

# SCOMPOSIZIONE DI UN POLINOMIO IN FATTORI

## Esercizi risolti e guidati



### Esercizi risolti e guidati

#### Raccoglimento a fattore comune

$$1 \quad \frac{7}{2}ax + \frac{7}{4}bx = \frac{7}{2}x\left(a + \frac{1}{2}b\right).$$

Fattore comune:  $\frac{7}{2}x$

$$2 \quad -\frac{1}{2}a^3b - \frac{3}{2}a^2b^2 - \frac{1}{2}ab^3 = -\frac{1}{2}ab(a^2 + 3ab + b^2).$$

Fattore comune:  $-\frac{1}{2}ab$ .

$$3 \quad 5a^4b + 5a^2b^3 + 5ab^2 = 5ab(a^3 + ab^2 + b).$$

Fattore comune:  $5ab$ .

$$4 \quad 3x^2y^3 + \frac{3}{2}xy^4 + \frac{1}{2}xyz^2 = \frac{xy}{2} \cdot (6xy^2 + 3y^3 + z^2).$$

Fattore comune:  $\frac{xy}{2}$

$$5 \quad 3x^3 + 3xy^2 + 2x^2y + 2y^3 + x^2z + y^2z = \\ = 3x(x^2 + y^2) + 2y(x^2 + y^2) + z(x^2 + y^2) = (x^2 + y^2) \cdot (3x + 2y + z).$$

Fattore comune:  $3x, 2y, z;$   
poi  $(x^2 + y^2)$ .

$$6 \quad 2a^2 + 3ab + ac + 2ab^2 + 3b^3 + b^2c + 2ac + 3bc + c^2 = \\ = a(2a + 3b + c) + b^2(2a + 3b + c) + c(2a + 3b + c) = \\ = (2a + 3b + c)(a + b^2 + c).$$

Fattore comune:  $a, b^2, c;$   
poi  $(2a + 3b + c)$ .

$$7 \quad \frac{1}{2}ax - \frac{1}{2}bz + \frac{1}{2}bx - \frac{1}{2}az + \frac{5}{2}ay + \frac{5}{2}by = \\ = \frac{1}{2}(ax - bz + bx - az + 5ay + 5by) = \\ = \frac{1}{2}[x(a + b) - z(a + b) + 5y(a + b)] = \\ = \frac{1}{2}(a + b)(x - z + 5y).$$

Fattore comune:  $\frac{1}{2};$   
poi  $x, -z, 5y$ , infine ...

$$8 \quad x^2 - xy + xz - x - xt + yt - zt + t = x(x - y) + x(z - 1) - t(x - y) - t(z - 1) = \\ = (x - y) \cdot (x - t) + (z - 1) \cdot (x - t) = (x - t)(x - y + z - 1).$$

Fattore comune:  $x, t,$   
poi ...

$$9 \quad a^{n+1} + ab^m + a^n b + b^{m+1} = a^n(a + b) + b^m(a + b) = \\ = (a + b)(a^n + b^m).$$

Fattore comune:  $a^n$  e  $b^m,$   
poi ...

$$10 \quad x^{n+2} - y^{m+2} - x^2y^m + x^ny^2 = x^n(x^2 + y^2) - y^m(x^2 + y^2) = \\ = (x^2 + y^2)(x^n - y^m).$$

Fattore comune:  $x^n$  e  $-y^m,$   
poi ...

$$11 \quad a(a - b) - (b - a)^2 = a(a - b) - (a - b)^2 = (a - b)(a - a + b) = \\ = b(a - b).$$

Fattore comune:  $a - b,$

# SCOMPOSIZIONE DI UN POLINOMIO IN FATTORI

## Esercizi risolti e guidati

### Differenza di quadrati

$$\boxed{12} \quad \frac{1}{4}x^2 - a^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - (a)^2 = \left(\frac{1}{2}x + a\right)\left(\frac{1}{2}x - a\right).$$

$$\boxed{13} \quad \frac{1}{9}y^4 - 16 = \left(\frac{1}{3}y^2\right)^2 - (4)^2 = \left(\frac{1}{3}y^2 + 4\right)\left(\frac{1}{3}y^2 - 4\right).$$

$$\boxed{14} \quad 9z^8 - 25t^2 = (3z^4)^2 - (5t)^2 = (3z^4 + 5t)(3z^4 - 5t).$$

$$\boxed{15} \quad (a-b)^2 - (x-y)^2 = [(a-b) + (x-y)] \cdot [(a-b) - (x-y)] = (a-b+x-y) \cdot (a-b-x+y).$$

$$\boxed{16} \quad (x+y)^2 - (4)^2 = [(x+y) + 4] \cdot [(x+y) - 4] = (x+y+4)(x+y-4).$$

$$\boxed{17} \quad 2ax^4 - 2ax^2y^2 - 8ay^4 + 8axy^3 = 2a(x^4 - x^2y^2 - 4y^4 + 4xy^3) = 2a[(x^4 - x^2y^2) + (-4y^4 + 4xy^3)] = \\ = 2a[x^2(x^2 - y^2) + 4y^3(-y + x)] = 2a[x^2(x-y)(x+y) + 4y^3(x-y)] = 2a(x-y)(x^3 + x^2y + 4y^3).$$

### Quadrato della somma (differenza) di due termini

$$\boxed{18} \quad 25m^2 + 20mn + 4n^2 = (5m)^2 + 2 \cdot (5m) \cdot (2n) + (2n)^2 = (5m + 2n)^2.$$

$$\boxed{19} \quad \frac{9}{4}x^4 + 12x^2y + 16y^2 = \left(\frac{3}{2}x^2\right)^2 + 2\left(\frac{3}{2}x^2\right) \cdot (4y) + (4y)^2 = \left(\frac{3}{2}x^2 + 4y\right)^2.$$

$$\boxed{20} \quad \frac{1}{9}x^4 + 1 - \frac{2}{3}x^2 = \left(\frac{1}{3}x^2\right)^2 + 1 - 2\left(\frac{1}{3}x^2\right) \cdot 1 = \left(\frac{1}{3}x^2 - 1\right)^2.$$

$$\boxed{21} \quad \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{9}y^2 - \frac{1}{3}xy = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + \left(\frac{1}{3}y\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}x\right)\left(\frac{1}{3}y\right) = \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right)^2.$$

$$\boxed{22} \quad x^{2m} - 2x^m y^n + y^{2n} = (x^m)^2 - 2(x^m)(y^n) + (y^n)^2 = (x^m - y^n)^2.$$

$$\boxed{23} \quad x^8 + y^8 - 2x^4 y^4 = (x^4)^2 - 2x^4 y^4 + (y^4)^2 = (x^4 - y^4)^2 = (x^2 - y^2)^2 (x^2 + y^2)^2 = \\ = (x - y)^2 (x + y)^2 (x^2 + y^2)^2.$$

$$\boxed{24} \quad 36a^5 y^7 + 4a^7 y^5 - 24a^6 y^6 = 4a^5 y^5 (9y^2 + a^2 - 6ay)^2 = 4a^5 y^5 (3y - a)^2.$$

$$\boxed{25} \quad a^5 y^2 + 6a^3 y + 9a = a(a^4 y^2 + 6a^2 y + 9) = a(a^2 y + 3)^2.$$

$$\boxed{26} \quad 2a^3 - 4a^2 + 2a = 2a(a^2 - 2a + 1) = 2a(a - 1)^2.$$

$$\boxed{27} \quad 125x^{2n} - 25x^n + \frac{5}{4} = 5\left(25x^{2n} - 5x^n + \frac{1}{4}\right) = 5\left(5x^n - \frac{1}{2}\right)^2.$$

### Quadrati della somma di più termini

$$\boxed{28} \quad x^4 + y^2 + 1 + 2x^2 y - 2x^2 - 2y = (x^2)^2 + (y)^2 + (1)^2 + 2(x^2) \cdot y - 2x^2 \cdot 1 - 2 \cdot 1 \cdot y = (x + y - 1)^2.$$

$$\boxed{29} \quad x^2 + 9y^2 + 4 - 6xy + 4x - 12y = (x)^2 + (-3y)^2 + (2)^2 + 2(x)(-3y) + 2(x) \cdot (2) + 2 \cdot (-3y) \cdot (2) = \\ = (x - 3y + 2)^2.$$

# SCOMPOSIZIONE DI UN POLINOMIO IN FATTORI

## Esercizi risolti e guidati

$$\boxed{30} \quad a^2 + b^2 + 4 + 2ab + 4a + 4b = (a)^2 + (b)^2 + (2)^2 + 2(a)(b) + 2(a)(2) + 2(b) \cdot (2) = (a + b + 2)^2.$$

### Cubo della somma (differenza) di due termini

$$\boxed{31} \quad 8a^3 + 12a^2x + 6ax^2 + x^3 = (2a)^3 + 3(2a)^2x + 3(2a)(x^2) + (x)^3 = (2a + x)^3.$$

$$\boxed{32} \quad a^6 - 9a^5b + 27a^4b^2 - 27a^3b^3 = (a^2)^3 + 3(a^2)^2 \cdot (-3ab) + 3(a^2)(-3ab)^2 + (-3ab)^3 = (a^2 - 3ab)^3 = [a(a - 3b)]^3 = a^3(a - 3b)^3.$$

$$\boxed{33} \quad x^3 - x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{27} = (x)^3 + 3(x)^2\left(-\frac{1}{3}\right) + 3(x)\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = \left(x - \frac{1}{3}\right)^3.$$

$$\boxed{34} \quad (a - b)^3 - 3(a - b)^2c + 3(a - b)c^2 - c^3 = (a - b - c)^3.$$

$$\boxed{35} \quad \frac{x^3}{8} + \frac{y^3}{64} + \frac{3x^2y}{16} + \frac{3xy^2}{32} = \frac{1}{8} \left( x^3 + \frac{y^3}{8} + \frac{3}{2}x^2y + \frac{3}{4}xy^2 \right) = \frac{1}{8} \left( x + \frac{y}{2} \right)^3.$$

$$\boxed{36} \quad 3x^4y - 18x^3y^2 + 36x^2y^3 - 24xy^4 = 3xy(x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3) = 3xy(x - 2y)^3.$$

$$\boxed{37} \quad 8x^3y^3 - 36x^2y^3c + 54xy^3c^2 - 27y^3c^3 = y^3(8x^3 - 36x^2c + 54xc^2 - 27c^3) = y^3(2x - 3c)^3.$$

### Somme e differenze di cubi

$$\boxed{38} \quad 64a^3b^6 - z^{12} = (4ab^2)^3 - (z^4)^3 = (4ab^2 - z^4)(16a^2b^4 + 4ab^2z^4 + z^8).$$

$$\boxed{39} \quad 125t^3 + k^9 = (5t)^3 + (k^3)^3 = (5t + k^3)(25t^2 - 5tk^3 + k^6).$$

$$\boxed{40} \quad a^9 + b^9 = (a^3)^3 + (b^3)^3 = (a^3 + b^3)(a^6 - a^3b^3 + b^6) = (a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^6 - a^3b^3 + b^6).$$

$$\begin{aligned} \boxed{41} \quad a^2 - b^2 - (b^6 - a^6) &= \\ &= a^2 - b^2 + (a^6 - b^6) = a^2 - b^2 + (a^3)^2 - (b^3)^2 = \\ &= (a - b)(a + b) + (a^3 - b^3)(a^3 + b^3) = \\ &= (a - b)(a + b) + (a - b)(a^2 + ab + b^2)(a + b)(a^2 - ab + b^2) = \\ &= (a - b)(a + b)[1 + (a^2 + b^2)^2 - a^2b^2] = (a - b)(a + b)(1 + a^4 + b^4 + 2a^2b^2 - a^2b^2) = \\ &= (a - b)(a + b)(a^4 + b^4 + a^2b^2 + 1). \end{aligned}$$

Oppure:

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 + (a^2)^3 - (b^2)^3 &= (a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)(a^4 + a^2b^2 + b^4) = (a^2 - b^2)(1 + a^4 + a^2b^2 + b^4) = \\ &= (a - b)(a + b)(a^4 + b^4 + a^2b^2 + 1). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boxed{42} \quad 2(x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3) - 16z^3 &= 2[(x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3) - 8z^3] = \\ &= 2[(x + y)^3 - (2z)^3] = 2(x + y - 2z)(x^2 + y^2 + 2xy - 2xz - 2yz + 4z^2). \end{aligned}$$

### Trinomio notevole

$$\boxed{43} \quad \text{Scomporre il seguente trinomio: } x^2 - 7x + 12.$$

Cerchiamo una coppia di valori che abbiano prodotto  $p = +12$  e somma  $s = -7$ . Abbiamo che:

$p = 12 \Rightarrow$  concordi;  $s = -7 \Rightarrow$  concordi negativi.

$$x_1 = -3; \quad x_2 = -4 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4).$$

# SCOMPOSIZIONE DI UN POLINOMIO IN FATTORI

## Esercizi risolti e guidati

**44**  $x^4 - x^2 - 20$ .

Si ha:

$$p = -20 \Rightarrow \text{discordi}; \quad s = -1 \Rightarrow \text{il maggiore è negativo.}$$

$$x_1 = -5; \quad x_2 = +4 \Rightarrow x^4 - x^2 - 20 = (x^2 - 5)(x^2 + 4).$$

**45**  $5x^2 - 18x - 8$ .

Cerchiamo una coppia di valori che abbiano prodotto  $p = 5 \cdot (-8) = -40$  e somma  $s = -18$ . Si ha:

$$p = -40 \Rightarrow \text{discordi}; \quad s = -18 \Rightarrow \text{il maggiore è negativo.}$$

$$x_1 = -20; \quad x_2 = 2 \Rightarrow \underbrace{5x^2 - 20x + 2x - 8}_{-18x} = 5x(x - 4) + 2(x - 4) = (5x + 2)(x - 4).$$

### Uso del teorema e della regola di RUFFINI

Per poter applicare il teorema e la regola di RUFFINI, occorre ricordare quanto segue.

- Il polinomio  $A(x)$  è divisibile per  $(x - c)$  se  $A(c) = 0$ .

In questo caso, si dice che il numero  $c$  è uno **zero** del polinomio  $A(x)$ .

- Gli eventuali **zeri razionali** di un polinomio a coefficienti interi vanno cercati fra i numeri del tipo  $\pm \frac{p}{q}$ , dove  $p$  è un divisore del termine noto e  $q$  è un divisore del coefficiente del termine di grado massimo.
- Dopo aver eseguito la divisione  $A(x) : (x - c) = Q(x)$ , si ha:  $A(x) = (x - c) \cdot Q(x)$ .

Applicando la regola di RUFFINI, fattorizzare i seguenti polinomi.

**46**  $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 2x + 6$ .

Applichiamo il teorema del resto ai divisori interi del termine noto 6:

$$P(1) = 1 + 2 - 7 - 2 + 6 = 0 \rightarrow \text{divisibile per } (x - 1)$$

$$P(-1) = 1 - 2 - 7 + 2 + 6 = 0 \rightarrow \text{divisibile per } (x + 1)$$

$$P(-2) = 16 - 16 - 28 + 4 + 6 \neq 0$$

$$P(2) = 16 + 16 - 28 - 4 + 6 \neq 0$$

$$P(3) = 81 + 54 - 63 - 6 + 6 \neq 0$$

$$P(-3) = 81 - 54 - 63 + 6 + 6 \neq 0$$

|    |   |    |    |    |    |
|----|---|----|----|----|----|
|    | 1 | 2  | -7 | -2 | 6  |
| 1  |   | 1  | 3  | -4 | -6 |
|    | 1 | 3  | -4 | -6 | 0  |
| -1 |   | -1 | -2 | +6 |    |
|    | 1 | 2  | -6 | 0  |    |

$$(x - 1)(x^3 + 3x^2 - 4x - 6)$$

$$(x + 1)(x - 1)(x^2 + 2x - 6)$$

Fattorizzazione del polinomio dato

# SCOMPOSIZIONE DI UN POLINOMIO IN FATTORI

## Esercizi proposti



### Esercizi proposti

#### Raccoglimento a fattore comune

- |                                       |                     |                           |                           |
|---------------------------------------|---------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1. $16a - 8.$                         | $[8(2a - 1)]$       | 2. $6x - 12y + 18.$       | $[6(x - 2y + 3)]$         |
| 3. $3a^2b - 7ab + 5ab^2$              | $[ab(3a - 7 + 5b)]$ | 4. $axz - ayz + az.$      | $[az(x - y + 1)]$         |
| 5. $m(x + y) + n(x + y).$             | $[(x + y)(m + n)]$  | 6. $(x + y)^2 - (x + y).$ | $[(x + y)(x + y - 1)]$    |
| 7. $10ax^2 + 2bx^2 + 20ay^2 + 4by^2.$ |                     |                           | $[2(5a + b)(x^2 + 2y^2)]$ |
| 8. $8ax - 4ay + 12bx - 6by.$          |                     |                           | $[2(2x - y)(2a + 3b)]$    |
| 9. $10ax^2 - 2bx^2 + 30ay^2 - 6by^2.$ |                     |                           | $[2(5a - b)(x^2 + 3y^2)]$ |
| 10. $5ax + 2ay - 5bx - 2by.$          |                     |                           | $[(5x + 2y)(a - b)]$      |
| 11. $7x^3y - 7x^3 - y + 1.$           |                     |                           | $[(7x^3 - 1)(y - 1)]$     |
| 12. $3x^4 - 3x^3 - 5x + 5.$           |                     |                           | $[[3x^3 - 5](x - 1)]$     |
| 13. $9x^4 - 9x^3 + 7x - 7.$           |                     |                           | $[(9x^3 + 7)(x - 1)]$     |
| 14. $ax + bx + 5a + 5b.$              |                     |                           | $[(a + b)(x + 5)]$        |
| 15. $k^3 + k^2 + k + 1.$              |                     |                           | $[(k + 1)(k^2 + 1)]$      |
| 16. $x^3 + x^2 - xy - y.$             |                     |                           | $[(x + 1)(x^2 - y)]$      |
| 17. $ay - y^2 - az + yz.$             |                     |                           | $[(a - y)(y - z)]$        |
| 18. $a^2b^2 + 1 + a^2 + b^2.$         |                     |                           | $[(a^2 + 1)(b^2 + 1)]$    |
| 19. $ax + bx - ay - by + a + b.$      |                     |                           | $[(a + b)(x - y + 1)]$    |

# SCOMPOSIZIONE DI UN POLINOMIO IN FATTORI

## Esercizi proposti

### Differenza dei quadrati di due termini

20.  $256x^8 - 6.561.$   $[(2x - 3)(2x + 3)(4x^2 + 9)(16x^4 + 81)]$
21.  $x^6 - y^6.$   $[(x + y)(x - y)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)]$
22.  $1 - x^8.$   $[(1 + x^4)(1 + x^2)(1 + x)(1 - x)]$
23.  $36x^6 - 25y^8.$   $[(6x^3 + 5y^4)(6x^3 - 5y^4)]$
24.  $\frac{9}{25}a^4b^6 - 4.$   $\left[\left(\frac{3}{5}a^2b^3 - 2\right)\left(\frac{3}{5}a^2b^3 + 2\right)\right]$
25.  $x^{2m+2} - y^{2m-2}.$   $[(x^{m+1} + y^{m-1})(x^{m+1} - y^{m-1})]$
26.  $x^{2m} - y^{2n}.$   $[(x^m + y^n)(x^m - y^n)]$
27.  $4x^6 - y^6.$   $[(2x^3 - y^3)(2x^3 + y^3)]$
28.  $81a^4 - b^4.$   $[(9a^2 + b^2)(3a + b)(3a - b)]$
29.  $16x^4 - y^4.$   $[(2x + y)(2x - y)(4x^2 + y^2)]$
30.  $a^8 - 1.$   $[(a + 1)(a^2 + 1)(a - 1)(a^4 + 1)]$
31.  $9x^5 - 144a^4x.$   $[9x(x^2 + 4a^2)(x + 2a)(x - 2a)]$
32.  $(xy - 1)^2 - (x - y)^2.$   $[(x + 1)(x - 1)(y + 1)(y - 1)]$

### Quadrato della somma (differenza) di due termini

33.  $25x^2 + 16 - 40x.$   $[(5x - 4)^2]$
34.  $\frac{9}{4}x^4 - 6x^3y^3 + 4x^2y^6.$   $\left[x^2\left(\frac{3}{2}x - 2y^3\right)^2\right]$
35.  $x^{2m} - 2x^m y^n + y^{2n}.$   $[(x^m - y^n)^2]$
36.  $x^2y^2 + a^2 - 2axy.$   $[(xy - a)^2]$
37.  $9x^3 - 12x^2z + 4xz^2.$   $[x(3x - 2z)^2]$
38.  $36a^5y^7 + 4a^7y^5 - 24a^6y^6.$   $[4a^5y^5(3y - a)^2]$
39.  $a^5y^2 + 6a^3y + 9a.$   $[a(a^2y + 3)^2]$
40.  $2a^3 - 4a^2 + 2a.$   $[2a(a - 1)^2]$
41.  $\frac{16}{25}x^2y^2 - \frac{8}{15}xyz + \frac{1}{9}z^2.$   $\left[\left(\frac{4}{5}xy - \frac{1}{3}z\right)^2\right]$
42.  $9x^3 - 12x^2y + 4xy^2.$   $[x(3x - 2y)^2]$
43.  $x^{2n} - x^n + \frac{1}{4}.$   $\left[\left(x^n - \frac{1}{2}\right)^2\right]$

# SCOMPOSIZIONE DI UN POLINOMIO IN FATTORI

## Esercizi proposti

### Quadrato della somma di più termini

44.  $9x^2 + 4y^2 + z^2 + 12xy - 6xz - 4yz.$   $[(3x + 2y - z)^2]$

45.  $b^4 - 2b^3 + b^2 + 1 + 2b^2 - 2b.$   $[(b^2 - b + 1)^2]$

46.  $4c^2 + b^2 + a^2 + 2ab - 4ac - 4bc.$   $[(a + b - 2c)^2]$

### Cubo della somma (differenza) di due termini

47.  $3x^4y - 18x^3y^2 + 36x^2y^3 - 24xy^4.$   $[3xy(x - 2y)^3]$

48.  $8a^3 + 60a^2b + 150ab^2 + 125b^3.$   $[(2a + 5b)^3]$

49.  $a^{3n}x^{3(m+1)} - 9a^{2n}b^{2m}x^{2(m+1)} + 27a^n b^{4m}x^{m+1} - 27b^{6m}.$   $[(a^n x^{m+1} - 3b^{2m})^3]$

50.  $\frac{x^3}{8} + \frac{y^3}{64} + \frac{3x^2y}{16} + \frac{3xy^2}{32}.$   $\left[\frac{1}{8}\left(x + \frac{y}{2}\right)^3\right]$

51.  $\frac{8}{27}a^3 - 2a^2b + \frac{9}{2}ab^2 - \frac{27}{8}b^3.$   $\left[\left(\frac{2}{3}a - \frac{3}{2}b\right)^3\right]$

### Somme e differenze di cubi

52.  $x^3 - y^3;$   $8a^3 - 27b^3.$   $[(x - y)(x^2 + xy + y^2); (2a - 3b)(4a^2 + 6ab + 9b^2)]$

53.  $125x^3 + y^3;$   $x^7 - 125x.$   $[(5x + y)(25x^2 - 5xy + y^2); x(x^2 - 5)(x^4 + 5x^2 + 25)]$

54.  $9a^2 - 72a^2b^3;$   $7x^5 - 7x^2b^3.$   $[9a^2(1 - 2b)(1 + 2b + 4b^2); 7x^2(x - b)(x^2 + xb + b^2)]$

55.  $3y^5 - 81y^2;$   $x^3y - 27y.$   $[3y^2(y - 3)(y^2 + 3y + 9); y(x - 3)(x^2 + 3x + 9)]$

### Trinomio notevole

56.  $a^2 + 12a + 32.$   $[(a + 4)(a + 8)]$

57.  $x^2 - 5x - 6.$   $[(x + 1)(x - 6)]$

58.  $a^4 + 7a^2 + 12.$   $[(a^2 + 3)(a^2 + 4)]$

59.  $x^2 - 5xy + 6y^2.$   $[(x - 3y)(x - 2y)]$

60.  $x^2 - xy - 30y^2.$   $[(x - 6y)(x + 5y)]$

61.  $x^2 + 8xy - 20y^2.$   $[(x + 10y)(x - 2y)]$

62.  $x^2 - (a + 2)x + a + 1.$   $[(x - 1)(x - a - 1)]$

### Regola di RUFFINI

63.  $2a^4 - 5a^2 + 2a + 1.$   $[(a - 1)^2(2a^2 + 4a + 1)]$

64.  $y^5 - 19y^4 + 114y^3 - 238y^2 + 205y - 63.$   $[(y - 1)^3(y - 7)(y - 9)]$

65.  $2a^7 - 26a^6 + 68a^5 + 126a^4 - 98a^3.$   $[2a^3(a - 7)^2(a^2 + a - 1)]$