1. Siano $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Determinare:
   (a) $A \cap B \cap C$; (c) $A \cup (B \cap C)$; (e) $A - (B - C)$;
   (b) $(A \cup B) \cap C$; (d) $(A - B) - C$; (f) $A \cap (B - C)$.

2. (a) Per ogni $n \in \mathbf{N}$ sia $A_n = \{m \in \mathbf{N} : m \leq n\}$. Determinare $A_4 \cap A_5 \cap A_6 \cap A_7$ e determinare $A_4 \cup A_5 \cup A_6 \cup A_7$.
   (b) Per ogni $n \in \mathbf{N}$ sia $B_n = \{m \in \mathbf{Z} : \text{esiste un } k \in \mathbf{Z} \text{ tale che } m = kn\}$. Determinare $B_4 \cap B_5 \cap B_6$.

3. Costruire tre insiemi A, B, C per cui $A \cap (B \cup C) \neq (A \cap B) \cup C$.

4. Siano A, B sottoinsiemi di un insieme X. È vero che $A^c \cup B^c = (A \cup B)^c$??? Dimostrarlo, o determinare insiemi A, B, X per cui non vale.

5. Siano A, B e C tre sottoinsiemi di X. Dimostrare
   (a) $A \cup B \subset A \cup B \cup C$; (c) $(A - C) \cap (C - B) = \emptyset$;
   (b) $(A - B) - C \subset A - C$; (d) $(B - A) \cup (C - A) = (B \cup C) - A$.

6. (a) Determinare $\mathcal{P}(\emptyset)$, $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))$.
   (b) Determinare $\mathcal{P}(\{0\})$ e $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\{0\}))$.

7. Determinare le seguenti intersezioni infinite $\bigcap_{n \in \mathbf{N}} [-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}]$, $\bigcap_{n \in \mathbf{N}}]-\infty, n]$, $\bigcap_{n \in \mathbf{N}} [n, \infty[$.

8. Determinare le seguenti unioni infinite $\bigcup_{n \in \mathbf{N}} (-\frac{1}{n}, \frac{1}{n})$, $\bigcup_{n \in \mathbf{N}}]-\infty, n]$, $\bigcup_{n \in \mathbf{N}} [n, \infty[$.

9. Siano $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. e $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
   (i) Determinare due funzioni iniettive distinte $f, g: A \to B$. Quante ce ne sono in tutto?
   (i) Determinare due funzioni suriettive distinte $f, g: B \to A$. Ne esistono di iniettive?
   (i) Determinare due funzioni biiettive distinte $f, g: B \to C$. Quante ce ne sono in tutto?

10. Sia $f : \mathbf{N} \longrightarrow \mathbf{N}$, definita da $f(n) = 3n^2$. Determinare se f è iniettiva, suriettiva, biiettiva.

11. Sia $f : \mathbf{Z} \longrightarrow \mathbf{N}$, definita da $f(n) = 3n^2 + 4$. Determinare se f è iniettiva, suriettiva, biiettiva.

12. Costruire una funzione $f : \mathbf{N} \longrightarrow \mathbf{Z}$ tale che
    (a) f è una iniezione ma non una suriezione.
    (b) f è una suriezione ma non una iniezione.

13. Se esiste, costruire una biiezione fra i seguenti insiemi.
    (a) $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{7, 8, 10\}$; (c) $\mathbf{Z}$ e $\{x \in \mathbf{Z} : x \text{ è dispari}\}$; (e) $\mathbf{R}$ e $\mathbf{C}$;
    (b) $A = \{0, 1\}$ e $B = \{1\}$; (d) $\mathbf{R}$ e $\mathbf{R} - \{0\}$; (f) $A = \{a, b\}$ e $\mathcal{P}(A)$.

14. Costruire due insiemi finiti A, B per cui $\mathrm{card(A \cup B)} \neq \mathrm{card(A)} + \mathrm{card(B)}$ e due insiemi finiti C, D per cui $\mathrm{card(C \cup D)} = \mathrm{card(C)} + \mathrm{card(D)}$.

15. Dimostrare i seguenti fatti:
    (a) Sia $A \subset B$ un sottoinsieme di un insieme numerabile. Allora A è finito oppure è numerabile.
    (b) Siano A, B due insiemi numerabili. Allora gli insiemi $A \cup B$ e $A \times B$ sono numerabili.
    (c) Per $k = 1, 2, 3, \ldots$, siano A_k insiemi numerabili. Allora $\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$ è numerabile.

16. Sia $a > -1$. Dimostrare per induzione che $(1 + a)^n \geq 1 + na$, per ogni $n \in \mathbf{N}$.

17. Dimostrare per induzione che $n^3 - n$ è multiplo di 3, per ogni $n \in \mathbf{N}$.

18. Dimostrare per induzione che $n^3 + 3n^2 + 2n$ è multiplo di 6, per ogni $n \in \mathbf{N}$.

19. (i) Dimostrare per induzione che $3^n < n!$ per ogni $n \geq 7$.
    (ii) Trovare $n_0 \in \mathbf{N}$ tale che $4^{n_0} < n_0!$. Dimostrare per induzione che $4^n < n!$ per ogni $n \geq n_0$.

20. Per quali numeri naturali n si ha che $n! \geq n^2$? Dimostrare per induzione la risposta data.

21. Dimostrare per induzione che $1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ per ogni intero $n \geq 1$.

22. Dimostrare per induzione che la somma dei cubi dei primi n numeri pari è uguale a $2n^2(n+1)^2$.

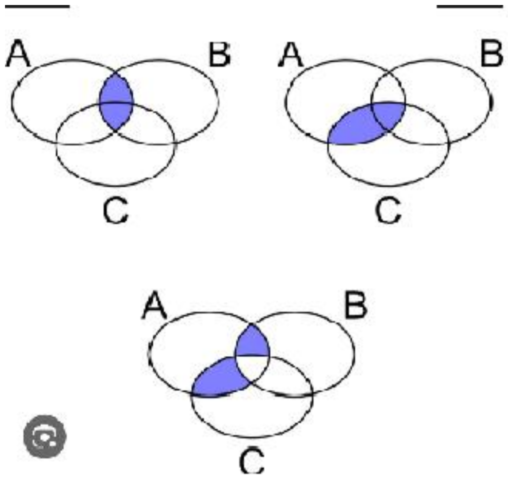
23. (a) Dimostrare per induzione che, per ogni $n \in \mathbf{N}$, risulta $\sum_{i=0}^{n}(4i+1) = (2n+1)(n+1)$.
    (b) Determinare $\sum_{i=0}^{n}(4i+2)$ per ogni $n \in \mathbf{N}$.

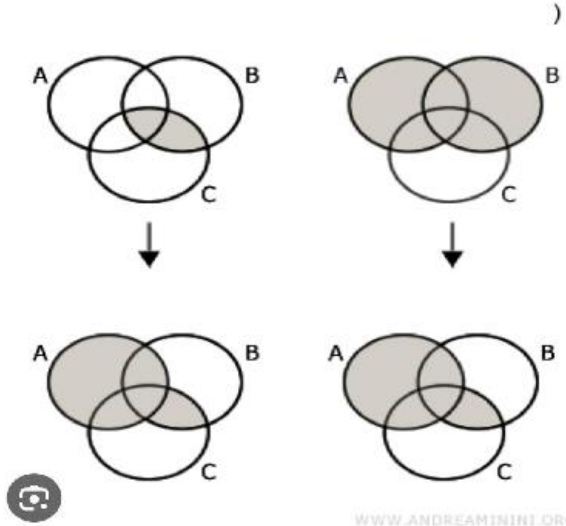
24. Sia $F\colon \mathbf{N} \to \mathbf{R}$ la funzione ricorsiva definita da $F(0) = 1$, $F(n) = F(n-1) + 2$, per $n \geq 1$. Calcolare $F(1)$, $F(2)$, $F(3)$, $F(4)$. Chi sono i numeri $F(n)$?

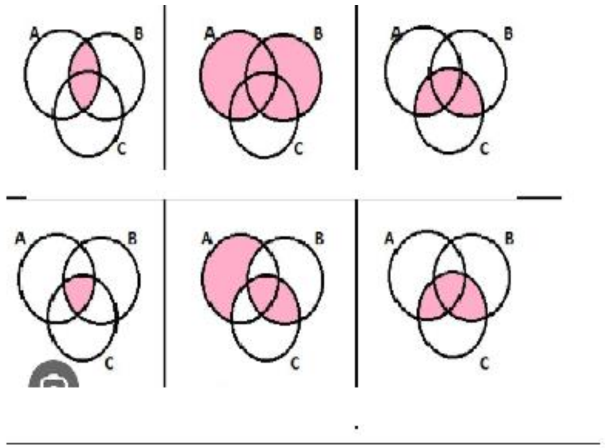
25. Sia $F\colon \mathbf{N} \to \mathbf{R}$ la funzione ricorsiva definita da $F(1) = 1$, $F(n) = n + F(n-1)$, per $n \geq 1$. Calcolare $F(1)$, $F(2)$, $F(3)$, $F(4)$. Dimostrare per induzione che $F(n) = n(n+1)/2$.

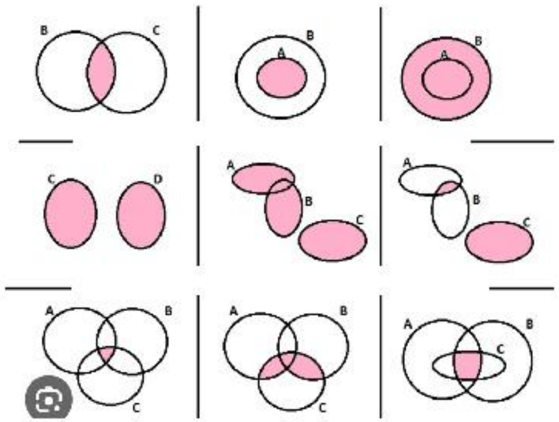
26. Siano $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, ed $F_k = F_{k-2} + F_{k-1}$, per $k \in \mathbf{N}$, $k \geq 2$, i numeri di Fibonacci.
    (i) Dimostrare che $F_1^2 + \ldots + F_n^2 = F_n F_{n+1}$ per ogni $n \geq 1$.
    (ii) Dimostrare per induzione che, per ogni $n \geq 1$, risulta che $\mathrm{mcd}(F_n, F_{n+1}) = 1$.
    (iii) Dimostrare che $F_1 + F_3 + \cdots + F_{2n-1} = F_{2n}$ per ogni $n \geq 1$.

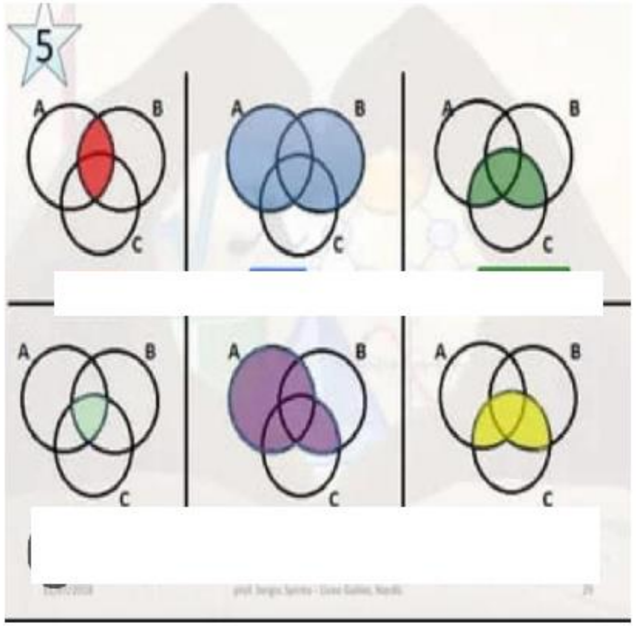
27. Sia $g\colon \mathbf{N} \to \mathbf{R}$ la funzione ricorsiva definita da $g(0) = 2$, $g(1) = 5$ e $g(n) = g(n-2) - g(n-1)$, per $n \geq 2$. Calcolare $g(5)$.

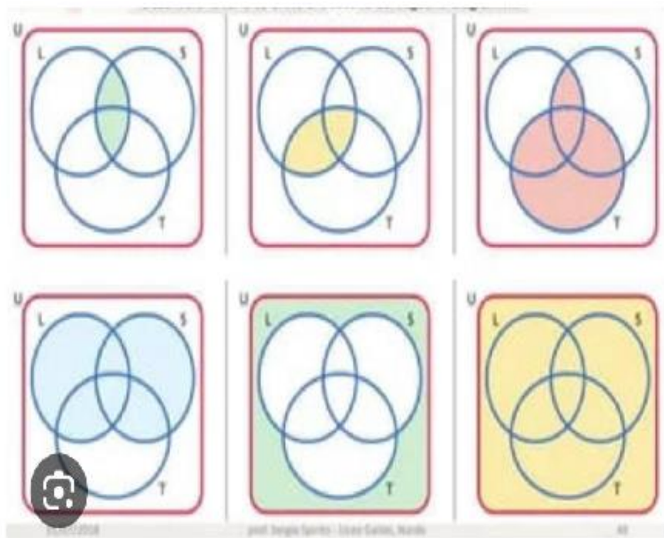

A
B
C

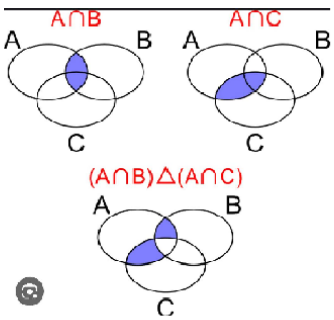

A
B
C
WWW.ANDREAMININI.ORG

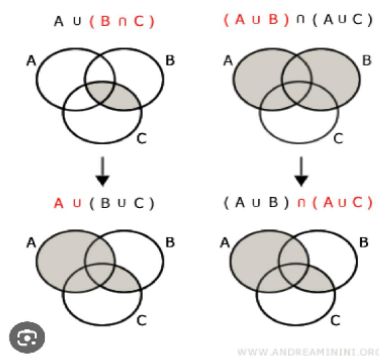

A
B
C

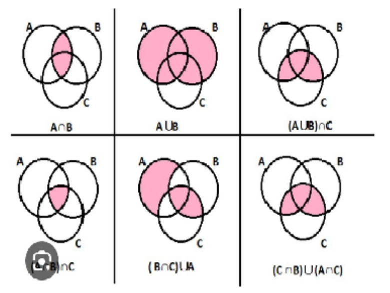

A
B
C
D

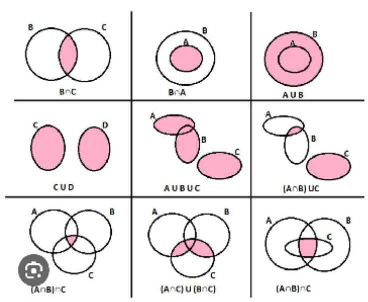

5
A
B
C

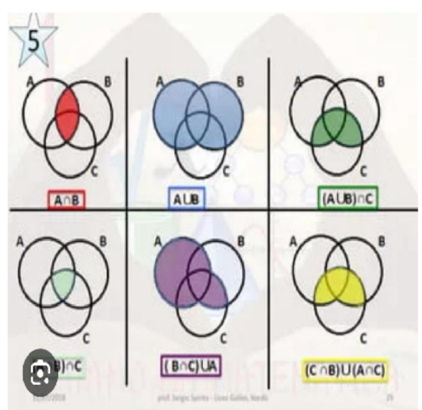

U
L
S
T

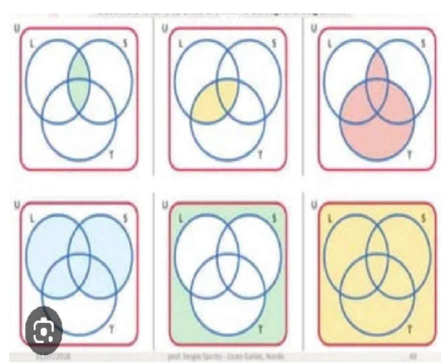

A∩B
A∩C
(A∩B)Δ(A∩C)


A ∪ (B ∩ C)
(A ∪ B) ∩ (A ∪ C)
A ∪ (B ∪ C)
(A ∪ B) ∩ (A ∪ C)
WWW.ANDREAMININI.ORG


A∩B
A∪B
(A∪B)∩C
(B∩C)∪A
(C∩B)∪(A∩C)


B∩C
B∩A
A∪B
C∪D
A∪B∪C
(A∩B)∪C
(A∩B)∩C
(A∩C)∪(B∩C)
(A∩B)∩C


A∩B
A∪B
(A∪B)∩C
(B∩C)∪A
(C∩B)∪(A∩C)



Particolari problemi con gli insiemi

Presentiamo qui alcuni particolari problemi che si possono svolgere utilizzando la teoria degli insiemi, in particolare i diagrammi di Eulero – Venn e le operazioni con gli insiemi.

Esempio 1.- In una classe di Liceo risulta che:

- 17 alunni praticano tennis
- 13 alunni praticano nuoto
- 5 alunni praticano sia il tennis che il nuoto.

Determinare:
1) Quanti sono gli alunni della classe?
2) Quanti sono gli alunni che non praticano nuoto?
3) Quanti alunni praticano solo nuoto?

Risoluzione

Utilizziamo i diagrammi di Eulero-Venn per rappresentare il problema. Pertanto indichiamo con T l'insieme degli alunni che praticano tennis, con N l'insieme degli alunni che praticano nuoto e con $T \cap N$ l'insieme degli alunni che praticano sia nuoto che tennis.
Evidentemente risulta che i tre insieme sono formati dai seguenti elementi:

- T è composto da 17 alunni
- N è composto da 13 alunni

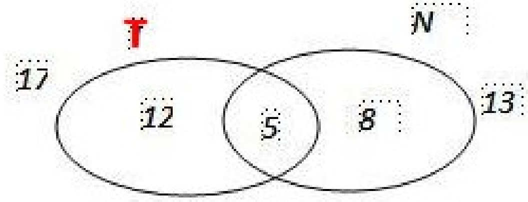


fig. 1

Intendiamo che 12 è il numero degli elementi dell'insieme T – N, mentre 8 è il numero degli elementi dell'insieme N – T.
In base alla rappresentazione fatta possiamo rispondere alle domande del problema.

1) Quanti sono gli alunni della classe? **Risposta: 25.**
Motivazione. Per calcolare gli alunni della classe occorre calcolare il numero di elementi dell'insieme T e N, tenendo conto però che T ed N non sono disgiunti. Si ha:

$$| T \cup N | = | T | + | N | - | T \cap N | = 17 + 13 - 5 = 25$$

2) Quanti sono gli alunni che non praticano nuoto? **Risposta: 12.**
Motivazione. Per calcolare il numero degli alunni che **non** praticano nuoto bisogna calcolare il numero degli alunni che praticano solo tennis, cioè bisogna calcolare il numero degli elementi dell'insieme T – N.

3) Quanti alunni praticano solo nuoto? **Risposta: 8.**
Motivazione. Per calcolare il numero degli alunni che praticano solo nuoto bisogna calcolare il numero degli elementi dell'insieme $N - T$. Si ha:

$$| N - T | = | N | - | T \cap N | = 13 - 5 = 8$$

Esempio 2.- In un insieme di 100 persone 7 hanno visitato sia Mosca sia Praga sia Berlino, 27 hanno visitato almeno Mosca e Praga, 12 hanno visitato almeno Mosca e Berlino, 20 hanno visitato solo Berlino, 52 hanno visitato almeno Mosca, 45 hanno visitato almeno Berlino, 3 non hanno visitato nessuna delle 3 città.
Determinare:
1) Quante persone hanno visitato solo Praga?
2) Quante persone hanno visitato almeno Praga?
3) Quante persone hanno visitato Berlino e Praga ma non Mosca?
4) Quante persone hanno visitato Mosca e Praga ma non Berlino?
5) Quante persone hanno visitato Berlino e Mosca ma non Praga?

Risoluzione

Utilizziamo i diagrammi di Eulero-Venn per rappresentare il problema. Pertanto indichiamo con M l'insieme delle persone che hanno visitato Mosca, con P l'insieme delle persone che hanno visitato Praga e con B l'insieme delle persone che hanno visitato Berlino.
L'insieme delle persone che hanno visitato le tre città sarà indicato con $M \cap P \cap B$.

- B_1 è l'insieme delle persone che hanno visitato solo Berlino;
- P_1 è l'insieme delle persone che hanno visitato solo Praga;
- Z è l'insieme delle persone che hanno visitato solo Mosca e Praga;
- H è l'insieme delle persone che hanno visitato solo Berlino e Praga;
- K è l'insieme delle persone che hanno visitato solo Berlino e Mosca;
- I è l'insieme delle persone che hanno visitato Berlino, Mosca e Praga;
- $Z \cup I$ è l'insieme delle persone che hanno visitato Mosca e Praga;
- $K \cup I$ è l'insieme delle persone che hanno visitato Mosca e Berlino;
- $H \cup I$ è l'insieme delle persone che hanno visitato Berlino e Praga:

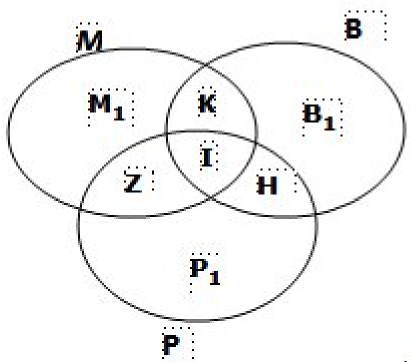


fig. 1

...quindi...

Esempio 3.- Ad una cena partecipano 90 persone. Finita la cena, ognuno ordina qualcosa tra dolce caffè, frutta: 28 ordinano solo il dolce, 10 dolce e caffè, 19 dolce e frutta, 3 caffè, frutta e dolce.
I commensali che ordinano solo frutta sono la metà di quelli che ordinano solo caffè. Nessuno prende solo frutta e caffè. Trovare il numero di coloro che ordinano:
a) frutta;
b) solo dolce e frutta;
c) dolce o frutta;
d) o solo dolce o solo frutta.

Risposta: **a)** 31; **b)** 16; **c)** 78; **d)** 40

Esempio 4.- In una stanza ci sono 7 uomini. Dieci persone sono castane di capelli, 10 persone hanno gli occhi scuri, 3 degli uomini sono castani, 4 degli uomini hanno capelli scuri, 5 persone hanno capelli castani e occhi scuri, solo un uomo dai capelli castani ha gli occhi scuri.
Quante donne bionde dagli occhi chiari sono presenti nella stanza?

Risultato 2 donne

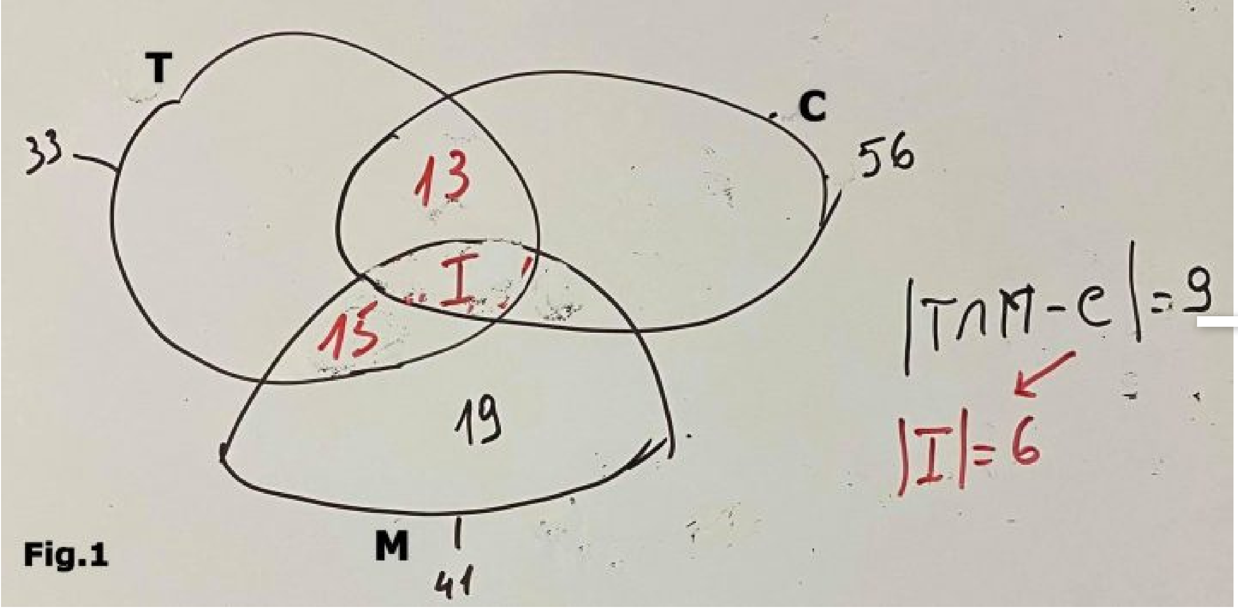
Esempio 5.- Un comune effettua una indagine per conoscere le abitudini dei suoi cittadini. E' emerso che, su **100** intervistati,, negli ultimie sei mesi:

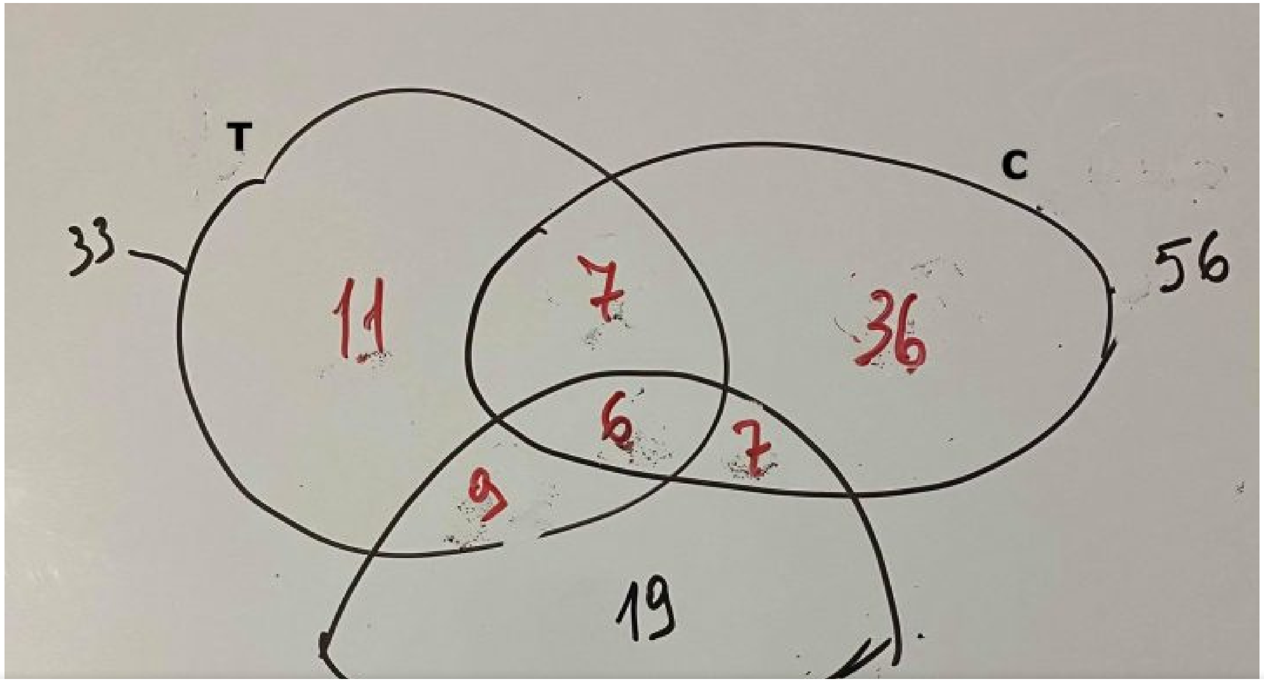
- 33 sono andati a teatro;
- 56 sono andati al cinema;
- 41 hanno visto mostre;

Quanti intervistati non sono andati né a teatro, né al cinema, né hanno visitato mostre?

Risoluzione

La soluzione si stabilisce costruendo le seguenti due figure:


T
33
C
56
13
I
15
|T∩M-C|=9
|I|=6
19
Fig.1
M
41


T
33
C
56
11
7
36
6
7
9
19

Risultato: 5

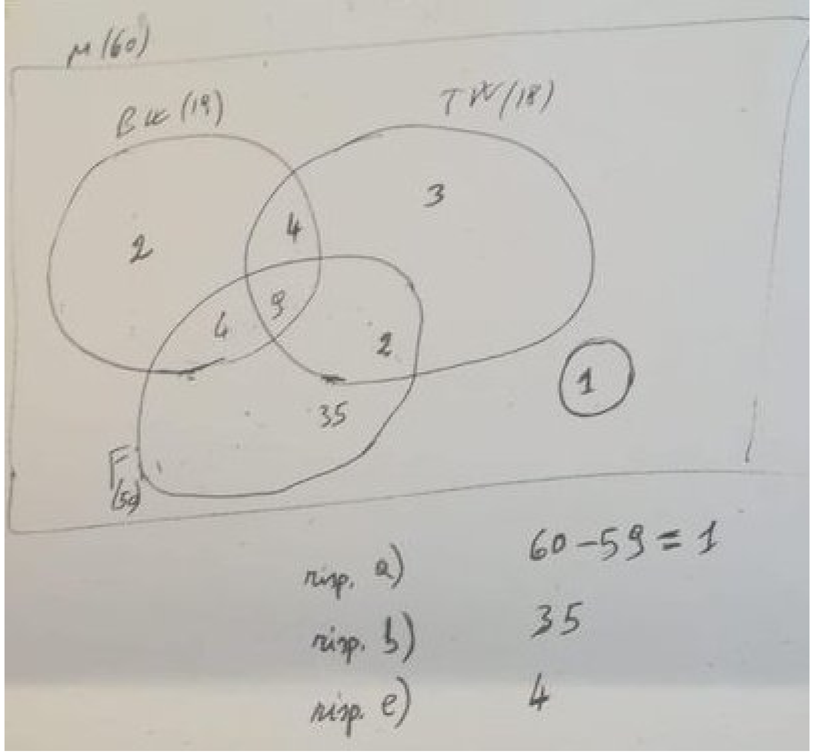
Esempio 6.- Un pizzaiolo fa un sondaggio tra 350 clienti per stabilire quali pizze piacciono di più tra margherita, verdure e marinara. Ottiene i risultati seguenti

Sapendo che tutti i clienti hanno espresso almeno una preferenza, calcola quante hanno dato la loro preferenza per solo margherita e marinara. Quale pizza ha raggiunto il maggior numero di preferenze (126 marinara)

Esempio 7.- Un'indagine commerciale ha fornito i risultati seguenti relativi alle abitudini a colazione di un campione di 100 persone. Quante persone del campione mangiano solo biscotti? Quante persone non mangiano né biscotti né cereali? (42, 22)

Esempio 8.- Un'indagine tra 60 matricole di una grande università di studi economici ha prodotto i seguenti risultati:

19 leggono "Business Week";
18 leggono "The Wall Street Journal";
50 leggono "Fortune";
13 leggono "Business Week" e "Fortune";
11 leggono " "The Wall Street Journal" e "Fortune";
9 leggono tutte e tre le pubblicazioni.
a)Quanti non leggono nessuna delle tre pubblicazioni?
b)Quanti leggono solo "Fortune"?
c)Quanti leggono solo "Business Week" e "The Wall Street Journal", ma non "Fortune"?



Risposta b) Creato il diagramma con i tre insiemi il risultato **35** si ottiene con l'operazione 50 – 4 – 9 – 2, cioè sono 35 matricole che leggono solo "Fortune". Osserviamo che 50 sono le matricole che leggono "Fortune" ma non solo "Fortune".

Risultati 1; 35, 4

ESERCITAZIONI

PROBLEMI RISOLTI CON LA TEORIA DEGLI INSIEMI

(Prof. Daniele Baldissin)

esercizio svolto

Il calcolo del numero degli elementi di due insiemi con i diagrammi di Eulero-Venn

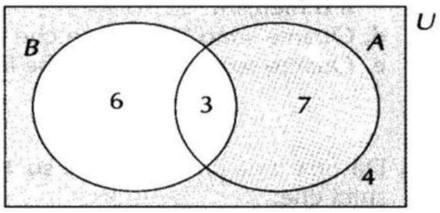
Ad una festa di compleanno partecipano 20 persone. Di questi 9 bevono vino bianco,10 vino rosso e 3 sia vino bianco che rosso. Visualizza la situazione descritta mediante un diagramma di Eulero-Venn e calcola quante persone non hanno bevuto né vino bianco né vino rosso.

Svolgimento

Indichiamo con B l'insieme delle persone che bevono vino bianco e con A l'insieme delle persone che bevono vino rosso; i due insiemi hanno per intersezione le persone che bevono i due tipi di vino; tale insieme è formato da 3 elementi.

Pertanto le persone che bevono solo vino bianco sono: $9 - 3 = 6$;
quelle che bevono solo vino rosso sono: $10 - 3 = 7$.
Le persone che non hanno bevuto vino sono:

$$20 - (6 + 7 + 3) = 4$$



1) In una scuola frequentata da 200 alunni, la maggior parte di essi ha trascorso le vacanze al mare e in montagna. In particolare si sa che:

a. 115 hanno trascorso le vacanze al mare;
b. 35 hanno passato le vacanze sia al mare sia in montagna;
c. 25 non hanno fatto vacanze.

Calcola quanti sono stati gli alunni che hanno trascorso le vacanze solo in montagna. **[60]**

2) Una scuola organizza due corsi di recupero, il primo di inglese a cui partecipano 30 studenti, il secondo di matematica a cui partecipano 36 alunni. Qual è il numero totale degli alunni partecipanti sapendo che i corsi si svolgono in orari diversi e che 16 alunni frequentano entrambi i corsi? **[50]**

esercizio svolto

Il calcolo del numero degli elementi di tre insiemi con i diagrammi di Eulero-Venn

Da una indagine condotta in una classe di 25 alunni sul tipo di sport che preferiscono risulta che 12 hanno scelto il calcio,11 la pallacanestro e 8 la pallavolo.

Si sa inoltre che 2 amano le tre discipline, 6 solo il calcio, 3 solo calcio e pallacanestro, 2 preferiscono solo pallacanestro e pallavolo. Servendoti del diagramma di Eulero-Venn calcola:

a. gli alunni che preferiscono solo la pallacanestro;
b. gli alunni che amano solo pallavolo e calcio;
c. gli alunni che non amano alcuna delle tre discipline sportive.

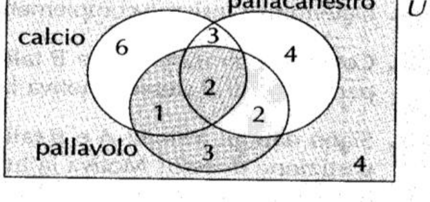
Svolgimento

Per rispondere alle domande visualizziamo la situazione descritta mediante un diagramma di Eulero-Venn.

Esaminando i dati inseriti nel diagramma notiamo che gli alunni che:

1) amano solo la pallacanestro sono: $11 - (3 + 2 + 2) = 4$;
2) quelli che invece preferiscono solo pallavolo e calcio sono: $12 - (6 + 3 + 2) = 1$;
3) gli alunni che amano solo la pallavolo sono: $8 - (2 + 2 + 1) = 3$;
4) quelli che infine non hanno alcuna preferenza si ottengono sottraendo dal totale degli alunni la somma dei valori contenuti nei singoli "settori" del diagramma:

$$25 - (6 + 4 + 3 + 3 + 2 + 1 + 2) = 4.$$



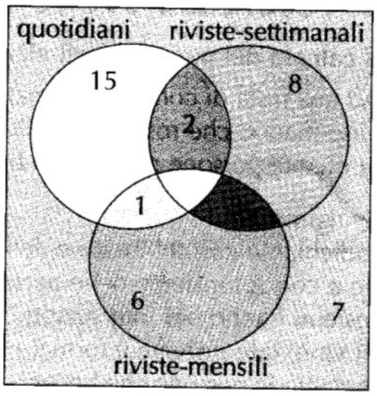
Una indagine condotta su 26 alunni ha stabilito che la mattina tutti i ragazzi fanno colazione e che 15 ragazzi bevono latte, 6 bevono latte e caffè e 8 bevono solo the. Illustra la situazione con un diagramma di Eulero-Venn e calcola quanti alunni bevono solo caffè. **[3]**

1) Una indagine condotta su 26 alunni ha stabilito che la mattina tutti i ragazzi fanno colazione e che 15 ragazzi bevono latte, 6 bevono latte e caffè e 8 bevono solo the. Illustra la situazione con un diagramma di Eulero-Venn e calcola quanti alunni bevono solo caffè. **[3]**

2) Dopo aver osservato attentamente il diagramma di Eulero-Venn a lato relativo ad una indagine sul tipo di lettura dei genitori, ad esclusione dei libri, degli alunni di una classe, rispondi alle seguenti domande:

a. quante sono le persone che leggono quotidiani?
b. Quante sono le persone che non leggono?
c. Quante sono le persone che leggono solo riviste settimanali o mensili?
d. Quante sono le persone che non leggono quotidiani?
e. Quante sono le persone che leggono solo riviste settimanali?

[18; 7; 17; 24; 8]



3) Da una indagine effettuata su 168 persone circa le loro preferenze sui tipi di programmi televisivi risulta che:

a. 88 hanno scelto programmi di varietà;
b. 63 guardano film;
c. 83 guardano sport;
d. 30 guardano solo varietà e sport;
e. 20 guardano solo varietà e film;
f. 17 hanno scelto solo film;
g. 18 guardano indifferentemente film, sport e varietà.

Illustra la situazione con un diagramma di Eulero-Venn e determina quante persone:

1. preferiscono solo varietà;
2. amano solo programmi sportivi e film;
3. preferiscono solo programmi sportivi;
4. non guardano mai varietà;
5. non amano né varietà, né film, né programmi sportivi.

[20; 8; 27; 80; 28]

4) In una classe gli alunni hanno ottenuto, al termine del primo quadrimestre, i seguenti giudizi in matematica, italiano e inglese:

a. 10 hanno la sufficienza in matematica, inglese e italiano;
b. 3 hanno la sufficienza solo in matematica;
c. 4 hanno la sufficienza in inglese e italiano;
d. 4 non hanno la sufficienza in alcuna delle tre materie;
e. 2 hanno la sufficienza solo in inglese;
f. 17 hanno la sufficienza in italiano.

Calcola quanti sono gli alunni di quella classe. **[26]**

Una commissione esamina 60 studenti. Il compito di matematica è costituito da tre problemi. La tabella riporta i numeri relativi agli studenti che hanno risolto correttamente:

il primo problema	40
il secondo problema	40
il terzo problema	31
il primo e il secondo	25
il primo e il terzo	15
il secondo e il terzo	17
tutti i problemi	4

In base alle informazioni fornite, possiamo rispondere alle seguenti domande?

a) **Quanti studenti hanno risolto correttamente il secondo e il terzo problema, ma non il primo?**

b) **Quanti hanno svolto correttamente solo il secondo problema?**

c) **Quanti non hanno svolto correttamente alcun problema?**

Una commissione esamina 60 studenti. Il compito di matematica è costituito da tre problemi. La tabella riporta i numeri relativi agli studenti che hanno risolto correttamente:

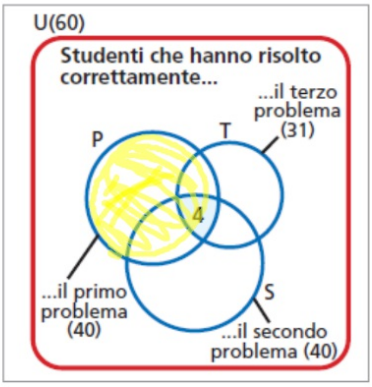
il primo problema	40
il secondo problema	40
il terzo problema	31
il primo e il secondo	25
il primo e il terzo	15
il secondo e il terzo	17
tutti i problemi	4

In base alle informazioni fornite, possiamo rispondere alle seguenti domande?

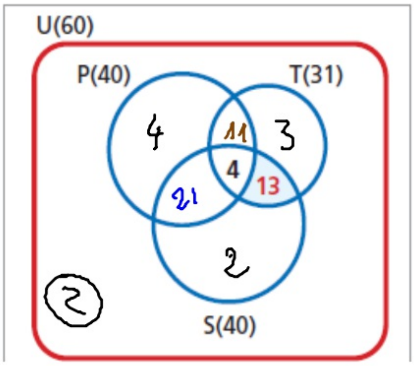
a) Quanti studenti hanno risolto correttamente il secondo e il terzo problema, ma non il primo? 18

b) Quanti hanno svolto correttamente solo il secondo problema? 2

c) Quanti non hanno svolto correttamente alcun problema? 2



$(P \cap S) \cap T$



$(S \cap T) - (P \cap S \cap T)$

$4 + 11 + 4 + 21 + 3 + 13 + 2 = 58$

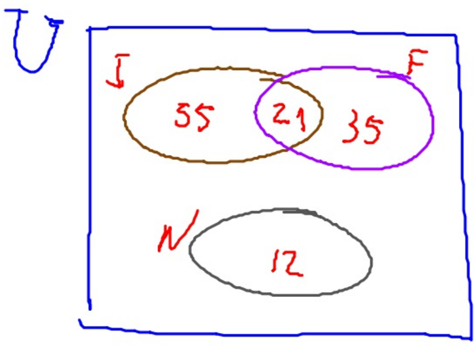
In una provincia ci sono 14 campeggi. Di essi 1 ha solo la piscina, 1 ha solo la piscina e il campo da tennis, 2 solo il tennis, 1 ha solo il tennis e il campo da calcio, 4 solo il campo da calcio, 2 solo il campo da calcio e la piscina. 2 campeggi non hanno nessuno di questi impianti. Cerca il numero dei campeggi che hanno: a) il campo da calcio; b) la piscina; c) il campo da tennis; d) almeno un impianto; e) solo un impianto; f) almeno due impianti. [a) 8; b) 5; c) 5; d) 12; e) 7; f) 5]

In un'indagine relativa alla conoscenza delle lingue straniere condotta su un gruppo di italiani si hanno i seguenti risultati:

NUMERO DELLE PERSONE	LINGUE CONOSCIUTE
76	inglese
56	francese
21	inglese e francese
12	né inglese né francese

a) Quante sono le persone intervistate? 123
b) Quante conoscono una sola lingua straniera? 90
c) Quante solo l'inglese? 55
d) E solo il francese? 35

[a) 123; b) 90; c) 55; d) 35]



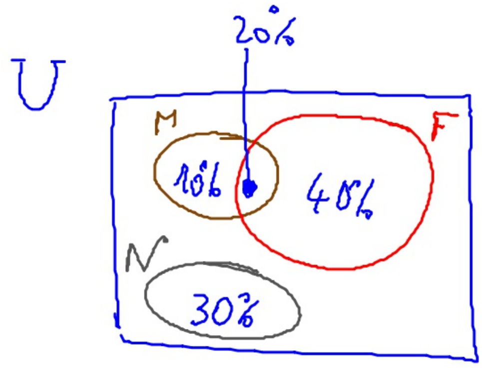
$55 + 21 + 35 + 12 = \underline{\underline{123}}$

$55 + 35 = 90$

Un'inchiesta condotta in un liceo ha fornito questi dati:

- il 30% degli alunni ama la matematica;
- il 60% ama la filosofia;
- il 20% ama sia la filosofia sia la matematica.

Calcola la percentuale di alunni che non ama né la matematica né la filosofia. [30%]



$100 - (10 + 20 + 40)$

$100 - 70 = 30\%$

PAG. 50 n 582 - 585 - 595

In una compagnia di 32 amici è stata fatta un'indagine sui tipi di pizza che preferiscono. Ciascun ragazzo ha indicato almeno una pizza. L'indagine ha i seguenti risultati:

- a 3 ragazzi piace sia la pizza «quattro stagioni», sia la «margherita», sia la «salsiccia e funghi»;
- a 8 ragazzi piace sia la «quattro stagioni» sia la «margherita»;
- a 4 ragazzi piace sia la «quattro stagioni» sia la «salsiccia e funghi»;
- i ragazzi a cui piace la «quattro stagioni» sono 16;
- a 6 ragazzi piace sia la «margherita» sia la «salsiccia e funghi»;
- a 2 ragazzi piace solo la «margherita».

Quanti sono i ragazzi a cui piace la «margherita» e quanti quelli a cui piace la «salsiccia e funghi»?

[redacted]

117 ESEMPIO DIGITALE **Matricole che leggono** Un'indagine tra 60 matricole di una grande università di studi economici ha prodotto i seguenti risultati:
19 leggono «Business Week»; 18 leggono «The Wall Street Journal»; 50 leggono «Fortune»; 13 leggono «Business Week» e «The Wall Street Journal»; 11 leggono «The Wall Street Journal» e «Fortune»; 13 leggono «Business Week» e «Fortune»; 9 leggono tutti e tre.

a. Quanti non leggono nessuna delle tre pubblicazioni?

b. Quanti leggono solo «Fortune»?

c. Quanti leggono solo «Business Week» e «The Wall Street Journal», ma non «Fortune»?

[USA Texas A&M, Department of Mathematics, High School Exam]