

# Verifica di Matematica 10/1/2024

## Esercizio 1 (Integrali Casi Particolari):

$$\int \sqrt{9-x^2} dx$$

$$[ \text{Soluzione: } \int \sqrt{9-x^2} dx = \int 3 \sin^2(t) dt \text{ (con } x = 3 \sin(t)) = \frac{1}{2}(\sqrt{9-x^2} + 9 \arcsin \frac{x}{3}) + C ]$$

## Esercizio 2 (Integrali Casi Particolari):

$$\int \sqrt{1-x^2} dx$$

$$[ \text{Soluzione: } \int \sqrt{1-x^2} dx = \int \sin^2(t) dt \text{ (con } x = \sin(t)) = \frac{1}{2}(\sqrt{1-x^2} + \arcsin x) + C ]$$

## Esercizio 3 (Integrali Casi Particolari):

$$\int \sqrt{x^2-1} dx$$

$$[ \text{Soluzione: } \int \sqrt{x^2-1} dx = \int \sinh^2(t) dt \text{ (con } x = \cosh(t)) = x\sqrt{x^2-1} - \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}} dx \text{ (per parti)} = x\sqrt{x^2-1} - \int \frac{x^2-1}{\sqrt{x^2-1}} dx + \int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx = \frac{1}{2}(x\sqrt{x^2-1} - \log \sqrt{x^2-1} + x) + C ]$$

## Esercizio 4 (Integrali Casi Particolari):

$$\int \sqrt{x^2+1} dx$$

$$[ \text{Soluzione: } \int \sqrt{x^2+1} dx = \int \sec^3(t) dt \text{ (con } x = \tan(t)) = x\sqrt{x^2+1} - \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}} dx \text{ (per parti)} = x\sqrt{x^2+1} - \int \frac{x^2+1}{\sqrt{x^2+1}} dx + \int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} dx = \frac{1}{2}(x\sqrt{x^2+1} + \log(x+\sqrt{x^2+1})) + C ]$$

## Esercizio 5 (Integrali Casi Particolari):

$$\int \frac{1}{9x^2-6x+2} dx$$

$$[ \text{Soluzione: } \int \frac{1}{9x^2-6x+2} dx = \int \frac{1}{(3x-1)^2+1} dx = \frac{1}{3} \arctan(3x-1) + C ]$$

## Esercizio 6 (Integrali Indefiniti):

$$\int \frac{x^2}{1+x^2} dx$$

$$[ \textit{Soluzione: } \int \frac{x^2}{1+x^2} dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \arctan x + C ]$$

**Esercizio 7 (Integrali Indefiniti):**

$$\int \frac{1}{x^2+1} dx$$

$$[ \textit{Soluzione: } \int \frac{1}{x^2+1} dx = \arctan x + C ]$$