Funzione integrale

1) Sia $F(x) = 1 + \int_2^z \cos(t^2 - 4)\, dt$ $\qquad g(x) = 2x^3 - x + 2$

Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $F \circ g$ in $x = 0$.

2) Sia f derivabile in R, tangente nel punto di ascissa $x_0 = 1$ alla retta $y = 3x - 3$.
Verificare che la funzione $F(x) = \int_1^x f(t)\, dt$ ha nel punto $x_0 = 1$ un estremante e precisarne la natura.

3) Si verifichi che la funzione $F(x) = \int_1^x e^{2t - t^2}\, dt - 1$ e' invertibile**.** Detta G la sua inversa si scriva l'equazione della retta tangente al grafico di G nel punto $y_0 = -1$.

4) Determinare dominio, estremanti e limite per $x \to +\infty$ della funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{t^2 - 5t + 6}{t^3 \ln(t+1)}\, dt$$

5) Determinare intervalli di monotonia ed estremanti della funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^{4-t}(t-1)}{\sqrt{t^2 + 4}}\, dt$$

6) Scrivere il polinomio di Taylor arrestato all'ordine 3, nel punto $x_0 = 1$ della funzione

$$F(x) = \int_1^x (1 - e^{(t-1)^3}\, dt$$

7) Sia f continua in R e infinitesima per $x \to +\infty$, si dimostri che $\lim_{x \to +\infty} \int_x^{x+1} f(t)\, dt = 0$

(Suggerimento: usare il teorema della media integrale)

8) Sia F una primitiva di $f(x) = x \ln x$ tale che $F(1) = 119$ .Calcolare $F(2)$.

9) Sia $F(x) = \int_2^{+\infty} \frac{1}{\ln^3(e^x + 1)}\, dx$. Verificare se esiste finito il $\lim_{x \to +\infty} F(x)$.