



ALMA MATER STUDIORUM  
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

## Laboratorio di Sicurezza Informatica

# Crittografia moderna

**Marco Prandini**

Dipartimento di Informatica – Scienza e Ingegneria

# Cifrari a blocchi

Partendo dai cifrari classici:

- ➔ Osservazioni di base sull'input
  - È utile ridurre a priori la riconoscibilità statistica dei simboli dell'alfabeto
    - Aumentandone il numero (frequenza media =  $1/N$ )  
→ facile se prendo come “lettera” un blocco di 8 bit, ma anche 16, 32, 64...
    - Rendendoli equiprobabili (compressione)

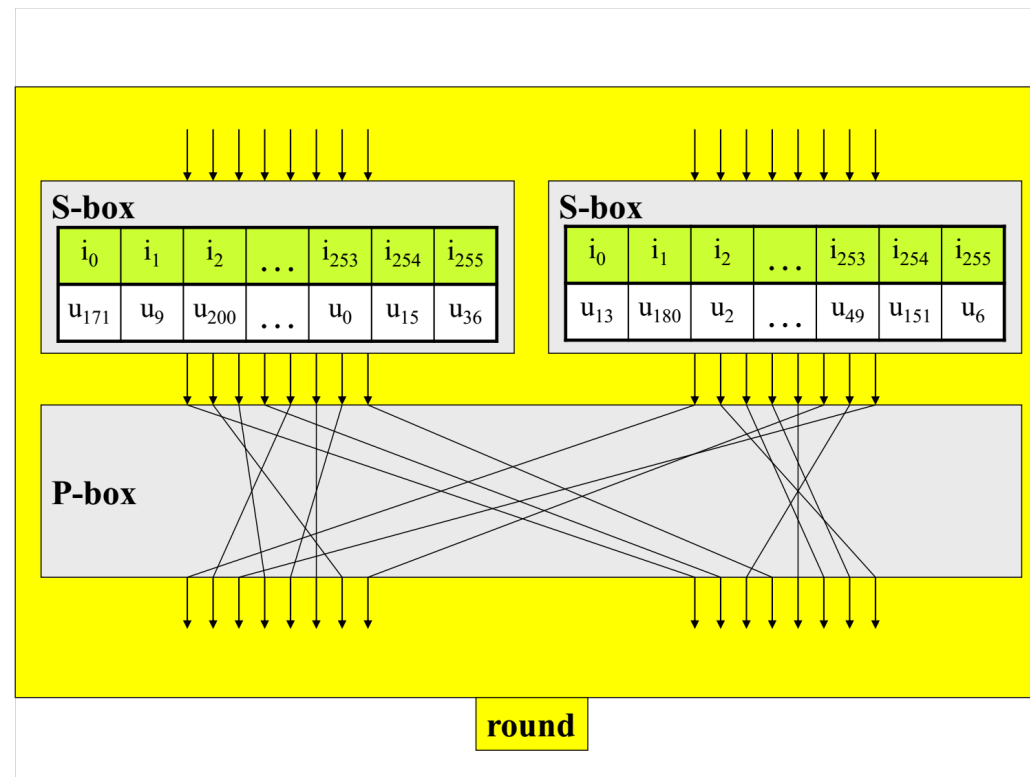
## ➔ Osservazioni di base sull'algoritmo

- Ogni operazione di sostituzione e trasposizione aumenta la confusione e la diffusione



# I cifrari composti

- ➔ Un *round* sostituisce e traspone
- ➔ Tanti round incrementano l'effetto



# Cifrari a blocchi

- ➔ La parte difficile è implementare E e D “modularmente” per poter lavorare liberamente sul numero di round
- ➔ Cifrari di Feistel
- ➔ Standard storico: DES (National Bureau of Standards degli U.S.A in collaborazione con IBM, pubblicato nel 1977, blocchi di 64 bit, chiave di 56 bit)

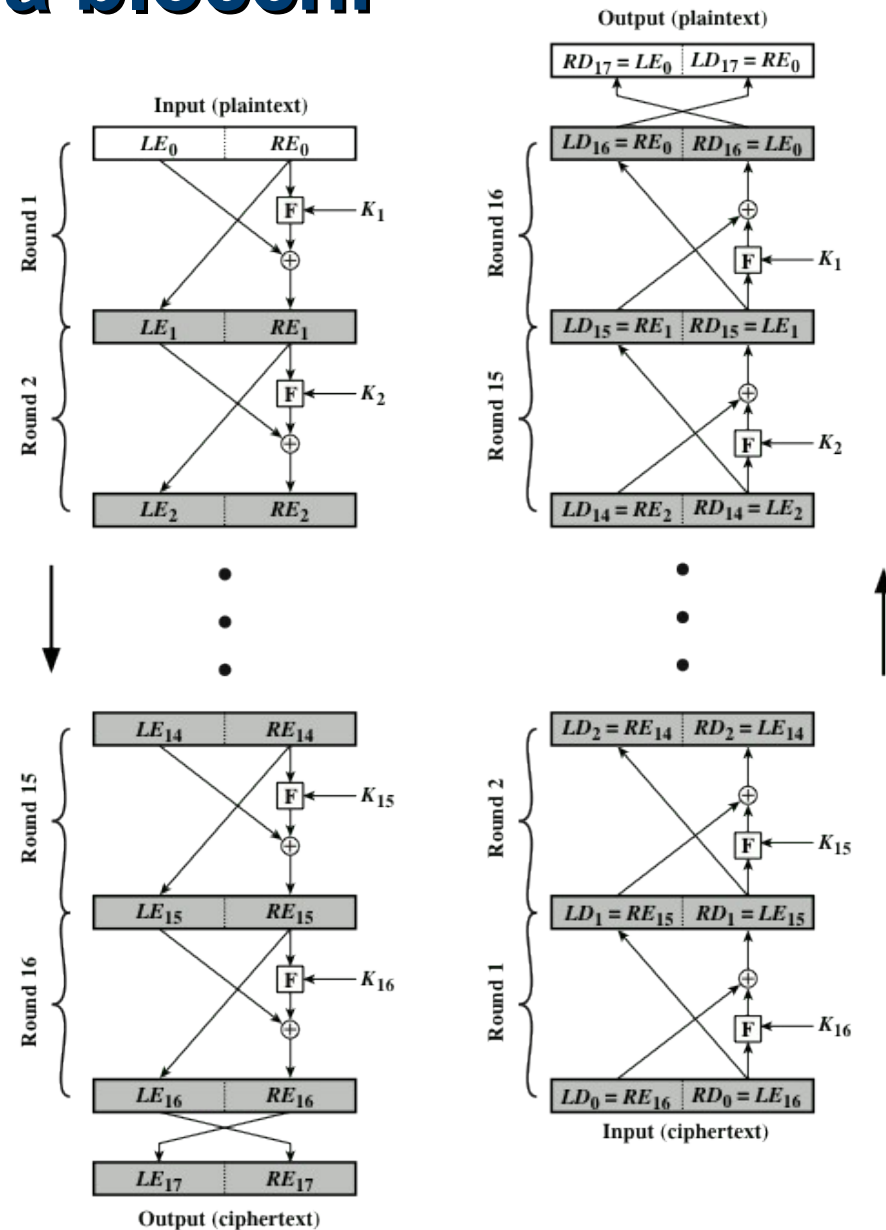


Figure 3.3 Feistel Encryption and Decryption (16 rounds)

# AES

- ➔ Standard attuale: FIPS 197 “Advanced Encryption Standard” (Rijndael)

<https://csrc.nist.gov/publications/detail/fips/197/final>

- Interessante il processo di selezione

<https://csrc.nist.gov/projects/cryptographic-standards-and-guidelines/archived-crypto-projects/aes-development>

- ➔ Non usa la struttura di Feistel ma l'aritmetica dei campi finiti
- ➔ Blocchi di 128 bit
- ➔ Può utilizzare chiavi di lunghezza diversa

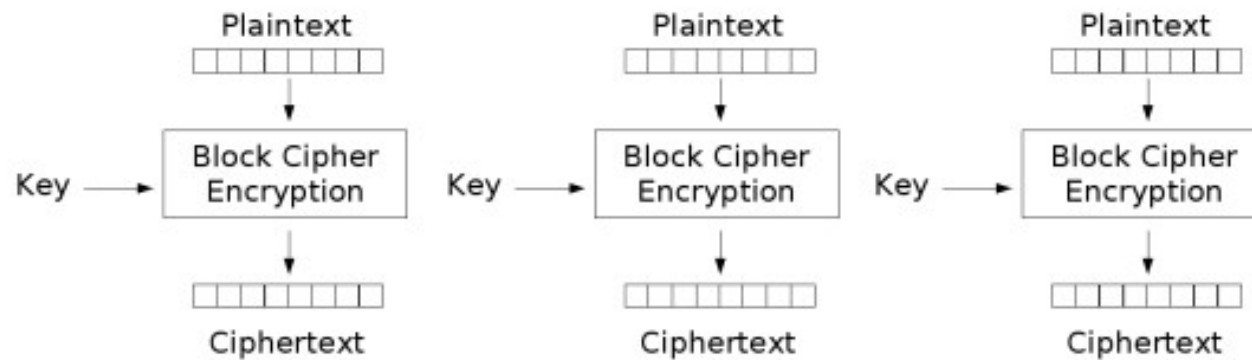
- 128 bit
- 192 bit
- 256 bit



# I modi di operazione

## ➔ Cifrare blocco per blocco è male

- Stesso plaintext = stesso ciphertext → analisi facilitata
- Modifica a un blocco = altri blocchi inalterati → integrità non protetta



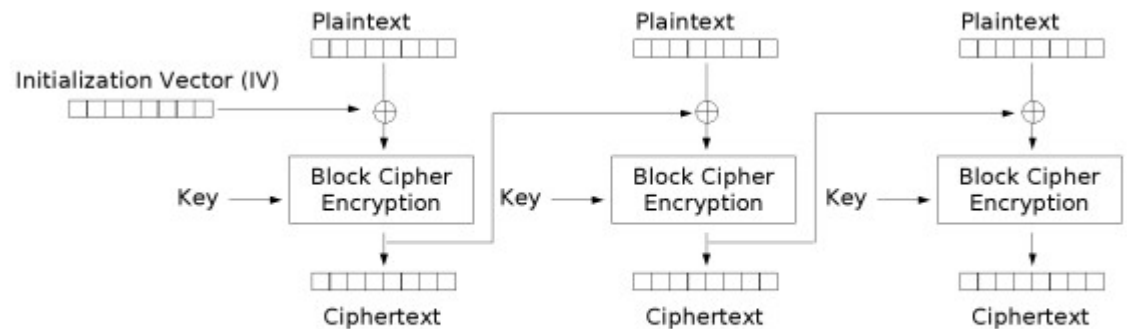
Electronic Codebook (ECB) mode encryption



# I modi di operazione

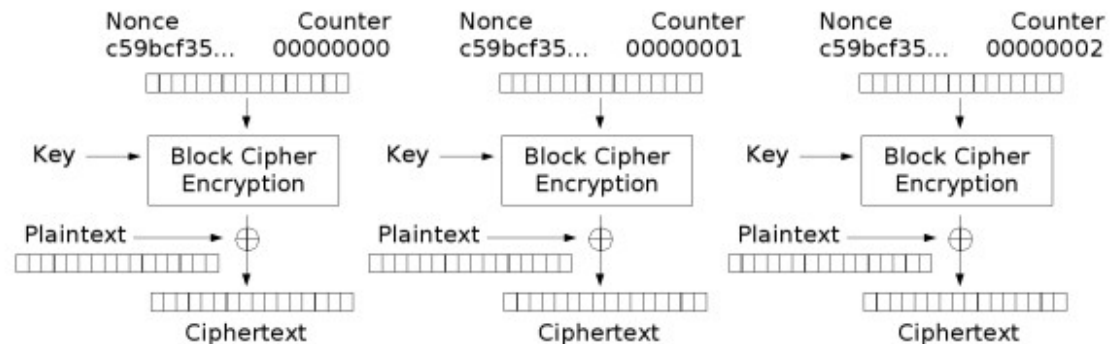
## ➔ Soluzione:

- Cifrare un blocco modificandolo col contributo del blocco cifrato precedente
  - Cipher Block Chaining (CBC)
  - Cipher Feedback (CFB)
  - Output Feedback (OFB)



Cipher Block Chaining (CBC) mode encryption

- Realizzare l'equivalente a blocchi di un cifrario a flusso
  - Counter (CTR)

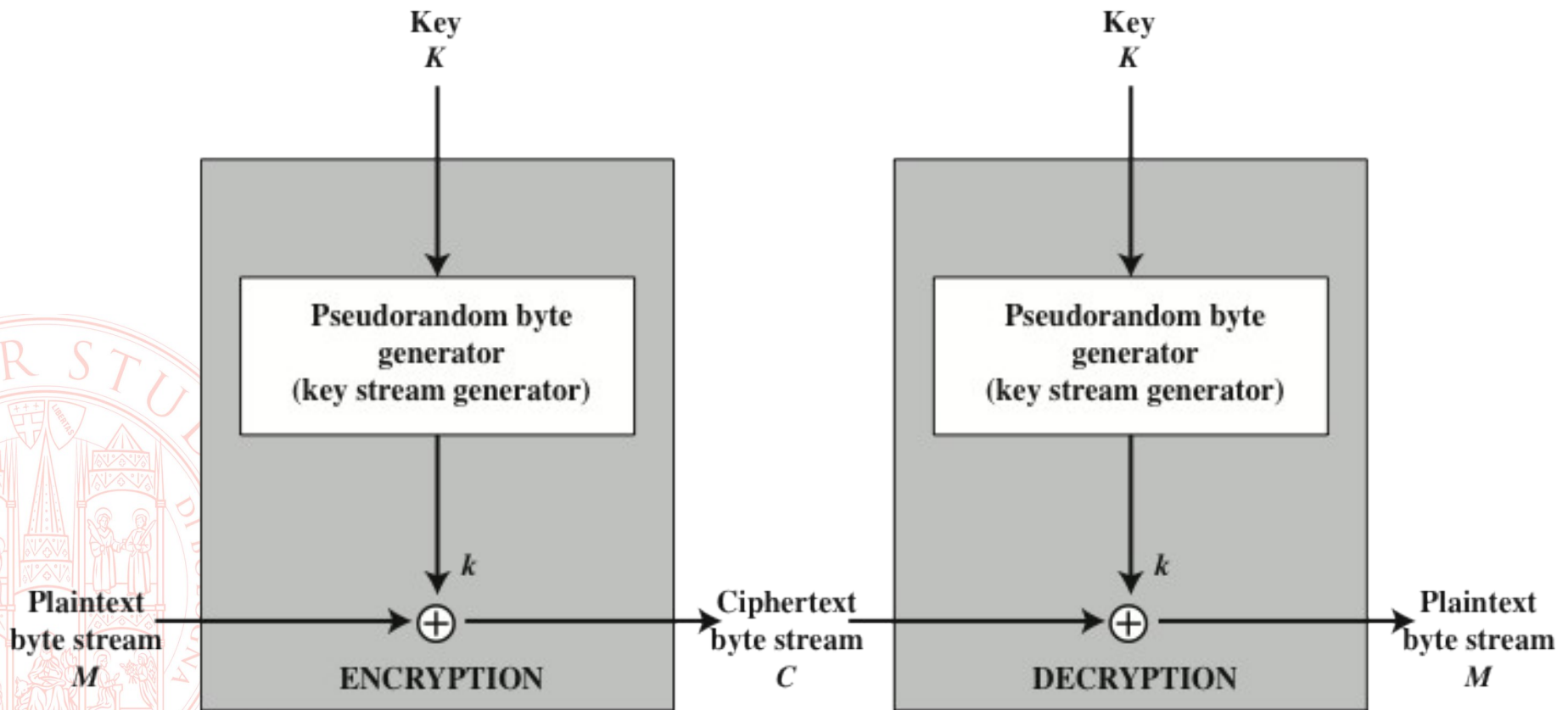


Counter (CTR) mode encryption



# Cifrari a flusso

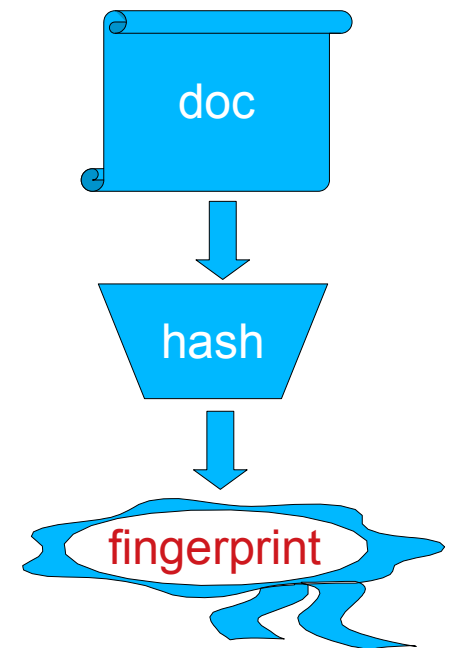
- ➔ One-Time Pad con alfabeto insignificante: solo 0 e 1 → Analisi statistica delle frequenze inapplicabile
- ➔ *Flusso di chiave* = generazione sequenza casuale
  - Seme = chiave condivisa





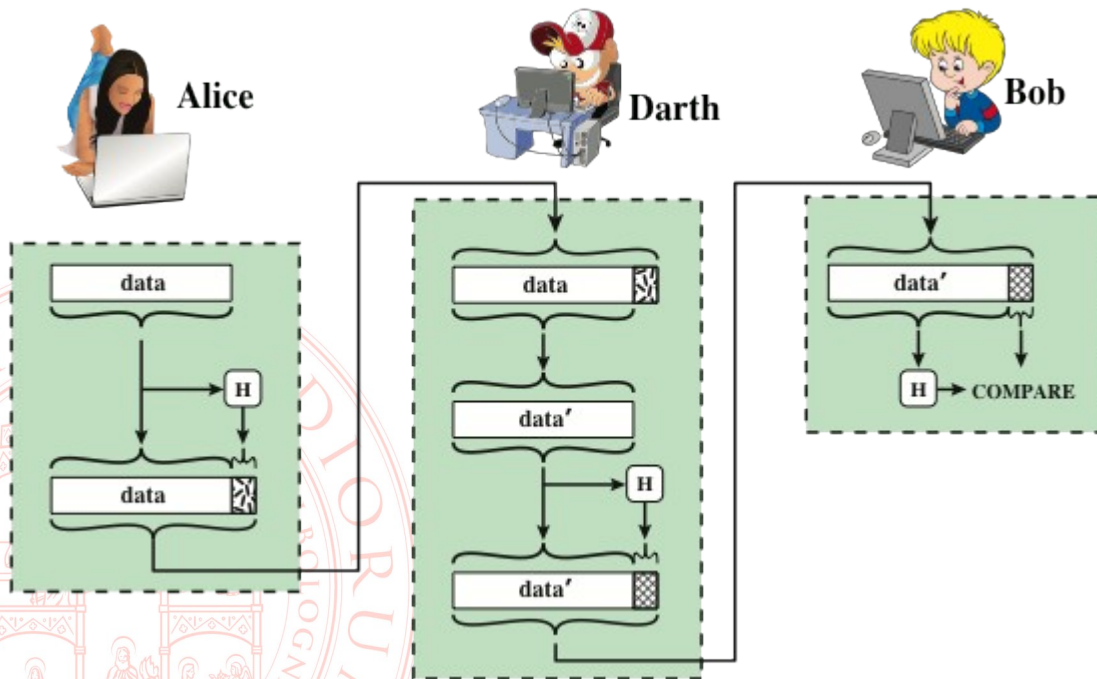
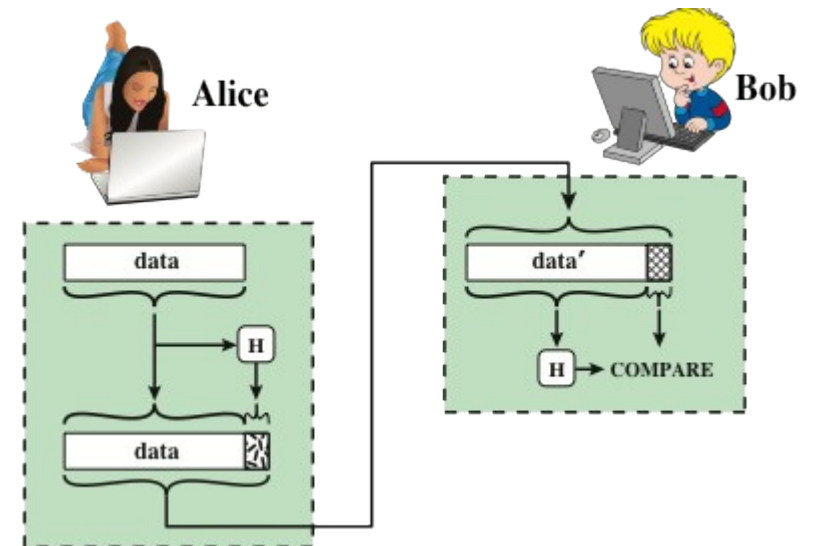
# Funzioni hash

- ➔ Gli stessi principi dei cifrari a blocchi possono essere usati senza chiave per ottenere “impronte digitali” compatte di documenti di dimensione arbitraria
- ➔ Fingerprint:
  - dimensione fissa (f. non biunivoca)
  - f. pubblica, senza chiave
- ➔ Funzioni hash crittografiche – robuste se:
  - 1) Non si può trovare un documento che abbia un fingerprint prefissato (proprietà di unidirezionalità, o **one-way**)
  - 2) Non si può trovare una coppia di documenti con lo stesso fingerprint (proprietà di assenza di collisioni, o **collision-free**)



# Utilità delle funzioni hash

- ➔ Integrità (checksum)
  - ✓ Ok contro alterazioni accidentali



⊖ Man-in-the-middle attack!

- Protezione necessaria
  - Canale sicuro
  - Altro?
- Autenticazione?
  - Manca elemento univoco dell'autore

# Attacchi a one-way property

## ➔ Ricerca di difetti nell'algoritmo

- Improbabile

## ➔ Forza bruta

- Generare documenti a caso e vedere se hanno la fingerprint cercata
- Tempo crescente esponenzialmente con la lunghezza dell'impronta

## ➔ Famiglie più diffuse

- MD5 (128 bit), MD6 (fino a 512 bit)
- RIPEMD (128, 160, 320 bit)
- SHA (160, 224, 256, 384, 512) / SHA-3 (arbitraria)

# Attacchi a collision-free

## ➔ Ricerca di difetti nell'algoritmo

- Trovati! SHA-1 (2005), MD5 (2008)

## ➔ Birthday attack (paradosso del compleanno)

- Dimensione di un gruppo per avere probabilità >50% che ci sia un compleanno in una data specifica?
  - $P_{\text{non\_compleanno}} = \frac{364}{365}$  ; in gruppo di  $N$ ,  $P_{\text{nessun\_compleanno}} = \left(\frac{364}{365}\right)^N$
  - $P < 0.5 \rightarrow N > 253$
- Dimensione di un gruppo per avere probabilità >50% che due membri compiano gli anni lo stesso giorno?
  - Per singola coppia di persone, stesso calcolo
  - Ma vale per  $N$  coppie! Con  $M$  persone compongo  $\frac{M * (M - 1)}{2}$  coppie
  - Bastano circa  $M = \sqrt{2N}$  persone = 23
  - Per un hash di  $m$  bit, la dimensione del set è  $2^m$
  - Per trovare una coppia di documenti con lo stesso hash bastano  $2^{m/2}$  tentativi

# Una lettera in $2^{37}$ varianti

Dear Anthony,

{This letter is}  
{ I am writing } to introduce {you to} {Mr.} Alfred {P.}

Barton, the {newly appointed} {chief} jewellery buyer for {our}

Northern {European} {area} . He {will take} over {the}

responsibility for {all  
the whole of} our interests in {watches and jewellery}

in the {area} . Please {afford} him {every} help he {may need}

to {seek out} the most {modern} lines for the {top} end of the

market. He is {empowered} to receive on our behalf {samples} of the

{latest} {watch and jewellery} products, {up} to a {limit}

of ten thousand dollars. He will {carry} a signed copy of this {letter}

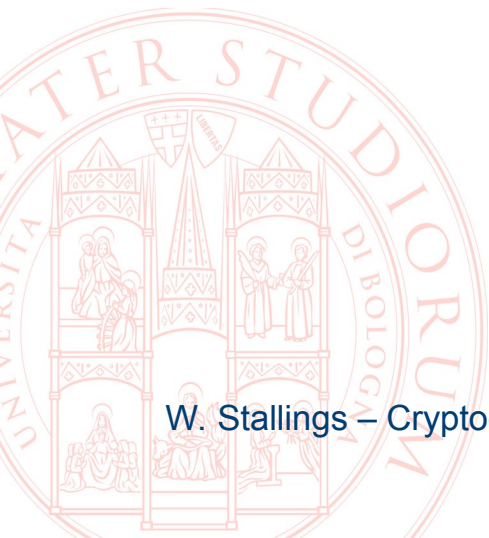
as proof of identity. An order with his signature, which is {appended}

{authorizes} you to charge the cost to this company at the {above}

address. We {fully} expect that our {level} of orders will increase in

the {following} year and {trust} that the new appointment will {be}

{advantageous} to both our companies.



# Altri attacchi

## ➔ Length extension

- Noto  $H(m_1)$  e la lunghezza di  $m_1$
- Senza conoscere  $m_1$
- Scelto un  $m_2$  dall'attaccante
- È possibile calcolare  $H(m_1 || m_2)$

## ➔ Principali vulnerabili:

- MD5, SHA-1, RIPEMD-160, SHA-256, SHA-512

## ➔ Principali resistenti:

- SHA-3, varianti troncate di SHA-2



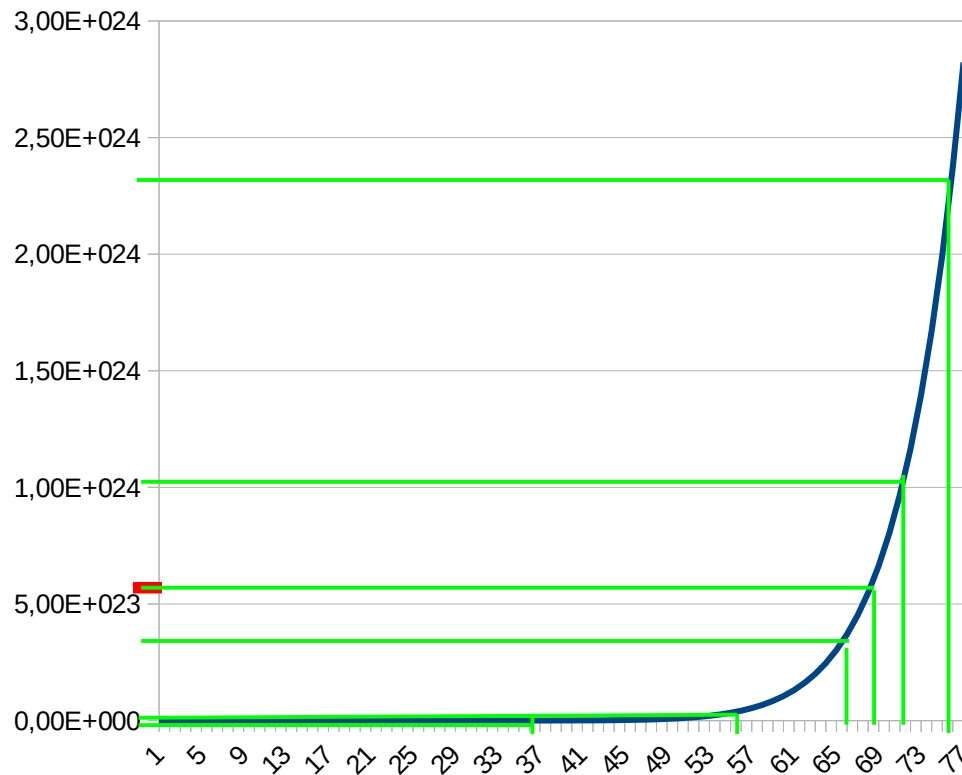
# Problemi difficili e trabocchetti

- ⇒ Funzioni *pseudo-unidirezionali*
  - Operazioni facili in un verso e (speriamo) computazionalmente infattibili nell'altro
  - A meno di conoscere un segreto
- ⇒ Fattorizzazione di grandi numeri
- ⇒ Molte operazioni in aritmetica modulare
  - Numeri interi
  - Come risultato di un'operazione si prende il resto della divisione per un *modulo* fisso





# Intuitivamente



$$y=x^{13}$$

Su  $\mathbb{R}$ , se non conosco l'inversa di una funzione "regolare", mi avvicino per approssimazioni successive (es. bisezione)

Per una funzione monotona, si parte dagli estremi del dominio, e si valuta la funzione nel punto medio del dominio.

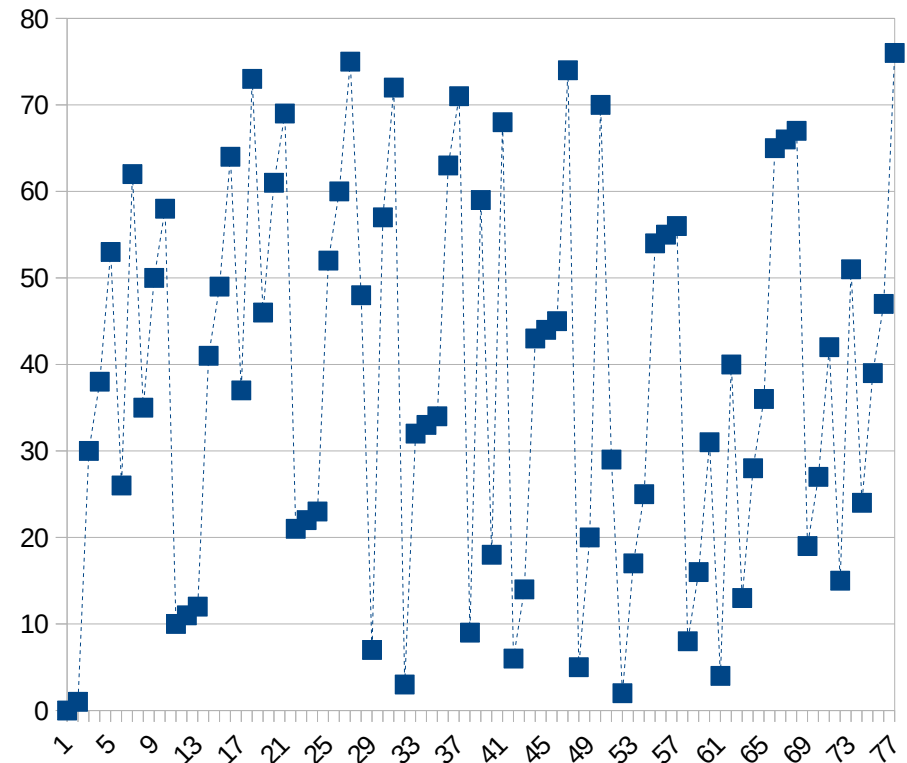
In questo esempio, valutiamo la funzione per  $\{0,76\} \rightarrow \{38,76\} \rightarrow \{57,76\} \rightarrow \{66,5,76\} \rightarrow \{66,5,71,25\}$

Per  $x=68.875$  otteniamo il risultato

# Intuitivamente

$$y = x^{13} \bmod 77$$

Su  $Z_{77}$ , (il campo di Galois con 77 numeri, in cui le operazioni si effettuano modulo 77)  
l'effetto di riduzione modulare rende estremamente irregolare la funzione  $\rightarrow$  non è possibile una ricerca efficiente

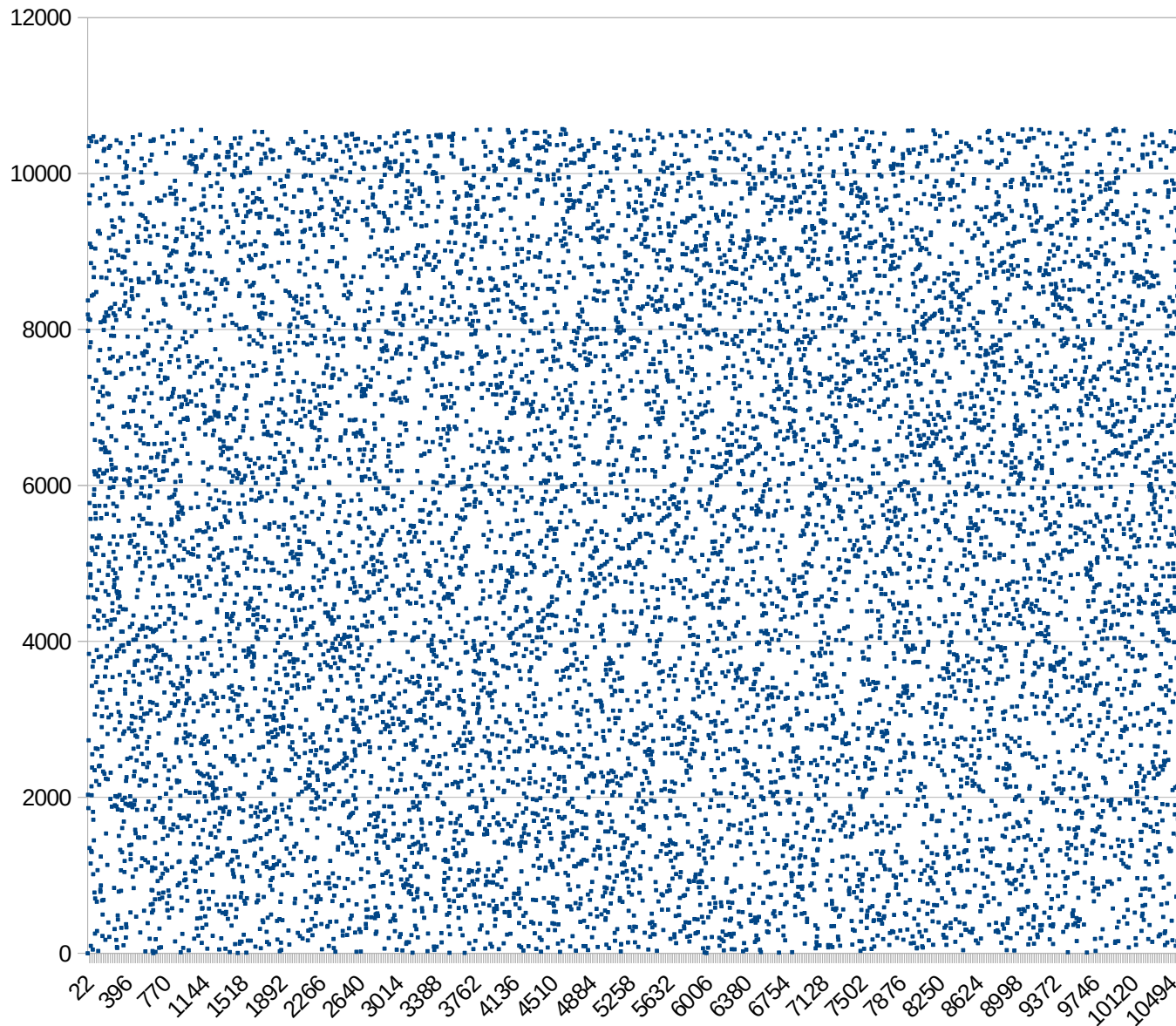


# Crittografia asimmetrica: RSA (1977)

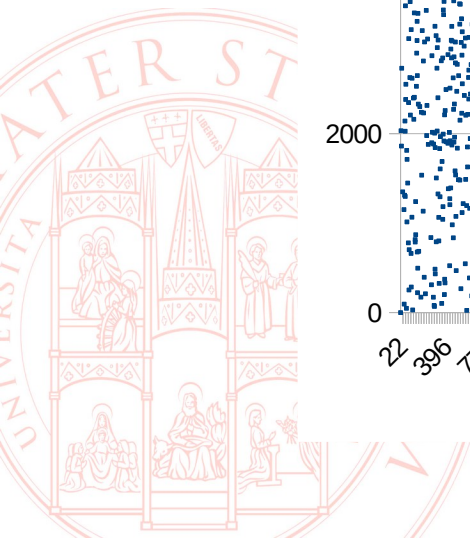
- ➔ Generazione delle chiavi:
  1. si scelgono due numeri primi  $p$  e  $q$
  2. il modulo viene calcolato come  $n = p \cdot q$
  3. si sceglie a caso un numero  $d$  e si calcola un numero  $e$  tale che  $e \cdot d \bmod (p-1)(q-1) = 1$
  - Facile solo conoscendo  $p$  e  $q$ , che vengono poi dimenticati
- ➔ La chiave pubblica è  $(e, n)$ , la chiave privata  $(d, n)$
- ➔ Cifratura:  $c = m^e \bmod n$
- ➔ Decifrazione:  $m = c^d \bmod n$



# $c = m^e \bmod n$ visivamente



$e=13$   
 $P=97$   
 $Q=109$



# Robustezza

- ➔ Non ci sono modi efficienti noti di invertire l'esponenziale modulare
  - Complessità assimilabile a forza bruta
- ➔ Ci sono algoritmi “quasi efficienti” per fattorizzare il modulo
  - General Number Field Sieve, sub-esponenziale
  - Contromisura: **moduli grandi (oltre 2048 bit)**
- ➔ Trappole
  - Non è dimostrabile che non esistano algoritmi classici efficienti (ma nessuno ha idea di come trovarli)
  - Quantum computing
  - Implementazioni troppo efficienti
    - Spesso si sceglie  $e$  con pochi “1” (es. 3, 17, 65537)
    - Se troppo piccolo,  $m^e$  non “trabocca” da  $n!$



# Vantaggi della c. asimmetrica

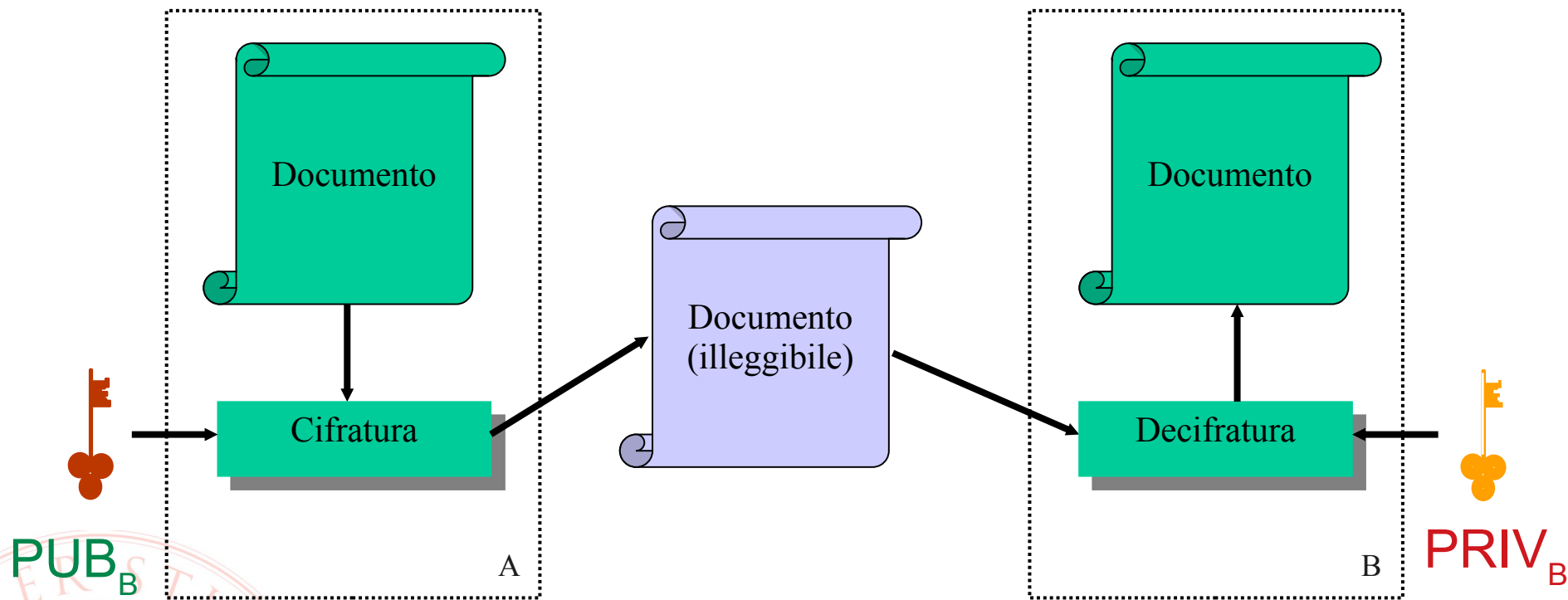
## ➔ Per la riservatezza

- È un cifrario a blocchi, di sostituzione, con dimensioni enormi
  - No forza bruta
  - No analisi statistica dell'alfabeto (salvo casi particolari)
- Le chiavi usate per cifrare e decifrare sono diverse e dalla chiave pubblica non è derivabile la chiave privata
  - La chiave pubblica può essere distribuita
  - Chiunque può usarla per cifrare
  - La chiave privata corrispondente è l'unica che può decifrare

➔ La chiave privata è specifica di un solo utente quindi utile anche per *autenticare*



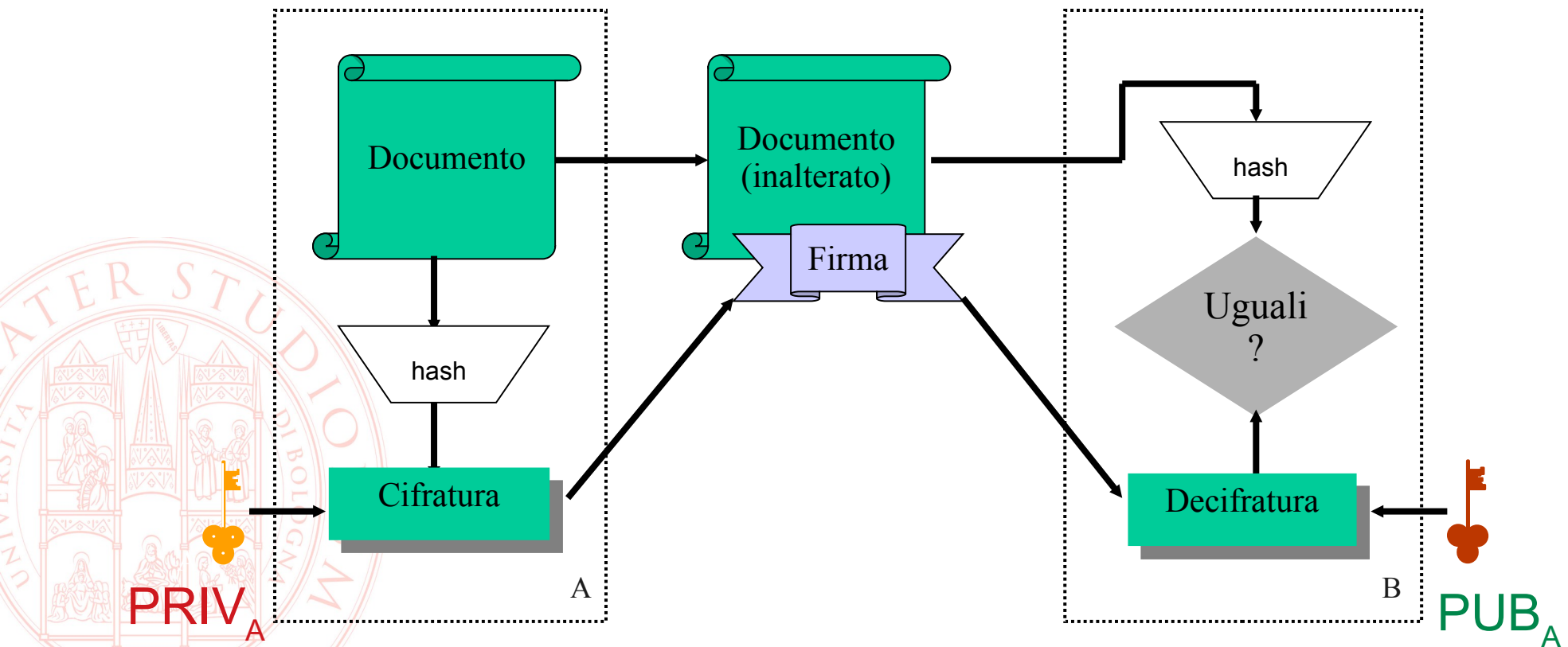
## C. asimmetrica per la riservatezza





## C. asimmetrica per l'integrità e l'autenticità

- ➔ Soluzione del problema dell'uomo nel mezzo visto per gli hash: cifrare il fingerprint con la chiave privata
- Verifica corretta solo se tutto inalterato → integrità
- Verifica corretta con  $PUB_A$  solo se la firma era stata prodotta con  $PRIV_A$  → autenticità (se posso fidarmi che  $PUB_A$  sia davvero di A!)



## C. asimmetrica - pregi e difetti

### ⇒ Grandi vantaggi:

- distribuzione delle chiavi
- utilità per tutte le proprietà di sicurezza

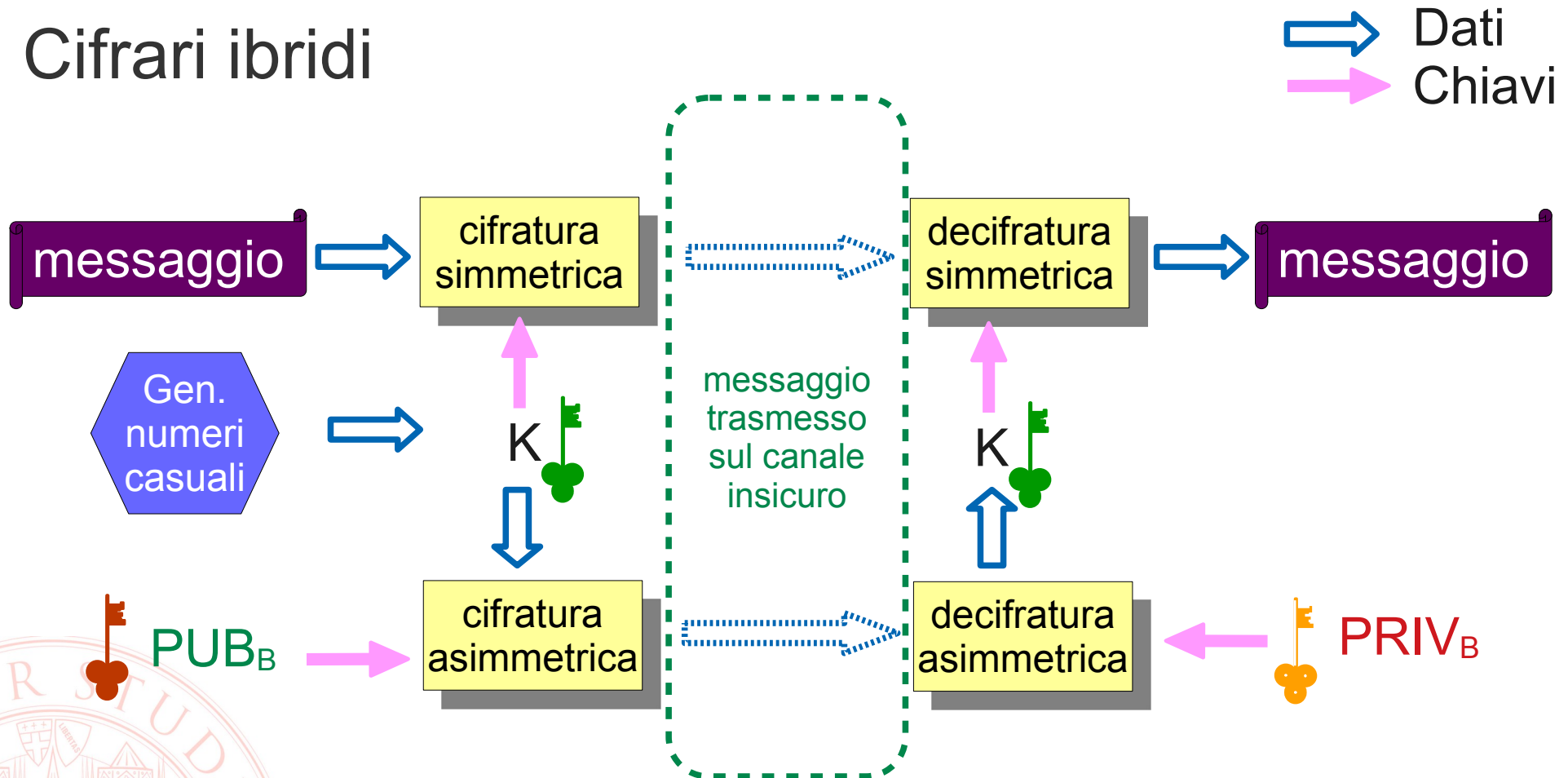
### ⇒ Punti deboli:

- Prestazioni (5-10 volte più lento di AES)
- Sistemi ibridi
- alcuni attacchi specifici (known plaintext)



# Aggiungere prestazioni e flessibilità

## Cifrari ibridi



Più destinatari = un solo messaggio cifrato & più copie di K cifrate con la chiave pubblica di ognuno

# Un flash su Quantum Computing

- ➔ Crittografia simmetrica e hash: nessun vero problema
  - Algoritmo di Grover: complessità  $\approx \sqrt{\text{dimensione spazio di ricerca}}$
  - Compensato raddoppiando la lunghezza delle chiavi o delle fingerprint
- ➔ Crittografia asimmetrica basata su logaritmi discreti: spacciata
  - Algoritmo di Shor fattorizza in tempo polinomiale
  - Servono molti più qubit e gate di quanto ora realizzabile
    - Rischio sul lungo periodo
    - Ma quando accadrà, crollo istantaneo!

## ➔ Post-quantum cryptography

- Algoritmi già talmente avanzati da essere standardizzati

[https://en.wikipedia.org/wiki/Post-quantum\\_cryptography](https://en.wikipedia.org/wiki/Post-quantum_cryptography)

