PARTE 7

- **SPECIFICHE** (× GUADAGNO D'ANELLO)

1) PRECISIONE STATICA

   1) $w(t) = W \cdot 1(t) \longrightarrow e(\infty) = \frac{W}{1+\mu} + \frac{D}{1+\mu} = \frac{W+D}{1+\mu} \approx \frac{W+D}{\mu} \longrightarrow \mu = L(\emptyset) = \frac{W+D}{e}$

      $d(t) = D \cdot 1(t)$

   2) $W(s) = W/s^K$

      $D(s) = D/s^K \longrightarrow K$ poli in $L(s) \longrightarrow$ in $R(s)$

      $e(\infty) = \emptyset$

2) PRECISIONE DINAMICA

   1) $\left.\begin{array}{l} S\% \leqslant S^* \longrightarrow \xi \geqslant \xi^* , \\ T_{a,1} \leqslant T^* \longrightarrow \xi\omega_n \geqslant 4.6/T^* \\ \omega_n \approx \omega_c \longrightarrow M_\varphi \geqslant 100 \cdot \xi^* \end{array}\right\} \longrightarrow M_\varphi\, \omega_c \geqslant \frac{460}{T^*}$

3) ABBATTIMENTO $d(t)$

Vogliamo abbattere di A_d dB, nel range $[\omega_{d,min} ; \omega_{d,max}]$, il disturbo $d(t) = D\cos(\omega t + \varphi)$

Poi $D(s) = \mathcal{L}[d(t)] = D \cdot \frac{s\cos(\varphi) - \omega\sin(\varphi)}{s^2 + \omega^2}$, e $Y_d(s) = S(s)D(s)$

E abbatterlo di A_d dB vuol dire che vogliamo che $|Y_d(j\omega)|_{dB} \leqslant |D(j\omega)|_{dB} - |A_d|\,dB$

Ovvero $|S(j\omega)|_{dB} + \cancel{|D(j\omega)|_{dB}} \leqslant \cancel{|D(j\omega)|_{dB}} - |A_d|\,dB \longrightarrow |S(s)|_{dB} \leqslant - A_d$ dB con $A_d > 0$

Ora poi sappiamo che $|S(j\omega)|_{dB} \approx \begin{cases} -|L(j\omega)|\,dB & \text{se } \omega \leqslant \omega_c \\ \emptyset & \text{se } \omega > \omega_c \end{cases}$ e siccome il disturbo si verifica

a basse frequenze possiamo dire che $-|L(j\omega)|\,dB \leqslant -A_d$ dB ovvero $|L(j\omega)|_{dB} \geqslant A_d$ dB

4) ABBATTIMENTO DI $n(t)$

Vogliamo abbattere di A_n dB, nel range $[\omega_{n,min} ; \omega_{n,max}]$, il disturbo $n(t) = N\cos(\omega t + \varphi)$

Poi $N(s) = \mathcal{L}[n(t)] = N \cdot \frac{s\cos(\varphi) - \omega\sin(\varphi)}{s^2 + \omega^2}$, e $Y_n(s) = -F(s)N(s)$

E abbatterlo di A_n dB vuol dire che vogliamo $|Y_n(j\omega)|_{dB} \leqslant |N(j\omega)|_{dB} - |A_n|_{dB}$

Ovvero $|F(j\omega)|_{dB} + \cancel{|N(j\omega)|_{dB}} \leqslant \cancel{|N(j\omega)|_{dB}} - |A_n|_{dB} \longrightarrow |F(j\omega)|_{dB} \leqslant -A_n$ dB con $A_n > 0$

Ora poi sapendo che $|F(j\omega)|_{dB} \approx \begin{cases} \emptyset & \omega \leqslant \omega_c \\ |L(j\omega)|_{dB} & \omega > \omega_c \end{cases}$ e siccome il disturbo si verifica ad alte

frequenze, possiamo dire che $|L(j\omega)|\,dB \leqslant -A_n$ dB

5) MODERAZIONE DI $u(t)$

Vogliamo contenere l'ampiezza di $u(t)$, dato in ingresso $w(t) = W\cos(\omega t + \varphi)$

Sappiamo che $U_w(s) = Q(s)\,W(s) \longrightarrow u(t) = |Q(j\omega)|\,W\cos(\omega t + \varphi + \arg\{Q(j\omega)\})$

Per contenere $u(t)$, dobbiamo quindi considerare $|Q(j\omega)|$, di cui sappiamo che

$|Q(j\omega)|_{dB} \approx \begin{cases} -|G(j\omega)|\,dB & \text{se } \omega \leqslant \underline{\omega_c} \\ \underline{|R(j\omega)|_{dB}} & \text{se } \omega > \underline{\omega_c} \end{cases}$ questi sono gli unici su cui possiamo agire

↳ ω_c limitata e/o $R(j\omega)$ passa-basso

6) FISICA REALIZZABILITÀ DEL REGOLATORE

Il sistema deve essere proprio → grado{Poli} / grado{zero} ⩾ ∅

Quindi dati $\begin{cases} K_L = n\_zeri\_L \cdot 20 - n\_poli\_L \cdot 20 & \text{pendenza effettiva di } |L(j\omega)|_{dB} \text{ a pulsaz. elevate} \\ K_G = n\_zeri\_G \cdot 20 - n\_poli\_G \cdot 20 & \text{pendenza effettiva di } |G(j\omega)|_{dB} \text{ a pulsaz. elevate} \end{cases}$

Siccome vogliamo più poli in $L(j\omega)$, avremo che $K_L \leqslant K_G$

- **SINTESI REGOLATORE STATICO**

Serve a risolvere i vincoli come: precisione statica e attenuazione $d(t)$

1) $R_s(s) = \mu_s \geq \frac{W+D}{e_\infty}$ $\longrightarrow$ è vincolo su $R(s)$ $\longrightarrow$ μ_d non potrà essere scelto liberamente

2) $R_s(s) = \frac{\mu_s}{s^k}$ $\longrightarrow$ maggiore libertà x μ_d

- **SINTESI REGOLATORE DINAMICO**

Serve a risolvere vincoli come:
stabilità robusta, precisione dinamica, attenuazione $n(t)$, moderazione controllo e fisica realizzabilità

Consideriamo $G_e(s) = G(s) \cdot R_s(s)$

1) SCENARIO A

Nell'intervallo di pulsazioni ω_c ammissibili (x vincolo su M_φ), è presente un sottointervallo in cui $\arg\{G_e(s\omega)\} \geq M_\varphi$

Azioni possibili:

1) μ_d libero $\longrightarrow$ $R_d(s) = \mu_d = 10^{-\frac{|G_e(s\omega_d)|_{dB}}{20}} < 1$ $\longrightarrow$ traslazione fino alla "ω_c desiderata" $\rightarrow \omega_d$

2) μ_d bloccato $\longrightarrow$ $R_d(s) = \frac{1+\alpha\tau s}{1+\tau s}$ RETE RITARDATRICE

$\hookrightarrow$ attenuazione ad alta frequenza di $20\log(\alpha)$ e sfasamento trascurabile

2) SCENARIO B

Nell'intervallo di pulsazioni ω_c ammissibili (x vincolo su M_φ), non è presente un sottointervallo in cui $\arg\{G_e(s\omega)\} \geq M_\varphi$

Azioni possibili:

1) aggiunta di zeri a pulsazioni precedenti a quella di attraversamento desiderata

2) aggiunta di poli a pulsazioni alte per fisica realizzabilità e per evitare eccessiva amplificazione

Ciò è possibile usando una o più RETI ANTICIPATRICI $\longrightarrow$ $R_d(s) = \frac{1+\tau s}{1+\alpha\tau s}$

A questo punto:

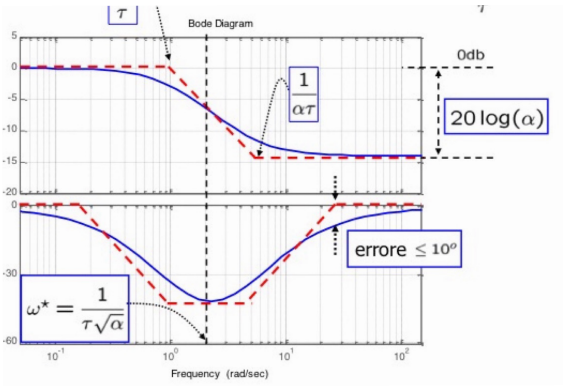
1) ω_c è a posto e M_φ è rispettato

2) ω_c è fuori posto ma esiste un sottointervallo che rispetta M_φ $\longrightarrow$ SCENARIO A

   1) μ_d libero $\longrightarrow$ scelgo $\mu_d < 1$ $\longrightarrow$ $R_d(s) = \mu_d \frac{1+\tau s}{1+\alpha\tau s}$

   2) μ_d bloccato $\longrightarrow$ $R_d(s) = \underbrace{\frac{1+\alpha\tau s}{1+\tau s}}_{\text{APPLICO PRIMA RETE RITARDATRICE}} \cdot \frac{1+\tau s}{1+\alpha\tau s}$

• **RETE RITARDATRICE**



$R_d(s) = \frac{1+\alpha\tau s}{1+\tau s}$ con $0<\alpha<1$

1) TUNING APPROSSIMATO

CAMBIAMO FASE MA NON DI TROPPO

calcoliamo α e τ : $\arg\{L(j\omega_c^*)\} \approx \arg\{G_e(j\omega_c^*)\}$

1) $20\log(\alpha) \approx -|G_e(j\omega_c^*)|_{dB} \longrightarrow 0<\alpha<1$

perché $|G_e(j\omega_c^*)\cdot R_d(j\omega_c^*)|_{dB} = 0$

↳ $20\log(\alpha) < 0$!!!

2) $\frac{1}{\alpha\tau} \leq \frac{\omega_c^*}{10}$ lo zero deve essere almeno una decade prima, per far alzare abbastanza la fase

2) FORMULE DI INVERSIONE

calcoliamo α e τ: con $|L(j\omega_c^*)|_{dB} = 0$, attenuazione $0<M^*<1$ e sfasamento $-\frac{\pi}{2}<\varphi^*<0$

Ovvero $R_d(j\omega_c^*) = M^* e^{j\varphi^*}$

$$\frac{1+j\alpha\tau\omega_c^*}{1+j\tau\omega_c^*} = M^*(\cos(\varphi^*) + j\sin(\varphi^*))$$

$$1+j\alpha\tau\omega_c^* = M^*(\cos(\varphi^*) + j\sin(\varphi^*))\cdot(1+j\omega_c^*\tau) =$$

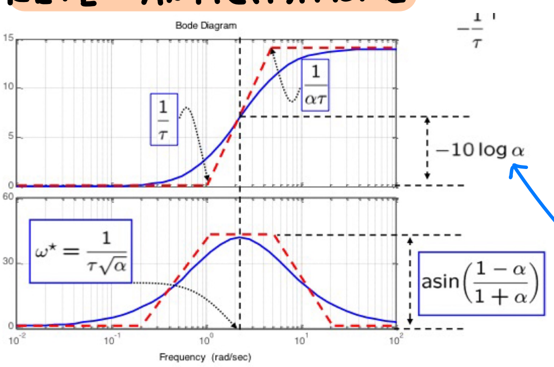
$$= M^*\cos(\varphi^*) - M^*\omega_c^*\tau\sin(\varphi^*) + j(\omega_c^*\tau M^*\cos(\varphi^*) + M^*\sin(\varphi^*))$$

$$\begin{cases} 1 = M^*\cos(\varphi^*) - M^*\omega_c^*\tau\sin(\varphi^*) \longrightarrow \text{ricavo } \tau \\ \alpha\tau\omega_c^* = \omega_c^*\tau M^*\cos(\varphi^*) + M^*\sin(\varphi^*) \longrightarrow \text{ricavo } \alpha\tau \longrightarrow \text{ricavo } \tau \end{cases}$$

$$\tau = \frac{\cos\varphi^* - \frac{1}{M^*}}{\omega_c^*\sin\varphi^*}$$

$$\alpha\tau = \frac{M^* - \cos\varphi^*}{\omega_c^*\sin\varphi^*}$$

• **RETE ANTICIPATRICE**



$R_d(s) = \frac{1+\tau s}{1+\alpha\tau s}$ con $0<\alpha<1$

L'effetto utile è che abbiamo uno sfasamento positivo a cui però è associata una amplificazione

FORMULE DI INVERSIONE

Calcoliamo α e τ con $|L(j\omega_c^*)|_{dB} = 0$ ci sia amplificazione $M^*>1$ e sfasamento $0<\varphi^*<\pi/2$

Ovvero $R_d(j\omega_c^*) = M^* e^{j\varphi^*}$

$$\frac{1+j\tau\omega_c^*}{1+j\alpha\tau\omega_c^*} = M^*(\cos(\varphi^*) + j\sin(\varphi^*))$$

E procedo come per la rete ritardatrice $\longrightarrow$

$$\tau = \frac{M^* - \cos\varphi^*}{\omega_c^*\sin\varphi^*}$$

$$\alpha\tau = \frac{\cos\varphi^* - \frac{1}{M^*}}{\omega_c^*\sin\varphi^*}$$

CAPITOLO 8

Ci chiediamo come variano i poli di $F(s)$ in base a un guadagno K del regolatore in un anello chiuso da cui $F(s) = \dfrac{KR(s)G(s)}{1+KR(s)G(s)} = \dfrac{KL(s)}{1+KL(s)}$

- **LUOGO DELLE RADICI**

Sia $L(s) = \dfrac{N(s)}{D(s)} \longrightarrow F(s) = \dfrac{KN(s)}{D(s)+KN(s)}$

$KN(s) \longrightarrow$ ZERI DI $F(s)$ SONO ZERI DI $L(s)$

$D(s)+KN(s) \longrightarrow$ POLI DI $F(s)$ DIPENDONO DA ZERI E POLI DI $L(s)$

I poli sono dati da $D(s) + KN(s) = 0 \longrightarrow K = \dfrac{-D(s)}{N(s)}$

- $K = 0 \longrightarrow D(s) = \emptyset$ POLI $\{F(s)\} \equiv$ POLI $\{L(s)\}$
- $K = \infty \longrightarrow N(s) = \emptyset$ POLI $\{F(s)\} \equiv$ ZERI $\{L(s)\}$

- **REGOLE DI TRACCIAMENTO** (n poli $\geq m$ zeri in $L(s)$)

1) Il luogo ha tanti rami quanti sono i poli del sistema in catena aperta

2) m rami: polo $\{L(s)\} \longrightarrow$ zeri $\{L(s)\}$
   $n-m$ rami: polo $\{L(s)\} \longrightarrow \infty$

3) Il luogo è simmetrico rispetto all'asse reale

4) I punti dell'asse reale che appartengono al luogo sono quelli che lasciano alla propria destra un numero dispari di singolarità

5) I rami che tendono ∞, seguono asintoti che si intersecano nell'asse reale in $X_a = \dfrac{1}{n-m} \cdot \left(\sum_{i=1}^{m} z_i - \sum_{i=1}^{n} p_i \right)$

6) L'angolo che forma il j-esimo asintoto con l'asse reale è $\Theta_{a,j} = \dfrac{(2j+1)\pi}{n-m}$ con $j = [0, n-m-1]$

7) Quando $n-m \geq 2$, la somma dei poli è costante al variare di K, il suo baricentro è $X_b = -\dfrac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} p_i$

8) La tangente al ramo uscente da un polo semplice $-p_j$ forma con l'asse reale l'angolo
$\alpha_j = 180° + \sum_{i=1}^{m} \underbrace{\boxed{\Theta_i}}_{\text{ZERO}} - \sum_{i \neq j} \boxed{\varphi_i} \longrightarrow$ POLO

9) La tangente al ramo entrante da uno zero semplice $-z_j$ forma con l'asse reale l'angolo
$\beta_j = 180° - \sum_{i \neq j} \Theta_i + \sum_{i=1}^{m} \varphi_i$

10) Eventuali punti di incrocio di rami sull'asse reale si possono determinare trovando i max e min della funzione $\gamma(x) = -\dfrac{D(x)}{N(x)} \longrightarrow$
- x min, $x \in$ luogo $\longrightarrow$ rami divergono da $\bar{x}$
- x max, $x \in$ luogo $\longrightarrow$ rami convergono in $\bar{x}$