

Verifica di Matematica 4/1/2024

Esercizio 1 (Limiti forme indeterminate):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2}$$

$$[\text{Soluzione: } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2} = \infty]$$

Esercizio 2 (Limiti forme indeterminate):

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - 2}$$

$$[\text{Soluzione: } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{\sqrt{x}+2} = \frac{4}{3}]$$

Esercizio 3 (Studio di Funzione):

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + 4}{x^2 + 3x + 2}$$

$$[\text{Soluzione: } x \neq -1, -2, \text{ Asintoti Verticali : } x = -1, x = -2, \text{ Asintoti Obliqui : } y = x - 1, \text{ Massimi : } (-\frac{1}{2}, \frac{15}{4}), \text{ Minimi : } (\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})]$$

Esercizio 4 (Studio di Funzione):

$$f(x) = 3x^2 - 6x + 2$$

$$[\text{Soluzione: } \text{Asintoti Verticali : Nessuno, Asintoti Orizzontali : Nessuno, Massimi : } (1, -1), \text{ Minimi : } (1, -5), \text{ Punti di Flesso : Nessuno}]$$

Esercizio 5 (Integrali Indefiniti):

$$\int e^x \sin x dx$$

$$[\text{Soluzione: } \int e^x \sin x dx = \frac{1}{2}(e^x \sin x - e^x \cos x) + C]$$

Esercizio 6 (Integrali Indefiniti):

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx$$

[Soluzione: $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C$]

Esercizio 7 (Calcolo Area con Integrali):

$$\int_{-1}^1 e^x + 2x dx$$

[Soluzione: $e + 3$]

Esercizio 8 (Calcolo Area con Integrali):

Calcola l'area sottesa alla curva $g(x) = 4 - x^2$ nell'intervallo $[-2, 2]$

[Soluzione: $\frac{32}{3}$]

Esercizio 9 (Integrali Casi Particolari):

$$\int \sqrt{x^2 - 1} dx$$

[Soluzione: $\int \sqrt{x^2 - 1} dx = \int \sinh^2(t) dt$ (con $x = \cosh(t)$) $= x\sqrt{x^2 - 1} - \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 1}} dx$ (per parti) $= x\sqrt{x^2 - 1} - \int \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x^2 - 1}} dx + \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} dx = \frac{1}{2}(x\sqrt{x^2 - 1} - \log \sqrt{x^2 - 1} + x) + C$]

Esercizio 10 (Integrali Casi Particolari):

$$\int \sqrt{1 - x^2} dx$$

[Soluzione: $\int \sqrt{1 - x^2} dx = \int \sin^2(t) dt$ (con $x = \sin(t)$) $= \frac{1}{2}(\sqrt{1 - x^2} + \arcsin x) + C$]