

ESERCIZI SU ESTREMI SUPERIORE ED INFERIORE, INSIEMI APERTI,

CHIUSI E PUNTI DI FRONTIERA

Esercizio 1: Siano dati gli insiemi:

$$A = \{2^n, n \in \mathbb{Z}\}$$

$$D = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x+2}{x^2-1} \geq 1\right\}$$

$$B = \left\{\frac{n}{1+n^2}, n \in \mathbb{N}\right\}$$

$$E = \left\{x \in [0, 2\pi] : \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} \leq \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}\right\}$$

$$C = \left\{\frac{n}{1+n^2}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\right\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{Q} \cap [3, \sqrt{5}]\}$$

Per ciascuno di essi:

- i) stabilire se sono limitati, limitati superiormente, limitati inferiormente
- ii) il valore dei rispettivi estremi superiore ed inferiore
- iii) in quali casi estremo superiore o inferiore sono rispettivamente massimo e minimo

Esercizio 2: Per ciascuno degli insiemi A, B, C, D, E, F dell'esercizio

precedente determinare, se ce ne sono, i punti di accumulazione.

Determinare inoltre quali di essi sono aperti o chiusi; scrivere le rispettive chiusure e i rispettivi interni.

Determinare i punti di frontiera di ciascun insieme.

Esercizio 3: Calcolare il valore delle somme seguenti:

$$a) \sum_{i=1}^N (2i+1)$$

$$c) \sum_{n=0}^N (2n)^2$$

$$e) \sum_{n=1}^N (-1)^n i^n$$

$$b) \sum_{n=0}^N (2i+1)^2$$

$$d) \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$$

$$f) \sum_{i=1}^N (-1)^i i^2$$