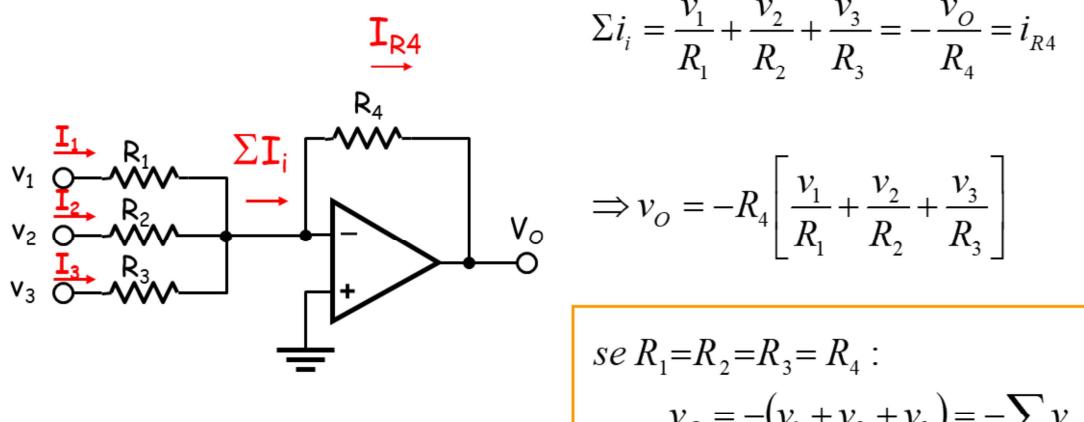




Sommatore



Una estensione del circuito amplificatore invertente ad operazionali è il circuito sommatore.

Il funzionamento di questo circuito risulta intuitivo se si considerano le correnti che fuiscono sui rami dei vari ingressi e sul ramo di retroazione.

La funzione di somma è realizzata nel nodo di massa virtuale.

In questo nodo vale infatti (per KCL):

$$\sum i = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum i_i = i_{R4}$$

Se esprimiamo tutte le correnti in funzione della caduta sulle resistenze risulta:

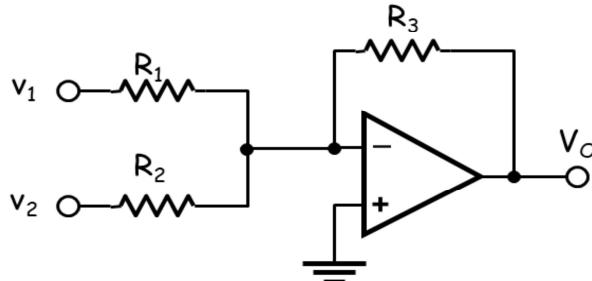
$$\sum \frac{v_i}{R_i} = -\frac{v_{OUT}}{R_4}$$

da cui, se tutte le resistenze sono uguali, risulta immediatamente che :

$$v_{OUT} = -\sum v_i$$



Sommatore con guadagno



Es.

$$R_1 = 1K \Omega$$

$$R_2 = 100K \Omega$$

$$R_3 = 10K\Omega$$

$$\text{Per } v_2=0 \rightarrow v_{\text{OUT}}/v_1 = -R_3/R_1 = -10$$

$$\text{Per } v_1=0 \rightarrow v_{\text{OUT}}/v_2 = -R_3/R_2 = -0.1$$

E quindi per sovrapposizione degli effetti:

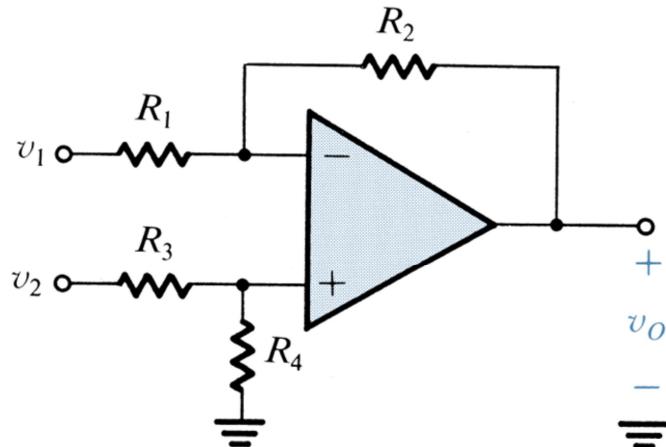
$$v_{\text{OUT}} = -10v_1 - v_2/10$$

Naturalmente se le resistenze non sono tutte identiche, è possibile amplificare (o attenuare) i segnali ai vari ingressi, scegliendo opportuni rapporti fra la resistenza di retroazione e quelle di ingresso.

Il circuito sarà quindi caratterizzato da diversi guadagni, a seconda dell' ingresso considerato.



Amplificatore differenziale ad OPAMP



In molti campi è necessario ricorrere ad amplificatori differenziali ove:

$$v_{OUT} = A(v_2 - v_1)$$

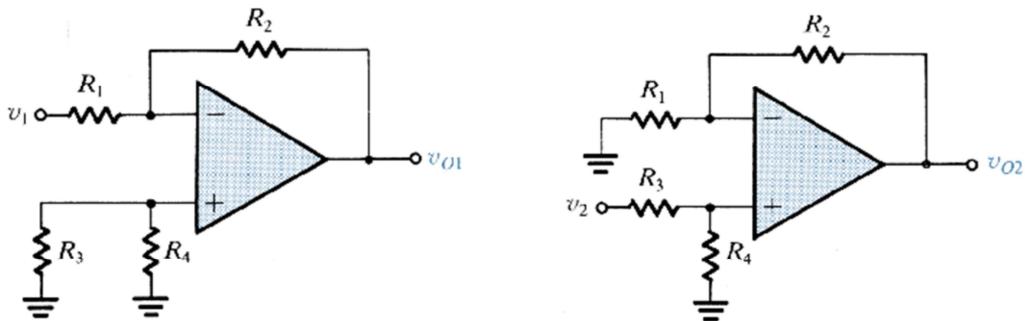
Un amplificatore differenziale risulta utile per esempio nel caso di una linea rumorosa per eliminare i disturbi di modo comune.

Per ottenere una relazione ingresso-uscita come quella voluta si può usare uno schema come quello di figura.

In particolare, il circuito illustrato può essere pensato come la combinazione di un amplificatore invertente (ingresso v_1) ed uno non invertente (ingresso v_2).

La tensione in uscita può quindi essere facilmente espressa in funzione delle tensioni v_1 e v_2 applicando il principio di sovrapposizione degli effetti.

Amplificatore differenziale ad OPAMP



$$v_{O1} = -\frac{R_2}{R_1} v_1 \quad v_{O2} = v_2 \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) = v_2 \frac{1 + R_2/R_1}{1 + R_3/R_4}$$

Analizziamo quindi i due segnali separatamente.

1) Annulliamo v_2 per trovare la relazione $v_{OUT} - v_1$.

In questo caso, essendo nulla la corrente in ingresso al morsetto non invertente dell'operazionale ideale, il suo potenziale è nullo. Il circuito è quindi un amplificatore invertente con guadagno $A_{V1} = -R_2/R_1$.

2) Annulliamo ora v_1 e calcoliamo la relazione $v_{OUT} - v_2$.

Consideriamo la tensione v_+ del morsetto non invertente. La relazione $v_{OUT}-v_+$ è quella dell' amplificatore non invertente con ingresso v_+ :

$$v_{O2} = v_+ \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

Ma $v_+ = v_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4}$

e quindi $v_{O2} = v_2 \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) = v_2 \frac{1 + R_2/R_1}{1 + R_3/R_4}$



Amplificatore Differenziale ad OPAMP

- Sommando i contributi si ottiene:

$$v_{OUT} = v_{O1} + v_{O2} = -\frac{R_2}{R_1}v_1 + \frac{1+R_2/R_1}{1+R_3/R_4}v_2$$

- Si vuole che la componente di modo comune non venga amplificata. Perciò:

$$v_1 = v_2 \Rightarrow v_{OUT} = 0$$

- Ciò si verifica se : $R_2/R_1 = R_4/R_3$

A questo punto per ottenere la relazione complessiva ingressi-uscita, sommiamo i due contributi.

Si nota che, se non si fa nessuna ipotesi sulle resistenze, risulta:

$$v_{OUT} = v_{O1} + v_{O2} = -\frac{R_2}{R_1}(v_1 - v_2) + \left(\frac{1+R_2/R_1}{1+R_3/R_4} - \frac{R_2}{R_1} \right) v_2$$

L' uscita risulta quindi affetta da una componente non differenziale.

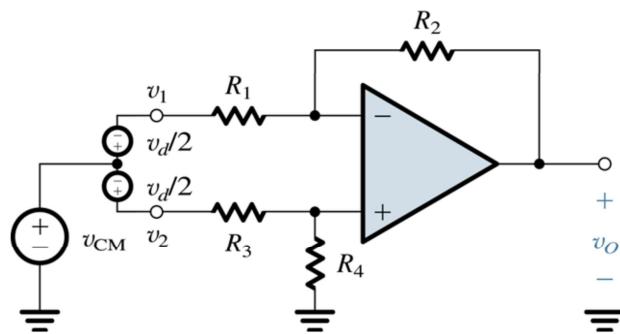
Per annullare questa componente si annulla il termine che moltiplica v_2 .

$$\left(\frac{1+R_2/R_1}{1+R_3/R_4} - \frac{R_2}{R_1} \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$$

Se questa condizione è soddisfatta, l' amplificatore è puramente differenziale con guadagno $-R_2/R_1$.

Circuito equivalente della linea disturbata

- Una linea disturbata da una componente di modo comune può essere schematizzato come segue:

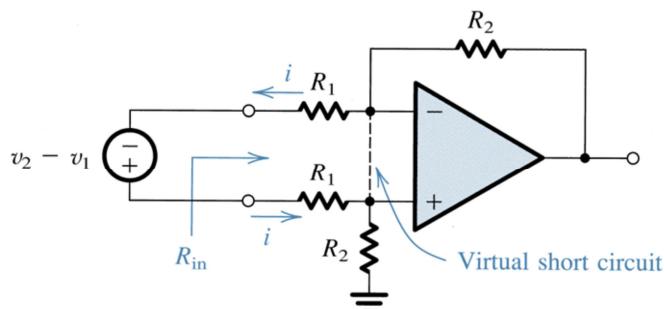


L'ampliciatore differenziale permette di ottenere un segnale single ended non affetto da eventuali componenti di modo comune che possono derivare da un disturbo iniettato su una linea di trasmissione.

Amplificatore differenziale: R_{in}

- Per valutare R_{in} scriviamo l'equazione della maglia di ingresso:

$$v_2 - v_1 = R_1 i + 0 + R_1 i \Rightarrow R_{in} = 2R_1$$



Per calcolare la resistenza di ingresso del circuito, ricorriamo al concetto di cortocircuito virtuale degli ingressi dell'operazionale.

In questa condizione, la resistenza di ingresso risulta semplicemente:

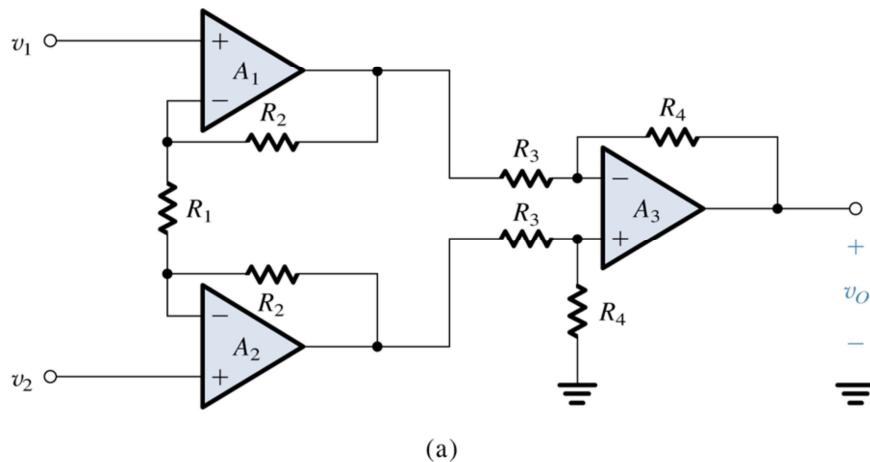
$$R_i = 2R_1$$

Una importante considerazione è che R_{in} può essere in generale bassa. Questo può essere un grosso limite specialmente in applicazioni, come la strumentazione, nelle quali si richiede che l'impedenza di ingresso sia elevatissima, per non perturbare il funzionamento del circuito cui l'amplificatore è collegato.

E' necessario in questi casi ricorrere ad un circuito in cui i segnali siano applicati direttamente a morsetti di ingresso di un operazionale e che allo stesso morsetto non giungano altri rami del circuito.

Un altro punto debole di questo circuito è che volendone variare il guadagno si deve modificare il valore di due resistenze e fare in modo che dopo la variazione sia verificata la condizione di uguaglianza fra rapporti di resistenze.

Amp. Differenziale per Strumentazione



Un circuito che elimina i problemi visti in precedenza è quello in figura.

In esso gli ingressi sono collegati ai morsetti non invertenti di due operazionali, e quindi viene soddisfatta la condizione di altissima impedenza di ingresso.

Inoltre, come vedremo, il guadagno può essere variato agendo sul valore di R_1 , lasciando invariate le altre resistenze.

Anche in questo caso il funzionamento del circuito può essere descritto sommando i contributi dei due segnali quando uno è stato annullato.

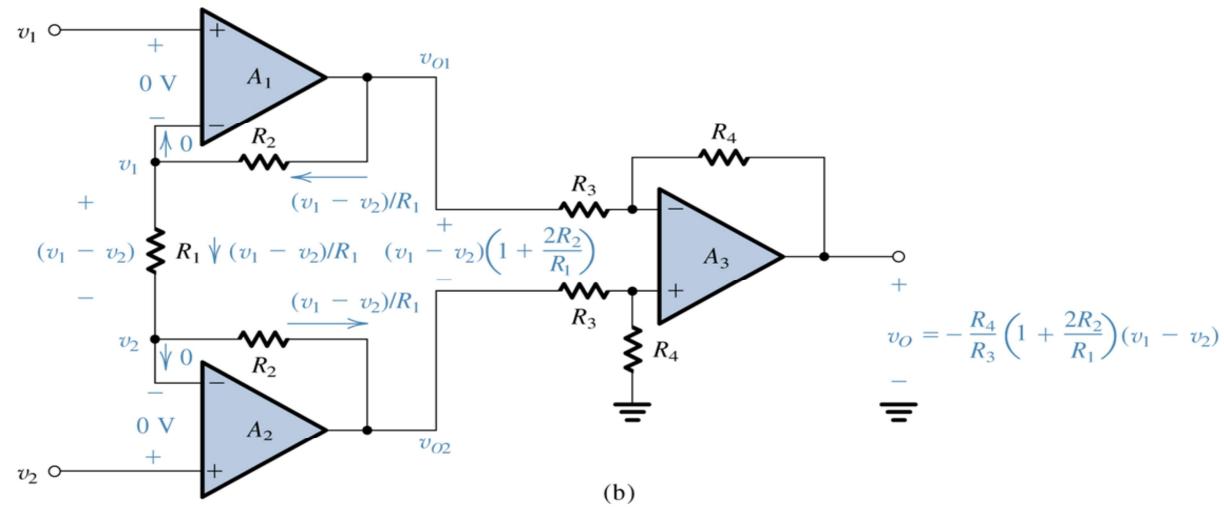
Partiamo per esempio da v_1 annullando v_2 ($v_2=0V$).

Il morsetto invertente di A_2 si trova al potenziale di massa (massa virtuale). All' uscita di A_1 avremo quindi v_1 amplificato dall' amplificatore non invertente costituito da A_1 retroazionato da R_2 ed R_1 . Risulta quindi:

$$v_{o1} = v_1 \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$



Amp. Differenziale per strumentazione



In uscita ad A_2 avremo invece

$$v_{o2} = -v_1 \frac{R_2}{R_1}$$

A_2 nei confronti di v_1 si comporta infatti come un amplificatore invertente con guadagno pari a $-R_2/R_1$.

v_{o1} e v_{o2} sono portati in ingresso ad un amplificatore differenziale a guadagno pari a $-R_4/R_3$ (vedi circuito precedente).

La componente in uscita all' intero circuito dovuta a v_1 è quindi:

$$v_o = -\frac{R_4}{R_3} (v_{o1} - v_{o2}) = -v_1 \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right)$$

Una analisi perfettamente simmetrica, a meno del segno, può essere fatta per v_2 una volta annullato v_1 . Il suo contributo al segnale in uscita risulta:

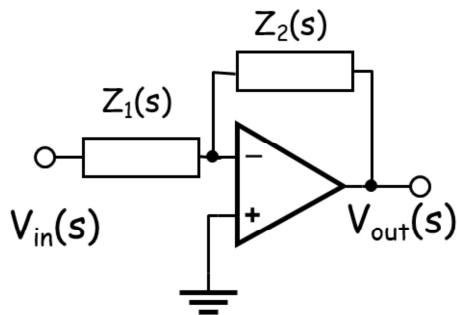
$$v_o = v_2 \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right)$$

Sommendo i contributi si ottiene infine.

$$v_o = -(v_1 - v_2) \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right)$$



Configurazioni con impedenze



$$V_{out}(s) = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}V_{in}(s)$$

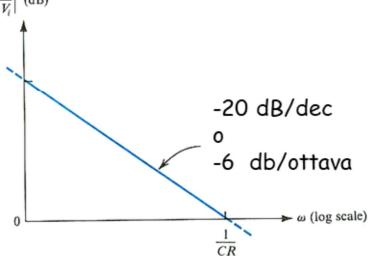
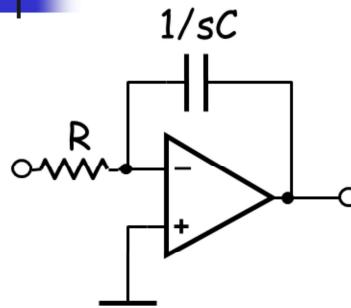
Una immediata e notevole estensione dell' amplificatore invertente è il caso in cui al posto di due resistenze ci siano due impedenze.

In questo caso la funzione di trasferimento risulta:

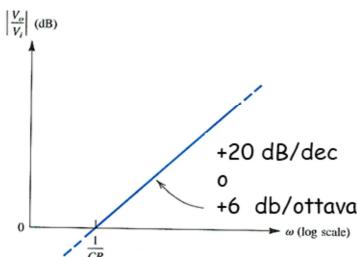
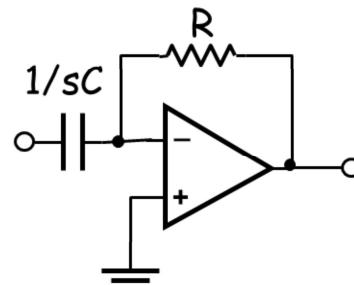
$$H(s) = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$$

Risulta quindi abbastanza semplice costruire amplificatori con funzioni di trasferimento anche abbastanza complesse scegliendo opportunamente le impedenze Z_1 e Z_2 .

Configurazioni con impedenze



Integratore invertente (*)



Derivatore invertente

Casi notevoli sono quelli riportati in figura.

Integratore invertente

In questo caso è

$$Z_2(s) = \frac{1}{sC}$$

e

$$Z_1(s) = R$$

La funzione di trasferimento risulta quindi quella di un integratore invertente:

$$\frac{v_{OUT}(s)}{v_{IN}(s)} = -\frac{1}{sCR}$$

Derivatore invertente

In questo caso è

$$Z_2(s) = R$$

e

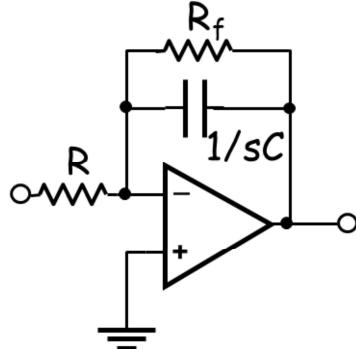
$$Z_1(s) = \frac{1}{sC}$$

La funzione di trasferimento risulta quindi quella di un derivatore invertente:

$$\frac{v_{OUT}(s)}{v_{IN}(s)} = -sRC$$



Integratore di Miller



$$\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = -\frac{R_f}{R} \frac{1}{1+sR_f C}$$

$$A_{DC} = -R_f/R \quad \omega_{-3dB} = 1/R_f C$$

Stadio passa basso

L'integratore presentato in precedenza, pur essendo concettualmente molto semplice, ha due gravi difetti:

- 1) in DC il condensatore è un aperto e quindi l'operazionale non risulta più retroazionato.
- 2) in condizione di riposo ($v_{IN}=0$), la corrente di polarizzazione dell'ingresso risulta in una deriva della tensione in uscita (si integra una costante) che finisce per saturare.

Per queste ragioni, si pone in parallelo al condensatore un resistore (di valore elevato) che permette di superare questi problemi.

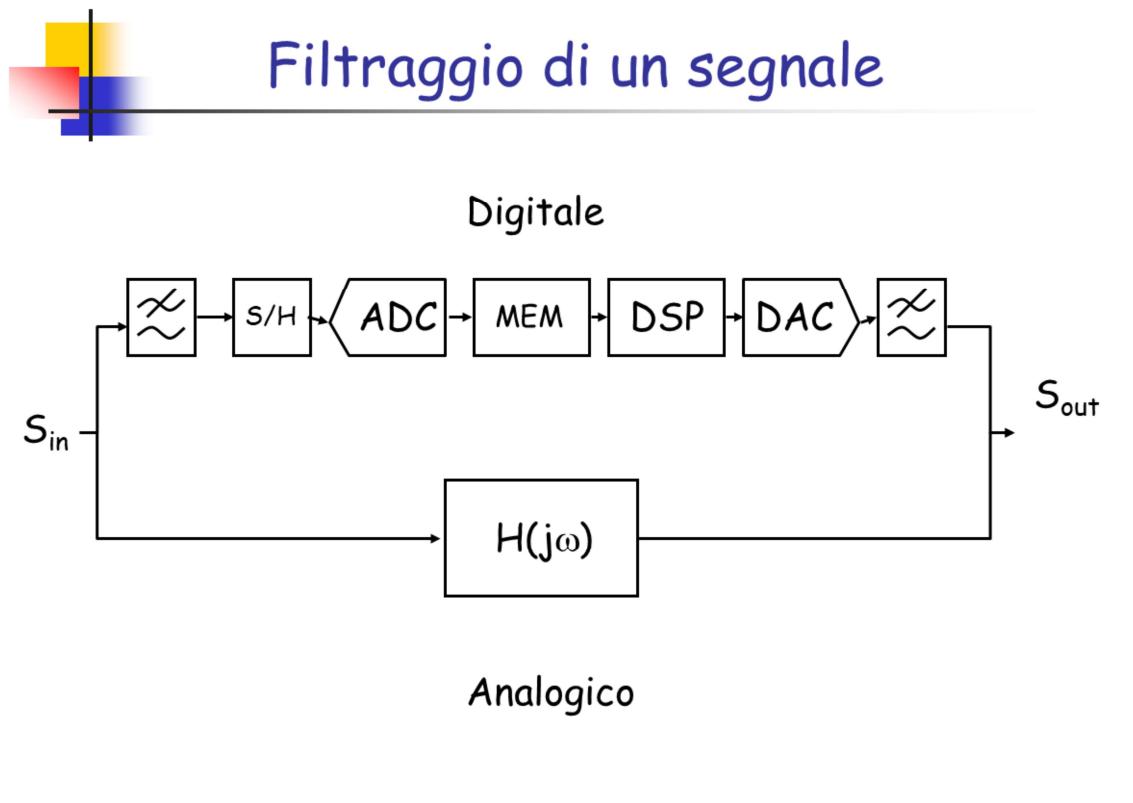
La funzione di trasferimento del circuito è quindi sempre a singolo polo, ma non più nell'origine ma a pulsazione

$$\omega = \frac{1}{R_f C}$$

che, se R_f è di valore sufficientemente elevato, risulta bassissima.

D'altra parte, in condizioni di riposo la tensione di uscita risulta pari a $R_f I_L$. Questo valore di offset dovuto alla I_L può non essere trascurabile se R_f è troppo elevato.

N.B. un circuito di questo tipo può essere anche interpretato come un filtro passa-basso con modulo della FDT a centro banda non unitario ma pari a R_f/R .



In numerose occasioni può essere necessario filtrare un segnale, ovvero farlo passare attraverso un circuito con una funzione di trasferimento (distorcente) che ne elimini delle componenti spettrali e/o ne isolli altre.

Un caso tipico è l' eliminazione della componente a 50 Hz dovuta alla rete, oppure l' eliminazione delle componenti al di fuori di un banda di interesse ecc.

A questo problema esistono due soluzioni:

- 1) soluzione basata su una elaborazione digitale di un insieme di campioni
- 2) soluzione basata sul progetto di un circuito che abbia la FDT voluta.

Il primo approccio, sebbene più complesso e costoso, ha l' indubbio vantaggio di una estrema flessibilità che permette di adattare (anche dinamicamente) lo stesso circuito a diverse esigenze semplicemente agendo sul software del DSP.

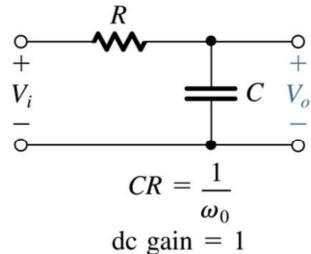
Il secondo approccio è viceversa più rigido, ma può essere più economico e permettere di elaborare segnali con bande passanti molto estese.



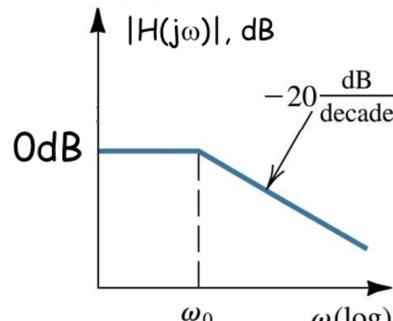
Filtri passivi

I filtri passivi hanno guadagno di centro banda unitario

ES. Filtro passa basso passivo



$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega CR}$$



Si può trarre spunto dalla considerazione appena fatta per introdurre una importante categoria di circuiti basati su operazionali : i **filtri attivi**

Questi circuiti sono caratterizzati da una funzione di trasferimento con un polo o uno zero (filtri del primo ordine) o da più poli e zeri (filtri di ordine superiore) e da un guadagno in centrobanda maggiore di uno.

I vantaggi di un approccio ad operazionali nel progetto di un filtro sono notevoli ed in particolare:

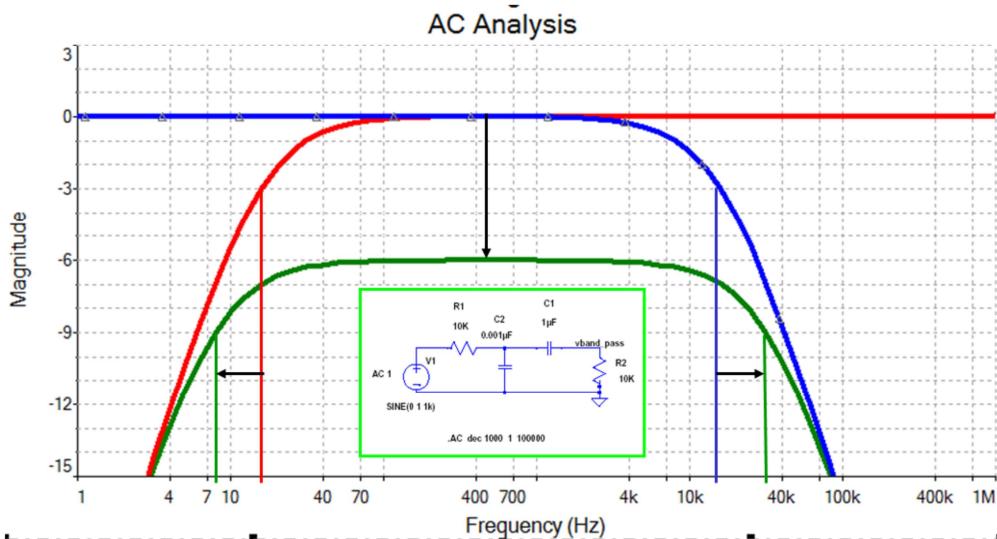
- Facile combinazione di più stadi per ottenere FDT complesse
- Guadagno a centro banda > 0dB

Facciamo un esempio: il filtro passa basso.

Un circuito di questo tipo, realizzato con componenti passivi, realizza una funzione di trasferimento che ha guadagno unitario (0dB) a bassa frequenza e pendenza di -20dB/dec al di sopra della pulsazione di taglio ω_0 .

Filtri passivi

Combinando più filtri si ottiene una FDT diversa dal prodotto delle FDT dei singoli stadi filtro



Supponiamo ora di voler combinare più filtri collegandoli in cascata. In questo caso, la funzione di trasferimento dei singoli blocchi è influenzata dal rapporto impedenza di uscita- impedenza di ingresso, esattamente come abbiamo già commentato nel caso degli amplificatori in cascata. In questo caso però, trattandosi in generale di impedenze complesse, la funzione di trasferimento sarà caratterizzata da frequenze dei poli e degli zeri in generale diverse da quelle della FDT degli stadi separatamente analizzati ed inoltre l' attenuazione a centro banda non sarà in generale 0dB, ma, come nell' esempio di figura, minore.

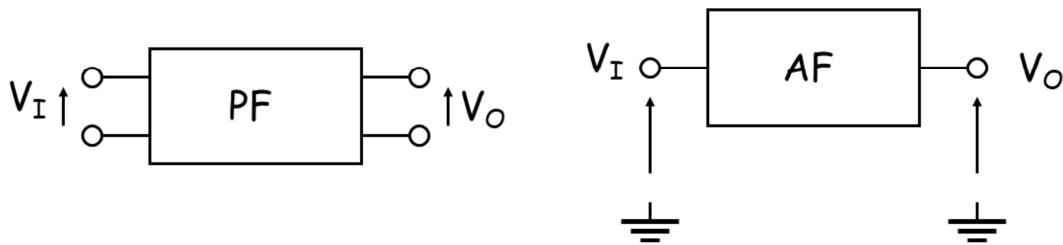
L' esempio riportato in figura mostra le FDT di:

- un filtro RC passa basso con $R=10\text{ k}\Omega$, $C=1\text{nF}$ che, non caricato, ha un polo a circa 16 KHz, (**curva blu**),
- un filtro RC passa alto con $R=10\text{ k}\Omega$, $C=1\mu\text{F}$ caratterizzato da un polo a circa 16 Hz, (**curva rossa**)
- il filtro ottenuto dalla cascata dei due ha attenuazione a centro banda pari a 6dB e poli a circa 7.9 Hz e 31.4 KHz (**curva verde**)



Filtri attivi: caratteristiche

- + Guadagno di centrobanda > 1
- + Bassa impedenza di uscita (componibilità)
- + Compattezza
- + Particolarmente utili a bassa frequenza
- Single ended

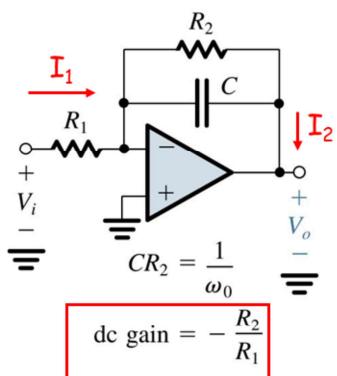


In generale, scegliendo opportunamente le reti di retroazione e componendo diversi stadi in cascata è possibile realizzare funzioni di trasferimento di filtro complesse, in modo relativamente semplice.

In particolare è possibile realizzare funzioni di trasferimento simili a quelle proprie di circuiti con induttori, facendo uso di sole resistenze e capacità, o, addirittura di sole capacità. Questo risulta di fondamentale importanza in quanto permette di realizzare filtri di dimensioni estremamente compatte, in tecnologia film spesso o, nel caso di filtri a capacità commutate in tecnologia del silicio monocristallino.

Filtri attivi del primo ordine

Filtro passa basso attivo



$$\frac{I_1}{v_i/R_1} = -v_o/(R_2//C)$$

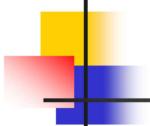
$$\frac{v_i}{R_1} = -v_o \frac{R_2 + 1/j\omega C}{R_2 / j\omega C} = -v_o \frac{1 + j\omega R_2 C}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{v_o(j\omega)}{v_i(j\omega)} = H(j\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + j\omega CR_2}$$

La stessa FDT del filtro passa-basso, ma con guadagno a bassa frequenza maggiore di uno, può essere realizzata con uno schema identico a quello già presentato come integratore di Miller.

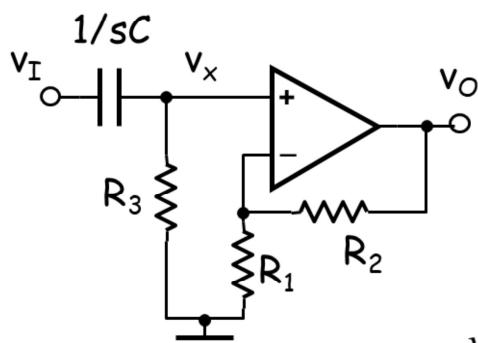
Notiamo che la FDT è a singolo polo, ma il modulo del guadagno è pari a R_2/R_1 .

Inoltre, grazie alla bassa impedenza di uscita dell'operazionale, il blocco manterrà invariata la sua FDT anche se in cascata verrà posto uno o più successivi blocchi di filtri attivi.



Filtri attivi del primo ordine

Filtro passa alto attivo



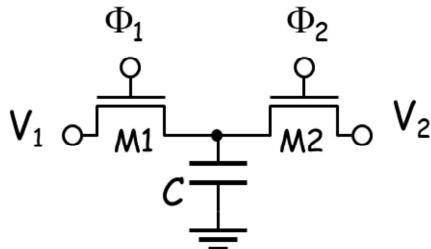
$$\frac{v_O}{v_X} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

$$\frac{v_X}{v_I} = \frac{sCR_3}{1 + sCR_3}$$

$$\Rightarrow \frac{v_O(j\omega)}{v_I(j\omega)} = H(j\omega) = \frac{R_2 + R_1}{R_1} \frac{j\omega CR_3}{1 + j\omega CR_3}$$

Il filtro passa alto si può ottenere combinando un passa alto passivo ad uno stadio di guadagno (amplificatore non invertente).

Circuiti a capacità commutate (switching capacitors)



In un periodo: $\Delta Q = C \Delta V$

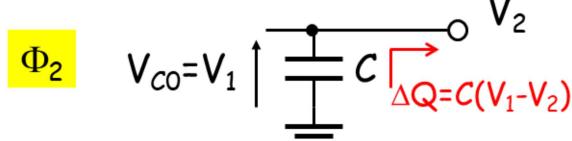
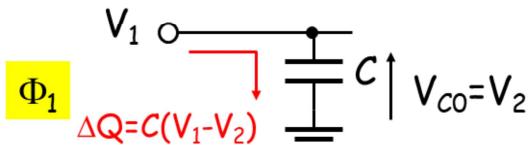
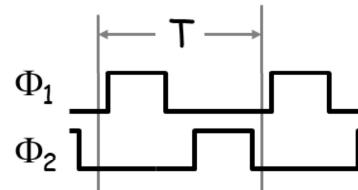
In un secondo:

$$\frac{\Delta Q}{T} = f C \Delta V = I$$



$$V_1 \text{---} \text{---} V_2$$

$$R = 1/Cf$$



Uno dei passi fondamentali nella sintesi di filtri integrati è la sostituzione di componenti passivi ingombranti (capacità e resistori di elevato valore, induttanze) con equivalenti "elettronici".

I moderni circuiti che sintetizzano i filtri attivi, sono costruiti in forma monolitica sfruttando la tecnica delle capacità commutate.

Un circuito a capacità commutate è costruito in tecnologia CMOS sfruttando tre soli elementi:

- Capacità MOS
- Amplificatori operazionali CMOS
- Interruttori CMOS (pass transistor)

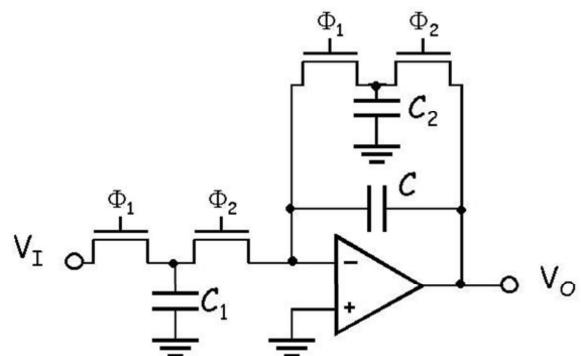
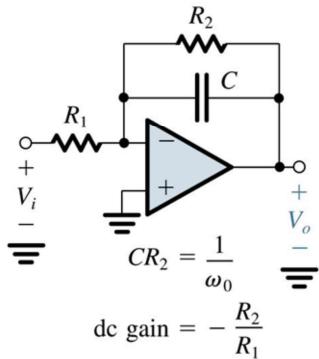
Con questi elementi è possibile sintetizzare resistori ed induttori.

Resistori a capacità commutate

Un resistore può essere simulato mediante una capacità e due interruttori, che supporremo ideali.

Il principio di funzionamento è quello della pompa di carica, ossia un dispositivo che travasa una certa quantità di carica da un nodo ad un altro del circuito.

Filtri attivi a capacità commutate



$$H(j\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + j\omega CR_2}$$

$$H(j\omega) = -\frac{C_1}{C_2} \frac{1}{1 + j\omega \frac{C}{fC_2}}$$

Una volta in grado di simulare il funzionamento di un resistore, è possibile integrare un filtro sostituendo alle resistenze, l' equivalente a capacità commutate.