
# Comparación --> formas funcionales
```

```
cat("\nAporte de información entre opciones (m1_lin vs m1_spl)\n")
```

```
##  
## Aporte de información entre opciones (m1_lin vs m1_spl)
```

```
anova(m1_lin, m1_spl, test="Chisq")
```

```
## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ ns(fecha_est, 3) + log_ancho
## Model 2: exito ~ ns(fecha_est, 3) + ns(log_ancho, 3)
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
## 1      6997      5120.5
## 2      6995      5117.3  2    3.1933  0.2026
```

El aporte del bloque 1 es claramente significativo. Ambas especificaciones mejoraron significativamente el modelo nulo (LRT  $p = 9.933e - 11$ ,  $p = 3.085e - 10$ ). Sin embargo, la especificación flexible para el control “fecha\_ancho” no proporcionó mejora adicional frente a la lineal (LRT  $p = 0.2026$ ) y presentó peor ajuste penalizado por complejidad (AIC y BIC mayores). Por esta razón, se adoptó para los modelos posteriores la especificación lineal  $\log(1 + fecha\_ancho)$  como ajuste definitivo del control de incertidumbre en la datación.

Finalmente comprobaremos las formas funcionales de “fecha\_est” para ver si la especificación flexible de esta variable es realmente necesaria para nuestro modelo o no.

```
m1_lin_fecha <- glm(exito ~ fecha_est + log_ancho,
  data = df, family = binomial(link = "logit"))
```

```
# Comparación
# Información
cat("\nAporte de la opción fecha_est felxible:\n")
```

```
##
## Aporte de la opción fecha_est felxible:
```

```
anova(m1_lin_fecha, m1_lin, test="Chisq")
```

```
## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ fecha_est + log_ancho
## Model 2: exito ~ ns(fecha_est, 3) + log_ancho
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
## 1      6999      5126.6
## 2      6997      5120.5  2    6.0146  0.04943 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
# Complejidad
cat("\nComplejidad de la opción fecha_est flexible:\n")
```

```
##
## Complejidad de la opción fecha_est flexible:
```

```
AIC(m1_lin,m1_lin_fecha)
```

```
##           df      AIC
## m1_lin      5 5130.540
## m1_lin_fecha 3 5132.554
```

```
BIC(m1_lin,m1_lin_fecha)
```

```
##           df      BIC
## m1_lin      5 5164.809
## m1_lin_fecha 3 5153.116
```

Vemos que la especificación flexible es preferible frente a la lineal en términos de LRT ( $p = 0.049$ ) como AIC ( $\Delta AIC \approx -2$ ). Sin embargo la mejora de AIC es débil frente a una fuerte penalización en BIC ( $\Delta AIC \approx -2$  vs  $\Delta BIC \approx 12$ ). Teniendo en cuenta nuestro objetivo descriptivo, y no predictivo, decidimos seleccionar la versión lineal por facilidad interpretativa. Por otro lado, también seleccionamos esta opción por ser más conservadora, ya que añadimos menos parámetros al modelo (2 parámetros menos), y es preferible dado que la mayoría de las futuras covariables son factores y nuestra variable respuesta está fuertemente desbalanceada. Sin embargo, dejamos constancia del hecho que la especificación flexible con spline por fecha\_est podría ser considerada para análisis más exhaustivos.

Modelo resultante después de añadir Bloque 1:

```
m1 <- m1_lin_fecha
```

## Bloque 2: Morfología

Se incorporan las variables morfológicas de tamaño i formato, “area” y “orientación” respectivamente. Se evaluará si aportan información adicional, una vez controlado el efecto de datación (bloque 1). La variable “area” se introducirá mediante una transformación logarítmica  $\log(area)$ , pudiendo llegar a ser tratada de manera flexible si fuera necesario. También se proporcionará un modelo secundario sustituyendo “area” por “tam\_cat” (categorización de área), y se compararán. Se decidirá el mejor modelo siguiendo las indicaciones de la sección de metodología, que resumidamente dictan lo siguiente:

- si “area” presenta problemas o no mejora sustancialmente más que “tam\_cat”, permitimos ajuste flexible (spline) y si no funciona elegimos “tam\_cat”
- si “area” mejora sustancialmente más que “tam\_cat”, elegimos “area”
- si “area” y “tam\_cat” proporcionan resultados cualitativamente iguales, elegimos “area” pero manteniendo el modelo secundario “tam\_cat” para interpretaciones claras.

```
# Transformación log(area)
df$log_area <- log(df$area)

# BLOQUE 2 (principal candidato): log(area) + orientacion
m2_area <- update(m1, . ~ . + log_area + orientacion)

# BLOQUE 2 (secundario): tam_cat + orientacion
m2_tamcat <- update(m1, . ~ . + tam_cat + orientacion)

# Resúmenes (por si aparecen warnings / coeficientes raros / SE enormes)
cat("\nResumen del modelo m2_area (+ log_area + orientacion):\n")

##
## Resumen del modelo m2_area (+ log_area + orientacion):
```



```
summary(m2_area)
```

```
##
## Call:
## glm(formula = exito ~ fecha_est + log_ancho + log_area + orientacion,
##      family = binomial(link = "logit"), data = df)
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)    -7.4602560   0.6658251  -11.205 < 2e-16 ***
## fecha_est       0.0020017   0.0003269    6.124 9.15e-10 ***
## log_ancho       0.0059186   0.0227367    0.260  0.795
## log_area        0.1989546   0.0278371    7.147 8.86e-13 ***
## orientacionhorizontal 0.3267555   0.0748131    4.368 1.26e-05 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##    Null deviance: 5173.2  on 7001  degrees of freedom
## Residual deviance: 5048.6  on 6997  degrees of freedom
## AIC: 5058.6
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 5
```

```
cat("\nResumen del modelo m2_tamcat (+ tam_cat + orientacion):\n")
```

```
##
## Resumen del modelo m2_tamcat (+ tam_cat + orientacion):
```

```
summary(m2_tamcat)
```

```
##
## Call:
## glm(formula = exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion,
##      family = binomial(link = "logit"), data = df)
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)    -6.0159849   0.6000728  -10.025 < 2e-16 ***
## fecha_est       0.0020633   0.0003304    6.244 4.26e-10 ***
## log_ancho       0.0101612   0.0228402    0.445  0.656
## tam_catmediano  -0.0594074   0.1034091   -0.574  0.566
## tam_catgrande   0.7738667   0.0898896    8.609 < 2e-16 ***
## orientacionhorizontal 0.2962533   0.0751562    3.942 8.09e-05 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##    Null deviance: 5173.2  on 7001  degrees of freedom
## Residual deviance: 4988.1  on 6996  degrees of freedom
```

```

## AIC: 5000.1
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 5

# Comparación --> aporte del Bloque 2

# Información
cat("\nAporte de información del Bloque 2 (tamaño continuo):\n")

##
## Aporte de información del Bloque 2 (tamaño continuo):

anova(m1, m2_area, test="Chisq")

## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ fecha_est + log_ancho
## Model 2: exito ~ fecha_est + log_ancho + log_area + orientacion
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
## 1      6999      5126.6
## 2      6997      5048.6  2    77.907 < 2.2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

cat("\nAporte de información del Bloque 2 (tamaño categórico):\n")

##
## Aporte de información del Bloque 2 (tamaño categórico):

anova(m1, m2_tamcat, test="Chisq")

## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ fecha_est + log_ancho
## Model 2: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
## 1      6999      5126.6
## 2      6996      4988.1  3    138.45 < 2.2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

# Complejidad
cat("\nAporte de complejidad:\n")

##
## Aporte de complejidad:

AIC(m1, m2_area, m2_tamcat)

```

```
##          df      AIC
## m1          3 5132.554
## m2_area     5 5058.647
## m2_tamcat   6 5000.103
```

```
BIC(m1, m2_area, m2_tamcat)
```

```
##          df      BIC
## m1          3 5153.116
## m2_area     5 5092.917
## m2_tamcat   6 5041.227
```

Ambas opciones del tamaño ( $\log(\text{area})$  continua vs.  $\text{tam\_cat}$  categórica) aportan información adicional tras controlar la datación (LRT  $p < 2.2e-16$  en ambos casos). Sin embargo, la especificación categórica presenta mejor ajuste-complejidad con AIC y BIC sustancialmente menores (AIC: 5058 vs 5000; BIC: 5092 vs 5042).

Antes de seleccionar “ $\text{tam\_cat}$ ” debemos tener en cuenta que podría haber una relación no lineal que actualmente  $\log(\text{area})$  no está pudiendo capturar. Por esta razón y dado que “ $\text{area}$ ” ha demostrado mejorar el ajuste, frente al modelo anterior ( $m1$ ), flexibilizaremos su especificación (spline) y entonces volveremos a comparar con “ $\text{tam\_cat}$ ”, para asegurar una decisión justa y cerrada.

```
# Version flexible de log(area)
m2_area_spl <- update(m1, . ~ . + splines::ns(log_area, 3) + orientacion)

# Resúmenes (por si aparecen warnings / coeficientes raros / SE enormes)
summary(m2_area_spl)
```

```
##
## Call:
## glm(formula = exito ~ fecha_est + log_ancho + splines::ns(log_area,
##      3) + orientacion, family = binomial(link = "logit"), data = df)
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)    -4.6151418   0.7103089  -6.497 8.17e-11 ***
## fecha_est         0.0021365   0.0003311   6.453 1.10e-10 ***
## log_ancho         0.0092053   0.0228401   0.403  0.6869
## splines::ns(log_area, 3)1  1.0901352   0.2248946   4.847 1.25e-06 ***
## splines::ns(log_area, 3)2 -4.0254449   0.9980720  -4.033 5.50e-05 ***
## splines::ns(log_area, 3)3 -2.0573173   0.8145897  -2.526  0.0116 *
## orientacionhorizontal    0.3319577   0.0759994   4.368 1.25e-05 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##      Null deviance: 5173.2  on 7001  degrees of freedom
## Residual deviance: 5007.8  on 6995  degrees of freedom
## AIC: 5021.8
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 5
```

```

# Comparaciones
cat("\nAporte de la opción log(area) flexible")

##
## Aporte de la opción log(area) flexible

anova(m1, m2_area_spl, test="Chisq")

## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ fecha_est + log_ancho
## Model 2: exito ~ fecha_est + log_ancho + splines::ns(log_area, 3) + orientacion
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance  Pr(>Chi)
## 1         6999      5126.6
## 2         6995      5007.8  4   118.74 < 2.2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

cat("\nComplejidad de la opción log(area) flexible")

##
## Complejidad de la opción log(area) flexible

AIC(m2_area, m2_area_spl, m2_tamcat)

##           df      AIC
## m2_area      5 5058.647
## m2_area_spl  7 5021.812
## m2_tamcat     6 5000.103

BIC(m2_area, m2_area_spl, m2_tamcat)

##           df      BIC
## m2_area      5 5092.917
## m2_area_spl  7 5069.789
## m2_tamcat     6 5041.227

```

El modelo con  $\log(\text{area})$  lineal mejoró el ajuste, y al permitir no linealidad, el ajuste mejoró frente al lineal (AIC: 5021 vs 5058). Sin embargo, la especificación categórica “tam\_cat” presentó el mejor compromiso ajuste-complejidad, con AIC y BIC claramente inferiores (AIC: 5000 vs 5021); BIC: 5041 vs 5069), superando también a la versión flexible del tamaño continuo. Por ello, se seleccionó “tam\_cat” como representación principal del tamaño para los modelos posteriores.

También se considera manejar en un modelo alternativo la opción de especificación continua del tamaño en versión lineal ( $\log(\text{area})$  sin spline). El único objetivo de mantener esta opción como alternativa, en vez de la flexible, es el de aportar un modelo más parsimonioso. Aunque su versión flexible mostró un mejor ajuste, no cumple con nuestro objetivo. Vemos que  $\log(\text{area})$  añade 1 parámetro (uno menos que “tam\_cat”) mientras que  $\text{ns}(\log(\text{area}), 3)$  añade 3 parámetros (uno más que “tam\_cat”).

Modelo resultante después de añadir Bloque 2:

```
m2 <- m2_tamcat
```

Opción alternativa: especificación continua del tamaño en versión lineal ( $\log(\text{area})$ )

### Bloque 3: Material y técnica

Se incorporan las variables “soporte” y “técnica” para evaluar si aportan información adicional en conjunto, una vez controlados los efectos de datación (Bloque 1) y morfología (Bloque 2). Se evaluará adicionalmente la inclusión de “sop\_montaje” como extensión del bloque 3, comparando el modelo con y sin dicha covariable.

```
# BLOQUE 3 (versión base): soporte + técnica
m3_base <- update(m2, . ~ . + soporte_grp + tecnica)

# Resúmenes (por si aparecen warnings / coeficientes raros / SE enormes)
cat("\nResumen del modelo m3_base (soporte_grp + tecnica):\n")
```

```
##
## Resumen del modelo m3_base (soporte_grp + tecnica):
```

```
summary(m3_base)
```

```
##
## Call:
## glm(formula = exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion +
##      soporte_grp + tecnica, family = binomial(link = "logit"),
##      data = df)
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)    -7.0808549   0.6673046  -10.611 < 2e-16 ***
## fecha_est       0.0025950   0.0003592    7.224 5.05e-13 ***
## log_ancho       0.0194664   0.0230144    0.846  0.3976
## tam_catmediano  -0.0004402   0.1083753   -0.004  0.9968
## tam_catgrande   0.8764280   0.1014370    8.640 < 2e-16 ***
## orientacionhorizontal 0.3073077   0.0757811    4.055 5.01e-05 ***
## soporte_grpMetal -0.4347888   0.3736719   -1.164  0.2446
## soporte_grpMural  0.2739620   0.5241350    0.523  0.6012
## soporte_grpOtros -0.6011812   0.3581133   -1.679  0.0932 .
## soporte_grpTabla/Panel 0.4854756   0.1241065    3.912 9.16e-05 ***
## tecnicamixta     0.3096232   0.3225271    0.960  0.3371
## tecnicaotras     -0.1599554   0.3953591   -0.405  0.6858
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##      Null deviance: 5173.2  on 7001  degrees of freedom
## Residual deviance: 4963.0  on 6990  degrees of freedom
## AIC: 4987
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 5
```

```
# Comparación--> aporte del Bloque 3
```

```
# Información
```

```
cat("\nAporte de información del Bloque 3:\n")
```

```
##
```

```
## Aporte de información del Bloque 3:
```

```
anova(m2, m3_base, test = "Chisq")
```

```
## Analysis of Deviance Table
```

```
##
```

```
## Model 1: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion
```

```
## Model 2: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion + soporte_grp +
```

```
##      tecnica
```

```
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance  Pr(>Chi)
```

```
## 1      6996      4988.1
```

```
## 2      6990      4963.0  6   25.117 0.0003249 ***
```

```
## ---
```

```
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
# Complejidad
```

```
cat("\nAporte de complejidad:\n")
```

```
##
```

```
## Aporte de complejidad:
```

```
AIC(m2, m3_base)
```

```
##           df      AIC
```

```
## m2           6 5000.103
```

```
## m3_base     12 4986.987
```

```
BIC(m2, m3_base)
```

```
##           df      BIC
```

```
## m2           6 5041.227
```

```
## m3_base     12 5069.234
```

La inclusión conjunta de “soporte\_grp” y “tecnica” produjo una mejora significativa respecto al modelo con datación y morfología (LRT  $p = 0.0003$ ) también mejoró el ajuste penalizado por AIC ( $\Delta AIC \approx -13$ ), aunque el BIC aumentó ( $\Delta BIC \approx +28$ ) (mayor penalización por el gran número de parámetros añadidos, 6 añadidos). Debido al objetivo descriptivo de nuestro estudio, se decide mantener el bloque por su relevancia teórica y por la evidencia global de aporte de información.

Extenderemos este bloque añadiendo ahora la variable “sop\_montaje”, de menos interés conceptual pero con posibles implicaciones en el modelo a nivel de control.

```

# BLOQUE 3 (extendido): + sop_montaje
m3_montaje <- update(m3_base, . ~ . + sop_montaje)

# Resúmenes (por si aparecen warnings / coeficientes raros / SE enormes)
cat("\nResumen del modelo m3_montaje (+ sop_montaje):\n")

##
## Resumen del modelo m3_montaje (+ sop_montaje):

summary(m3_montaje)

##
## Call:
## glm(formula = exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion +
##      soporte_grp + tecnica + sop_montaje, family = binomial(link = "logit"),
##      data = df)
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)      -7.1200183   0.6700046 -10.627 < 2e-16 ***
## fecha_est         0.0025881   0.0003602   7.184 6.76e-13 ***
## log_ancho         0.0208326   0.0230627   0.903 0.366364
## tam_catmediano    0.0505267   0.1104297   0.458 0.647279
## tam_catgrande     0.9323677   0.1039707   8.968 < 2e-16 ***
## orientacionhorizontal 0.2891818 0.0762205   3.794 0.000148 ***
## soporte_grpMetal  -0.3862326   0.3741296  -1.032 0.301908
## soporte_grpMural  -0.2720792   0.5551693  -0.490 0.624075
## soporte_grpOtros  -1.0478701   0.3926692  -2.669 0.007617 **
## soporte_grpTabla/Panel 0.5158106 0.1246809   4.137 3.52e-05 ***
## tecnicamixta       0.1796075   0.3279779   0.548 0.583952
## tecnicaotras      -0.2057277   0.3960271  -0.519 0.603427
## sop_montajesi      0.6621291   0.2273603   2.912 0.003588 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##      Null deviance: 5173.2  on 7001  degrees of freedom
## Residual deviance: 4955.2  on 6989  degrees of freedom
## AIC: 4981.2
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 5

# Comparación--> aporte de sop_montaje

# Información
cat("\nAporte de informacion de sop_montaje (m3_montaje vs m3_base):\n")

##
## Aporte de informacion de sop_montaje (m3_montaje vs m3_base):

```

```
anova(m3_base, m3_montaje, test = "Chisq")
```

```
## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion + soporte_grp +
##      tecnica
## Model 2: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion + soporte_grp +
##      tecnica + sop_montaje
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
## 1         6990      4963.0
## 2         6989      4955.2  1    7.7395 0.005403 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
cat("\nComplejidad de sop_montaje:\n")
```

```
##
## Complejidad de sop_montaje:
```

```
AIC(m2, m3_base, m3_montaje)
```

```
##           df      AIC
## m2           6 5000.103
## m3_base      12 4986.987
## m3_montaje   13 4981.247
```

```
BIC(m2, m3_base, m3_montaje)
```

```
##           df      BIC
## m2           6 5041.227
## m3_base      12 5069.234
## m3_montaje   13 5070.348
```

Se observó una mejora significativa del ajuste respecto al modelo sin esta covariable (LRT  $p = 0.005$ ). El AIC disminuyó ( $\Delta AIC \approx -5$ ), indicando una mejora del ajuste penalizado por complejidad, aunque el BIC aumentó ligeramente ( $\Delta BIC \approx +1$ ), el incremento fue pequeño. Por tanto, se retuvo “sop\_montaje” en el modelo para los bloques posteriores.

Sin embargo, debemos recordar que aunque el incremento en BIC para la inclusión de “sop\_montaje” fue pequeño, la inclusión de Bloque 3 ya produjo aumento fuerte en BIC por lo que la complejidad añadida de todo el bloque más el extra sí representa un valor sustancial ( $\Delta_{total} BIC \approx +29$ ). Por esta razón se ha decidido contemplar como modelo alternativo la opción sin este bloque.

Modelo resultante después de añadir Bloque 3:

```
m3 <- m3_montaje
```

Opción alternativa: modelo sin Bloque 3 (y sin “sop\_montaje”)

#### Bloque 4: Iconografía

Se incorpora la variable “tema” para evaluar si la iconografía de la pintura aporta información adicional sobre la probabilidad de éxito, una vez controlados los efectos de datacion (Bloque 1), morfología (Bloque 2) y material/técnica (Bloque 3).



```

# BLOQUE 4: + tema
m4 <- update(m3, . ~ . + tema)

# Resumen (por si aparecen warnings / coeficientes raros / SE enormes)
cat("\nResumen del modelo m4 (+ tema):\n")

##
## Resumen del modelo m4 (+ tema):

summary(m4)

##
## Call:
## glm(formula = exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion +
##      soporte_grp + tecnica + sop_montaje + tema, family = binomial(link = "logit"),
##      data = df)
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)    -6.4473096   0.6956496  -9.268 < 2e-16 ***
## fecha_est       0.0021170   0.0003842   5.509 3.60e-08 ***
## log_ancho       0.0161148   0.0234213   0.688 0.49143
## tam_catmediano  0.0611689   0.1114788   0.549 0.58321
## tam_catgrande  0.9698516   0.1070041   9.064 < 2e-16 ***
## orientacionhorizontal 0.1920851  0.0823649   2.332 0.01969 *
## soporte_grpMetal -0.3647577  0.3754039  -0.972 0.33123
## soporte_grpMural -0.1447200  0.5596334  -0.259 0.79595
## soporte_grpOtros -1.0758535  0.3947047  -2.726 0.00642 **
## soporte_grpTabla/Panel 0.5114591  0.1257582   4.067 4.76e-05 ***
## tecnicamixta     0.1919487  0.3278557   0.585 0.55823
## tecnicaotras     -0.2149724  0.4000111  -0.537 0.59098
## sop_montajesi     0.5423510  0.2317816   2.340 0.01929 *
## temabodegon_floral 0.2161149  0.2055642   1.051 0.29311
## temacaza_animales 0.2186608  0.2932870   0.746 0.45594
## temahistoria_alegoria 0.4163296  0.1945265   2.140 0.03234 *
## temamitologia    -0.1780479  0.2441280  -0.729 0.46580
## temaotros         0.3379986  0.1154324   2.928 0.00341 **
## temapaisaje_lugares 0.5350909  0.1279326   4.183 2.88e-05 ***
## temaproceso_obra  -0.1095154  0.3453552  -0.317 0.75116
## temaretrato_corte  0.1259847  0.1287362   0.979 0.32776
## temavida_cotidiana -0.0399076  0.1869047  -0.214 0.83092
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##      Null deviance: 5173.2  on 7001  degrees of freedom
## Residual deviance: 4928.5  on 6980  degrees of freedom
## AIC: 4972.5
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 5

```

```
# Comparación--> aporte del Bloque 4
# Información
cat("\nAporte de información del Bloque 4:\n")
```

```
##
## Aporte de información del Bloque 4:
```

```
anova(m3, m4, test = "Chisq")
```

```
## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion + soporte_grp +
##      tecnica + sop_montaje
## Model 2: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion + soporte_grp +
##      tecnica + sop_montaje + tema
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
## 1      6989      4955.2
## 2      6980      4928.5  9   26.763  0.00153 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
# Complejidad
cat("\nAporte de complejidad:\n")
```

```
##
## Aporte de complejidad:
```

```
AIC(m3, m4)
```

```
##      df      AIC
## m3 13 4981.247
## m4 22 4972.484
```

```
BIC(m3, m4)
```

```
##      df      BIC
## m3 13 5070.348
## m4 22 5123.271
```

El bloque iconográfico (tema) mejoró significativamente el ajuste (LRT  $p = 0.001$ ) y redujo el AIC ( $\Delta AIC \approx -9$ ), pero incrementó fuertemente el BIC ( $\Delta BIC \approx +53$ ), reflejando un aumento importante de complejidad por el número de niveles de tema (se añaden 9 parámetros). Dado que el objetivo principal del estudio es caracterizar el éxito con un modelo parsimonioso y fácilmente interpretable, se decidió mantener como modelo principal el que excluye tema.

Sin embargo, dado el interés interpretativo de la iconografía, se mantiene el modelo con tema como análisis complementario específico para interpretar relaciones temáticas.

Por lo tanto, el modelo resultante después del Bloque 4 es el 'm3' y la opción alternativa contempla la inclusión de "tema"

## Bloque 5: autoría y serie

Se incorporan las variables “tipo\_autor” y “serie” para evaluar si la información de autoría y pertenencia a serie aporta información adicional sobre la probabilidad de éxito, una vez controlados los efectos de datación (Bloque 1), morfología (Bloque 2) y material/técnica (Bloque 3)

```
# BLOQUE 5: + tipo_autor + serie
m5 <- update(m3, . ~ . + tipo_autor + serie)

# Resumen (por si aparecen warnings / coeficientes raros / SE enormes)
cat("\nResumen del modelo m5 (+ tipo_autor + serie):\n")
```

```
##
## Resumen del modelo m5 (+ tipo_autor + serie):
```

```
summary(m5)
```

```
##
## Call:
## glm(formula = exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion +
##      soporte_grp + tecnica + sop_montaje + tipo_autor + serie,
##      family = binomial(link = "logit"), data = df)
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)    -7.7087803   0.6984622 -11.037 < 2e-16 ***
## fecha_est       0.0028765   0.0003735   7.701 1.35e-14 ***
## log_ancho       0.0197692   0.0247866   0.798  0.42512
## tam_catmediano  0.0439033   0.1105690   0.397  0.69132
## tam_catgrande  0.9209665   0.1045045   8.813 < 2e-16 ***
## orientacionhorizontal 0.3027081 0.0766217   3.951 7.79e-05 ***
## soporte_grpMetal -0.3951589 0.3745363  -1.055  0.29140
## soporte_grpMural -0.4827246 0.5611106  -0.860  0.38962
## soporte_grpOtros -1.1192487 0.3988507  -2.806  0.00501 **
## soporte_grpTabla/Panel 0.5486309 0.1257558   4.363 1.28e-05 ***
## tecnicamixta    0.1537854 0.3294323   0.467  0.64063
## tecnicaotras   -0.2591605 0.3985112  -0.650  0.51548
## sop_montajesi   0.6867481 0.2288773   3.001  0.00270 **
## tipo_autoranonimo 0.1971008 0.1470093   1.341  0.18001
## tipo_autormujer  0.2748502 0.3898887   0.705  0.48084
## tipo_autorvarios 0.3445604 0.2444371   1.410  0.15866
## seriesi         0.2714728 0.0939767   2.889  0.00387 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##      Null deviance: 5173.2  on 7001  degrees of freedom
## Residual deviance: 4943.1  on 6985  degrees of freedom
## AIC: 4977.1
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 5
```

```
# Comparación--> aporte del Bloque 5
# Información
cat("\nAporte de información del Bloque 5:\n")
```

```
##
## Aporte de información del Bloque 5:
```

```
anova(m3, m5, test = "Chisq")
```

```
## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion + soporte_grp +
##      tecnica + sop_montaje
## Model 2: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion + soporte_grp +
##      tecnica + sop_montaje + tipo_autor + serie
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
## 1      6989      4955.2
## 2      6985      4943.1  4   12.161   0.0162 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
# Complejidad
cat("\nAporte de complejidad:\n")
```

```
##
## Aporte de complejidad:
```

```
AIC(m3, m5)
```

```
##      df      AIC
## m3 13 4981.247
## m5 17 4977.086
```

```
BIC(m3, m5)
```

```
##      df      BIC
## m3 13 5070.348
## m5 17 5093.603
```

El Bloque 5 (autoría y serie) mejoró significativamente el modelo previo (LRT  $p = 0.01$ ) y redujo el AIC ( $\Delta AIC \approx -4$ ), aunque incrementó fuertemente el BIC ( $\Delta BIC \approx +23$ ), reflejando un aumento de complejidad. En este caso podemos observar algo interesante, los coeficientes pertenecientes a “tipo\_autor” no resultaron significativos, mientras que el de “serie=1” sí. Esto reflexa que el efecto significativo dentro del bloque parece concentrarse en serie. Para confirmar este hecho, se evaluará la contribución independiente de cada variable, mediante modelos parciales, antes de tomar una decisión formal sobre el modelo principal.

```
# modelos parciales del Bloque 5
m5_serie <- update(m3, . ~ . + serie)
m5_autor <- update(m3, . ~ . + tipo_autor)

# Comparaciones --> aportes de los mdoelos parciales dle Bloque 5
# Información
cat("\nAporte de información de 'serie':\n")
```

```
##
## Aporte de información de 'serie':

anova(m3, m5_serie, test="Chisq")

## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion + soporte_grp +
##      tecnica + sop_montaje
## Model 2: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion + soporte_grp +
##      tecnica + sop_montaje + serie
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
## 1         6989      4955.2
## 2         6988      4946.9  1    8.3182 0.003925 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
cat("\nAporte de información de 'tipo_autor':\n")
```

```
##
## Aporte de información de 'tipo_autor':
```

```
anova(m3, m5_autor, test="Chisq")

## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion + soporte_grp +
##      tecnica + sop_montaje
## Model 2: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion + soporte_grp +
##      tecnica + sop_montaje + tipo_autor
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
## 1         6989      4955.2
## 2         6986      4951.2  3    4.0594  0.2551
```

```
# Complejidad
cat("\nAporte de complejidad:\n")
```

```
##
## Aporte de complejidad:
```

```
AIC(m3, m5_serie, m5_autor, m5)
```

```
##           df      AIC
## m3          13 4981.247
## m5_serie    14 4974.929
## m5_autor    16 4983.188
## m5          17 4977.086
```

```
BIC(m3, m5_serie, m5_autor, m5)
```

```
##          df          BIC
## m3          13 5070.348
## m5_serie    14 5070.884
## m5_autor    16 5092.851
## m5          17 5093.603
```

Efectivamente la variable “serie” sí demostró aportar información adicional (LRT  $p = 0.003$ ) mejorando el AIC ( $\Delta AIC \approx -6$ ) y manteniendo aproximadamente estable BIC, respecto al anterior modelo aceptado ‘m3’ y también reduciendo ambos criterios frente al modelo completo ‘m5’ ( $\Delta AIC \approx -2$ ,  $\Delta BIC \approx -23$ ). Por otro lado, “tipo\_autor” no demostró aportar información adicional (LRT  $p = 0.26$ ) además de el que aporta los valores más elevados tanto en AIC como en BIC, superando incluso los del modelo completo ‘m5’. Se decide prescindir de la variable “tipo\_autor” y conservar el modelo únicamente con la inclusión de “serie”.

Modelo resultante después de añadir Bloque 5:

```
m5 <- m5_serie
```

## Resumen

Después de evaluar los efectos principales, el modelo principal es el siguiente:

```
m_final <- glm(
  exito ~ fecha_est + log_ancho +
    tam_cat + orientacion +
    soporte_grp + tecnica + sop_montaje +
    serie,
  data = df, family = binomial(link = "logit")
)
summary(m_final)
```

```
##
## Call:
## glm(formula = exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion +
##      soporte_grp + tecnica + sop_montaje + serie, family = binomial(link = "logit"),
##      data = df)
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)    -7.5545967   0.6911174 -10.931 < 2e-16 ***
## fecha_est       0.0027956   0.0003694   7.567 3.81e-14 ***
## log_ancho       0.0290842   0.0232929   1.249  0.21180
## tam_catmediano  0.0473151   0.1104536   0.428  0.66838
## tam_catgrande  0.9178941   0.1042498   8.805 < 2e-16 ***
## orientacionhorizontal 0.3041996   0.0764413   3.980 6.91e-05 ***
## soporte_grpMetal -0.4025129   0.3743727  -1.075  0.28230
## soporte_grpMural -0.4518929   0.5600464  -0.807  0.41973
## soporte_grpOtros -1.0662903   0.3942547  -2.705  0.00684 **
## soporte_grpTabla/Panel 0.5493312   0.1251844   4.388 1.14e-05 ***
## tecnicamixta    0.1657706   0.3292548   0.503  0.61463
## tecnicaotras   -0.2221573   0.3943927  -0.563  0.57324
## sop_montajesi   0.6860477   0.2283316   3.005  0.00266 **
```

```
## seriesi                0.2744989  0.0937574   2.928  0.00341 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##      Null deviance: 5173.2  on 7001  degrees of freedom
## Residual deviance: 4946.9  on 6988  degrees of freedom
## AIC: 4974.9
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 5
```

## Interacciones

Para decidir que variables son candidatas de entrar al modelo primero traeremos las conclusiones obre estas obtenidas en el análisis descriptivo. En dicha sección se determinó que las más plausibles era “soporte\_grp x fecha\_est”, “tecnica x fecha\_est”, “soporte\_grp x tam\_cat”, “tecnica x tam\_cat” y “soporte\_grp x orientacion”. Graficaremos los correspondientes gráficos de interacción para estas opciones y seleccionaremos las mejores, que seguidamente serán comprobadas con pruebas formales.

### Gráficos de interacción

Graficamos  $P(\text{exito} = 1)$  predicha por el modelo, fijando el resto de covariables en valores de referencia/mediana.

```
# niveles de referencia factores ([1] porque ya se especificó al inicio del análisis)
ref_tam_cat      <- levels(df$tam_cat)[1]
ref_orientacion  <- levels(df$orientacion)[1]
ref_soporte_grp  <- levels(df$soporte_grp)[1]
ref_tecnica      <- levels(df$tecnica)[1]
ref_sop_montaje  <- levels(df$sop_montaje)[1]
ref_serie        <- levels(df$serie)[1]

# niveles de referencia numéricas (mediana)
fecha0          <- median(df$fecha_est)
log_ancho0      <- median(df$log_ancho)
```

1) soporte\_grp x fecha\_est

```
# =====
# 1) soporte_grp x fecha_est
# =====
m_int_SopFecha <- glm(
  exito ~ fecha_est + log_ancho +
    tam_cat + orientacion +
    soporte_grp + tecnica + sop_montaje +
    serie +
    soporte_grp:fecha_est,
  data = df, family = binomial(link = "logit")
)

x <- seq(min(df$fecha_est, na.rm = TRUE), max(df$fecha_est, na.rm = TRUE), length.out = 200)
lev <- levels(df$soporte_grp)
```

```

nd <- expand.grid(
  fecha_est = x,
  soporte_grp = lev,
  KEEP.OUT.ATTRS = FALSE,
  stringsAsFactors = FALSE
)

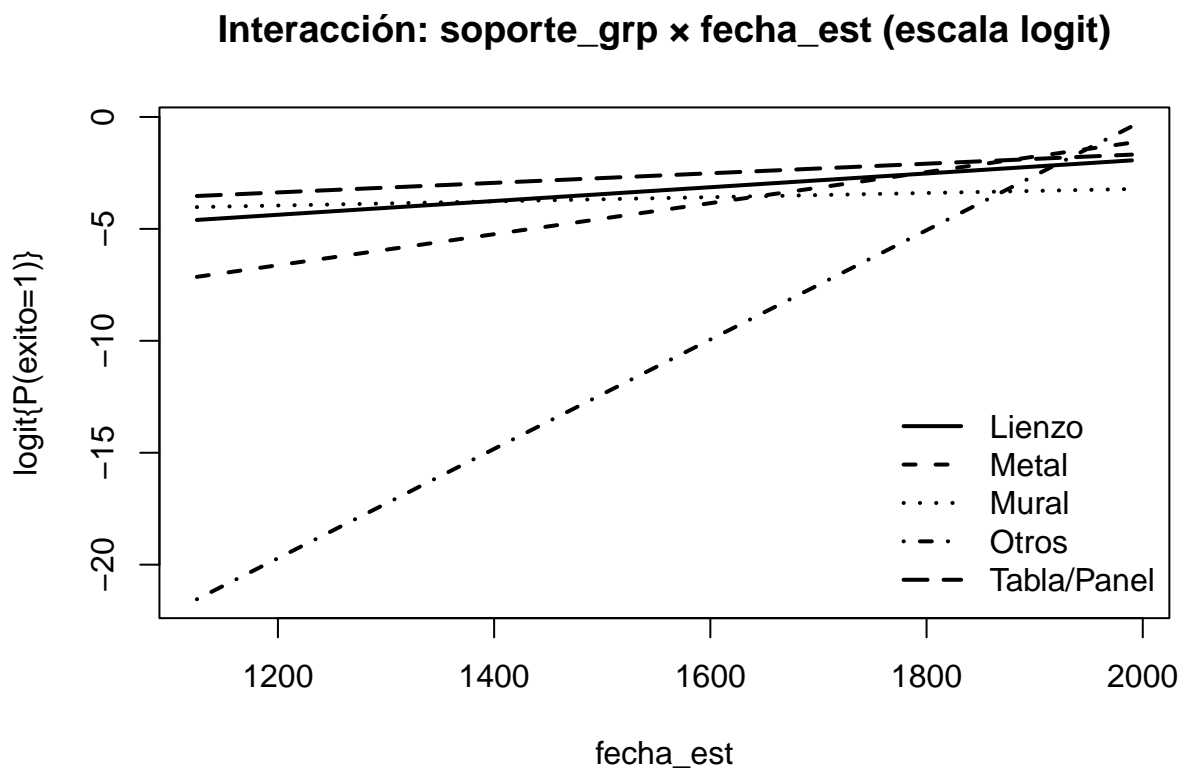
nd$log_ancho <- log_ancho0
nd$tam_cat <- ref_tam_cat
nd$orientacion <- ref_orientacion
nd$tecnica <- ref_tecnica
nd$sop_montaje <- ref_sop_montaje
nd$serie <- ref_serie

eta <- predict(m_int_SopFecha, newdata = nd, type = "link")

plot(range(x), range(eta), type = "n",
      xlab = "fecha_est", ylab = "logit{P(exito=1)}",
      main = "Interacción: soporte_grp x fecha_est (escala logit)")

for (i in seq_along(lev)) {
  idx <- nd$soporte_grp == lev[i]
  lines(nd$fecha_est[idx], eta[idx], lty = i, lwd = 2)
}
legend("bottomright", legend = lev, lty = seq_along(lev), lwd = 2, bty = "n")

```





Esta interacción plantea algunas preguntas, ya que aunque podemos observar algunos indicios vemos que existe una categoría, Tabla/Panel, que presenta una fuerte diferencia. Esto nos hace pensar en que puede tratarse de una escasez de datos en el extremo.

Comprobamos frecuencias y recuento de éxitos por combinación:

```
# Rangos observados por soporte
tapply(df$fecha_est, df$soporte_grp, range)
```

```
## $Lienzo
## [1] 1286 1990
##
## $Metal
## [1] 1356 1880
##
## $Mural
## [1] 1125 1822
##
## $Otros
## [1] 1515 1952
##
## $'Tabla/Panel'
## [1] 1205 1957
```

```
# Cortes de fecha_cat
grp_fecha <- cut(df$fecha_est,
breaks = c(1100, 1400, 1700, 2000),
include.lowest = TRUE)

cat("\nFrecuencias por combinación:\n")
```

```
##
## Frecuencias por combinación:
```

```
xtabs(~ soporte_grp + grp_fecha, data = df)
```

```
##           grp_fecha
## soporte_grp [1.1e+03,1.4e+03] (1.4e+03,1.7e+03] (1.7e+03,2e+03]
## Lienzo           9           2533           2974
## Metal            1           129           24
## Mural           25           10           14
## Otros           0           35           102
## Tabla/Panel     20           884           242
```

```
cat("\nRecuento de éxitos por combinación:\n")
```

```
##
## Recuento de éxitos por combinación:
```

```
xtabs(exito ~ soporte_grp + grp_fecha, data = df)
```

##	grp_fecha			
## soporte_grp	[1.1e+03,1.4e+03]	(1.4e+03,1.7e+03]	(1.7e+03,2e+03]	
## Lienzo	0	266	433	
## Metal	0	5	3	
## Mural	2	2	2	
## Otros	0	0	9	
## Tabla/Panel	2	91	34	

Estos resultados explican la forma rara del gráfico “soporte\_grp x fecha\_est”. Vemos como en el tramo [1100, 1400] todo son frecuencias bajas y celdas vacías. Por esta razón el modelo interpreta que esas fechas la probabilidad de éxito es tan baja. Consecuentemente, decidimos descartar esta interacción por inconsistencia de resultados resultantes de extrapolación del modelo en regiones sin datos.

2) tecnica x fecha\_est

```
# =====
# 2) tecnica x fecha_est
# =====

m_int_TecFecha <- glm(
  exito ~ fecha_est + log_ancho +
    tam_cat + orientacion +
    soporte_grp + tecnica + sop_montaje +
    serie +
    tecnica:fecha_est,
  data = df, family = binomial(link = "logit")
)

x <- seq(min(df$fecha_est, na.rm = TRUE), max(df$fecha_est, na.rm = TRUE), length.out = 200)
lev <- levels(df$tecnica)

nd <- expand.grid(
  fecha_est = x,
  tecnica = lev,
  KEEP.OUT.ATTRS = FALSE,
  stringsAsFactors = FALSE
)

nd$log_ancho <- log_ancho0
nd$tam_cat <- ref_tam_cat
nd$orientacion <- ref_orientacion
nd$soporte_grp <- ref_soporte_grp
nd$sop_montaje <- ref_sop_montaje
nd$serie <- ref_serie

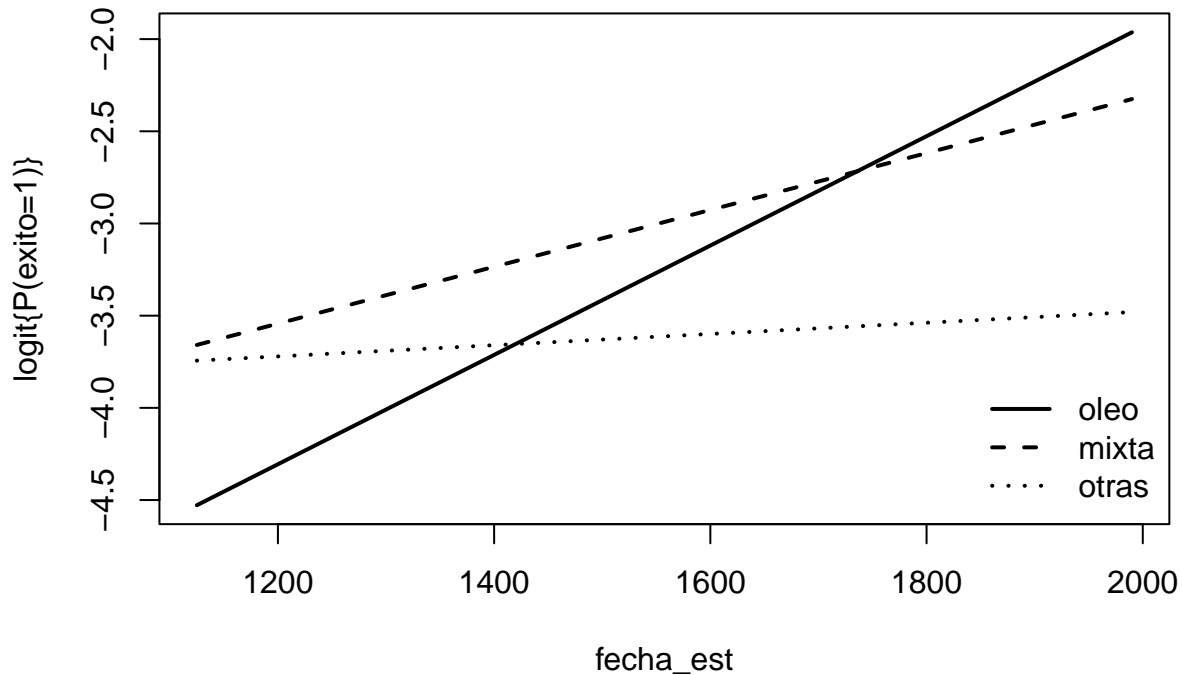
eta <- predict(m_int_TecFecha, newdata = nd, type = "link")

plot(range(x), range(eta), type = "n",
  xlab = "fecha_est", ylab = "logit{P(exito=1)}",
  main = "Interacción: tecnica x fecha_est (escala logit)")

for (i in seq_along(lev)) {
  idx <- nd$tecnica == lev[i]
  lines(nd$fecha_est[idx], eta[idx], lty = i, lwd = 2)
}
```

```
}
legend("bottomright", legend = lev, lty = seq_along(lev), lwd = 2, bty = "n")
```

### Interacción: tecnica x fecha\_est (escala logit)



Vemos indicios claros de interacción y un claro cruce: ólea pasa de estar por debajo a por encima. Sin embargo, estas observaciones podrían estar de nuevo sesgadas por falta de datos en algunos periodos. comprobamos recuentos:

```
cat("\nFrecuencias por combinación:\n")
```

```
##
## Frecuencias por combinación:
```

```
xtabs(~ tecnica + grp_fecha, data=df)
```

```
##      grp_fecha
## tecnica [1.1e+03,1.4e+03] (1.4e+03,1.7e+03] (1.7e+03,2e+03]
##  oleo          13          3440          3319
##  mixta           5           98           19
##  otras          37           53           18
```

```
cat("\nRecuento de éxitos por combinación:\n")
```

```
##
## Recuento de éxitos por combinación:
```

```
xtabs(exito ~ tecnica + grp_fecha, data=df)
```

```
##          grp_fecha
## tecnica [1.1e+03,1.4e+03] (1.4e+03,1.7e+03] (1.7e+03,2e+03]
##   oleo                0                349                477
##   mixta                0                 10                 4
##   otras                4                  5                  0
```

” Efectivamente podemos ver como la variable “tecnica” está fuertemente sesgada debido al nivel ‘oleo’. Aunque esta variable forma parte de nuestras hipótesis principales, su inclusión ya se aceptó de manera separada asumiendo un aumento de complejidad elevado (incremento significativo en BIC en Bloque 2 de efectos principales), por lo que su interés conceptual e interpretativo ya fue considerado. Por esta razón preferimos descartar su interacción

3) tecnica x tam\_cat

```
# =====
# 3) tecnica x tam_cat
# =====
m_int_TecTam <- glm(
  exito ~ fecha_est + log_ancho +
    tam_cat + orientacion +
    soporte_grp + tecnica + sop_montaje +
    serie +
    tecnica:tam_cat,
  data = df, family = binomial(link = "logit")
)

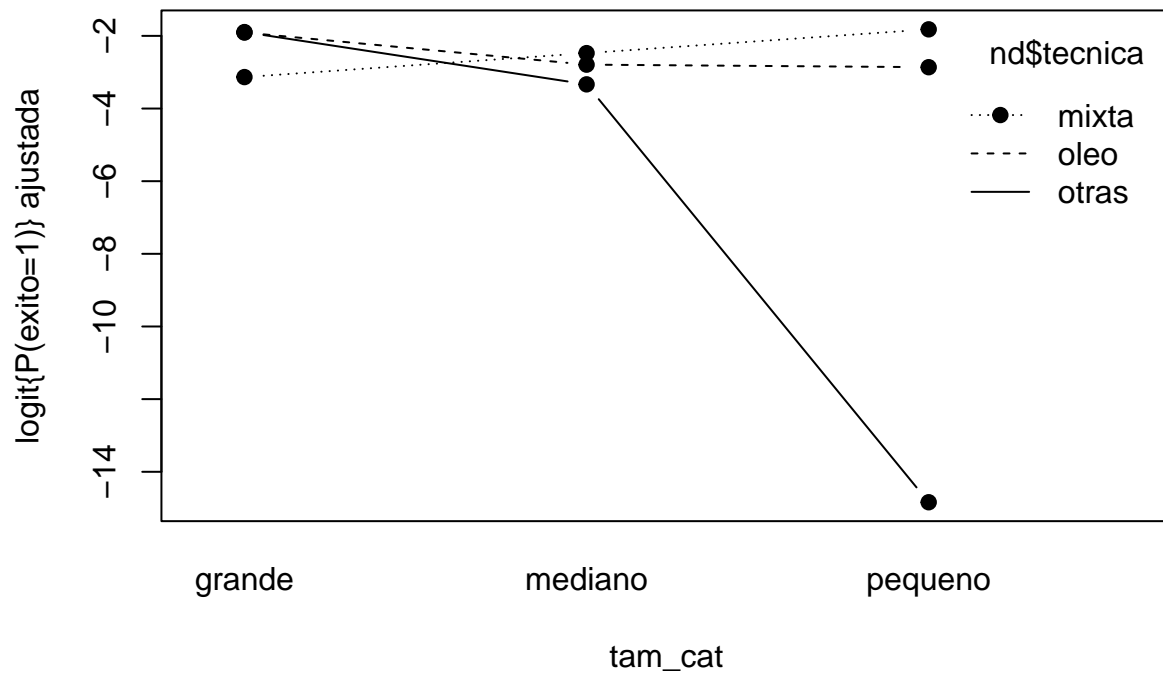
nd <- expand.grid(
  tam_cat = levels(df$tam_cat),
  tecnica = levels(df$tecnica),
  KEEP.OUT.ATTRS = FALSE,
  stringsAsFactors = FALSE
)

nd$fecha_est <- fecha0
nd$log_ancho <- log_ancho0
nd$orientacion <- ref_orientacion
nd$soporte_grp <- ref_soporte_grp
nd$sop_montaje <- ref_sop_montaje
nd$serie <- ref_serie

nd$eta <- predict(m_int_TecTam, newdata = nd, type = "link")

interaction.plot(x.factor = nd$tam_cat, trace.factor = nd$tecnica,
  response = nd$eta, type = "b", pch = 19,
  xlab = "tam_cat", ylab = "logit{P(exito=1)} ajustada",
  main = "Interacción: tecnica x tam_cat (escala logit)")
```

### Interacción: tecnica x tam\_cat (escala logit)



De nuevo vemos puntos extremos de manera que comprobaremos recuentos:

```
cat("\nFrecuencias por combinación:\n")
```

```
##
## Frecuencias por combinación:
```

```
xtabs(~ tecnica + tam_cat, data=df)
```

```
##          tam_cat
## tecnica pequeno mediano grande
##   oleo      2259      2216      2297
##   mixta       32       64       26
##   otras       15       37       56
```

```
cat("\nRecuento de éxitos por combinación:\n")
```

```
##
## Recuento de éxitos por combinación:
```

```
xtabs(exito ~ tecnica + tam_cat, data=df)
```

```
##          tam_cat
```

```
## tecnica pequeno mediano grande
##   oleo      217      189      420
##   mixta       6       6       2
##   otras       0       2       7
```

Obtenemos los mismo resultados en esta interacción con “tecnica”: nivel ‘oleo’ fuertemente predominante. Se descarta esta interacción.

4) soporte\_grp x tam\_cat

```
# =====
# 4) soporte_grp x tam_cat
# =====
m_int_SopTam <- glm(
  exito ~ fecha_est + log_ancho +
    tam_cat + orientacion +
    soporte_grp + tecnica + sop_montaje +
    serie +
    soporte_grp:tam_cat,
  data = df, family = binomial(link = "logit")
)

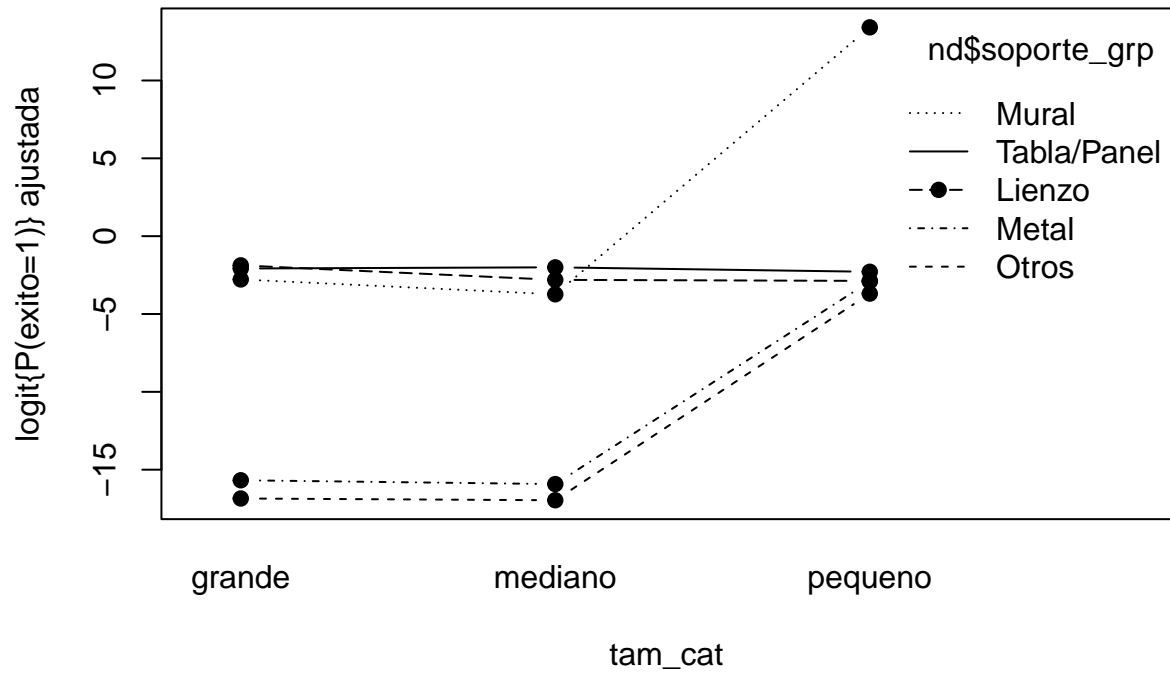
nd <- expand.grid(
  tam_cat      = levels(df$tam_cat),
  soporte_grp  = levels(df$soporte_grp),
  KEEP.OUT.ATTRS = FALSE,
  stringsAsFactors = FALSE
)

nd$fecha_est   <- fecha0
nd$log_ancho   <- log_ancho0
nd$orientacion <- ref_orientacion
nd$tecnica     <- ref_tecnica
nd$sop_montaje <- ref_sop_montaje
nd$serie       <- ref_serie

nd$eta <- predict(m_int_SopTam, newdata = nd, type = "link")

interaction.plot(x.factor = nd$tam_cat, trace.factor = nd$soporte_grp,
  response = nd$eta, type = "b", pch = 19,
  xlab = "tam_cat", ylab = "logit{P(exito=1)} ajustada",
  main = "Interacción: soporte_grp x tam_cat (escala logit)")
```

### Interacción: soporte\_grp x tam\_cat (escala logit)



A primera vista podemos ver algunos incidios pero no determinantes de modificación del efecto. Podrían explicarse por la baja frecuencia de algunas combinaciones:

```
cat("\nFrecuencias por combinación:\n")
```

```
##
## Frecuencias por combinación:
```

```
xtabs(~ soporte_grp + tam_cat, data=df)
```

```
##           tam_cat
## soporte_grp  pequeno mediano grande
## Lienzo       1402    1884   2230
## Metal        120      31      3
## Mural         1      12     36
## Otros        107     28      2
## Tabla/Panel  676     362   108
```

```
cat("\nRecuento de éxitos por combinación:\n")
```

```
##
## Recuento de éxitos por combinación:
```

```
xtabs(exito ~ soporte_grp + tam_cat, data=df)
```

```
##           tam_cat
## soporte_grp  pequeno mediano grande
## Lienzo      129      156    414
## Metal        8        0      0
## Mural        1        1      4
## Otros        9        0      0
## Tabla/Panel  76      40     11
```

Efectivamente vemos que categorías como Metal-grande o Mural-pequeño presentan frecuencias realmente bajas, además los exitos se concentran alrededor de las categoría 'Lienzo' y 'Tabla/Panel' lo cual es lógico ya que són las categorías mayoritarias. Sin embargo se decide aceptar esta interacción como candidata para las posteriores pruebas formales, ya que es una hipótesis central del estudio.

5) soporte\_grp x orientacion

```
# =====
# 5) soporte_grp x orientacion
# =====

m_int_SopOri <- glm(
  exito ~ fecha_est + log_ancho +
    tam_cat + orientacion +
    soporte_grp + tecnica + sop_montaje +
    serie +
    soporte_grp:orientacion,
  data = df, family = binomial(link = "logit")
)

nd <- expand.grid(
  orientacion = levels(df$orientacion),
  soporte_grp = levels(df$soporte_grp),
  KEEP.OUT.ATTRS = FALSE,
  stringsAsFactors = FALSE
)

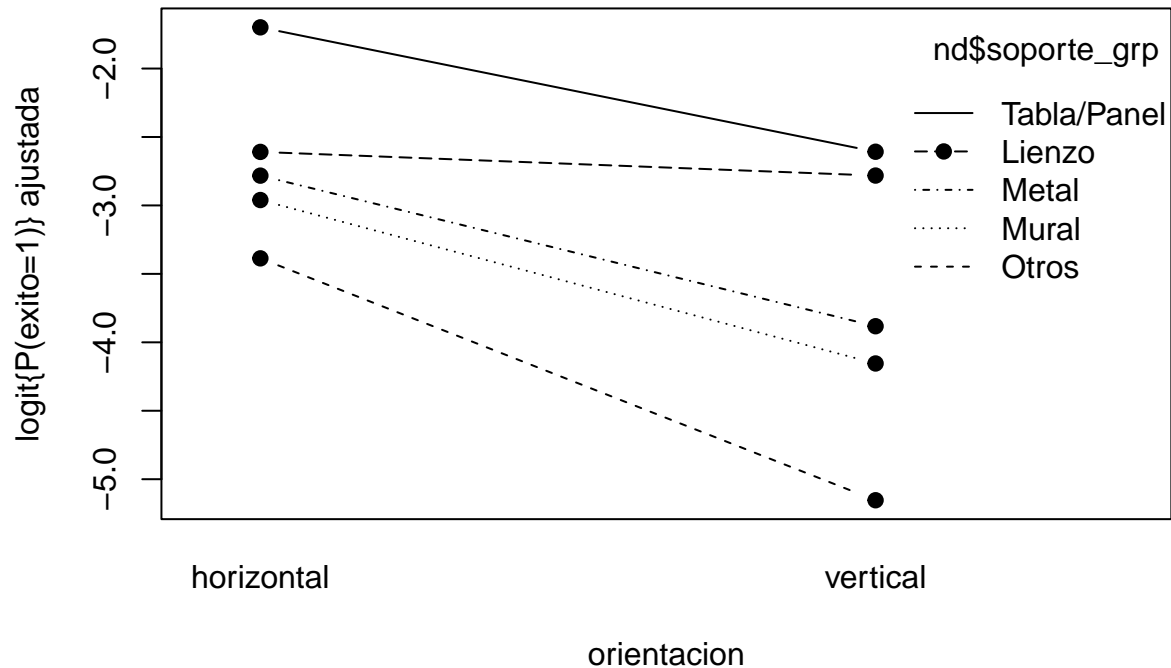
nd$fecha_est <- fecha0
nd$log_ancho <- log_ancho0
nd$tam_cat <- ref_tam_cat
nd$tecnica <- ref_tecnica
nd$sop_montaje <- ref_sop_montaje
nd$serie <- ref_serie

nd$eta <- predict(m_int_SopOri, newdata = nd, type = "link")

interaction.plot(x.factor = nd$orientacion, trace.factor = nd$soporte_grp,
  response = nd$eta, type = "b", pch = 19,
  xlab = "orientacion", ylab = "logit{P(exito=1)} ajustada",
  main = "Interacción: soporte_grp x orientacion (escala logit)")
```



### Interacción: soporte\_grp × orientacion (escala logit)



Esta interacción ha resultado la menos relevante, pero aun con incidios de posible interacción. Comprobaremos también los recuentos:

```
cat("\nFrecuencias por combinación:\n")
```

```
##
## Frecuencias por combinación:
```

```
xtabs(~ soporte_grp + orientacion, data=df)
```

```
##          orientacion
## soporte_grp  vertical horizontal
## Lienzo          3159         2357
## Metal            49          105
## Mural            20           29
## Otros            53           84
## Tabla/Panel      720          426
```

```
cat("\nRecuento de éxitos por combinación:\n")
```

```
##
## Recuento de éxitos por combinación:
```

```
xtabs(exito ~ soporte_grp + orientacion, data=df)
```

```
##          orientacion
## soporte_grp  vertical horizontal
## Lienzo          350          349
## Metal            1            7
## Mural            1            5
## Otros            1            8
## Tabla/Panel      54            73
```

Vemos el mismo patrón para la variable respuesta: los éxitos se concentran al rededor de ‘Lienzo’, sin embargo no vemos fuertes desbalances para los grupos de orientación. La mantenemos como posible candidata a pruebas

### Pruebas formales

Decidimos testear las siguientes interacciones: “soporte\_grp x tam\_cat” y “soporte\_grp x orientacion”. Ambas opciones parecen plausibles tanto por su representación gráfica como por interpretación conceptual, además concretamente “soporte x tam\_cat” se incluía en nuestras hipótesis, de manera que consideramos muy apropiada esta selección.

Comprobaremos en primer caso la inclusión de cada interacción de manera separada para estudiar si cada una por separado aporta información al modelo y su compromiso ajuste-complejidad.

```
# soporte_grp x tam_cat
cat("\n===== \n soporte_grp x tam_cat \n===== \n")
```

```
##
## =====
## soporte_grp x tam_cat
## =====
```

```
m_soporte_tamcat <- update(m_final, . ~ . + soporte_grp:tam_cat)
anova(m_final, m_soporte_tamcat, test = "Chisq")
```

```
## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion + soporte_grp +
##          tecnica + sop_montaje + serie
## Model 2: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion + soporte_grp +
##          tecnica + sop_montaje + serie + tam_cat:soporte_grp
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
## 1      6988      4946.9
## 2      6980      4925.6  8    21.367 0.006233 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
AIC(m_final, m_soporte_tamcat)
```

```
##          df      AIC
## m_final      14 4974.929
## m_soporte_tamcat 22 4969.561
```

```
BIC(m_final, m_soporte_tamcat)
```

```
##              df      BIC
## m_final      14 5070.884
## m_soporte_tamcat 22 5120.348
```

```
# soporte_grp x orientacion
```

```
cat("\n===== \n soporte_grp x orientacion \n===== \n")
```

```
##
## =====
## soporte_grp x orientacion
## =====
```

```
m_soporte_orientacion <- update(m_final, . ~ . + soporte_grp:orientacion)
anova(m_final, m_soporte_orientacion, test = "Chisq")
```

```
## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion + soporte_grp +
##          tecnica + sop_montaje + serie
## Model 2: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion + soporte_grp +
##          tecnica + sop_montaje + serie + orientacion:soporte_grp
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
## 1      6988      4946.9
## 2      6984      4931.6  4    15.335 0.004054 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
AIC(m_final, m_soporte_orientacion)
```

```
##              df      AIC
## m_final      14 4974.929
## m_soporte_orientacion 18 4967.594
```

```
BIC(m_final, m_soporte_orientacion)
```

```
##              df      BIC
## m_final      14 5070.884
## m_soporte_orientacion 18 5090.965
```

Vemos que ambas interacciones demuestran mejorar significativamente el modelo aportando informacion (LRT(99)  $p < 0.01$ ) i reduciendo el AIC ( $\Delta AIC \approx -7; -10$ ). Aunque el BIC aumento en los dos casos ( $\Delta BIC \approx +47; +17$ ). Por interés interpretativo decidimos mantener el modelo con la interacción “soporte\_grp x tam\_cat” como base y procedemos a examinar el modelo completo anidado con la otra interacción.

```
m_completo <- update(m_soporte_tamcat, . ~ . + soporte_grp:orientacion)
anova(m_final, m_soporte_tamcat, test = "Chisq")
```

```
## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion + soporte_grp +
##      tecnica + sop_montaje + serie
## Model 2: exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion + soporte_grp +
##      tecnica + sop_montaje + serie + tam_cat:soporte_grp
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
## 1         6988      4946.9
## 2         6980      4925.6  8    21.367 0.006233 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
AIC(m_final, m_soporte_tamcat)
```

```
##              df      AIC
## m_final          14 4974.929
## m_soporte_tamcat 22 4969.561
```

```
BIC(m_final, m_soporte_tamcat)
```

```
##              df      BIC
## m_final          14 5070.884
## m_soporte_tamcat 22 5120.348
```

Vemos que la inclusión de la interacción “soporte\_grp x orientación” sigue siendo significativa una vez controlado el efecto de “soporte\_grp x tam\_cat”, sin embargo provoca un brave problema de complejidad ( $\Delta BIC \approx +74$ ) que no consideramos aceptable ni necesario en este punto análisis. En consecuencia descartamos la interaccion con orientación una vez controlado por tamaño. Además ya detectamos anteriormente existencia de celdas problemáticas en soporte, que pueden provocar separación, por lo que algunos coeficientes pueden volverse fuertemente inestables. Por esta razón, debemos mencionar que la interacción con tamaño se mantendrá pero con interpretación principalmente en ‘Lienzo’ y ‘Tabla/Panel’, además de tratará de minimizar esta problematica en la siguiente sección.

Finalmente se decide definir el modelo principal con únicamente la interacción “soporte\_grp x tam\_cat” con el obojetivo de dar respuesta a nuestra hipótesis, pero teniendo en cuenta el fuerte aumento de BIC y la existencia de posible inestabilidad, se considera conservar el modelo sin interacciones como alternativo con el fin de explorar más rigurosamente los efectos principales, si se considera oportuno.

## Resumen

Después de evaluar las interacciones, el modelo principal es el siguiente:

```
m_completo <- glm(
  exito ~
    fecha_est + log_ancho +
    tam_cat + orientacion +
    soporte_grp + tecnica + sop_montaje +
    serie +
    soporte_grp:tam_cat,
  data = df,
  family = binomial(link = "logit")
)

summary(m_completo)
```

```
##
## Call:
## glm(formula = exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat + orientacion +
##      soporte_grp + tecnica + sop_montaje + serie + soporte_grp:tam_cat,
##      family = binomial(link = "logit"), data = df)
##
## Coefficients:
##
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)      -7.549e+00  6.939e-01 -10.880 < 2e-16
## fecha_est         2.767e-03  3.733e-04   7.411 1.25e-13
## log_ancho         2.947e-02  2.332e-02   1.264 0.206323
## tam_catmediano    6.620e-02  1.303e-01   0.508 0.611445
## tam_catgrande     9.977e-01  1.158e-01   8.615 < 2e-16
## orientacionhorizontal 2.869e-01  7.685e-02   3.734 0.000189
## soporte_grpMetal  -3.127e-02  3.834e-01  -0.082 0.934991
## soporte_grpMural   1.629e+01  1.455e+03   0.011 0.991071
## soporte_grpOtros  -8.162e-01  3.957e-01  -2.063 0.039139
## soporte_grpTabla/Panel 5.858e-01  1.620e-01   3.615 0.000300
## tecnicamixta       3.942e-01  3.423e-01   1.152 0.249498
## tecnicaotras      -1.102e-01  3.933e-01  -0.280 0.779314
## sop_montajesi       7.855e-01  2.335e-01   3.364 0.000768
## seriesi            2.799e-01  9.416e-02   2.973 0.002954
## tam_catmediano:soporte_grpMetal -1.309e+01  2.604e+02  -0.050 0.959920
## tam_catgrande:soporte_grpMetal -1.377e+01  8.390e+02  -0.016 0.986902
## tam_catmediano:soporte_grpMural -1.721e+01  1.455e+03  -0.012 0.990563
## tam_catgrande:soporte_grpMural -1.719e+01  1.455e+03  -0.012 0.990575
## tam_catmediano:soporte_grpOtros -1.334e+01  2.726e+02  -0.049 0.960978
## tam_catgrande:soporte_grpOtros -1.416e+01  1.023e+03  -0.014 0.988954
## tam_catmediano:soporte_grpTabla/Panel 2.191e-01  2.513e-01   0.872 0.383262
## tam_catgrande:soporte_grpTabla/Panel -7.876e-01  3.773e-01  -2.088 0.036839
##
## (Intercept)      ***
## fecha_est        ***
## log_ancho
## tam_catmediano
## tam_catgrande    ***
## orientacionhorizontal ***
## soporte_grpMetal
## soporte_grpMural
## soporte_grpOtros  *
## soporte_grpTabla/Panel ***
## tecnicamixta
## tecnicaotras
## sop_montajesi    ***
## seriesi          **
## tam_catmediano:soporte_grpMetal
## tam_catgrande:soporte_grpMetal
## tam_catmediano:soporte_grpMural
## tam_catgrande:soporte_grpMural
## tam_catmediano:soporte_grpOtros
## tam_catgrande:soporte_grpOtros
## tam_catmediano:soporte_grpTabla/Panel
## tam_catgrande:soporte_grpTabla/Panel *
## ---
```

```
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##      Null deviance: 5173.2  on 7001  degrees of freedom
## Residual deviance: 4925.6  on 6980  degrees of freedom
## AIC: 4969.6
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 14
```

Y el modelo reducido conservado como alternativo, sin interacciones, es el siguiente:

```
m_reducido <- glm(
  exito ~
    fecha_est + log_ancho +
    tam_cat + orientacion +
    soporte_grp + tecnica + sop_montaje +
    serie,
  data = df,
  family = binomial(link = "logit")
)
```

## Diagnóstico de ajuste y correcciones

En esta sección se presentan diagnósticos preliminares del modelo, centrados en la calidad del ajuste y en la estabilidad de los parámetros, especialmente considerando la baja prevalencia del evento y el uso de múltiples factores e interacciones. No se llevarán a cabo aún procedimientos de validación formales, ya que se abordarán en secciones posteriores.

```
y <- model.response(model.frame(m_completo))
E <- sum(y == 1)
N <- length(y)
p <- length(coef(m_completo))

cat("N =", N, "  Eventos (1) =", E, "  Prevalencia =", round(E/N, 4), "\n")
```

```
## N = 7002  Eventos (1) = 849  Prevalencia = 0.1213
```

```
cat("Num coeficientes (incluye dummies) =", p, "\n")
```

```
## Num coeficientes (incluye dummies) = 22
```

```
cat("EPV aprox (eventos por coef) =", round(E/p, 3), "\n")
```

```
## EPV aprox (eventos por coef) = 38.591
```

Con 7002 observaciones y 849 evento, el modelo dispone de información suficiente para estimar los 22 parámetros que contiene. El coeficiente de ( $EPV \approx 38.6$ ) sugiere que el desnivel en la respuesta no plantea una limitación para el modelo seleccionado.

```
Y <- xtabs(exito ~ soporte_grp + tam_cat, data = df)
N <- xtabs(~ soporte_grp + tam_cat, data = df)
P <- Y / N
```

```
cat("\nFrecuencias de soporte\n")
```

```
##
## Frecuencias de soporte
```

```
table(df$soporte_grp)
```

```
##
##      Lienzo      Metal      Mural      Otros Tabla/Panel
##      5516      154      49      137      1146
```

```
cat("\nFrecuencias de tamaño\n")
```

```
##
## Frecuencias de tamaño
```

```
table(df$tam_cat)
```

```
##
## pequeno mediano grande
##      2306      2317      2379
```

```
cat("\nÉxitos Y:\n"); print(Y)
```

```
##
## Éxitos Y:
```

```
##           tam_cat
## soporte_grp pequeno mediano grande
## Lienzo      129      156      414
## Metal        8        0        0
## Mural        1        1        4
## Otros        9        0        0
## Tabla/Panel  76       40       11
```

```
cat("\nTotales N:\n"); print(N)
```

```
##
## Totales N:
```

```
##           tam_cat
## soporte_grp pequeno mediano grande
## Lienzo      1402      1884      2230
## Metal        120        31        3
## Mural         1        12       36
## Otros       107        28        2
## Tabla/Panel  676      362      108
```

```
cat("\nProporción P=Y/N:\n"); print(round(P, 3))
```

```
##
```

```
## Proporción P=Y/N:
```

```
##           tam_cat
## soporte_grp  pequeno mediano grande
## Lienzo      0.092   0.083  0.186
## Metal       0.067   0.000  0.000
## Mural       1.000   0.083  0.111
## Otros       0.084   0.000  0.000
## Tabla/Panel 0.112   0.110  0.102
```

```
cat("\nCeldas con 0 éxitos (Y==0):\n")
```

```
##
```

```
## Celdas con 0 éxitos (Y==0):
```

```
print((Y == 0) & (N > 0))
```

```
##           tam_cat
## soporte_grp  pequeno mediano grande
## Lienzo      FALSE  FALSE  FALSE
## Metal       FALSE   TRUE   TRUE
## Mural       FALSE  FALSE  FALSE
## Otros       FALSE   TRUE   TRUE
## Tabla/Panel FALSE  FALSE  FALSE
```

```
cat("\nCeldas con todos éxitos (Y==N):\n")
```

```
##
```

```
## Celdas con todos éxitos (Y==N):
```

```
print((Y == N) & (N > 0))
```

```
##           tam_cat
## soporte_grp  pequeno mediano grande
## Lienzo      FALSE  FALSE  FALSE
## Metal       FALSE  FALSE  FALSE
## Mural       TRUE   FALSE  FALSE
## Otros       FALSE  FALSE  FALSE
## Tabla/Panel FALSE  FALSE  FALSE
```

Las tablas de contingencia de éxitos y totales por combinación de la interacción muestra celdas con respuestas deterministas lo que puede provocar separación. En concreto observamos todo éxitos en Mural-pequeño, lo cual tiene sentido conceptualmente ya que los murales están asociados a grandes obras de arte; y observamos ausencia total de éxitos en Metal-mediano, grande y Otros-mediano, grande. Estos resultados eran esperables debido a la baja frecuencia de las categorías involucradas Metal/Mural/Otros. Recordamos entonces la importancia de centrar la interpretación al rededor de las categorías estables Tabla/Panel y Lienzo, aun sabiendo que no están ajenas a la problemática.



```
library(car)
```

```
## Cargando paquete requerido: carData
```

```
vif(m_completo)
```

```
## there are higher-order terms (interactions) in this model
## consider setting type = 'predictor'; see ?vif
```

```
##              GVIF Df GVIF^(1/(2*Df))
## fecha_est      1.662901e+00  1      1.289535
## log_ancho      1.283442e+00  1      1.132891
## tam_cat        2.123473e+00  2      1.207151
## orientacion    1.061100e+00  1      1.030097
## soporte_grp    2.718990e+07  4      8.497691
## tecnica        1.465668e+00  2      1.100294
## sop_montaje     1.614959e+00  1      1.270810
## serie          1.103178e+00  1      1.050323
## tam_cat:soporte_grp 2.256196e+07  8      2.881284
```

Los indicadores de colinealidad muestran valores muy altos para soporte\_grp ( $GVIF \approx 8.50$ ) y elevados para tam\_cat:soporte\_grp ( $GVIF \approx 2.88$ ), en contraste con el resto de covariables, cuyos valores permanecen cercanos a 1. Esta evidencia afirma una dependencia fuerte entre los bloques de parámetros de los efectos principales y los de la interacción, especialmente en presencia de un diseño como el nuestro, desbalanceado entre niveles y con celdas con baja frecuencia.

```
n <- nobs(m_completo)
p <- length(coef(m_completo))

cat("Devianza ajustada:", deviance(m_completo) / (n - p))
```

```
## Devianza ajustada: 0.7056678
```

La evaluación del ajuste global mediante devianza ajustada no aporta indicios de sobredispersión ( $\varphi \approx 0,706$ ), es próxima a 1. Por lo que estos resultados sugieren que no existe un exceso de variabilidad no explicada que justifique adoptar estrategias orientadas a corregir sobredispersión.

Después de este primer análisis vemos que existen dos problemáticas que debemos manejar, la separación por celdas vacías y la colinealidad excesiva en soporte.

Primeramente abordaremos la problemática provocada por las celdas deterministas de la interacción y más adelante, si la colinealidad siguiera presente, se adoptarán nuevas medidas.

## Separación

Contrastaremos formalmente la existencia de separación en nuestro modelo:

```
df2 <- df
df2$exito <- if (is.factor(df2$exito)) as.integer(df2$exito == levels(df2$exito)[2]) else as.integer(df2$exito)

m_df2 <- update(m_completo, data = df2)

X <- model.matrix(m_df2)
y <- model.response(model.frame(m_df2))
ds <- detectseparation::detect_separation(X, y)
```

```
## Warning in detectseparation::detect_separation(X, y): 'detect_separation' has
## been developed for use with binomial-response GLMs
```

```
print(ds)
```

```
## Implementation: ROI | Solver: lpsolve
## Separation: TRUE
## Existence of maximum likelihood estimates
##              (Intercept)              fecha_est
##              0              0
##              log_ancho              tam_catmediano
##              0              0
##              tam_catgrande              orientacionhorizontal
##              0              0
##              soporte_grpMetal              soporte_grpMural
##              0              Inf
##              soporte_grpOtros              soporte_grpTabla/Panel
##              0              0
##              tecnicamixta              tecnicaotras
##              0              0
##              sop_montajesi              seriesi
##              0              0
##      tam_catmediano:soporte_grpMetal      tam_catgrande:soporte_grpMetal
##              -Inf              -Inf
##      tam_catmediano:soporte_grpMural      tam_catgrande:soporte_grpMural
##              -Inf              -Inf
##      tam_catmediano:soporte_grpOtros      tam_catgrande:soporte_grpOtros
##              -Inf              -Inf
##      tam_catmediano:soporte_grpTabla/Panel      tam_catgrande:soporte_grpTabla/Panel
##              0              0
## 0: finite value, Inf: infinity, -Inf: -infinity
```

Efectivamente nos enfrentamos a un problema de separación real, lo cual puede traducirse en inexistencia de coeficientes finitos. En consecuencia, decidimos reestimar el mismo modelo mediando regresión logística con reducción de sesgo con un enfoque Firth.

```
library(brglm2)
```

```
## Warning: package 'brglm2' was built under R version 4.5.2
```

```
m_firth <- glm(
  formula(m_completo),
  data = df,
  family = binomial("logit"),
  method = "brglmFit",
)
```

```
## Warning: brglmFit: algorithm did not converge. Try changing the optimization
## algorithm defaults, e.g. the defaults for one or more of 'maxit', 'epsilon',
## 'slowit', and 'response_adjustment'; see '?brglm_control' for default values
## and available options
```

```
## Warning: brglmFit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
```

```
summary(m_firth)
```

```
##
## Call:
## glm(formula = formula(m_completo), family = binomial("logit"),
##      data = df, method = "brglmFit")
##
## Deviance Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -1.1877  -0.5361  -0.4259  -0.3022   8.4904
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error  z value Pr(>|z|)
## (Intercept)    -8.346e+00  7.506e-01 -1.112e+01 < 2e-16
## fecha_est       3.188e-03  4.030e-04  7.909e+00 2.59e-15
## log_ancho       4.195e-02  2.470e-02  1.698e+00 0.089478
## tam_catmediano  8.759e-02  1.311e-01  6.680e-01 0.503954
## tam_catgrande  1.025e+00  1.170e-01  8.762e+00 < 2e-16
## orientacionhorizontal 3.051e-01  7.978e-02  3.825e+00 0.000131
## soporte_grpMetal -1.464e+15  6.126e+06 -2.389e+08 < 2e-16
## soporte_grpMural  3.251e+15  6.711e+07  4.844e+07 < 2e-16
## soporte_grpOtros  -8.363e-01  3.934e-01 -2.126e+00 0.033532
## soporte_grpTabla/Panel 6.109e-01  1.643e-01  3.719e+00 0.000200
## tecnicamixta    1.167e+00  4.718e-01  2.474e+00 0.013375
## tecnicaotras    -1.255e+00  9.861e-01 -1.273e+00 0.203130
## sop_montajesi    8.506e-01  2.454e-01  3.467e+00 0.000527
## seriesi         3.333e-01  9.881e-02  3.373e+00 0.000744
## tam_catmediano:soporte_grpMetal -1.172e+15  1.352e+07 -8.672e+07 < 2e-16
## tam_catgrande:soporte_grpMetal -3.365e+15  3.923e+07 -8.579e+07 < 2e-16
## tam_catmediano:soporte_grpMural -6.346e+15  6.985e+07 -9.086e+07 < 2e-16
## tam_catgrande:soporte_grpMural -3.414e+15  6.803e+07 -5.018e+07 < 2e-16
## tam_catmediano:soporte_grpOtros -1.902e+16  1.268e+07 -1.500e+09 < 2e-16
## tam_catgrande:soporte_grpOtros -1.689e+15  4.745e+07 -3.559e+07 < 2e-16
## tam_catmediano:soporte_grpTabla/Panel -1.994e+15  3.527e+06 -5.654e+08 < 2e-16
## tam_catgrande:soporte_grpTabla/Panel -1.393e+15  6.458e+06 -2.157e+08 < 2e-16
##
## (Intercept)          ***
## fecha_est            ***
## log_ancho            .
## tam_catmediano
## tam_catgrande        ***
## orientacionhorizontal ***
## soporte_grpMetal      ***
## soporte_grpMural      ***
## soporte_grpOtros      *
## soporte_grpTabla/Panel ***
## tecnicamixta          *
## tecnicaotras
## sop_montajesi        ***
## seriesi              ***
## tam_catmediano:soporte_grpMetal ***
## tam_catgrande:soporte_grpMetal ***
```

```
## tam_catmediano:soporte_grpMural      ***
## tam_catgrande:soporte_grpMural      ***
## tam_catmediano:soporte_grpOtros      ***
## tam_catgrande:soporte_grpOtros      ***
## tam_catmediano:soporte_grpTabla/Panel ***
## tam_catgrande:soporte_grpTabla/Panel ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##      Null deviance: 5173.2  on 7001  degrees of freedom
## Residual deviance: 9122.7  on 6980  degrees of freedom
## AIC:  9166.7
##
## Type of estimator: AS_mixed (mixed bias-reducing adjusted score equations)
## Number of Fisher Scoring iterations: 100
```

En un primer intento nuestro modelo no alcanzó convergencia, lo que se traduce en estimaciones inestables, de manera que se procede a ajustar parámetros de control de las iteraciones:

```
library(brglm2)

ctrl <- brglm2::brglmControl(
  maxit = 2000,          # + iteraciones (default 100)
  slowit = 0.5,         # pasos más pequeños
  response_adjustment = 0.5 # arranque con ajuste tipo 0.5 en binomial
)

m_firth2 <- glm(
  formula(m_completo),
  data = df,
  family = binomial("logit"),
  method = "brglmFit",
  type = "AS_mean",
  control = ctrl
)

cat("Convergencia:", m_firth2$converged)
```

```
## Convergencia: TRUE
```

```
cat("\nNúmero de iteraciones:", m_firth2$iter)
```

```
##
## Número de iteraciones: 24
```

```
summary(m_firth2)
```

```
##
## Call:
## glm(formula = formula(m_completo), family = binomial("logit"),
```

```

##      data = df, control = ctrl, method = "brglmFit", type = "AS_mean")
##
## Deviance Residuals:
##      Min        1Q      Median        3Q        Max
## -0.9587   -0.5496   -0.4409   -0.3547    2.4983
##
## Coefficients:
##                                Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)                   -7.5188015   0.6902160 -10.893 < 2e-16
## fecha_est                      0.0027539   0.0003714   7.415 1.21e-13
## log_ancho                      0.0294263   0.0232197   1.267 0.205048
## tam_catmediano                 0.0643331   0.1299291   0.495 0.620501
## tam_catgrande                 0.9929847   0.1154692   8.600 < 2e-16
## orientacionhorizontal          0.2860374   0.0765986   3.734 0.000188
## soporte_grpMetal              0.0189324   0.3747131   0.051 0.959704
## soporte_grpMural             1.7860819   2.3433219   0.762 0.445940
## soporte_grpOtros             -0.7732117   0.3885090  -1.990 0.046569
## soporte_grpTabla/Panel        0.5866802   0.1614587   3.634 0.000279
## tecnicamixta                  0.4170149   0.3341610   1.248 0.212051
## tecnicaotras                 -0.0504376   0.3820347  -0.132 0.894966
## sop_montajesi                 0.7901158   0.2314649   3.414 0.000641
## seriesi                       0.2797309   0.0937933   2.982 0.002860
## tam_catmediano:soporte_grpMetal -1.7264476   1.4984077  -1.152 0.249244
## tam_catgrande:soporte_grpMetal -0.2107848   1.7900398  -0.118 0.906262
## tam_catmediano:soporte_grpMural -2.3924557   2.4965511  -0.958 0.337909
## tam_catgrande:soporte_grpMural -2.6305508   2.3924610  -1.100 0.271543
## tam_catmediano:soporte_grpOtros -1.9023583   1.5254641  -1.247 0.212372
## tam_catgrande:soporte_grpOtros -0.2635839   1.9476521  -0.135 0.892348
## tam_catmediano:soporte_grpTabla/Panel 0.2242579   0.2499618   0.897 0.369629
## tam_catgrande:soporte_grpTabla/Panel -0.7513967   0.3711931  -2.024 0.042942
##
## (Intercept)                  ***
## fecha_est                    ***
## log_ancho
## tam_catmediano
## tam_catgrande                ***
## orientacionhorizontal        ***
## soporte_grpMetal
## soporte_grpMural
## soporte_grpOtros             *
## soporte_grpTabla/Panel       ***
## tecnicamixta
## tecnicaotras
## sop_montajesi                ***
## seriesi                       **
## tam_catmediano:soporte_grpMetal
## tam_catgrande:soporte_grpMetal
## tam_catmediano:soporte_grpMural
## tam_catgrande:soporte_grpMural
## tam_catmediano:soporte_grpOtros
## tam_catgrande:soporte_grpOtros
## tam_catmediano:soporte_grpTabla/Panel
## tam_catgrande:soporte_grpTabla/Panel *
## ---

```

```
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##      Null deviance: 5173.2  on 7001  degrees of freedom
## Residual deviance: 4929.9  on 6980  degrees of freedom
## AIC:  4973.9
##
## Type of estimator: AS_mixed (mixed bias-reducing adjusted score equations)
## Number of Fisher Scoring iterations: 24
```

Gracias a las especificaciones de control el modelo ahora sí ha alcanzado convergencia. Todavía observamos algunos SE grandes, lo que indica estimaciones débiles para esos niveles, pero una mejora considerable frente al modelo anterior sin este ajuste Firth.

Veamos una comparación de SE, y otro test de separación, para el modelo sin ajuste 'm\_completo' y el modelo ajustado 'm\_firth2':

```
se_ml <- summary(m_completo)$coefficients[,2]
se_fi <- summary(m_firth2)$coefficients[,2]

cat("\nTop 10 SE (MLE):\n")
```

```
##
## Top 10 SE (MLE):
```

```
print(head(sort(se_ml, decreasing=TRUE), 10))
```

```
## tam_catmediano:soporte_grpMural tam_catgrande:soporte_grpMural
##      1455.3979311      1455.3976728
##      soporte_grpMural tam_catgrande:soporte_grpOtros
##      1455.3975872      1022.7042152
## tam_catgrande:soporte_grpMetal tam_catmediano:soporte_grpOtros
##      838.9572783      272.6487034
## tam_catmediano:soporte_grpMetal (Intercept)
##      260.4130626      0.6938752
##      soporte_grpOtros tecnicaotras
##      0.3956836      0.3932892
```

```
cat("\nTop 10 SE (Firth/AS):\n")
```

```
##
## Top 10 SE (Firth/AS):
```

```
print(head(sort(se_fi, decreasing=TRUE), 10))
```

```
## tam_catmediano:soporte_grpMural tam_catgrande:soporte_grpMural
##      2.4965511      2.3924610
##      soporte_grpMural tam_catgrande:soporte_grpOtros
##      2.3433219      1.9476521
## tam_catgrande:soporte_grpMetal tam_catmediano:soporte_grpOtros
```

```
##              1.7900398              1.5254641
## tam_catmediano:soporte_grpMetal      (Intercept)
##              1.4984077              0.6902160
##              soporte_grpOtros        tecnicaotras
##              0.3885090              0.3820347
```

```
cat("Separación:\n")
```

```
## Separación:
```

```
m_firth2_df2 <- update(m_firth2, data = df2)

X <- model.matrix(m_firth2_df2)
y <- model.response(model.frame(m_firth2_df2))
ds <- detectseparation::detect_separation(X, y)
```

```
## Warning in detectseparation::detect_separation(X, y): 'detect_separation' has
## been developed for use with binomial-response GLMs
```

```
print(ds)
```

```
## Implementation: ROI | Solver: lpsolve
## Separation: TRUE
## Existence of maximum likelihood estimates
##              (Intercept)              fecha_est
##              0              0
##              log_ancho              tam_catmediano
##              0              0
##              tam_catgrande              orientacionhorizontal
##              0              0
##              soporte_grpMetal              soporte_grpMural
##              0              Inf
##              soporte_grpOtros              soporte_grpTabla/Panel
##              0              0
##              tecnicamixta              tecnicaotras
##              0              0
##              sop_montajesi              seriesi
##              0              0
##      tam_catmediano:soporte_grpMetal      tam_catgrande:soporte_grpMetal
##              -Inf              -Inf
##      tam_catmediano:soporte_grpMural      tam_catgrande:soporte_grpMural
##              -Inf              -Inf
##      tam_catmediano:soporte_grpOtros      tam_catgrande:soporte_grpOtros
##              -Inf              -Inf
## tam_catmediano:soporte_grpTabla/Panel      tam_catgrande:soporte_grpTabla/Panel
##              0              0
## 0: finite value, Inf: infinity, -Inf: -infinity
```

Podemos ver como la presencia de separación no se ha eliminado, cual era esperable ya que la reducción de sesgo Firth no cambia la estructura de separación de los dato, pero sí asegura que nuestro modelo es robusto frente a ella. Podemos comprobarlo viendo la significativa reducción de los SE.

## Colinealidad

Una vez controlada la separación observamos volvamos a realizar las pruebas de colinealidad:

```
library(car)
vif(m_firth2)

## there are higher-order terms (interactions) in this model
## consider setting type = 'predictor'; see ?vif

##              GVIF Df GVIF^(1/(2*Df))
## fecha_est      1.671291  1      1.292784
## log_ancho      1.284864  1      1.133518
## tam_cat        2.146515  2      1.210413
## orientacion    1.063647  1      1.031332
## soporte_grp    99.891232  4      1.778038
## tecnica        1.575092  2      1.120280
## sop_montaje    1.675569  1      1.294438
## serie          1.108229  1      1.052725
## tam_cat:soporte_grp 86.923917  8      1.321893
```

Una vez manejada la separación, se elimina la existencia de colinealidad grave y los términos afectados presentan ahora colinealidad moderada que no refleja una preocupación real. Dado nuestro objetivo descriptivo, se mantiene el modelo con todos sus términos.

## Resumen

Finalmente se concluye con el modelo final de tipo regresión logística incluyendo reducción de sesgo Firth.

```
ctrl <- brglm2::brglmControl(
  maxit = 2000,
  slowit = 0.5,
  response_adjustment = 0.5
)

m_principal <- glm(
  formula(exito ~
    fecha_est + log_ancho +
    tam_cat + orientacion +
    soporte_grp + tecnica + sop_montaje +
    serie +
    soporte_grp:tam_cat),
  data = df,
  family = binomial("logit"),
  method = "brglmFit",
  type = "AS_mean",
  control = ctrl
)

summary(m_principal)

##
## Call:
## glm(formula = formula(exito ~ fecha_est + log_ancho + tam_cat +
```



```

##      orientacion + soporte_grp + tecnica + sop_montaje + serie +
##      soporte_grp:tam_cat), family = binomial("logit"), data = df,
##      control = ctrl, method = "brglmFit", type = "AS_mean")
##
## Deviance Residuals:
##      Min        1Q    Median        3Q        Max
## -0.9587   -0.5496   -0.4409   -0.3547    2.4983
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)      -7.5188015   0.6902160 -10.893 < 2e-16
## fecha_est         0.0027539   0.0003714   7.415 1.21e-13
## log_ancho         0.0294263   0.0232197   1.267 0.205048
## tam_catmediano    0.0643331   0.1299291   0.495 0.620501
## tam_catgrande     0.9929847   0.1154692   8.600 < 2e-16
## orientacionhorizontal 0.2860374   0.0765986   3.734 0.000188
## soporte_grpMetal   0.0189324   0.3747131   0.051 0.959704
## soporte_grpMural   1.7860819   2.3433219   0.762 0.445940
## soporte_grpOtros  -0.7732117   0.3885090  -1.990 0.046569
## soporte_grpTabla/Panel 0.5866802   0.1614587   3.634 0.000279
## tecnicamixta       0.4170149   0.3341610   1.248 0.212051
## tecnicaotras      -0.0504376   0.3820347  -0.132 0.894966
## sop_montajesi      0.7901158   0.2314649   3.414 0.000641
## seriesi           0.2797309   0.0937933   2.982 0.002860
## tam_catmediano:soporte_grpMetal -1.7264476   1.4984077  -1.152 0.249244
## tam_catgrande:soporte_grpMetal -0.2107848   1.7900398  -0.118 0.906262
## tam_catmediano:soporte_grpMural -2.3924557   2.4965511  -0.958 0.337909
## tam_catgrande:soporte_grpMural -2.6305508   2.3924610  -1.100 0.271543
## tam_catmediano:soporte_grpOtros -1.9023583   1.5254641  -1.247 0.212372
## tam_catgrande:soporte_grpOtros -0.2635839   1.9476521  -0.135 0.892348
## tam_catmediano:soporte_grpTabla/Panel 0.2242579   0.2499618   0.897 0.369629
## tam_catgrande:soporte_grpTabla/Panel -0.7513967   0.3711931  -2.024 0.042942
##
## (Intercept)      ***
## fecha_est        ***
## log_ancho
## tam_catmediano
## tam_catgrande    ***
## orientacionhorizontal ***
## soporte_grpMetal
## soporte_grpMural
## soporte_grpOtros  *
## soporte_grpTabla/Panel ***
## tecnicamixta
## tecnicaotras
## sop_montajesi    ***
## seriesi          **
## tam_catmediano:soporte_grpMetal
## tam_catgrande:soporte_grpMetal
## tam_catmediano:soporte_grpMural
## tam_catgrande:soporte_grpMural
## tam_catmediano:soporte_grpOtros
## tam_catgrande:soporte_grpOtros
## tam_catmediano:soporte_grpTabla/Panel

```

```
## tam_catgrande:soporte_grpTabla/Panel *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##      Null deviance: 5173.2  on 7001  degrees of freedom
## Residual deviance: 4929.9  on 6980  degrees of freedom
## AIC:  4973.9
##
## Type of estimator: AS_mixed (mixed bias-reducing adjusted score equations)
## Number of Fisher Scoring iterations: 24
```

## Validación

### Modelos alternativos

En esta sección se proponen estructuras de modelos que fueron descartadas como opciones a modelo principal pero que por interés interpretativo se ajustan igualmente. Primero presentaremos las propuestas y después serán reestimadas utilizando reducción de sesgo Firth cuando sea necesario.

#### Modelo simplificado

Dada la complejidad y posible separación debida a la interacción “soporte\_grp x tam\_cat”, aunque ya se controló adecuadamente, se ha decidido estudiar también la posibilidad del modelo simplificado sin interacciones:

```
m_reducido <- glm(
  exito ~
    fecha_est + log_ancho +
    tam_cat + orientacion +
    soporte_grp + tecnica + sop_montaje +
    serie,
  data = df,
  family = binomial(link = "logit")
)
```

#### Variable tema

Dado el interés interpretativo de tema, y visto que sí aporta información adicional pero incrementa fuertemente la complejidad (muchos niveles), su inclusión se analiza en esta sección de modelos alternativos siguiendo las siguientes estrategias:

- 1) Un modelo con tema ajustado por el conjunto completo de covariables del modelo principal
- 2) Un modelo con tema sin el bloque de material/técnica/montaje para estimar una asociación más global
- 3) Adicionalmente, una versión parsimoniosa usando log(area) lineal para cada caso anterior

De esta manera se explorará el efecto de tema tanto controlando las covariables de técnica/soporte/montaje como sin ellas para, de esta manera, poder obtener también una estimación global de su asociación con la respuesta. Esta decisión viene dada por consecuencia de nuestros objetivos e hipótesis principales. En un inicio se planteó la posibilidad de que la iconografía de la pintura podía estar relacionada con el cumplimiento de la razón áurea, por esta razón queremos explorar el efecto global de esta variable “tema”, aun sabiendo

que el efecto de técnica y soporte pudiera estar incluido en la relación, ya que este modelo no pretende estimar un efecto causal directo sino capturar asociación total que puede incluir diferencias mediadas por técnica/soporte. Por otra parte. Con el objetivo de no sesgar totalmente la interpretación, también se estudiará el efecto en conjunto con estas variables: “soporte\_grp” y “tecncia”, las cuales también eran de interés. Finalmente se contempla la posibilidad de cambiar la especificación del tamaño por su versión continua lineal (log(area)) con el objetivo de simplemente controlar el efecto del tamaño, pero sin interés interpretativo en esta sección.

## Ajsute de modelos

Procedemos a ajustar todos los modelos candidatos

```
# =====
# MODELOS ALTERNATIVOS CON TEMA (resumen compacto)

# =====
# 1) ESPECIFICACIÓN DE MODELOS (sin summary)
# =====
cat("\n===== \n1) ESPECIFICACION DE MODELOS \n===== \n")

##
## =====
## 1) ESPECIFICACION DE MODELOS
## =====

# Modelo final principal (sin tema, con Bloque 3, tamaño categórico)
m_final <- glm(
  exito ~ ns(fecha_est, 3) + log_ancho + tam_cat + orientacion +
    soporte_grp + tecnica + sop_montaje + serie,
  data = df, family = binomial(link = "logit")
)
cat("\n[m_final] creado: ajuste completo + tam_cat (SIN tema)\n")

##
## [m_final] creado: ajuste completo + tam_cat (SIN tema)

# Ajuste completo + tema (tam_cat)
mT_full_tam <- update(m_final, . ~ . + tema)
cat("[mT_full_tam] creado: ajuste completo + tam_cat (CON tema)\n")

## [mT_full_tam] creado: ajuste completo + tam_cat (CON tema)

# Modelo final equivalente con log_area (sin tema)
m_final_area <- glm(
  exito ~ ns(fecha_est, 3) + log_ancho + log_area + orientacion +
    soporte_grp + tecnica + sop_montaje + serie,
  data = df, family = binomial(link = "logit")
)
cat("[m_final_area] creado: ajuste completo + log_area (SIN tema)\n")

## [m_final_area] creado: ajuste completo + log_area (SIN tema)
```

```
# Ajuste completo + tema (log_area)
mT_full_area <- update(m_final_area, . ~ . + tema)
cat("[mT_full_area] creado: ajuste completo + log_area (CON tema)\n")
```

```
## [mT_full_area] creado: ajuste completo + log_area (CON tema)
```

```
# Sin Bloque 3 + tam_cat (sin tema)
m_noB3_tam <- glm(
  exito ~ ns(fecha_est, 3) + log_ancho + tam_cat + orientacion + serie,
  data = df, family = binomial(link = "logit")
)
cat("[m_noB3_tam] creado: SIN Bloque 3 + tam_cat (SIN tema)\n")
```

```
## [m_noB3_tam] creado: SIN Bloque 3 + tam_cat (SIN tema)
```

```
# Sin Bloque 3 + tema (tam_cat)
mT_noB3_tam <- update(m_noB3_tam, . ~ . + tema)
cat("[mT_noB3_tam] creado: SIN Bloque 3 + tam_cat (CON tema)\n")
```

```
## [mT_noB3_tam] creado: SIN Bloque 3 + tam_cat (CON tema)
```

```
# Sin Bloque 3 + log_area (sin tema)
m_noB3_area <- glm(
  exito ~ ns(fecha_est, 3) + log_ancho + log_area + orientacion + serie,
  data = df, family = binomial(link = "logit")
)
cat("[m_noB3_area] creado: SIN Bloque 3 + log_area (SIN tema)\n")
```

```
## [m_noB3_area] creado: SIN Bloque 3 + log_area (SIN tema)
```

```
# Sin Bloque 3 + tema (log_area)
mT_noB3_area <- update(m_noB3_area, . ~ . + tema)
cat("[mT_noB3_area] creado: SIN Bloque 3 + log_area (CON tema)\n")
```

```
## [mT_noB3_area] creado: SIN Bloque 3 + log_area (CON tema)
```

```
# =====
# 2) COMPARACIONES ANOVA (mínimas, aporte de informacion)
# =====
cat("\n===== \n2) COMPARACIONES (LRT - ANOVA) \n===== \n")
```

```
##
## =====
## 2) COMPARACIONES (LRT - ANOVA)
## =====
```

```
cat("\n[2.1] Aporte de tema (ajuste completo, tam_cat): m_final vs mT_full_tam\n")
```

```
##
## [2.1] Aporte de tema (ajuste completo, tam_cat): m_final vs mT_full_tam
```

```
print(anova(m_final, mT_full_tam, test = "Chisq"))
```

```
## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ ns(fecha_est, 3) + log_ancho + tam_cat + orientacion +
##      soporte_grp + tecnica + sop_montaje + serie
## Model 2: exito ~ ns(fecha_est, 3) + log_ancho + tam_cat + orientacion +
##      soporte_grp + tecnica + sop_montaje + serie + tema
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
## 1         6986      4940.8
## 2         6977      4913.6  9    27.22 0.001286 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
cat("\n[2.2] Aporte de tema (ajuste completo, log_area): m_final_area vs mT_full_area\n")
```

```
##
## [2.2] Aporte de tema (ajuste completo, log_area): m_final_area vs mT_full_area
```

```
print(anova(m_final_area, mT_full_area, test = "Chisq"))
```

```
## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ ns(fecha_est, 3) + log_ancho + log_area + orientacion +
##      soporte_grp + tecnica + sop_montaje + serie
## Model 2: exito ~ ns(fecha_est, 3) + log_ancho + log_area + orientacion +
##      soporte_grp + tecnica + sop_montaje + serie + tema
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
## 1         6987      5001.1
## 2         6978      4974.3  9    26.863 0.001473 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
cat("\n[2.3] Aporte de tema (SIN Bloque 3, tam_cat): m_noB3_tam vs mT_noB3_tam\n")
```

```
##
## [2.3] Aporte de tema (SIN Bloque 3, tam_cat): m_noB3_tam vs mT_noB3_tam
```

```
print(anova(m_noB3_tam, mT_noB3_tam, test = "Chisq"))
```

```
## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ ns(fecha_est, 3) + log_ancho + tam_cat + orientacion +
##      serie
## Model 2: exito ~ ns(fecha_est, 3) + log_ancho + tam_cat + orientacion +
##      serie + tema
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
## 1         6993      4971.0
## 2         6984      4942.6  9    28.394 0.0008193 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
cat("\n[2.4] Aporte de tema (SIN Bloque 3, log_area): m_noB3_area vs mT_noB3_area\n")
```

```
##
## [2.4] Aporte de tema (SIN Bloque 3, log_area): m_noB3_area vs mT_noB3_area
```

```
print(anova(m_noB3_area, mT_noB3_area, test = "Chisq"))
```

```
## Analysis of Deviance Table
##
## Model 1: exito ~ ns(fecha_est, 3) + log_ancho + log_area + orientacion +
##      serie
## Model 2: exito ~ ns(fecha_est, 3) + log_ancho + log_area + orientacion +
##      serie + tema
##   Resid. Df Resid. Dev Df Deviance  Pr(>Chi)
## 1      6994      5031.8
## 2      6985      5003.8  9         28 0.0009538 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Para comenzar podemos ver que tema siempre resulta significativo en cuanto aporte de información, es decir, independientemente de como controlemos el tamaño y de si incluimos o no el Bloque 3 (técnica/soporte/montaje), tema añade información. Este resultado avala nuestra intención de realizar esta reacción para interpretar la asociación de la iconografía con el cumplimiento de la razón aurea.

### Comparación de modelos

Para decidir que modelo o modelos interpretar utilizaremos los criterios AIC/BIC. Se muestran sus valores para cada modelo, y una tabla de incrementos, de manera que sea legible.

```
# =====
# 3) TABLA AIC/BIC (todos los modelos)
# =====
cat("\n===== \n3) TABLA AIC / BIC \n===== \n")
```

```
##
## =====
## 3) TABLA AIC / BIC
## =====
```

```
mods <- list(
  m_final      = m_final,
  mT_full_tam  = mT_full_tam,
  m_final_area = m_final_area,
  mT_full_area = mT_full_area,
  m_noB3_tam   = m_noB3_tam,
  mT_noB3_tam  = mT_noB3_tam,
  m_noB3_area  = m_noB3_area,
  mT_noB3_area = mT_noB3_area
)
```

```
ic_tab <- data.frame(
  modelo = names(mods),
```

```

df      = sapply(mods, function(m) attr(logLik(m), "df")),
AIC     = sapply(mods, AIC),
BIC     = sapply(mods, BIC),
row.names = NULL
)

print(ic_tab[order(ic_tab$AIC), ])

```

```

##      modelo df      AIC      BIC
## 2  mT_full_tam 25 4963.570 5134.919
## 1      m_final 16 4972.789 5082.452
## 6  mT_noB3_tam 18 4978.623 5101.994
## 5   m_noB3_tam  9 4989.017 5050.703
## 4 mT_full_area 24 5022.257 5186.752
## 3 m_final_area 15 5031.120 5133.930
## 8 mT_noB3_area 17 5037.819 5154.336
## 7   m_noB3_area  8 5047.819 5102.650

```

Dado que pretendemos explorar la asociacion de tema tanto controlando por las covariables del BLoque 3 como sin ellas, seleccionaremos de cada una la que proporcione mejores valores de AIC/BIC.

```

# =====
# Dataframe de deltas (con tema - sin tema) para AIC y BIC
# =====

delta_ic <- data.frame(
  situacion = c(
    "Ajuste completo + tam_cat",
    "Ajuste completo + log_area",
    "Sin Bloque 3 + tam_cat",
    "Sin Bloque 3 + log_area"
  ),
  modelo_sin_tema = c("m_final", "m_final_area", "m_noB3_tam", "m_noB3_area"),
  modelo_con_tema = c("mT_full_tam", "mT_full_area", "mT_noB3_tam", "mT_noB3_area"),
  AIC_sin = c(AIC(m_final),      AIC(m_final_area),  AIC(m_noB3_tam),  AIC(m_noB3_area)),
  AIC_con = c(AIC(mT_full_tam),  AIC(mT_full_area),  AIC(mT_noB3_tam), AIC(mT_noB3_area)),
  BIC_sin = c(BIC(m_final),      BIC(m_final_area),  BIC(m_noB3_tam),  BIC(m_noB3_area)),
  BIC_con = c(BIC(mT_full_tam),  BIC(mT_full_area),  BIC(mT_noB3_tam), BIC(mT_noB3_area)),
  stringsAsFactors = FALSE
)

# Deltas: (con tema - sin tema)
delta_ic$delta_AIC <- delta_ic$AIC_con - delta_ic$AIC_sin
delta_ic$delta_BIC <- delta_ic$BIC_con - delta_ic$BIC_sin

# (Opcional) Redondeo para informe
delta_ic$AIC_sin    <- round(delta_ic$AIC_sin, 3)
delta_ic$AIC_con    <- round(delta_ic$AIC_con, 3)
delta_ic$BIC_sin    <- round(delta_ic$BIC_sin, 3)
delta_ic$BIC_con    <- round(delta_ic$BIC_con, 3)
delta_ic$delta_AIC  <- round(delta_ic$delta_AIC, 3)
delta_ic$delta_BIC  <- round(delta_ic$delta_BIC, 3)

```

```
# Mostrar tabla ordenada (por mejora AIC: más negativo = mejor)
delta_ic <- delta_ic[order(delta_ic$delta_AIC), ]
```

```
delta_ic
```

```
##              situacion modelo_sin_tema modelo_con_tema  AIC_sin  AIC_con
## 3      Sin Bloque 3 + tam_cat      m_noB3_tam      mT_noB3_tam 4989.017 4978.623
## 4      Sin Bloque 3 + log_area      m_noB3_area      mT_noB3_area 5047.819 5037.819
## 1  Ajuste completo + tam_cat          m_final      mT_full_tam 4972.789 4963.570
## 2  Ajuste completo + log_area      m_final_area      mT_full_area 5031.120 5022.257
##      BIC_sin  BIC_con delta_AIC delta_BIC
## 3 5050.703 5101.994   -10.394   51.291
## 4 5102.650 5154.336   -10.000   51.685
## 1 5082.452 5134.919    -9.219   52.466
## 2 5133.930 5186.752    -8.863   52.822
```

```
delta_ic[c("situacion", "delta_AIC", "delta_BIC")]
```

```
##              situacion delta_AIC delta_BIC
## 3      Sin Bloque 3 + tam_cat   -10.394   51.291
## 4      Sin Bloque 3 + log_area   -10.000   51.685
## 1  Ajuste completo + tam_cat    -9.219   52.466
## 2  Ajuste completo + log_area    -8.863   52.822
```

Podemos ver que en ambos casos, con la inclusión del Bloque 3 (técnica/suporte/montaje) o sin ella, los modelos preferibles son aquellos con una especificación categórica del tamaño, es decir, utilizando “tam\_cat” en vez de “area”. Por esta razón queda eliminada la opción alternativa que se había planteado en relación al tamaño.

Los modelos finales que se utilizaran para interpretar la asociación de “tema” son ‘mT\_full\_tam’ y ‘mT\_noB3\_tam’.

### Modelos alternativos finales

Modelos alternativos finales:

```
# modelo reducido (sin interacciones)
mA1 <- m_reducido
```

```
# tema ajustado
mA2 <- mT_full_tam
```

```
# tema global
mA3 <- mT_noB3_tam
```

Para evaluar la el posibles ajuste ediante Firth, estudiaremos la separación de los 3 modelos:

```
cat("Separación para mA1 (sin interacciones):\n")
```

```
## Separación para mA1 (sin interacciones):
```



```
mA1_df2 <- update(mA1, data = df2)
```

```
X <- model.matrix(mA1_df2)
```

```
y <- model.response(model.frame(mA1_df2))
```

```
ds <- detectseparation::detect_separation(X, y)
```

```
## Warning in detectseparation::detect_separation(X, y): 'detect_separation' has
## been developed for use with binomial-response GLMs
```

```
print(ds)
```

```
## Implementation: ROI | Solver: lpsolve
```

```
## Separation: FALSE
```

```
## Existence of maximum likelihood estimates
```

##	(Intercept)	fecha_est	log_ancho
##	0	0	0
##	tam_catmediano	tam_catgrande	orientacionhorizontal
##	0	0	0
##	soporte_grpMetal	soporte_grpMural	soporte_grpOtros
##	0	0	0
##	soporte_grpTabla/Panel	tecnicamixta	tecnicaotras
##	0	0	0
##	sop_montajesi	seriesi	
##	0	0	

```
## 0: finite value, Inf: infinity, -Inf: -infinity
```

```
cat("Separación para mA2 (tema ajustado):\n")
```

```
## Separación para mA2 (tema ajustado):
```

```
mA2_df2 <- update(mA2, data = df2)
```

```
X <- model.matrix(mA2_df2)
```

```
y <- model.response(model.frame(mA2_df2))
```

```
ds <- detectseparation::detect_separation(X, y)
```

```
## Warning in detectseparation::detect_separation(X, y): 'detect_separation' has
## been developed for use with binomial-response GLMs
```

```
print(ds)
```

```
## Implementation: ROI | Solver: lpsolve
```

```
## Separation: FALSE
```

```
## Existence of maximum likelihood estimates
```

##	(Intercept)	ns(fecha_est, 3)1	ns(fecha_est, 3)2
##	0	0	0
##	ns(fecha_est, 3)3	log_ancho	tam_catmediano
##	0	0	0
##	tam_catgrande	orientacionhorizontal	soporte_grpMetal
##	0	0	0

```
##      soporte_grpMural      soporte_grpOtros soporte_grpTabla/Panel
##              0              0              0
##      tecnicamixta      tecnicaotras      sop_montajesi
##              0              0              0
##      seriesi      temabodegon_floral      temacaza_animales
##              0              0              0
##      temahistoria_allegoria      temamitologia      temaotros
##              0              0              0
##      temapaisaje_lugares      temaproceso_obra      temaretrato_corte
##              0              0              0
##      temavida_cotidiana
##              0
## 0: finite value, Inf: infinity, -Inf: -infinity
```

```
cat("Separación para mA3 (tema global):\n")
```

```
## Separación para mA3 (tema global):
```

```
mA3_df2 <- update(mA3, data = df2)

X <- model.matrix(mA3_df2)
y <- model.response(model.frame(mA3_df2))
ds <- detectseparation::detect_separation(X, y)
```

```
## Warning in detectseparation::detect_separation(X, y): 'detect_separation' has
## been developed for use with binomial-response GLMs
```

```
print(ds)
```

```
## Implementation: ROI | Solver: lpsolve
## Separation: FALSE
## Existence of maximum likelihood estimates
##      (Intercept)      ns(fecha_est, 3)1      ns(fecha_est, 3)2
##              0              0              0
##      ns(fecha_est, 3)3      log_ancho      tam_catmediano
##              0              0              0
##      tam_catgrande orientacionhorizontal      seriesi
##              0              0              0
##      temabodegon_floral      temacaza_animales temahistoria_allegoria
##              0              0              0
##      temamitologia      temaotros      temapaisaje_lugares
##              0              0              0
##      temaproceso_obra      temaretrato_corte      temavida_cotidiana
##              0              0              0
## 0: finite value, Inf: infinity, -Inf: -infinity
```

Vemos que no existe presencia de separación en ninguna de los modelos por lo que continuamos, para ellos, mediante el enlace logit sin necesidad de ajuste adicional

## Validación

```
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! (angel/marc) !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!11
```

creo que se tendría que validar estas dos mdoelos asi un poco por encima