

实验 2	
名称	不确定有穷自动机的确定化
<p>一、背景资料</p> <p>有穷自动机（FA）可以看作是由一个带有读头的有穷控制器和一条字符输入带组成，如图所示。</p> <div data-bbox="432 539 1184 772" data-label="Diagram"> </div> <p style="text-align: center;">FA 的示意图</p> <p>控制器的读头从左至右顺次扫描输入带，每当从输入带上读到一个符号时，便引起控制器状态的改变，同时读头右移一个符号位。</p> <p>控制器包括有穷个状态，状态和状态之间存在转换关系。当处于某个状态，读入一个字符时，则使状态改变为另一个状态，从而形成状态转换，改变后的状态称为后继状态。状态转换后的后继状态有三种可能情况：（1）后继状态为自身；（2）后继状态为一个；（3）后继状态为若干个。</p> <p>某个有穷自动机，如果每次状态转换的后继状态都是惟一的，则称它是确定有穷自动机（DFA）；如果转换后的后继状态并不都是惟一的，则称它是不确定有穷自动机（NFA）。</p> <p>有穷自动机的开始工作状态称为初始状态，结束工作的状态称为终止工作状态或接收状态。如果把上一小节中的状态转换图的各个结点看成是某一个状态，初始结点为初始状态，终止结点为终止状态，并且每一条边表示一个转换关系，这样一个有穷自动机的工作状态就可以采用状态转换图来描述了，从而可以把前面的图看成是一个有穷自动机。</p> <p>对于上图，有穷自动机处在初始状态 0，当读入符号 a 后，自动机便从状态 0 转换到后继状态 1 中，再读入一个符号 b 后，自动机便从状态 1 转换到后继状态 2。当自动机读入一个符号串，自动机则从初始状态开始，经过一系列状态转换，最终若能够到达终止状态，则称这一符号串被该自动机所接收或识别，否则不能被该自动机所接收。</p>	
<p>二、实验目的要求</p> <p>输入： 非确定有穷（穷）状态自动机。</p> <p>输出： 确定化的有穷（穷）状态自动机</p>	
<p>三、实验原理</p> <p>一个确定的有穷自动机（DFA）M 可以定义为一个五元组，$M = (K, \Sigma, F, S, Z)$，其中：</p>	

- (1) K 是一个有穷非空集，集合中的每个元素称为一个状态；
- (2) Σ 是一个有穷字母表， Σ 中的每个元素称为一个输入符号；
- (3) F 是一个从 $K \times \Sigma \rightarrow K$ 的单值转换函数，即 $F(R, a) = Q$ ，($R, Q \in K$) 表示当前状态为 R ，如果输入字符 a ，则转到状态 Q ，状态 Q 称为状态 R 的后继状态；
- (4) $S \in K$ ，是惟一的初态；
- (5) $Z \subseteq K$ ，是一个终态集。

由定义可见，确定有穷自动机只有惟一的一个初态，但可以有多多个终态，每个状态对字母表中的任一输入符号，最多只有一个后继状态。

对于 DFA M ，若存在一条从某个初态结点到某一个终态结点的通路，则称这条通路上的所有弧的标记符连接形成的字符串可为 DFA M 所接受。若 M 的初态结点同时又是终态结点，则称 ε 可为 M 所接受（或识别），DFA M 所能接受的全部字符串（字）组成的集合记作 $L(M)$ 。

一个不确定有穷自动机（NFA） M 可以定义为一个五元组， $M = (K, \Sigma, F, S, Z)$ ，其中：

- (1) K 是一个有穷非空集，集合中的每个元素称为一个状态；
- (2) Σ 是一个有穷字母表， Σ 中的每个元素称为一个输入符号；
- (3) F 是一个从 $K \times \Sigma \rightarrow K$ 的子集的转换函数；
- (4) $S \subseteq K$ ，是一个非空的初态集；
- (5) $Z \subseteq K$ ，是一个终态集。

由定义可见，不确定有穷自动机 NFA 与确定有穷自动机 DFA 的主要区别是：

- (1) NFA 的初始状态 S 为一个状态集，即允许有多多个初始状态；
- (2) NFA 中允许状态在某输出边上有相同的符号，即对同一个输入符号可以有多个后继状态。即 DFA 中的 F 是单值函数，而 NFA 中的 F 是多值函数。

因此，可以将确定有穷自动机 DFA 看作是不确定有穷自动机 NFA 的特例。和 DFA 一样，NFA 也可以用矩阵和状态转换图来表示。

对于 NFA M ，若存在一条从某个初态结点到某一个终态结点的通路，则称这条通路上的所有弧的标记（ ε 除外）连接形成的字符串可为 M 所接受。NFA M 所能接受的全部字符串（字）组成的集合记作 $L(M)$ 。

由于 DFA 是 NFA 的特例，所以能被 DFA 所接受的符号串必能被 NFA 所接受。

设 M_1 和 M_2 是同一个字母集 Σ 上的有穷自动机，若 $L(M_1) = L(M_2)$ ，则称有穷自动机 M_1 和 M_2 等价。

由以上定义可知，若两个自动机能够接受相同的语言，则称这两个自动机等价。DFA 是 NFA 的特例，因此对于每一个 NFA M_1 总存在一个 DFA M_2 ，使得 $L(M_1) = L(M_2)$ 。即一个不确定有穷自动机能接受的语言总可以找到一个等价的确定有穷自动机来接受该语言。

NFA 确定化为 DFA

同一个字符串 α 可以由多条通路产生，而在实际应用中，作为描述控制过程的自动机，通常都是确定有穷自动机 DFA，因此这就需要将不确定有穷自动机转换成等价的确定有穷自动机，这个过程称为不确定有穷自动机的确定化，即 NFA 确定化为 DFA。

下面介绍一种 NFA 的确定化算法，这种算法称为子集法：

- (1) 若 NFA 的全部初态为 S_1, S_2, \dots, S_n , 则令 DFA 的初态为:
 $S = [S_1, S_2, \dots, S_n]$,
 其中方括号用来表示若干个状态构成的某一状态。
- (2) 设 DFA 的状态集 K 中有一状态为 $[S_i, S_{i+1}, \dots, S_j]$, 若对某符号 $a \in \Sigma$, 在 NFA 中有 $F(\{S_i, S_{i+1}, \dots, S_j\}, a) = \{S_i', S_{i+1}', \dots, S_k'\}$
 则令 $F(\{S_i, S_{i+1}, \dots, S_j\}, a) = \{S_i', S_{i+1}', \dots, S_k'\}$ 为 DFA 的一个转换函数。若 $[S_i', S_{i+1}', \dots, S_k']$ 不在 K 中, 则将其作为新的状态加入到 K 中。
- (3) 重复第 2 步, 直到 K 中不再有新的状态加入为止。
- (4) 上面得到的所有状态构成 DFA 的状态集 K , 转换函数构成 DFA 的 F , DFA 的字母表仍然是 NFA 的字母表 Σ 。
- (5) DFA 中凡是含有 NFA 终态的状态都是 DFA 的终态。

对于上述 NFA 确定化算法——子集法, 还可以采用另一种操作性更强的描述方式, 下面我们给出其详细描述。首先给出两个相关定义。

假设 I 是 NFA M 状态集 K 的一个子集 (即 $I \subseteq K$), 则定义 ε -closure (I) 为:

- (1) 若 $Q \in I$, 则 $Q \in \varepsilon$ -closure (I);
- (2) 若 $Q \in I$, 则从 Q 出发经过任意条 ε 弧而能到达的任何状态 Q' , 则 $Q' \in \varepsilon$ -closure (I)。

状态集 ε -closure (I) 称为状态 I 的 ε 闭包。

假设 NFA $M = (K, \Sigma, F, S, Z)$, 若 $I \subseteq K$, $a \in \Sigma$, 则定义 $I_a = \varepsilon$ -closure (J), 其中 J 是所有从 ε -closure (I) 出发, 经过一条 a 弧而到达的状态集。

NFA 确定化的实质是以原有状态集上的子集作为 DFA 上的一个状态, 将原状态间的转换为该子集间的转换, 从而把不确定有穷自动机确定化。经过确定化后, 状态数可能增加, 而且可能出现一些等价状态, 这时就需要简化。

四、注意事项

- (1) 实现计算闭包 closure (I) 的算法;
- (2) 实现转换函数 move (q, a) 的算法;
- (3) 输出界面如下:

NFA 的 图形形式
DFA 的图形形式