

Prova scritta di Analisi Matematica

Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche - CESENA - A.A. 2023/24

21/12/2023

MATRICOLA..... COGNOME E NOME

Non è consentito l'uso di libri, appunti e calcolatrici.

- (1) (4,5 punti) Determinare il seguente limite di successione, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^n}}{2^{\frac{1}{n}} 9^n} \cdot \frac{(e^{\alpha+1})^{2n}}{(n+1)^{\frac{n}{2}}}.$$

- (2) (4,5 punti) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+1}(x+\sqrt{x+1}+2)}$$

- (3) (5,5 punti) Studiare la seguente funzione e disegnarne un grafico qualitativo

$$f(x) = e^{\frac{\sqrt{x+2}}{|x-3|}}$$

Determinare in particolare:

- Dominio
- Limiti negli estremi del dominio
- Intervalli di monotonia
- $\sup f$ e $\inf f$ ed eventuali punti di massimo/minimo locali/assoluti
- Eventuali punti di non derivabilità.

- (4) (5,5 punti) Determinare il dominio della seguente funzione e disegnarlo nel piano cartesiano:

$$f(x, y) = \log \left(\frac{x^2 - y}{y - |x|} \right).$$

Determinare inoltre l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $P = (2, 3, f(2, 3))$.

MATRICOLA..... COGNOME E NOME

TEORIA (12 punti)

- (1) (Per funzioni di una variabile reale) Dare la definizione di funzione derivabile in un punto ed enunciare e dimostrare il Teorema di caratterizzazione.
- (2) Enunciare e dimostrare il II Teorema fondamentale del calcolo integrale.

Prova scritta di Analisi Matematica

Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche - CESENA - A.A. 2023/24

21/12/2023

MATRICOLA..... COGNOME E NOME

Non è consentito l'uso di libri, appunti e calcolatrici.

- (1) (4,5 punti) Determinare il seguente limite di successione, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{\frac{1}{n}} 8^n}{n^{\frac{n}{3}}} \cdot \frac{\sqrt[3]{(n+1)^n}}{(e^{\alpha+2})^{3n}}.$$

- (2) (4,5 punti) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{x+2}(x+\sqrt{x+2}+4)}$$

- (3) (5,5 punti) Studiare la seguente funzione e disegnarne un grafico qualitativo

$$f(x) = e^{\frac{\sqrt{x+3}}{|x-2|}}$$

Determinare in particolare:

- Dominio
- Limiti negli estremi del dominio
- Intervalli di monotonia
- $\sup f$ e $\inf f$ ed eventuali punti di massimo/minimo locali/assoluti
- Eventuali punti di non derivabilità.

- (4) (5,5 punti) Determinare il dominio della seguente funzione e disegnarlo nel piano cartesiano:

$$f(x, y) = \log \left(\frac{|x| - y}{y - x^2} \right).$$

Determinare inoltre l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $P = (2, 3, f(2, 3))$.

MATRICOLA..... COGNOME E NOME

TEORIA (12 punti)

- (1) (Per funzioni di una variabile reale) Dare la definizione di funzione monotona ed enunciare e dimostrare il Test di monotonia.
- (2) Enunciare e dimostrare il Teorema di integrazione per parti.