

Question 19

Correct

Mark 1.00 out of 1.00

Flag question

In empirical risk minimization the predictor is:

Select one:

- a. None of the above. ☒
- b. A probabilistic function. ☐
- c. A deterministic function. ☐

Question 20

Correct

Mark 1.00 out of 1.00

Flag question

The regression matrix  $A$  of the data  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $x_i, y_i \in \mathbb{R}$ , for a polynomial model of degree  $k - 1$ , has elements:

Select one:

- a.  $a_{i,j} = x_i^{j+1}$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, \dots, k$ . ☒
- b.  $a_{i,j} = x_i^{j-1}$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, \dots, k$ . ☐
- c.  $a_{i,j} = x_i^j$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, \dots, k$ . ☐

Question 21

Question 17

Correct

Mark 1.00 out of 1.00

Flag question

If  $X, Y$  are random variables with values in  $\mathbb{R}^D$ , then:

Select one:

- ☒ a.  $Cov(X, Y)$  is a matrix  $D \times D$ .
- ☐ b.  $Cov(X, Y)$  is a scalar.
- ☐ c.  $Cov(X, Y)$  is a vector  $D \times 1$ .

Question 18

Correct

Mark 1.00 out of 1.00

Flag question

Given two random variables  $X$  and  $Y$ , Bayes Theorem implies that  $p(y|x) = \frac{p(x)p(y)}{p(x)}$  where:

Select one:

- ☒ a.  $p(x|y)$  is called posterior distribution on  $y$ .
- ☐ b.  $p(x|y)$  is called prior distribution on  $x$ .
- ☐ c.  $p(x|y)$  is called likelihood on  $y$ .

**Question 20**

Correct

Mark 1.00 out of 1.00

[Flag question](#)

The regression matrix  $A$  of the data  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $x_i, y_i \in \mathbb{R}$ , for a polynomial model of degree  $k - 1$ , has elements

Select one:

- ☐ a.  $a_{i,j} = x_i^{j+1}$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, \dots, k$
- ☐ b.  $a_{i,j} = x_i^{j-1}$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, \dots, k$
- ☐ c.  $a_{i,j} = x_i^j$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, \dots, k$

**Question 21**

Correct

Mark 1.00 out of 1.00

[Flag question](#)

If  $U$  is an  $n \times n$  orthogonal matrix,  $x \in \mathbb{R}^n$ , then:

Select one:

- ☐ a. None of the above.
- ☐ b.  $\|Ux\| > \|x\|$
- ☐ c.  $\|Ux\| < \|x\|$



## Question 15

Correct

Mark 1.00 out  
of 1.00Flag  
question

For a random variable  $X: \Omega \rightarrow \mathcal{T}$ , its variance is defined as:

Select one:

- ☐ a.  $\text{Var}(X) = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}[X])^2]$ .
- ☐ b.  $\text{Var}(X) = \mathbb{E}[X - \mathbb{E}[X]]$ .
- ☐ c.  $\text{Var}(X) = \mathbb{E}[X^2 - \mathbb{E}[X]^2]$ .

## Question 16

Correct

Mark 1.00 out  
of 1.00Flag  
question

Given a discrete random variable  $X: \Omega \rightarrow \mathcal{T}$ , with  $\mathcal{T} = \{1, 2, 3\}$  and  $f_X = \{\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}\}$  its PMF, then:

Select one:

- ☐ a.  $\mathbb{E}[X] = 2$ .
- ☐ b.  $\mathbb{E}[X] = \frac{11}{6}$ .
- ☐ c.  $\mathbb{E}[X] = 6$ .

Dashboard

Question 7

Correct

Mark 1.00 out of 1.00

Flag question

If  $A = U\Sigma V^T$  is the SVD decomposition of an  $m \times n$  matrix  $A$ , then:

Select one:

- ☐ a. None of the above
- ☐ b. The rows of  $V^T$  are eigenvectors of  $A^T A$ .
- ☐ c. The columns of  $U$  are eigenvectors of  $A^T A$ .

Question 8

Correct

Mark 1.00 out of 1.00

Flag question

The solution of  $\min_x \|Ax - b\|_2^2$  where  $A$  is an  $m \times n$  matrix,  $m \geq n$ ,  $\text{rank}(A) = n$ , can be computed as:

Select one:

- ☐ a.  $AA^T x = A^T b$ .
- ☐ b.  $A^T Ax = A^T b$ .
- ☐ c.  $A^T Ax = b$ .

Question 9

Correct

Mark 1.00 out of 1.00

Flag question

If  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2, x_3) = \sin x_1 - \sin x_2 \cos x_3 + x_3^2$ , then  $\nabla f(0, \pi, \pi)$  equals to:

Select one:

## Question 13

Incorrect

Mark 0.00 out of 1.00

[Flag question](#)

If  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f \in C^1(\mathbb{R}^n)$ , then the Gradient Descent method  $x_{k+1} = x_k - \alpha_k \nabla f(x_k)$  converges to a stationary point of  $f$  if:

Select one:

- ☒ a.  $\alpha_k \rightarrow 0$  as  $k \rightarrow \infty$ .
- ☐ b.  $\alpha_k > 0 \forall k \in \mathbb{N}$ .
- ☐ c.  $\alpha_k > 0$  is chosen with a backtracking procedure.

## Question 14

Incorrect

Mark 0.00 out of 1.00

[Flag question](#)

If  $\mathcal{A}$  is the event space and  $\mathcal{T}$  is a subset of  $\mathbb{R}$ , then:

Select one:

- ☒ a.  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $X(A)$  is the probability that  $X$  lies in  $A$ .
- ☐ b. None of the above.
- ☐ c.  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $X(A)$  is the event " $X$  lies in  $A$ ".

## Question 15

Correct

Mark 1.00 out of 1.00

For a random variable  $X: \Omega \rightarrow \mathcal{T}$ , its variance is defined as:

Select one:

## Question 5

Correct

Mark 1.00 out of 1.00

[Flag question](#)

If  $V$  is a vector space,  $U \subseteq V$  is a subspace, and  $\Pi_U : V \rightarrow U$  is a projection. Then:

Select one:

- ☐ a.  $\Pi_U(x) \notin U, \forall x \in V.$
- ☐ b. None of the above.
- ☐ c.  $\Pi_U(x) = 0, \forall x \in V.$

## Question 6

Incorrect

Mark 0.00 out of 1.00

[Flag question](#)

If

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

then:

Select one:

- ☐ a.  $K_2(A) = 4$
- ☐ b.  $K_2(A) = 2$
- ☐ c.  $K_2(A) = \frac{1}{2}$



Question 9

Correct

Mark 1.00 out of 1.00

Flag question

If  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2, x_3) = \sin x_1 - \sin x_2 \cos x_3 + x_3^2$ , then  $\nabla f(0, \pi, \pi)$  equals to:

Select one:

- ☐ a. None of the above.
- ☐ b.  $(-1, 0, \pi)$ .
- ☐ c.  $(0, 0, 0)$ .

Question 10

Correct

Mark 1.00 out of 1.00

Flag question

If  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2) = x_1 x_2$ ,  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $g(t) = (t, t^2)$  then, if  $h(t) = f(g(t))$ ,

Select one:

- ☐ a.  $h'(t) = 3t^2 + 1$ .
- ☐ b.  $h'(t) = 3t^2 - 1$ .
- ☐ c. None of the above.

Question 11

Correct

Mark 1.00 out of 1.00

If  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , Which of the following statements is False?

Select one:

- ☐ a.  $\nabla f$  is the best linear approximation for  $f$  at  $x$ .



Question 3

Incorrect

Mark 0.00 out of 1.00

Flag question

If  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  is symmetric and positive definite, then:

Select one:

- ☐ a. None of the above.
- ☐ b.  $A_{i,j} \geq 0$  for all  $i, j$ .
- ☐ c. All the eigenvalues  $\lambda_i$  of  $A$  are  $\geq 0$ .

Question 4

Incorrect

Mark 0.00 out of 1.00

Flag question

If  $U$  is an  $n \times n$  orthogonal matrix, then:

Select one:

- ☐ a. The rows of  $U$  are orthogonal vectors.
- ☐ b. None of the above.
- ☐ c. The rows of  $U$  are orthonormal vectors.

Question 5

Correct

Mark 1.00 out of 1.00

If  $V$  is a vector space,  $U \subseteq V$  is a subspace, and  $\Pi_U : V \rightarrow U$  is a projection. Then:

## Question 1

Incorrect

Mark 0.00 out of 1.00

Flag question

If  $x = 0.7 \cdot 10^{-4}$  and  $y = 1.7892$ , which is the value of  $z = x + y$  when represented in  $\mathcal{F}(10, 5, -5, 5)$ ?

Select one:

- ☐ a. None of the above.
- ☐ b.  $0.17892 \cdot 10^1$
- ☐ c.  $0.17899 \cdot 10^1$

## Question 2

Incorrect

Mark 0.00 out of 1.00

Flag question

The 1-norm of a vector  $x$  of size  $n$  is defined as:

Select one:

- ☐ a.  $\|x\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|$
- ☐ b. None of the above.
- ☐ c.  $\|x\|_1 = \max_i |x_i|$

## Question 3

Incorrect

If  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  is symmetric and positive definite, then:

## Question 11

Correct

Mark 1.00 out of 1.00

Flag question

If  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ . Which of the following statements is False?

Select one:


- ☒ a.  $x^*$  local minimum for  $f \implies \nabla f(x^*) = 0$ .
- ☐ b.  $\nabla f(x^*) = 0 \implies x^*$  stationary point for  $f$ .
- ☐ c.  $\nabla f(x^*) = 0 \implies x^*$  local minimum for  $f$ .

## Question 12

Correct

Mark 1.00 out of 1.00

Flag question

Let  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2) = 9x_1x_2^2 - x_1$ ,  $\nabla f(x_1, x_2) = (9x_2^2 - 1, 18x_1x_2)$  then which of the following is a stationary point for  $f$ ? 

Select one:

- ☒ a.  $(0, 0)$ .
- ☐ b. None of the above.
- ☐ c.  $(0, 3)$ .

## Question 13

Incorrect

Mark 0.00 out of 1.00

If  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f \in C^1(\mathbb{R}^n)$ , then the Gradient Descent method  $x_{k+1} = x_k - \alpha_k \nabla f(x_k)$  converges to a stationary point of  $f$  if.

Select one:

- ☐ a.  $\alpha_k \rightarrow 0$  as  $k \rightarrow \infty$ .



## Domanda 11

Risposta  
corretta  
Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00  
🚩  
Contrassegna  
domanda

If  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $x^*$  local minimum for  $f \iff \nabla f(x^*) = 0$ .
- ☒ b.  $\nabla f(x^*) = 0 \implies x^*$  local minimum for  $f$ .
- ☒ c.  $x^*$  local minimum for  $f \implies \nabla f(x^*) = 0$ .

## Domanda 12

Risposta  
corretta  
Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00  
🚩  
Contrassegna  
domanda

Let  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2) = 9x_1x_2^2 - x_1$ ,  
 $\nabla f(x_1, x_2) = (9x_2^2 - 1, 18x_1x_2)$  then which of the following is a  
stationary point for  $f$ ?

Scegli un'alternativa:

- ☒ a. None of the above.
- ☒ b.  $(0, 0)$ .
- ☒ c.  $(0, 3)$ .

## Domanda 13

Risposta  
corretta  
Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00  
🚩  
Contrassegna  
domanda

If  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2) = x_1e^{x_2}$ , then if the initial guess for a gradient  
descent iteration is  $x^{(0)} = (1, 1)^T$  and  $\alpha = \frac{1}{2}$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $x^{(1)} = (1 - \frac{e}{2}, 1 - \frac{e}{2})^T$ .
- ☒ b.  $x^{(1)} = (1 + \frac{e}{2}, 1 + \frac{e}{2})^T$ .
- ☒ c.  $x^{(1)} = (\frac{1}{2} - \frac{e}{2}, \frac{1}{2} - \frac{e}{2})^T$ .

## Domanda 14

Risposta errata  
Punteggio  
ottenuto 0,00  
su 1,00  
🚩  
Contrassegna  
domanda

Given two random variables  $X$  and  $Y$ , then the posterior probability of  $X$   
given  $Y$  is defined as:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $P(X = x, Y = y)$ .
- ☒ b.  $P(Y = y|X)$ .
- ☒ c.  $P(X = x|Y)$ .

## Domanda 15

Risposta  
corretta  
Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00  
🚩  
Contrassegna  
domanda

For a random variable  $X: \Omega \rightarrow \mathcal{T}$  with  $\mathbb{E}[X] = 0$ , it holds:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $\text{Var}(X) = \mathbb{E}[X^2]$ .
- ☒ b.  $\text{Var}(X) = \mathbb{E}[X]$ .
- ☒ c.  $\text{Var}(X) = 0$ .

## Domanda 16

Risposta

Given a discrete random variable  $X: \Omega \rightarrow \mathcal{T}$ , with  $\mathcal{T} = \{0, 1\}$ , and  
 $f_X = \{ \frac{2}{3}, \frac{1}{3} \}$ , then:



## Domanda 6

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

If

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $K_2(A) = \frac{1}{2}$ .
- ☐ b.  $K_2(A) = 4$ .
- ☐ c.  $K_2(A) = 1$ .

## Domanda 7

Risposta errata

Punteggio  
ottenuto 0,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domandaIf  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a. It depends on  $A$ .
- ☐ b.  $A^T A$  is symmetric but not necessarily positive definite.
- ☒ c.  $A^T A$  is always symmetric and positive definite.

## Domanda 8

Risposta errata

Punteggio  
ottenuto 0,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domandaA solution of  $\min_x \|Ax - b\|_2^2$  where  $A$  is an  $m \times n$  matrix,  $m \geq n$ ,  $\text{rank}(A) = k < n$ , can be computed as:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $A^+ x = b$ .
- ☒ b.  $AA^T x = A^T b$ .
- ☐ c.  $x = A^+ b$ .

## Domanda 9

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domandaIf  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_1 x_2$ ,  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $g(t) = (\cos(t), \sin(t))$ , then, if  $h(t) = f(g(t))$ :

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $h'(t) = \cos(2t) - 1$ .
- ☐ b.  $h'(t) = 1 - \sin(2t)$ .
- ☒ c.  $h'(t) = \cos(2t) - \sin(2t)$ .

## Domanda 10

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domandaIf  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2^2$ ,  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $g(t) = (t, t^2)$ , then, if  $h(t) = f(g(t))$ ,

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $h'(t) = 8t^3 + 1$ .
- ☐ b.  $h'(t) = t^3 + t$ .
- ☒ c.  $h'(t) = 3t^3 + 1$ .

## Domanda 11

## Domanda 16

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

Given a discrete random variable  $X: \Omega \rightarrow \mathcal{T}$ , with  $\mathcal{T} = \{0, 1\}$ , and  $f_X = \{\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\}$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $\mathbb{E}[X] = 1$
- ☒ b.  $\mathbb{E}[X] = \frac{2}{3}$
- ☒ c.  $\mathbb{E}[X] = \frac{1}{3}$

## Domanda 17

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

If  $X, Y$  are multivariate random variables with states  $x, y \in \mathbb{R}^D$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $Cov(X, Y) = \mathbb{E}[X, Y^T] - \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y]^T$
- ☒ b.  $Cov(X, Y) = \mathbb{E}[X, Y] + \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y]$
- ☒ c.  $Cov(X, Y) = Cov(Y, X)$

## Domanda 18

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

Given two random variables  $X$  and  $Y$ , Bayes Theorem implies that  $p(y|x) = \frac{p(x|y)p(y)}{p(x)}$  where:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $p(x|y)$  is called likelihood on  $y$ .
- ☒ b.  $p(x|y)$  is called prior distribution on  $x$ .
- ☒ c.  $p(x|y)$  is called posterior distribution on  $y$ .

## Domanda 19

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

Given two random variables  $X$  and  $Y$  such that  $p(x) = ce^{-|x|}$  and  $p(y|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(y-ax)^2}$ , then the MLE reads:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $x^* = \arg \min_x \frac{1}{2}(y - ax)^2 + \frac{1}{2}x^2$
- ☒ b.  $x^* = \arg \min_x \frac{1}{2}(y - ax)^2 + |x|$
- ☒ c.  $x^* = \arg \min_x \frac{1}{2}(y - ax)^2$

## Domanda 20

Risposta non  
dataPunteggio  
max: 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

Suppose a set of data  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $y_i = f(x_i) + \epsilon_i$ , where  $\epsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ . In linear regression, the likelihood function is:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $p(y|x, \theta) = \prod_{i=1}^N \mathcal{N}(y_i | x_i^T \theta, \sigma^2)$
- ☒ b. None of the above.
- ☒ c.  $p(y|x, \theta) = \prod_{i=1}^N \mathcal{N}(y_i | x_i^T \theta x_i, \sigma^2)$

## Domanda 21

Risposta errata

Punteggio  
ottenuto 0,00  
su 1,00

🚩

A solution of  $\min_x \|Ax - b\|_2^2$  where  $A$  is an  $m \times n$  matrix,  $m \geq n$ ,  $\text{rank}(A) = k < n$ , can be computed as:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $x = A^+ b$



## Domanda 1

Risposta

corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

If  $x = 3.89167$  and  $y = 0.4567$ , which is the value of  $z = x - y$  when represented in  $\mathcal{F}(10, 5, -5, 5)$ ?

Scegli un'alternativa:

- ☐ a. 3.434.
- ☐ b.  $0.3434 \cdot 10^0$ .
- ☐ c. 3.4343.

## Domanda 2

Risposta

corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

Given the matrix:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

Compute the 2-norm and the 1-norm of  $A$ :

Scegli un'alternativa:

- ☐ a. None of the above.
- ☐ b.  $\|A\|_2 = 4, \|A\|_1 = \sqrt{5}$ .
- ☐ c.  $\|A\|_2 = 6, \|A\|_1 = 5$ .

## Domanda 3

Risposta

corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

Which pairs of vectors are linearly independent?

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $(2, 1, 0), (-3, 4, 1)$ .
- ☐ b.  $(0, 1, -1), (0, \frac{1}{7}, -\frac{1}{7})$ .
- ☐ c.  $(\frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 2), (1, \frac{2}{3}, 4)$ .

## Domanda 4

Risposta

corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

If  $x = (\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ ,  $y = (-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $x$  and  $y$  are orthonormal.
- ☐ b.  $x$  and  $y$  are orthogonal.
- ☐ c.  $x$  and  $y$  are parallel.

## Domanda 5

Risposta

corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

If  $V$  is a vector space,  $U \subseteq V$  is a subspace, and  $\Pi_U : V \rightarrow U$  is a projection. Then:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a. None of the above.
- ☐ b.  $\Pi_U(x)$  is the point with minimum distance to  $x$  in  $U$ .
- ☐ c.  $\Pi_U(x)$  is the point with maximum distance to  $x$  in  $U$ .

## Domanda 6

Risposta

corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

If

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

## Domanda 17

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00Contrassegna  
domandaIf  $X, Y$  are multivariate random variables, then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $Cov(X, Y) = -\mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y] + \mathbb{E}[X, Y]$
- ☐ b. None of the above.
- ☐ c.  $Cov(X, Y) = \mathbb{E}[X, Y] - \mathbb{E}[X]$

## Domanda 18

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00Contrassegna  
domandaGiven two random variables  $X$  and  $Y$ , Bayes Theorem implies that:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $p(x) = \frac{p(y)p(y|x)}{p(y|x)}$
- ☐ b.  $p(x) = \frac{p(x)p(y|x)}{p(y)}$
- ☐ c.  $p(y) = \frac{p(y|x)p(x)}{p(x|y)}$

## Domanda 19

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00Contrassegna  
domandaGiven two random variables  $X$  and  $Y$  such that  $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$  and  $p(y|x) = ce^{-|y-ax|}$ , then the MLE reads:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $x^* = \arg \min_x \frac{1}{2}(y - ax)^2$
- ☐ b.  $x^* = \arg \min_x |y - ax| + x^2$
- ☐ c.  $x^* = \arg \min_x |y - ax|$

## Domanda 20

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00Contrassegna  
domandaThe regression matrix  $A$  of the data  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $x_i, y_i \in \mathbb{R}$ , for a polynomial model of degree  $k - 1$ , has shape:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $k \times N$
- ☐ b.  $N \times N$
- ☐ c.  $N \times k$

## Domanda 21

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00Contrassegna  
domandaIf  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  is symmetric and positive definite, then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a. All the eigenvalues  $\lambda_i$  of  $A$  are  $\geq 0$ .
- ☐ b.  $A_{i,j} \geq 0$  for all  $i, j$ .
- ☐ c. None of the above.

Fine revisione

## Domanda 11

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

If  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x^* \in \mathbb{R}^n$  is a strictly local minimum for  $f$  if:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $\exists \epsilon > 0$  s.t.  $f(x^*) \leq f(x), \forall x \in \mathbb{R}^n, \|x - x^*\| < \epsilon$ .
- ☒ b.  $f(x^*) \leq f(x), \forall x \in \mathbb{R}^n$ .
- ☒ c. None of the above.

## Domanda 12

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

If  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_2 + x_1x_3 - 3x_1x_2$ ,  
 $\nabla f(x_1, x_2, x_3) = (x_3 - 3x_2, 2 - 3x_1, x_1)$  then which of the following  
statements is True?

Scegli un'alternativa:

- ☒ a. The gradient of  $f$  is equal to zero at multiple points.
- ☒ b. The gradient of  $f$  is never equal to zero.
- ☒ c.  $(0, 0, 0)$  is a stationary point for  $f$ .

## Domanda 13

Risposta errata

Punteggio  
ottenuto 0,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

If  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f \in C^1(\mathbb{R}^n)$ , then the Gradient Descent method  
 $x_{k+1} = x_k - \alpha_k \nabla f(x_k)$  converges to a stationary point of  $f$  if:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $\alpha_k > 0 \forall k \in \mathbb{N}$ .
- ☒ b.  $\alpha_k > 0$  is chosen with a backtracking procedure.
- ☒ c.  $\alpha_k \rightarrow 0$  as  $k \rightarrow \infty$ .

## Domanda 14

Risposta errata

Punteggio  
ottenuto 0,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

Given two random variables  $X$  and  $Y$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a. None of the above.
- ☒ b.  $P(X = x|Y) \geq P(X = x)$ .
- ☒ c.  $P(X = x|Y) \leq P(X = x)$ .

## Domanda 15

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

The normal distribution  $\mathcal{N}(\mu = \frac{1}{2}, \sigma^2 = 4)$  has the following PDF:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \exp(-\frac{x^2}{2})}$ .
- ☒ b.  $f_X(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi} \exp(-\frac{(x-\frac{1}{2})^2}{4})}$ .
- ☒ c.  $f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{4\pi} \exp(-\frac{(x-\frac{1}{2})^2}{4})}$ .

## Domanda 16

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

Given two discrete random variable  $X_1: \Omega \rightarrow \mathcal{T}$ ,  $X_2: \Omega \rightarrow \mathcal{T}$  with  
 $\mathcal{T} = \{0, 1\}$ , and  $f_{X_1} = \{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\}$ ,  $f_{X_2} = \{\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\}$  their PMF, then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $\mathbb{E}[X_1] = \mathbb{E}[X_2]$ .
- ☒ b.  $\mathbb{E}[X_1] < \mathbb{E}[X_2]$ .
- ☒ c.  $\mathbb{E}[X_1] > \mathbb{E}[X_2]$ .



## Domanda 6

Risposta  
corretta  
Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00  
🚩  
Contrassegna  
domanda

If

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $\text{rank}(A) = 3$ . ☐
- ☐ b.  $\text{rank}(A) = 2$ . ☐
- ☐ c.  $\text{rank}(A) = 4$ . ☐

## Domanda 7

Risposta  
corretta  
Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00  
🚩  
Contrassegna  
domanda

If  $A = U\Sigma V^T$  is the SVD decomposition of an  $m \times n$  matrix  $A$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a. None of the above. ☐
- ☐ b. The elements on the diagonal of  $\Sigma$  are strictly positive. ☐
- ☒ c. The elements of the diagonal matrix  $\Sigma$  are non-negative. ☐

## Domanda 8

Risposta errata  
Punteggio  
ottenuto 0,00  
su 1,00  
🚩  
Contrassegna  
domanda

The solution of  $\min_x \|Ax - b\|_2^2$  where  $A$  is an  $m \times n$  matrix,  $m \geq n$ ,  $\text{rank}(A) = n$ , can be computed as:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $A^\dagger x = b$ . ☐
- ☐ b.  $x = A^+ b$ . ☐
- ☒ c.  $AA^T x = A^T b$ . ☐

## Domanda 9

Risposta  
corretta  
Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00  
🚩  
Contrassegna  
domanda

If  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2) = x_1 x_2$ ,  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $g(t) = (t, t^2)$ , then, if  $h(t) = f(g(t))$ :

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $h'(t) = 3t^3$ . ☐
- ☐ b.  $h'(t) = t^2$ . ☐
- ☒ c.  $h'(t) = 3t^2$ . ☐

## Domanda 10

Risposta  
corretta  
Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00  
🚩  
Contrassegna  
domanda

If  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2^2$ ,  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $g(t) = (t, t^2)$  then, if  $h(t) = f(g(t))$ ,

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $h'(t) = t^3 + t$ . ☐
- ☐ b.  $h'(t) = 8t^3 + 1$ . ☐
- ☒ c.  $h'(t) = 3t^3 + 1$ . ☐

## Domanda 11

If  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x^* \in \mathbb{R}^n$  is a strictly local minimum for  $f$  if:

## Domanda 1

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domanda

If  $x = 0.7 \cdot 10^{-4}$  and  $y = 1.7892$ , which is the value of  $z = x + y$  when represented in  $\mathcal{F}(10, 5, -5, 5)$ ?

Scegli un'alternativa:

- ☒ a. None of the above.
- ☐ b.  $0.17899 \cdot 10^1$ .
- ☐ c.  $0.17899$ .

## Domanda 2

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domanda

If  $A$  is symmetric and positive definite and  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$  are the eigenvalues of  $A$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $\|A\|_2 = \sqrt{\lambda_1}$ .
- ☐ b.  $\|A\|_2 \lambda_1$ .
- ☐ c.  $\|A^{-1}\|_2 = \lambda_n$ .

## Domanda 3

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domanda

The matrix:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

is:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a. Semi-negative definite.
- ☐ b. Positive definite.
- ☒ c. Semi-positive definite.

## Domanda 4

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domanda

If  $x = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$ ,  $y = \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a. None of the above.
- ☐ b.  $x$  and  $y$  are orthonormal.
- ☒ c.  $x$  and  $y$  are orthogonal.

## Domanda 5

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domanda

If  $V$  is a vector space with  $\dim(V) = n$ ,  $U \subseteq V$  is a subspace with  $\dim(U) = k$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $U \cup U^\perp = U$ .
- ☐ b.  $U \cap U^\perp = \{0\}$ .
- ☒ c.  $U \cap U^\perp = \emptyset$ .

## Domanda 11

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domandaIf  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ . Which of the following statements is False?

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $x^*$  local minimum for  $f \implies \nabla f(x^*) = 0$ .
- ☒ b.  $\nabla f(x^*) = 0 \implies x^*$  local minimum for  $f$
- ☒ c.  $\nabla f(x^*) = 0 \implies x^*$  stationary point for  $f$ .

## Domanda 12

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domanda

If  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2) = 2 \sin x_1 + \sin x_1 \cos x_2$ ,  
 $\nabla f(x_1, x_2) = (2 \cos x_1 + \cos x_1 \cos x_2, -\sin x_1 \sin x_2)$  then which  
 of the following is a stationary point for  $f$ ?

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ .
- ☒ b. None of the above.
- ☒ c.  $(0, 0)$ .

## Domanda 13

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domanda

If  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2) = x_1^2 + \cos(x_2)$ , then if the initial guess for a  
 gradient descent iteration is  $x^{(0)} = (1, \frac{\pi}{2})^T$  and  $\alpha > 0$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $x^{(1)} = (1 + 2\alpha, \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\alpha)^T$ .
- ☒ b.  $x^{(1)} = (1 - 2\alpha, \frac{\pi}{2} + \alpha)^T$ .
- ☒ c.  $x^{(1)} = (1 - 2\alpha, \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\alpha)^T$ .

## Domanda 14

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domandaGiven two random variables  $X$  and  $Y$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $P(X = x|Y) \leq P(X = x)$ .
- ☒ b.  $P(X = x|Y) \geq P(X = x)$ .
- ☒ c. None of the above.

## Domanda 15

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domandaFor a random variable  $X : \Omega \rightarrow \mathcal{T}$ , it holds:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $Var(X) = E[X^2] - E[X]^2$ .
- ☒ b.  $Var(X) = E[X]^2 - E[X^2]$ .
- ☒ c.  $Var(X) = E[X^2] + E[X]^2$ .

## Domanda 16

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00

Given two discrete random variable  $X_1 : \Omega \rightarrow \mathcal{T}$ ,  $X_2 : \Omega \rightarrow \mathcal{T}$  with  
 $\mathcal{T} = \{0, 1\}$ , and  $f_{X_1} = \{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\}$ ,  $f_{X_2} = \{\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\}$  their PMF, then:

Scegli un'alternativa:



## Domanda 16

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domanda

Given two discrete random variable  $X_1 : \Omega \rightarrow \mathcal{T}$ ,  $X_2 : \Omega \rightarrow \mathcal{T}$  with  $\mathcal{T} = \{0, 1\}$ , and  $f_{X_1} = \{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\}$ ,  $f_{X_2} = \{\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\}$  their PMF, then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $\mathbb{E}[X_1] > \mathbb{E}[X_2]$ .
- ☐ b.  $\mathbb{E}[X_1] = \mathbb{E}[X_2]$ .
- ☐ c.  $\mathbb{E}[X_1] < \mathbb{E}[X_2]$ .

## Domanda 17

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domanda

If  $X, Y$  are multivariate random variables, then:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a. None of the above.
- ☐ b.  $Cov(X, Y) = -\mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y] + \mathbb{E}[X, Y]$ .
- ☐ c.  $Cov(X, Y) = \mathbb{E}[X, Y] - \mathbb{E}[X]$ .

## Domanda 18

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domanda

Given two random variables  $X$  and  $Y$ , Bayes Theorem implies that

$$p(y|x) = \frac{p(x|y)p(y)}{p(x)} \text{ where:}$$

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $p(x|y)$  is called posterior distribution on  $y$ .
- ☐ b.  $p(x|y)$  is called likelihood on  $y$ .
- ☐ c.  $p(x|y)$  is called prior distribution on  $x$ .

## Domanda 19

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domanda

Given two random variables  $X$  and  $Y$  such that  $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$  and  $p(y|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(y-ax)^2}$ , then the MLE reads:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $x^* = \arg \min_x \frac{1}{2}(y-ax)^2 + x^2$ .
- ☐ b.  $x^* = \arg \min_x \frac{1}{2}(y-ax)^2 + \frac{1}{2}x^2$ .
- ☐ c.  $x^* = \arg \min_x \frac{1}{2}(y-ax)^2$ .

## Domanda 20

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domanda

Suppose a set of data  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $y_i = f(x_i) + \epsilon_i$ , where  $\epsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ . In linear regression, the likelihood function is:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $p(y|x, \theta) = \prod_{i=1}^N \mathcal{N}(y|\theta^T x_i, \sigma^2)$ .
- ☐ b.  $p(y|x, \theta) = \prod_{i=1}^N \mathcal{N}(y_i|\theta^T x_i, \sigma^2)$ .
- ☐ c.  $p(y|x, \theta) = \prod_{i=1}^N \mathcal{N}(x|\theta^T x_i, \sigma^2)$ .

## Domanda 21

Risposta corretta

If  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_2 + x_1x_3 - 3x_1x_2$ .

**Domanda 21**

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00🚩 Contrassegna  
domanda

If  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_2 + x_1x_3 - 3x_1x_2$ ,  
 $\nabla f(x_1, x_2, x_3) = (x_3 - 3x_2, 2 - 3x_1, x_1)$  then which of the following  
is a stationary point for  $f$ ?

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $(0, 0, 0)$ . ☐
- ☒ b. None of the above. ☐
- ☒ c.  $(0, 2, 0)$ . ☐



## Domanda 1

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00P  
Contrassegna  
domanda

If  $x = 3.89167$  and  $y = 0.4567$ , which is the value of  $z = x - y$  when represented in  $\mathcal{F}(10, 5, -5, 5)$ ?

Scegli un'alternativa:

- ☒ a. 3.4343.
- ☒ b.  $0.3434 \cdot 10^0$ .
- ☒ c. 3.434.

## Domanda 2

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00P  
Contrassegna  
domanda

$A$  is positive definite if:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a. All its eigenvalues are  $> 0$ .
- ☒ b. All its eigenvalues are  $\geq 0$ .
- ☒ c. None of the above.

## Domanda 3

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00P  
Contrassegna  
domanda

The matrix:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$$

is:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a. None of the above.
- ☒ b. Symmetric and positive definite.
- ☒ c. Symmetric and semi-positive definite.

## Domanda 4

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00P  
Contrassegna  
domanda

If  $U$  is an  $n \times n$  orthogonal matrix,  $x \in \mathbb{R}^n$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $U^T = U$ .
- ☒ b.  $\|Ux\| = \|x\|$ .
- ☒ c.  $U^2 = U$ .

## Domanda 5

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00P  
Contrassegna  
domanda

If  $V$  is a vector space with  $\dim(V) = n$ ,  $U \subseteq V$  is a subspace with  $\dim(U) = k$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $\dim(U^\perp) = k$ .
- ☒ b. None of the above.
- ☒ c.  $\dim(U^\perp) = n - k$ .



## Domanda 1

Risposta errata

Punteggio  
ottenuto 0,00  
su 1,00Contrassegna  
domandaThe real number  $x = 79.5\bar{4}$  in normalized scientific representation is:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $fl(x) = 0.7954 \cdot 10^2$
- ☐ b. None of the above.
- ☐ c.  $fl(x) = 0.795\bar{4} \cdot 10^2$

## Domanda 2

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00Contrassegna  
domanda

Given the matrix:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

Compute the 2-norm and the 1-norm of  $A$ :

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $\|A\|_2 = 6, \|A\|_1 = \sqrt{5}$
- ☐ b. None of the above.
- ☐ c.  $\|A\|_2 = 4, \|A\|_1 = 5$

## Domanda 3

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00Contrassegna  
domanda

The matrix:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$$

is:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a. Symmetric and positive definite.
- ☐ b. Symmetric and semi-positive definite.
- ☐ c. None of the above.

## Domanda 4

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00Contrassegna  
domandaIf  $x = (3, 1)$ ,  $y = (-3, -1)$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $x$  and  $y$  are orthogonal.
- ☐ b.  $x$  and  $y$  are orthonormal.
- ☐ c. None of the above.

## Domanda 5

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00Contrassegna  
domandaIf  $V$  is a vector space with  $\dim(V) = n$ ,  $U \subseteq V$  is a subspace with  $\dim(U) = k$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $U \cap U^\perp = \emptyset$ .
- ☐ b.  $U \cap U^\perp = \{0\}$ .
- ☐ c.  $U \cup U^\perp = U$ .



## Domanda 6

Risposta

corretta

Punteggio

ottenuto 1,00

su 1,00

🚩

Contrassegna domanda

If

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $\text{rank}(A) = 4$ .
- ☐ b.  $\text{rank}(A) = 2$ .
- ☐ c.  $\text{rank}(A) = 3$ .

## Domanda 7

Risposta

corretta

Punteggio

ottenuto 1,00

su 1,00

🚩

Contrassegna domanda

If  $A = U\Sigma V^T$  is the SVD decomposition of an  $m \times n$  matrix  $A$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a. The singular values  $\sigma_i$  of  $A$  are  $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i(A^T A)}$  where  $\lambda_i(A^T A)$  are the eigenvalues of  $A^T A$ .
- ☐ b. None of the above.
- ☐ c. The singular values  $\sigma_i$  of  $A$  are  $\sigma_i = \lambda_i(A^T A)$  where  $\lambda_i(A^T A)$  are the eigenvalues of  $A^T A$ .

## Domanda 8

Risposta

corretta

Punteggio

ottenuto 1,00

su 1,00

🚩

Contrassegna domanda

The problem  $\min_x \|Ax - b\|_2^2$  where  $A$  is an  $m \times n$  matrix,  $m \geq n$ ,  $\text{rank}(A) = k$ ,

Scegli un'alternativa:

- ☐ a. Has a unique solution if and only if  $k < n$ .
- ☐ b. Has a unique solution if and only if  $k = n$ .
- ☒ c. None of the above.

## Domanda 9

Risposta

corretta

Punteggio

ottenuto 1,00

su 1,00

🚩

Contrassegna domanda

If  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2}$ ,  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $g(t) = (e^{2t}, e^{-t})$  then, if  $h(t) = f(g(t))$ ,

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $h'(t) = \frac{2e^{4t} - 1}{e^t \sqrt{e^{4t} - 1}}$ .
- ☐ b.  $h'(t) = \frac{2e^{-4t} - e^{-2t}}{\sqrt{e^{4t} + e^{-2t}}}$ .
- ☐ c.  $h'(t) = \frac{2e^{4t} + e^{-2t}}{\sqrt{e^{4t} - e^{-2t}}}$ .

## Domanda 10

Risposta

corretta

Punteggio

ottenuto 1,00

su 1,00

🚩

Contrassegna domanda

If  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2^2$ ,  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $g(t) = (t, t^2)$  then, if  $h(t) = f(g(t))$ ,

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $h'(t) = t^3 + t$ .
- ☐ b.  $h'(t) = 3t^3 + 1$ .
- ☐ c.  $h'(t) = 8t^3 + 1$ .



## Domanda 11

Risposta

corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00Contrassegna  
domanda

If  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x^* \in \mathbb{R}^n$  is a stationary point for  $f$ :

Scegli un'alternativa:

- ☒ a. None of the above.
- ☐ b. if  $\nabla f(x^*) < 0$ .
- ☐ c. if  $\nabla f(x^*) = 0$ .

## Domanda 12

Risposta

corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00Contrassegna  
domanda

Let  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2) = 9x_1x_2^2 - x_1$ ,  
 $\nabla f(x_1, x_2) = (9x_2^2 - 1, 18x_1x_2)$  then which of the following  
 statements is True?

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $f$  has 2 stationary points.
- ☐ b.  $f$  has 1 stationary point.
- ☐ c.  $f$  has 0 stationary points.

## Domanda 13

Risposta

corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00Contrassegna  
domanda

If  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f \in C^1(\mathbb{R}^n)$ , then  $x^*$  is said to be a stationary point of  $f$  if:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a. The Hessian of  $f$  in  $x^*$  is positive definite.
- ☐ b.  $\nabla f(x^*) = 0$ .
- ☐ c.  $x^*$  is a minimum point of  $f$ .

## Domanda 14

Risposta

corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00Contrassegna  
domanda

If  $\Omega$  is the sample space,  $\mathcal{A}$  is the event space and  $\mathcal{T}$  is a subset of  $\mathbb{R}$ , a  
 random variable  $X$  is:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a. A function  $X: \Omega \rightarrow \mathcal{T}$ .
- ☐ b. A function  $X: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{T}$ .
- ☐ c. A function  $X: \Omega \rightarrow \mathcal{A}$ .

## Domanda 15

Risposta

corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00Contrassegna  
domanda

If  $X: \Omega \rightarrow \mathcal{T}$  is a discrete random variable with PMF  $f_X: \mathcal{T} \rightarrow [0, 1]$ ,  
 then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $\mathbb{E}[X] = \sum_{i \in \mathcal{T}} i$ .
- ☐ b.  $\mathbb{E}[X] = \sum_{i \in \mathcal{T}} i f_X(i)$ .
- ☐ c.  $\mathbb{E}[X] = \sum_{i \in \mathcal{T}} f_X(i)$ .

## Domanda 16

Risposta

Given a discrete random variable  $X: \Omega \rightarrow \mathcal{T}$ , with  $\mathcal{T} = \{1, 2, 3\}$ , and  
 $f_X = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$  its PMF, then:

## Domanda 16

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

Given a discrete random variable  $X: \Omega \rightarrow \mathcal{T}$ , with  $\mathcal{T} = \{1, 2, 3\}$ , and  $f_X = \{\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}\}$  its PMF, then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $\mathbb{E}[X] = 6$ .
- ☐ b.  $\mathbb{E}[X] = 2$ .
- ☐ c.  $\mathbb{E}[X] = \frac{11}{6}$ .

## Domanda 17

Risposta errata

Punteggio  
ottenuto 0,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

If  $X$  is a random variable with values in  $\mathbb{R}^D$ ,  $V_x$  is the variance of  $X$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $V_x[X]$  is a vector  $D \times 1$ .
- ☐ b.  $V_x[X]$  is a matrix  $D \times D$ .
- ☐ c.  $V_x[X]$  is a scalar.

## Domanda 18

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

The quantity of interest in Bayes' Theorem is:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a. The posterior.
- ☐ b. The marginal.
- ☐ c. The likelihood.

## Domanda 19

Risposta  
correttaPunteggio  
ottenuto 1,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

Given two random variables  $X$  and  $Y$  such that  $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$  and  $p(y|x) = ce^{-|y-ax|}$ , then the MAP reads:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $x^* = \arg \min_x |y - ax| + \frac{1}{2}x^2$ .
- ☐ b.  $x^* = \arg \min_x \frac{1}{2}(y - ax)^2$ .
- ☐ c.  $x^* = \arg \min_x |y - ax|$ .

## Domanda 20

Risposta errata

Punteggio  
ottenuto 0,00  
su 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

Suppose a set of data  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $y_i = f(x_i) + \epsilon_i$ , where  $\epsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ . In linear regression, the likelihood function is:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a. None of the above.
- ☐ b.  $p(y|x, \theta) = \prod_{i=1}^N \mathcal{N}(x|x_i^T \theta, \sigma^2)$ .
- ☐ c.  $p(y|x, \theta) = \prod_{i=1}^N \mathcal{N}(y|x_i^T \theta x_i, \sigma^2)$ .

## Domanda 21

Risposta non  
dataPunteggio  
max: 1,00🚩  
Contrassegna  
domanda

If  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 3x_2^2 x_1 - x_3 x_2$ , then  $\nabla f(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  equals to:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $(\frac{11}{4}, -1, \frac{1}{2})$ .
- ☐ b.  $(\frac{11}{4}, 1, \frac{1}{2})$ .
- ☐ c.  $(\frac{11}{4}, \frac{1}{2}, -1)$ .

## Domanda 6

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domanda

If

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

then:

Scegli un'alternativa:

- ☒ a.  $\text{rank}(A) = 2$
- ☐ b.  $\text{rank}(A) = 4$
- ☐ c.  $\text{rank}(A) = 3$

## Domanda 7

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domandaIf  $A = U\Sigma V^T$  is the SVD decomposition of an  $m \times n$  matrix  $A$ , then:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a. The columns of  $U$  are eigenvectors of  $AA^T$ .
- ☐ b. The rows of  $V^T$  are eigenvectors of  $AA^T$ .
- ☐ c. None of the above

## Domanda 8

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domandaThe problem  $\min_x \|Ax - b\|_2^2$  where  $A$  is an  $m \times n$  matrix,  $m \geq n$ ,  $\text{rank}(A) = k$ ,

Scegli un'alternativa:

- ☐ a. Has infinite solutions.
- ☐ b. Has a unique solution if  $k = n$ .
- ☐ c. Has a unique solution for any  $k$ .

## Domanda 9

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domandaIf  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2, x_3) = \sin x_1 - \sin x_2 \cos x_3 + x_3^2$ , then  $\nabla f(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \pi)$  equals to:

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $(1, 0, 2\pi)$ .
- ☐ b.  $(0, 0, \pi)$ .
- ☐ c.  $(0, 0, 2\pi)$ .

## Domanda 10

Risposta corretta

Punteggio  
ottenuto 1,00 su  
1,00Contrassegna  
domandaIf  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2) = x_1 x_2$ ,  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $g(t) = (t, t^2)$  then, if  $h(t) = f(g(t))$ ,

Scegli un'alternativa:

- ☐ a.  $h'(t) = t^2 + 1$ .
- ☐ b.  $h'(t) = 2t^2$ .
- ☒ c.  $h'(t) = 3t^2$ .